



Ministerio
de Educación

OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA
(ONEM 2009)



Sociedad Matemática
Peruana

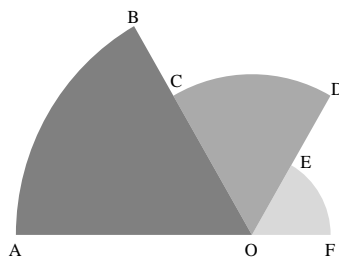
Primera Fase - Nivel 3

26 de junio de 2009

- La prueba tiene una duración máxima de 2 horas.
- No está permitido usar calculadoras, ni consultar apuntes o libros.
- Utiliza solamente los espacios en blanco y los reversos de las hojas de esta prueba para realizar tus cálculos.
- Entrega solamente tu hoja de respuestas tan pronto consideres que has terminado con la prueba. En caso de empate se tomará en cuenta la hora de entrega.
- Puedes llevarte las hojas con los enunciados de las preguntas.

MARCA LA ALTERNATIVA CORRECTA EN LA HOJA DE RESPUESTAS

1. Halla el valor numérico de $\sin^2 45^\circ + \cos 60^\circ + \csc 30^\circ$.
A) 2 B) $\frac{5}{2}$ C) 3 D) $\frac{7}{2}$ E) $2 + \sqrt{3}$
2. Halla el área de la región sombreada sabiendo que $AO = 3$, $CO = 2$, $EO = 1$ y $m\widehat{AB} = m\widehat{CD} = m\widehat{EF} = 60^\circ$



- A) 2π B) $\frac{7\pi}{3}$ C) 3π D) $\frac{7\pi}{2}$ E) $\frac{14\pi}{3}$
3. Si $\tan \alpha = 0,8$, halla el valor de $\frac{5\sin \alpha - 3\cos \alpha}{\sin \alpha - 2\cos \alpha}$.
A) $-\frac{5}{6}$ B) $-\frac{5}{3}$ C) $\frac{5}{6}$ D) $\frac{5}{3}$ E) -2
 4. Simplifica $\sqrt[mn]{3^{m-n}} \cdot \sqrt[np]{3^{n-p}} \cdot \sqrt[p]{3^{p-m}}$
A) 1 B) $\sqrt{3}$ C) 3 D) 3^{-1} E) $\sqrt[mnp]{3}$



Ministerio
de Educación

OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA
(ONEM 2009)

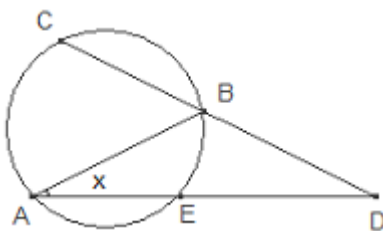


Sociedad Matemática
Peruana

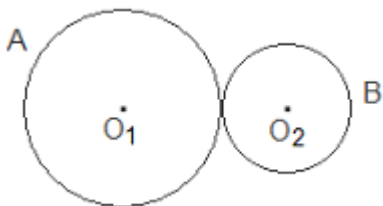
Primera Fase - Nivel 3

26 de junio de 2009

5. La suma de dos ángulos es 200 grados centesimales y la diferencia de sus suplementos es igual a 80 grados sexagesimales. Halla la medida del mayor de ellos en radianes .
A) $\frac{3\pi}{9}$ B) $\frac{5\pi}{18}$ C) $\frac{13\pi}{18}$ D) $\frac{7\pi}{9}$ E) $\frac{65\pi}{81}$
6. El producto de tres enteros positivos distintos es 72. ¿Cuál es la menor suma posible de dichos números?
A) 16 B) 15 C) 14 D) 13 E) 12
7. En el gráfico se tiene que $AB = BD$, $m\widehat{AE} = 88^\circ$ y $m\widehat{CB} = 110^\circ$. Halla el valor de x .



- A) 55° B) 44° C) 35° D) 33° E) 27°
8. María y Vanesa compran 13 caramelos y se los reparten entre ellas. Vanesa le reclama a María diciendo: “Tú tienes más del doble de lo que yo tengo, por favor dame tu tercera parte” y María le responde diciendo: “Pero si te doy mi tercera parte vas a tener más caramelos que yo”. ¿Cuántos caramelos tiene María?
A) 6 B) 9 C) 4 D) 2 E) 12
9. Determina cuántos cm mide el radio de la rueda A si cuando ésta gira 120° , la rueda B gira 2π radianes y además $O_1O_2 = 80\text{ cm}$.



- A) 20 cm B) 30 cm C) 40 cm D) 50 cm E) 60 cm



Ministerio
de Educación

OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA
(ONEM 2009)

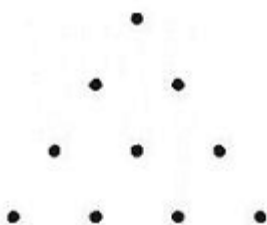


Sociedad Matemática
Peruana

Primera Fase - Nivel 3

26 de junio de 2009

10. En un triángulo rectángulo ABC , recto en C , se cumple que $\frac{\operatorname{sen} A + \operatorname{sen} B}{\operatorname{sen} A - \operatorname{sen} B} = \frac{3}{2}$. Calcula el valor de $\frac{\tan A + \tan B}{\cot A}$.
- A) $\frac{26}{25}$ B) 25 C) 26 D) $\frac{13}{9}$ E) $\frac{13}{4}$
11. Una niña observa la cabeza de su padre con un ángulo de elevación de θ° y sus pies con un ángulo de depresión de 30° . Si la distancia del ojo de la niña a la cabeza de su padre es 1,5 metros y $\tan \theta = \frac{3}{4}$, halla la altura del padre, en metros.
- A) $0,8 + 0,6\sqrt{3}$ B) $0,9 + 0,4\sqrt{3}$ C) $0,9 + 0,6\sqrt{3}$ D) $1,2 + 0,4\sqrt{3}$ E) $1,2 + 0,6\sqrt{3}$
12. Se requiere programar una dieta con dos alimentos S y T . Cada unidad del alimento S contiene 100 calorías y 15 gramos de proteínas. La unidad del alimento T contiene 200 calorías y 10 gramos de proteínas. La dieta requiere como mínimo 1000 calorías y 90 gramos de proteínas. Si el precio de cada unidad del alimento S es 400 soles y de cada unidad del alimento T es de 300 soles, ¿cuántas unidades de cada alimento debe contener la dieta para minimizar el costo?
- A) 10 de S B) 9 de T C) 3 de S y 4 de T D) 4 de S y 3 de T E) 3 de S y 3 de T
13. En el siguiente arreglo, por cada dos puntos se traza una recta. ¿Cuántas rectas distintas se pueden trazar?



- A) 18 B) 21 C) 24 D) 25 E) 27
14. Sea ABC un triángulo y D la proyección del punto B sobre la bisectriz del ángulo $\angle ACB$. Si el área del triángulo ABC es 12, determina el área del triángulo ADC .
- A) 12 B) $12 \cos(\frac{C}{2})$ C) $12 \operatorname{sen}(\frac{C}{2})$ D) $12 \tan(\frac{C}{2})$ E) 6
15. ¿Cuál es el menor número de 6 dígitos distintos que es múltiplo de 8? Da como respuesta la suma de los dígitos de dicho número.
- A) 19 B) 20 C) 21 D) 22 E) 23



Ministerio
de Educación

OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA
(ONEM 2009)



Sociedad Matemática
Peruana

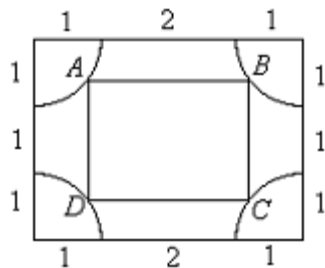
Primera Fase - Nivel 3

26 de junio de 2009

16. La siguiente suma tiene 101 filas, ¿cuál es el dígito central del resultado?

$$\begin{array}{r}
 2 + \\
 22 \\
 222 \\
 2222 \\
 \dots\dots\dots \\
 2222\dots\dots 2222
 \end{array}$$

- A) 0 B) 2 C) 3 D) 5 E) 7
17. En cada vértice de un rectángulo de lados 3 y 4 se dibuja un cuadrante de radio 1, como muestra la figura. Luego se elige un punto de cada cuadrante de tal modo que se forme un rectángulo $ABCD$ con $AB = 2BC$ y lados paralelos a los del rectángulo mayor. Halla el área del rectángulo $ABCD$.



- A) $\frac{72}{25}$ B) $\frac{98}{25}$ C) $\frac{128}{49}$ D) $\frac{162}{49}$ E) $\frac{49}{8}$
18. ¿Cuántas soluciones tiene la ecuación $\sin^6 x + \cos^8 x = 1$ en el intervalo $[0, 4\pi]$?
A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5
19. La suma de todos los divisores positivos de N es igual a 2801. ¿Cuántos números N cumplen con esta condición?
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4



Ministerio
de Educación

OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA
(ONEM 2009)



Sociedad Matemática
Peruana

Primera Fase - Nivel 3

26 de junio de 2009

-
20. Sean a, b, c números enteros (no necesariamente positivos) tales que a , $a + b$, $a + b + c$ son números distintos del conjunto $\{1, 2, 3, \dots, 9\}$, halla el mayor valor de

$$(9a + 5b + 3c)(5a + b + 3c)$$

y da como respuesta la suma de sus dígitos.

A) 14

B) 11

C) 21

D) 23

E) 24

GRACIAS POR TU PARTICIPACIÓN