



UFMS

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA  
MESTRADO EM FÍSICA

# SIMULAÇÃO DO PERFIL DO CAMPO ELÉTRICO E O CÁLCULO DO PROBLEMA INVERSO EM NUVENS ELETRICAMENTE CARREGADAS, COM ESTRUTURAS TRI E QUADRIPOLOARES

HILTON LUIZ MONTEIRO JUNIOR

Orientador: Prof. Dr. Moacir Lacerda

Co - Orientador: Prof. Dr. Clovis Lasta Fritzen

Campo Grande  
Mato Grosso do Sul – Brasil  
Outubro de 2011



UFMS

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA  
MESTRADO EM FÍSICA APLICADA

---

# SIMULAÇÃO DO PERFIL DO CAMPO ELÉTRICO E O CÁLCULO DO PROBLEMA INVERSO EM NUVENS ELETRICAMENTE CARREGADAS, COM ESTRUTURAS TRI E QUADRIPOLOARES

HILTON LUIZ MONTEIRO JUNIOR

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Mato Grosso do Sul sob a orientação do Prof. Dr. Moacir Lacerda e co-orientação do Prof. Dr. Clovis Lasta Fritzen como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Física, para obtenção do título de Mestre em Física.

Campo Grande  
Mato Grosso do Sul – Brasil  
Outubro de 2011

## DEDICATÓRIA

A minha mãe Rosely  
e aos meus irmãos Tabitha e Caio.

## **AGRADECIMENTOS**

- Primeiramente agradeço a minha família, pois sem o incentivo dela não estaria aqui;
- Ao Prof. Dr. Moacir Lacerda e ao Prof. Dr. Clovis Lasta Fritzen, pela orientação, ensinamentos, apoio e amizade, fatores que contribuíram para a realização deste trabalho;
- Ao Prof. Msc. Julio César Paro, pelos conselhos, apoio e amizade;
- Ao Mestrando Robson Jaques, pela elaboração do Software R.Simulator e contribuição com o trabalho;
- Ao Mestrando e amigo Luiz Dirceu Thomaz Junior pelas contribuições com o trabalho, companheirismo e grande amizade;
- Aos professores do Mestrado, pelos ensinamentos;
- Agradeço a todos que auxiliaram direta ou indiretamente para a realização deste trabalho.



**UFMS**

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA  
MESTRADO EM FÍSICA APLICADA

---

## **FOLHA DE APROVAÇÃO**

**TÍTULO: Simulação do perfil do campo elétrico e o cálculo do problema do inverso em nuvens eletricamente carregadas, com estruturas tri e quadripolares.**

**AUTOR: HILTON LUIZ MONTEIRO JUNIOR**

Dissertação defendida e aprovada em 27 de Outubro de 2011, pela comissão julgadora:

---

Orientador: Prof. Dr. Moacir Lacerda (UFMS)

---

Prof. Dr. Rosangela Barreto Biasi Gin (FEI – SP)

---

Prof. Dr. Widinei Alves Fernandes (UFMS)

---

Prof. Dr. Edson Kassar (UFMS - Suplente)

# SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS.....	5
LISTA DE TABELAS .....	11
LISTA DE EQUAÇÕES.....	12
RESUMO.....	13
ABSTRACT.....	14
1 INTRODUÇÃO.....	15
1.1 OBJETIVOS .....	17
2 FUNDAMENTAÇÃO TEORICA.....	18
2.1 O CIRCUITO ELÉTRICO GLOBAL .....	18
2.2 AS NUVENS DE TEMPESTADE .....	21
2.2.1 Estrutura elétrica das nuvens de tempestade .....	21
2.2.2 O Mecanismo de eletrização das nuvens .....	266
2.3 NUVENS DA AFRICA DO SUL.....	301
2.4 NUVENS DO NOVO MÉXICO E FLÓRIDA.....	33
3 MATERIAIS E MÉTODOS.....	35
3.1 METODOLOGIA DE CÁLCULO .....	35

3.2	O SOFTWARE R.SIMULATOR .....	378
3.3	MONTAGEM DO PROBLEMA E SIMULAÇÕES DOS CAMPOS.....	39
3.4	O PROBLEMA DO INVERSO.....	48
4	RESULTADOS .....	50
5	DISCUSSAO DOS RESULTADOS .....	72
5.1	SIMULAÇÃO DAS NUVENS .....	712
5.2	SOLUÇÃO DO PROBLEMA INVERSO.....	723
6	CONCLUSÕES.....	790
7	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	812
8	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	8283
9	APÊNDICE .....	87

## LISTA DE FIGURAS

<b>FIGURA 2.1</b> – Diagrama esquemático do Circuito elétrico global, adaptado de Gin R. B. B (1991). .....	20
<b>FIGURA 2.2</b> – Distribuição das cargas elétricas dentro de uma nuvem de tempestade, segundo as medições de Wilson 1920. FONTE: Fernades (2005) .....	22
<b>FIGURA 2.3</b> – Distribuição das cargas elétricas dentro de uma nuvem de tempestade segundo as medições de Simpson e Scrase 1937, Simposon e Robinson 1941, Williams 1989. FONTE: Fernades (2005) .....	23
<b>FIGURA 2.4</b> – Distribuição das cargas elétricas dentro de uma nuvem de tempestade segundo as medições de Stolzenburg et al., 1998. FONTE: Adaptada de Stolzenburg et al (1998). FONTE: Fernandes (2005) .....	24
<b>FIGURA 2.5</b> – Estágios da célula de tempestade: (a) O Estágio Cumulus, (b) O Estágio de Maturidade, (c) O Estágio de Dissipação. Adaptado de MacGorman e Rust (1998). .....	26
<b>FIGURA 2.6</b> - Ilustração do processo de transporte de cargas segundo a teoria gravitacional ou de precipitação. FONTE: Adaptado de Gin (1992) (Williams 1988), pg 50. ....	27
<b>FIGURA 2.7</b> - Ilustração do processo de transporte de cargas segundo a teoria convectiva. FONTE: Adaptado de Gin (1992) (Williams 1988), pg 50. ....	28
<b>FIGURA 2.8</b> – Representação do processo colisional indutivo de separação de cargas. FONTE: Fernandes, W. A. 2005. (Iribarne e Cho 1980 pg 138). ....	29
<b>FIGURA 2.9</b> – Representação do processo termodinâmico de separação de cargas. Colisões entre o granizo e o cristal de gelo abaixo e acima da temperatura de inversão. FONTE: Fernandes, W. A. 2005. Adaptada de Williams (1988). ....	30



**FIGURA 2.10** – Representa a intensidade do campo elétrico calculado no solo em função da distância, mostrando as cargas elétricas de acordo com o modelo da carga efetiva em função da altura:  $Q_{p2} = + 40 \text{ C}$ , a 10km de altura,  $Q_n = - 40 \text{ C}$ , a 5km de altura, e  $Q_{p1}$  assumindo valores de 0 C, 5 C e 10 C, a 2km de altura. Figura adaptada por Uman (1987). .....32

**FIGURA 2.11** – Representação do tripolo para nuvens de tempestade. O comportamento padrão do campo elétrico medido na superfície (parte inferior da figura) corresponde à distribuição dos centros de cargas  $Q_{p2}$ ,  $Q_n$  e  $Q_{p2}$  (adaptada de Anselmo 2009).....33

**FIGURA 2.12** – Mostra uma estrutura quadripolar, ilustrando a altura dos centros de carga e as suas respectivas densidades de carga (Stolzenburg 1998). As regiões sombreadas representam os centros de carga positivos e as regiões escuras os centros de carga negativos. Os números dentro das regiões são as densidades de cargas (em  $\text{nC/m}^3$ ) e espessura vertical desses centros (km) respectivamente. ....35

**FIGURA 3.1** – Aplicação do método das imagens para a solução da Lei de Coulomb..36

**FIGURA 3.2** – Representação de uma estrutura tripolar e mostra o perfil do campo elétrico obtido a uma determinada distância do centro de carga.....37

**FIGURA 3.3** – Representa a geometria do problema utilizando as variáveis geométricas para introdução no programa. FONTE: Lacerda, M., et. al, (2007). ....39

**FIGURA 3.4** – A curva em azul mostra o comportamento do campo elétrico produzido pelo Software R. Simulador e a curva em amarelo mostra o comportamento do campo elétrico medido por Stolzenburg et al. 1998.....40

**FIGURA 3.5** – Nuvem quadripolar gerada pelo software R. Simulator, a partir dos dados obtidos da literatura (Stolzenburg 1998 b). A cor verde representa as cargas positivas e cor vermelha representa as cargas negativas. A base da distribuição de cargas se encontra a 2000m do solo e o topo está em 8000 m. ....43

**FIGURA 3.6** – Nuvem Tripolar gerada pelo software R. Simulator, a partir dos dados obtidos do artigo *de Uman (1987)*. A cor verde representa as cargas positivas e cor vermelha representa as cargas negativas. A base da distribuição de cargas se encontra a 2000 m do solo e o topo está em 10000 m. ....45

**FIGURA 3.7** – Mostra as regiões de distribuição de carga na estrutura tripolar, indicando o campo elétrico no solo. ....46

**FIGURA 3.8** – Mostra as regiões de distribuição de carga na estrutura tripolar, indicando o campo elétrico em função da altura. ....47

**FIGURA 4.1** – Campo elétrico produzido em um corte na nuvem quadripolar centrada no plano XY no ponto (6000; 6000) m da origem, indo do solo até a altura de 12000m. Cada serie representa um deslocamento de 500m em 500m no eixo Y. ....52

**FIGURA 4.2** – Campo elétrico produzido em um corte na nuvem quadripolar centrada no plano XY no ponto (7000; 7000) m da origem, indo do solo até a altura de 12000m. Cada serie representa um deslocamento de 500m em 500m no eixo Y. ....53

**FIGURA 4.3** – Campo elétrico produzido em um corte na nuvem quadripolar centrada no plano XY no ponto (8000; 8000) m da origem, indo do solo até a altura de 12000m. Cada serie representa um deslocamento de 500m em 500m no eixo Y. ....54

**FIGURA 4.4** – Campo elétrico produzido em um corte na nuvem quadripolar centrada no plano XY no ponto (9000; 9000) m da origem, indo do solo até a altura de 12000m. Cada serie representa um deslocamento de 500m em 500m no eixo Y.  
.....55

**FIGURA 4.5** – Campo elétrico produzido em um corte na nuvem quadripolar centrada no plano XY no ponto (10000; 10000) m da origem, indo do solo até a altura de 12000m. Cada serie representa um deslocamento de 500m em 500m no eixo Y.  
.....56

**FIGURA 4.6** – Campo elétrico produzido em um corte na nuvem quadripolar centrada no plano XY no ponto (11000; 11000) m da origem, indo do solo até a altura de 12000m. Cada serie representa um deslocamento de 500m em 500m no eixo Y.  
.....57

**FIGURA 4.7** – Campo elétrico produzido em um corte na nuvem quadripolar centrada no plano XY no ponto (12000; 12000) m da origem, indo do solo até a altura de 12000m. Cada serie representa um deslocamento de 500m em 500m no eixo Y.  
.....58

**FIGURA 4.8** – Campo elétrico produzido em um corte na nuvem tripolar centrada no plano XY no ponto (6000; 6000) m da origem, indo do solo até a altura de 12000m. Cada serie representa um deslocamento de 500m em 500m no eixo Y.....61

**FIGURA 4.9** – Campo elétrico produzido em um corte na nuvem tripolar centrada no plano XY no ponto (7000; 7000) m da origem, indo do solo até a altura de 12000m. Cada serie representa um deslocamento de 500m em 500m no eixo Y.....62

**FIGURA 4.10** – Campo elétrico produzido em um corte na nuvem tripolar centrada no plano XY no ponto (8000; 8000) m da origem, indo do solo até a altura de 12000m. Cada serie representa um deslocamento de 500m em 500m no eixo Y.....63

**FIGURA 4.11** – Campo elétrico produzido em um corte na nuvem tripolar centrada no plano XY no ponto (9000; 9000) m da origem, indo do solo até a altura de 12000m. Cada serie representa um deslocamento de 500m em 500m no eixo Y.....64

**FIGURA 4.12** – Campo elétrico produzido em um corte na nuvem tripolar centrada no plano XY no ponto (10000; 10000) m da origem, indo do solo até a altura de 12000m. Cada serie representa um deslocamento de 500m em 500m no eixo Y.....65

**FIGURA 4.13** – Campo elétrico produzido em um corte na nuvem tripolar centrada no plano XY no ponto (11000; 11000) m da origem, indo do solo até a altura de 12000m. Cada serie representa um deslocamento de 500m em 500m no eixo Y.....66

**FIGURA 4.14** – Campo elétrico produzido em um corte na nuvem tripolar centrada no plano XY no ponto (12000; 12000) m da origem, indo do solo até a altura de 12000m. Cada serie representa um deslocamento de 500m em 500m no eixo Y.....67

**FIGURA 4.15** – Campo elétrico produzido no solo da nuvem quadripolar tripolar no plano XY de área (12000; 12000) m. Cada serie representa um deslocamento de 500m em 500m no eixo Y.....68

**FIGURA 4.16** – Campo elétrico produzido no solo da nuvem tripolar no plano XY de área (12000; 12000) m. Cada serie representa um deslocamento de 500m em 500m no eixo Y.....68

**FIGURA 4.17** – Representação do comportamento do campo elétrico no eixo vertical (Z) em função da posição no plano XY. As curvas indicam a distribuição de cargas na nuvem, sendo os valores calculados pelo Mathcad ®.....70

**FIGURA 4.18** – Representação do comportamento do campo elétrico no eixo vertical (Z) em função da posição no plano XY. As curvas indicam a distribuição de cargas na nuvem, sendo os valores calculados pelo R. Simulator.....70

**FIGURA 4.19** – Representação do comportamento do campo elétrico no eixo vertical (Z) em função da posição no plano XY. As curvas indicam a distribuição de cargas na nuvem, sendo os valores calculados pelo R. Simulator (curvas tracejadas) comparados com o valores calculados a partir da estrutura determinada pelo problema do inverso (curvas cheias).....71

**FIGURA 5.1** – Representa a região 1 para a análise das cargas elétricas. A figura representa um quadrado no solo, que compreende toda nuvem tripolar.....75

**FIGURA 5.2** – Representa a região 2 para a análise das cargas elétricas. A figura representa um quadrado no solo, que compreende uma região ao redor do centro da nuvem tripolar.....75

**FIGURA 5.3** – Representa uma distribuição de cargas quadripolar, tripolar e dipolar, as quais são ilustradas pelas linhas verde, vermelha e azul, respectivamente.....78

**FIGURA 5.4** – Representa uma distribuição de cargas tripolar e dipolar, as quais são ilustradas pelas linhas vermelha e azul, respectivamente.....79

## LISTA DE TABELAS

<b>TABELA 3.1</b> – Altura e dados de entrada da nuvem quadripolar.....	42
<b>TABELA 3.2</b> – Altura e cargas da nuvem tripolar descrita por Malan (1987).....	44
<b>TABELA 3.3</b> – Altura e dados de entrada da nuvem tripolar.....	45
<b>TABELA 5.1</b> – Posições para a medida do campo elétrico no solo e os valores das cargas elétricas.....	76

## LISTA DE EQUAÇÕES

Equação 1 .....	<b>Erro! Indicador não definido.</b>	38
Equação 2 .....	<b>Erro! Indicador não definido.</b>	42
Equação 3 .....		48
Equação 4 .....		48
Equação 5 .....		49
Equação 6 .....		49
Equação 7 .....	<b>Erro! Indicador não definido.</b>	0

## RESUMO

MONTEIRO, H. L. JR. **Simulação do perfil do campo elétrico e o cálculo do problema do inverso em nuvens eletricamente carregadas, com estruturas tri e quadripolares.** Campo Grande, 2011. Dissertação (Mestrado em Física) – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul.

São simuladas as estruturas das cargas das nuvens tripolar e quadripolar e calculados os perfis de campo elétrico na atmosfera e também no solo, na região próxima da nuvem da tempestade. O objetivo desse trabalho é simular nuvens de tempestade semelhantes a nuvens naturais, e comparar os perfis dessas nuvens com os perfis medidos experimentalmente. Outro objetivo é utilizar as medidas de campo elétrico obtidas para resolver o problema inverso da lei de Coulomb para  $n$  valores de campo elétrico no solo. Esses valores serão inicialmente os que foram calculados para cada estrutura de carga, para testar sob quais condições o programa descobre a estrutura que gerou aquelas medidas. Verifica-se que o software simula adequadamente as nuvens a partir da densidade de cargas, independente das magnitudes das cargas, e é capaz de reproduzir o posicionamento dos centros de cargas. Abaixo do centro da nuvem os perfis verticais são praticamente lineares e, portanto as soluções obtidas são muito divergentes. A região ideal para obtenção de perfis verticais que detectem a estrutura de cargas da nuvem é próxima das bordas dessa nuvem.



## ABSTRACT

MONTEIRO, H. L. JR. **Simulação do perfil do campo elétrico e o cálculo do problema do inverso em nuvens eletricamente carregadas, com estruturas tri e quadripolares.** Campo Grande, 2011. Dissertação (Mestrado em Física) – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul.

The objective of this work is to simulate clouds that are quite similar to the natural clouds, and compare the profiles of electric field. We simulate the structure of electric charges inside the clouds for tripolar and quadripolar cases. The vertical profiles of electric field and along the ground ( $z = 0$ ) close to cloud were obtained, too. Another objective is use the values of electric field at  $z = 0$ , that simulate the electric field on ground, to solve the inverse problem of Coulomb's Law. These values are calculated for a known structure and will be used to study the conditions that makes possible to discover the structure of charges that generate such values of electric field. It appears that the software properly simulates the clouds from the charge density, independent of the magnitudes of the charges, and is able to reproduce the localization of the charge centers. Under the center of the cloud, the vertical profiles are almost linear therefore the solutions obtained are very poor. The ideal region to obtain the vertical profiles that detect the charge structure of the cloud is close to the edges of the cloud.

## 1 INTRODUÇÃO

Da metade do século passado até o presente, o estudo sobre o comportamento do campo elétrico atmosférico e como esse interfere nos fenômenos atmosféricos tem-se intensificado em função dos danos causados aos equipamentos eletrônicos sensíveis e às perdas humanas e materiais provocados pelas incidências de raios.

As descargas elétricas são fenômenos atmosféricos que sempre ocorreram, gerando danos à vida humana, às redes de energia elétrica e de telecomunicações e provocando catástrofes naturais. Neste sentido, torna-se importante o estudo e a análise desses fenômenos elétricos com vista na proteção contra os efeitos produzidos por essas descargas. A determinação do campo elétrico vertical e no solo abaixo das nuvens é um primeiro passo para a previsão das atividades elétricas dessas nuvens.

Para saber o que realmente se passa no interior de uma nuvem de tempestade ou nuvem *Cumulunimbus*, é necessário conhecer a sua estrutura elétrica que é bastante complexa, mas muito pouco conhecida, sendo o resultado de processos macrofísicos, que atuam em escalas de quilômetros e de processos microfísicos, que atuam em escalas de milímetros, ambos ocorrendo simultaneamente dentro da nuvem.

As nuvens de tempestades do tipo *Cumulunimbus*, são capazes de acumular uma grande quantidade de carga elétrica e conseqüentemente, gerando as descargas elétricas. As separações das cargas elétricas nas *Cumulunimbus* produzem um campo elétrico capaz de romper a rigidez dielétrica do ar, gerando um rápido movimento dos elétrons da nuvem para o solo ou do solo para a nuvem em forma de canais luminosos onde trafega uma intensa corrente elétrica, que são os relâmpagos.

A formação da descarga elétrica se deve a vários processos que contribuem para que as nuvens se carreguem eletricamente e determinam a forma como estas cargas se distribuem dentro da nuvem, podendo ser por meio de indução elétrica, por colisão das partículas de água que transferem as suas cargas umas para outras, por convecção das correntes de ar, entre outras.

Neste trabalho é realizado um estudo das estruturas das cargas de nuvens tripolar e quadripolar por meio de simulações e do cálculo dos perfis de campo elétrico na atmosfera e também no solo, na região próxima da nuvem da tempestade.

No capítulo 2 é apresentada uma descrição do circuito elétrico global, o qual foi proposto para tentar explicar como é mantida a diferença de potencial entre a Terra e a ionosfera, utilizando o conceito do campo elétrico de tempo bom, que é denominado dessa forma devido a existência de uma carga elétrica na superfície da Terra e da sua condutividade. Este capítulo descreve a estrutura elétrica das nuvens de tempestade, mostrando as forma de determinação dessa estrutura. Descreve também os processos de formação de uma nuvem de tempestade e como ocorre sua eletrização, descrevendo diversos processos, como por exemplo, o processo convectivo. E, por fim, são descritas as nuvens estudadas como foco do trabalho, a nuvem da África do Sul (Uman, 1987) e dos EUA (Stolzenburg, 1998 a,b,c), nuvens que apresentam as estruturas de carga tripolar e quadripolar, respectivamente.

No capítulo 3 são apresentados os materiais e métodos utilizados no trabalho. A metodologia do cálculo utiliza o método de imagens para a obtenção do campo elétrico resultante, o que possibilita calcular os perfis do campo elétrico em função da altitude, e no solo. Construímos a partir da escolha de regiões no solo, valores do campo elétrico no solo para resolver o problema do inverso. Também é descrita a funcionalidade do software RSIMULATOR.

No capítulo 4, os resultados são apresentados. Esses resultados indicam que as simulações feitas tanto para a nuvem tripolar quanto para a quadripolar se mostram coerentes com a literatura. Para a nuvem quadripolar os gráficos dos perfis do campo elétrico em função da altura se assemelharam ao apresentado por Stolzenburg (1998 a,b,c). Para a nuvem tripolar os resultados para valores calculados do campo elétrico no solo e próximo a nuvem, foram utilizados para resolver o problema inverso.

No capítulo 5 são apresentadas as discussões sobre os resultados obtidos, os quais mostram que o software conseguiu reproduzir as nuvens tripolar e quadripolar adequadamente, gerando valores para o campo elétrico semelhantes aos apresentadas

na literatura. Com o valor do campo elétrico obtido, foi calculado o problema inverso para a nuvem tripolar, o qual mostrou que é possível encontrar soluções com as mesmas distribuições de carga, mas que essas soluções são afetadas pela inhomogeneidade dessas distribuições de carga na nuvem.

No capítulo 6 as conclusões do trabalho são apresentadas, verificando que o software Rsimulator, simula adequadamente as nuvens a partir da distribuição de cargas, independente das magnitudes das mesmas. A estrutura de cargas da nuvem a ser usada no problema inverso depende da distância à nuvem, bem como da região em que foram obtidas as medidas do campo elétrico no solo. Abaixo do centro da nuvem os perfis verticais são muito suaves e, portanto as soluções obtidas são muito divergentes, para estruturas tripolares. A região ideal para obtenção de perfis verticais que detectem a estrutura de cargas da nuvem é próxima das bordas dessa nuvem. Os valores do campo elétrico no solo podem ser uma indicação preliminar do tipo de estrutura a ser utilizada para o cálculo do problema inverso, já que próximo da nuvem os campos são muito mais intensos do que em regiões mais afastadas, mas que ainda estejam sob influência da nuvem.

## **1.1 OBJETIVOS**

- Simular nuvens de tempestade semelhantes a nuvens naturais e comparar os perfis verticais de campo elétrico produzidos por essas nuvens com os perfis medidos experimentalmente.
- Testar o método da solução do problema inverso da lei de Coulomb pela utilização de valores de campo elétrico calculadas no solo.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEORICA

### 2.1 O CIRCUITO ELÉTRICO GLOBAL

A atmosfera terrestre é constituída por uma distribuição de cargas elétricas com a altura, sendo considerado um meio levemente condutor, sendo que o processo de produção de íons é devido a gases radioativos emitidos pelo solo, a raios cósmicos e à radiação ultravioleta. Os parâmetros atmosféricos, como a condutividade, tornam-se variáveis com a altura, devido a sua dependência com a densidade de carga (Gin, 1992).

O conceito de Circuito Elétrico Global, como um capacitor esférico concêntrico em camadas com uma corrente de fuga da parte superior da atmosfera para o solo foi proposto por C. T. R. Wilson em 1920 (Markson, 2007).

Sabe-se que o ar não é um isolante perfeito, conforme demonstrado por Charles Augustin de Coulomb em 1785, o que resulta em uma corrente de fuga através da atmosfera cuja densidade é da ordem de  $2 \times 10^{-12} \text{ A/m}^2$ . Multiplicando-se esta densidade de corrente de tempo bom pela área da superfície da Terra, obtém-se, para a corrente de fuga, o valor de 1000 A, que é suficiente para descarregar o capacitor em menos de uma hora. Este fato ficou conhecido como problema fundamental da eletricidade atmosférica, pois não se sabia como a carga da Terra se mantinha (Rakov e Uman, 2003).

Para resolver este problema, as tempestades e seus raios têm de atuar como geradores de corrente, trazendo cargas negativas para a superfície da Terra e levando cargas positivas para a ionosfera na mesma razão de 1000 A. As cargas positivas fluem livremente através da ionosfera altamente condutora, e as negativas através da superfície da Terra em direção às regiões de tempo bom, que são aquelas nas quais nenhum processo de separação de cargas está ocorrendo. Nestas regiões, as cargas

positivas se deslocam da ionosfera em direção à superfície da Terra, fechando o circuito. (Rakov e Uman, 2003).

O Circuito Elétrico Global foi proposto para tentar resolver o problema fundamental da eletricidade atmosférica, que consiste em explicar como é mantida a diferença de potencial (ddp), ou campo elétrico de tempo bom, existente entre a Terra e a ionosfera (Gin, 1992).

Segundo Roble e Tzur (1986), em condições de tempo bom, existe um campo elétrico atmosférico, de aproximadamente 100 V/m, que aponta para baixo, da carga positiva (distribuída na atmosfera próximo à superfície da Terra) para a carga negativa (distribuída na superfície da Terra).

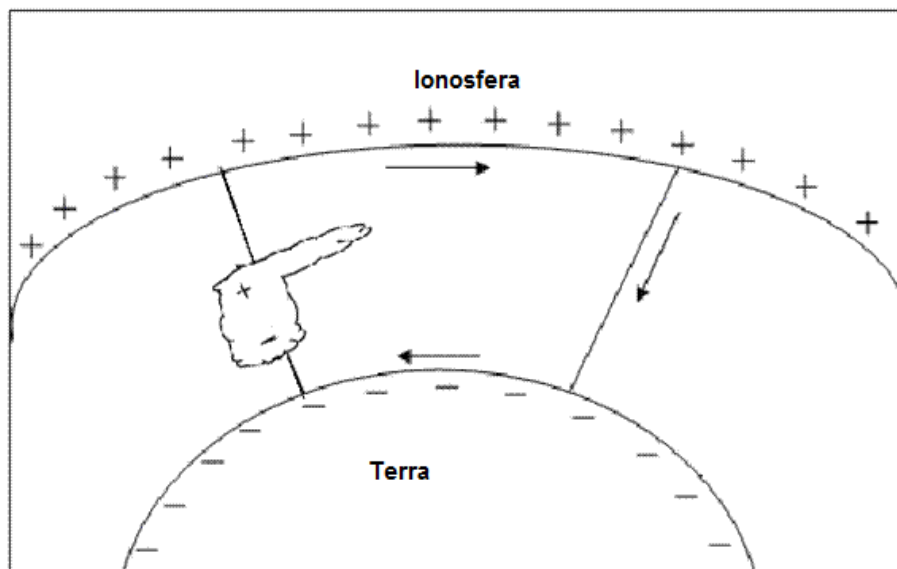
O campo elétrico de tempo bom é assim denominado, devido à existência uma carga na superfície da Terra e da condutividade local. Como esta carga é negativa, o campo elétrico é voltado para baixo. Nos continentes, o campo elétrico médio é cerca de 120 V/m. Considerando esse valor com o da superfície da Terra, tem-se uma carga total de 600 kC. Uma carga positiva igual existe na atmosfera. Esse campo elétrico diminui exponencialmente com a altitude, como por exemplo, a uma altitude de 30 km a sua intensidade é menor que 0,3 V/m. Próximo ao solo esse campo elétrico apresenta muitas variações que são causadas pelos movimentos turbulentos das cargas, devido às condições meteorológicas.

O campo elétrico de tempo bom apresenta variações diurnas e sazonais. A variação diurna do campo em função da hora universal foi pela primeira vez identificada pelas medidas realizadas pelo navio Carnegie na década de 20. Essa curva de Carnegie é um resultado de valores medidos do campo elétrico ao longo de muitos dias.

O valor médio do campo elétrico de tempo bom também apresenta variações sazonais com valores máximos na primavera e no verão no hemisfério norte, indicando que existem mais tempestades nestas estações do ano no hemisfério norte do que nestas mesmas estações no hemisfério sul, sendo este um resultado do fato de existir mais terra no hemisfério norte (MacGorman e Rust, 1998). A obtenção indireta da curva de

Carnegie pode ser feita a partir da medida da atividade elétrica, pela contagem das descargas elétricas em uma determinada região do planeta (Lacerda e Jaques, 2011).

De um modo geral, o Circuito Global Elétrico, considera a superfície da Terra e a ionosfera como superfícies equipotenciais, separadas por um meio levemente condutor que é a atmosfera, situada a uma altura de aproximadamente 50 km, conforme mostrado na figura 2.1 onde o dielétrico desse capacitor é o ar cuja condutividade é muito baixa quando comparada com a condutividade do solo, que por sua vez é da mesma ordem de grandeza da ionosfera, hipótese essa conhecida como a teoria do capacitor esférico, proposta por Rakov e Uman (2003). Entre a Terra e a Ionosfera existe uma ddp de aproximadamente 200 kV (Rycroft, Israelsson e Price, 2000).



**FIGURA 2.1** – Diagrama esquemático do Circuito Elétrico Global  
 FONTE: Gin (1992).

Devido à condutividade da atmosfera, as cargas entre as placas movem-se rumo ao solo, constituindo uma corrente de fuga. Esta corrente pode ser calculada multiplicando a densidade de corrente em condições de tempo bom pela área da superfície da Terra. Isto resulta em uma corrente total de descarga do capacitor de cerca de 1000 A.

A similaridade entre a variação da atividade global de tempestades e a curva de Carnegie, com valores máximos e mínimos aproximadamente nas mesmas horas universais, foi usada para atribuir a variação diurna do campo elétrico à atividade global de tempestades, sendo o mais forte argumento em favor da teoria do capacitor esférico.

A teoria do capacitor esférico para o circuito global, entretanto, tem várias limitações. Embora a condutividade da ionosfera seja bastante alta, ela aumenta sistematicamente com a altitude, de modo que ela não é uma camada equipotencial (Kasemir, 1994).

## **2.2 AS NUVENS DE TEMPESTADE**

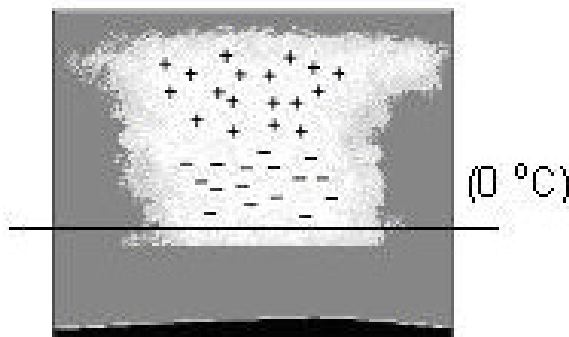
### **2.2.1 Estrutura elétrica das nuvens de tempestade**

No início do século XX foi proposto o primeiro modelo de estrutura elétrica de uma nuvem de tempestade isolada, baseando-se em medidas de campo elétrico e da carga contida nas partículas de chuva.

Existem dois tipos de estrutura que são propostos para explicar a estrutura das nuvens de tempestades: um modelo de dipolo elétrico e um de tripolo elétrico, que serão descritos a seguir.

Wilson (1920) realizou medidas do campo elétrico vertical no solo e embaixo de uma nuvem de tempestade. Analisando a intensidade deste campo em função da distância da base da nuvem, ele sugeriu que as nuvens de tempestades típicas apresentavam duas regiões horizontais carregadas eletricamente formando um dipolo, no qual as distribuições de cargas estavam dispostas uma sobre a outra, com a região inferior carregada negativamente, e a superior positivamente (Figura 2.2).

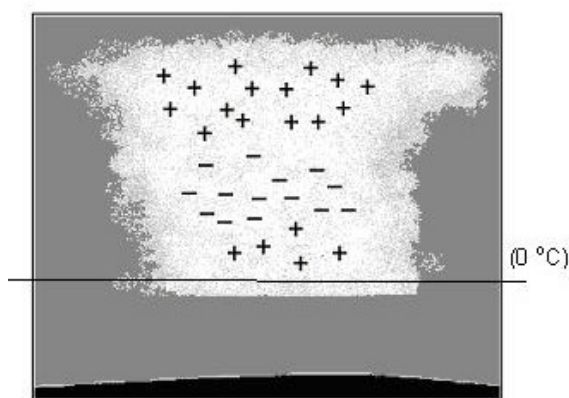




**FIGURA 2.2** – Distribuição das cargas elétricas dentro de uma nuvem de tempestade, segundo as medições de Wilson 1920.

FONTE: Fernandes (2005)

Simpson e Scrase (1937) e Simpson e Robinson (1941), realizaram medições do campo elétrico em função da altura dentro de uma nuvem de tempestade e concluíram que em uma tempestade típica, as regiões principais formam um dipolo. Mas devido ao perfil do campo elétrico observado, nessas medidas, foi necessário acrescentar uma terceira região positiva, com uma intensidade menor e abaixo da região negativa (Figura 2.3), na qual essa nova distribuição, de três regiões, é denominada de tripolo eletrostático.

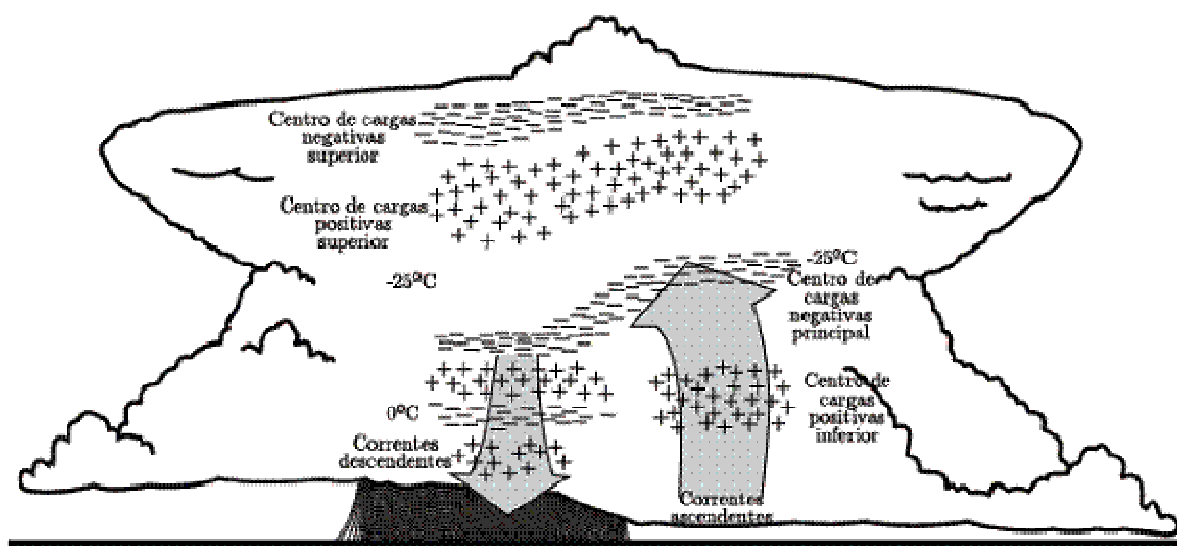


**FIGURA 2.3** – Distribuição das cargas elétricas dentro de uma nuvem de tempestade segundo as medições de Simpson e Scrase 1937, Simpson e Robinson 1941, Williams 1989.

FONTE: Fernandes (2005)

Williams (1989) apresenta formas de determinar a estrutura das nuvens de tempestade, seja por sondagens através de balões ou por medidas de campo elétrico no solo. Em seu trabalho, Williams conclui que há uma região com distribuição de cargas de tripolo elétrico, com as cargas negativas localizadas na base da nuvem (algumas dezenas de Coulombs, a uma temperatura de  $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$  a  $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$ ), e uma região de cargas positivas (algumas dezenas de Coulombs) alguns quilômetros acima, havendo uma segunda concentração de cargas positivas na base da nuvem, abaixo das cargas negativas. À grande distância da nuvem, essa configuração é vista um dipolo elétrico.

Rust e Marshall (1996) verificaram que há mais centros de cargas com diferentes características. Stolzenburg et. al. (1998), observaram que dentro das nuvens, onde há fortes ventos ascendentes, em geral existem 4 ou mais regiões da carga, mostraram que as distribuições de cargas elétricas são mais complexas. Ainda observaram que fora da região com ventos ascendentes, existe uma distribuição de carga ainda mais complexa do que a anterior, concluindo que neste caso há *seis ou mais* centros de cargas (Figura 2.4).



**FIGURA 2.4** – Distribuição das cargas elétricas dentro de uma nuvem de tempestade segundo as medições de Stolzenburg et al., 1998.

FONTE: Adaptada de Stolzenburg et al (1998).

A estrutura elétrica das nuvens de tempestade está relacionada com as propriedades dinâmicas e termodinâmicas das mesmas, sendo, portanto bem complexas (Magono, 1980). O processo termodinâmico de formação das nuvens de tempestade depende da umidade do ar e da instabilidade da atmosfera, na qual existe vapor d'água que se condensa originando a nuvem.

O perfil da variação de temperatura em relação à altura na troposfera é devido à ocorrência da transmissão de calor por convecção, que transporta uma massa de ar decorrente da sua expansão, onde uma parcela de ar quente se expande diminuindo sua densidade, iniciando a sua ascensão na atmosfera. A superfície terrestre torna-se mais quente que a atmosfera devido ao efeito de estufa, aquecendo, portanto, a parcela de ar próxima a sua superfície, iniciando assim a convecção (Gin, 1992).

A principal fonte de relâmpagos são nuvens fortemente convectivas denominadas nuvens de tempestades ou *Cumulonimbus*, que têm como características o forte movimento convectivo e uma grande extensão vertical, na qual a base está em torno de 2 km de altitude e o topo podendo estender-se até a tropopausa (Gin, 1992).

As tempestades convectivas possuem uma estrutura celular com uma forte corrente ascendente, com poucos quilômetros de diâmetro, mas se estendendo, com uma grande parte da profundidade vertical, na troposfera. Em algum momento do seu ciclo de vida, as tempestades podem produzir uma única célula ou várias células, as quais possuem alguns estágios de evolução (MacGorman e Rust, 1998).

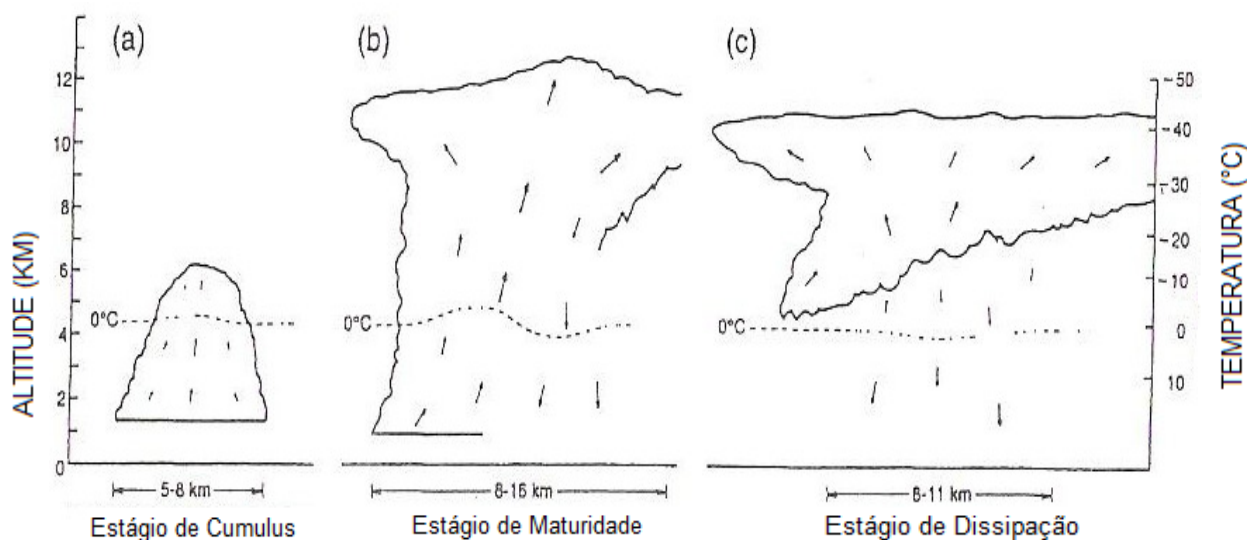
*Estagio de Cumulus:* As tempestades de células isoladas ou de várias células tendem a evoluir em padrões característicos como de uma única célula de tempestade, quando se forma uma corrente ascendente que preenche toda a célula e produz pequenas partículas de água e de gelo.

*Estagio de Maturidade:* As partículas de gelo dentro das células começam a ficar mais pesadas e começam a cair. Esse estágio começa quando a precipitação atinge a

superfície da Terra, durante essa fase a velocidade da corrente ascendente começa a aumentar à medida que a nuvem cresce verticalmente. Também durante essa fase a célula atinge sua altura máxima e a área horizontal da sua base começa a aumentar. O movimento da corrente descendente que predominava na base se estende a regiões mais altas e horizontalmente, na qual a altura pode chegar a atingir de 10 a 20 km.

*Estágio de Dissipação:* Começa quando a área da corrente descendente se estende completamente a todo nível inferior da base da célula e começa a se condensar ficando mais enfraquecida, até que sua temperatura seja a mesma da vizinhança, se dissipando totalmente.

Podemos verificar todos os estágios de evolução de uma célula de tempestade (Cumulonimbus) na figura 2.5.



**FIGURA 2.5** – Estágios da célula de tempestade: (a) O estágio Cumulus, (b) O estágio de Maturidade, (c) O estágio de Dissipação.

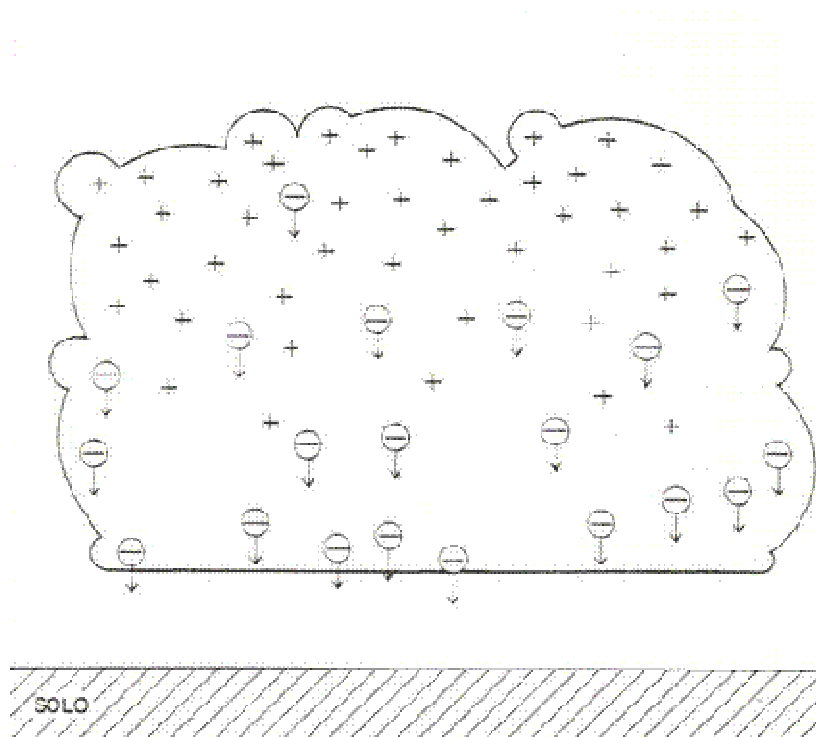
FONTE: Adaptado de MacGorman e Rust (1998).

### 2.2.2 O Mecanismo de eletrização das nuvens

Não existe um acordo geral sobre o mecanismo de eletrização das nuvens, embora muitos têm sido sugeridos na literatura. O que primeiro deve ser estabelecido por um mecanismo de formação de cargas é como elas irão criar altos campos elétricos, como são exigidos para iniciar os relâmpagos, e como essas cargas são adquiridas e separadas (Fernandes, 2005).

O mecanismo de eletrização das nuvens se deve ao processo de separação das cargas no interior da nuvem, podendo ser dividido em processos macrofísicos e microfísicos. Em relação aos processos macrofísicos, as teorias mais aceitas são:

1. **Teoria gravitacional ou de precipitação:** Esta teoria supõe que o processo é colisional, e ocorre entre as partículas menores e mais leves (cristal de gelo), que são carregadas positivamente, e as partículas maiores e mais pesadas (granizo), as quais são carregadas negativamente. Devido à ação da gravidade, as partículas maiores são levadas a base da nuvem eletrizando-a negativamente, as partículas mais leves ficam suspensas no topo da nuvem que fica eletrizada positivamente, como mostra a figura 2.6. As interações podem ocorrer entre partículas líquidas, entre partículas sólidas e as líquidas e entre sólidas. Nas interações entre partículas líquidas existe uma alta probabilidade de ocorrer a coalescência, portanto as colisões entre gelos são as mais importantes para este processo, a aderência entre partículas de gelo somente ocorre próximo do ponto de fusão do gelo, desse modo, é razoável pensar que a interação entre uma partícula de precipitação sólida (granizo) e uma partícula sólida de nuvem (o cristal de gelo), poderia ser responsável pela separação de carga dentro de uma nuvem. Este processo comumente é chamado de interação granizo-cristal (Fernandes, 2005).

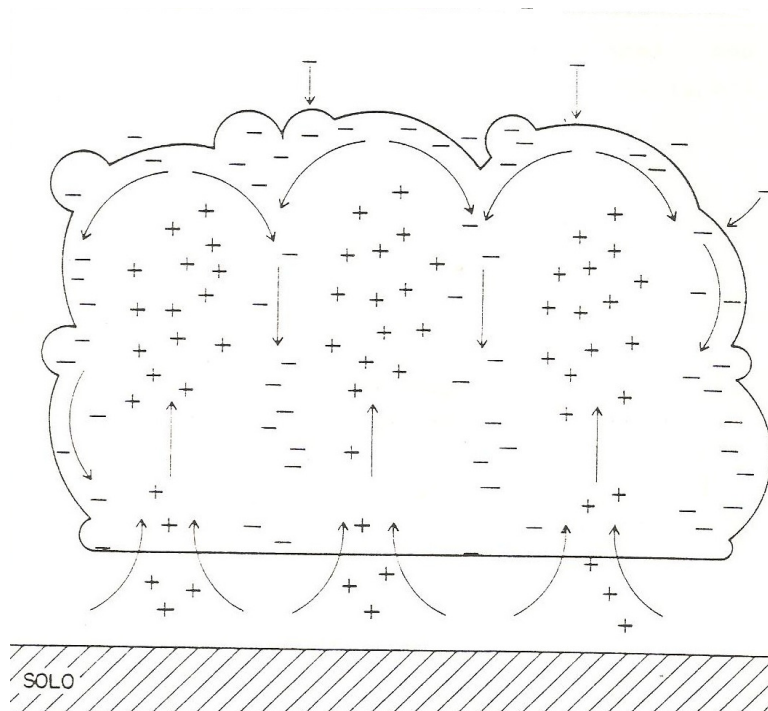


**FIGURA 2.6** - Ilustração do processo de transporte de cargas segundo a teoria gravitacional ou de precipitação.

FONTE: adaptado de Williams (1988).

2. **Teoria Convectiva:** Esta teoria propõe que ao se formar uma nuvem, as cargas positivas na superfície da Terra (corrente corona) são levadas para cima pelas correntes ascendentes, conforme mostra a figura 2.7. As cargas negativas são produzidas pela ionização das moléculas através dos raios cósmicos, as quais são atraídas para o topo da nuvem devido às cargas positivas existentes dentro dela, após se unirem forma uma camada de blindagem próxima a base da nuvem.

Os dois processos são importantes para o transporte de cargas em uma estrutura dipolar das nuvens, embora a existência de um processo não implique na existência de outro (Gin, 1992).



**FIGURA 2.7** - Ilustração do processo de transporte de cargas segundo a teoria convectiva.

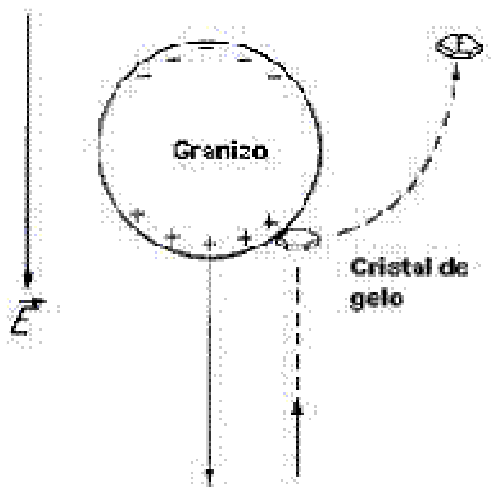
FONTE: Adaptado Williams (1988).

Existem muitos processos microfísicos responsáveis pela separação de cargas no interior das nuvens de tempestade, porém o mais aceito é o colisional, que consiste na colisão entre as partículas de diferentes tamanhos Gin (1992).

A transferência de carga nesta teoria pode ser devida a processos indutivos e não indutivos.

1. **Processo indutivo:** Neste processo as partículas grandes (granizo) se polarizam pela existência de um campo elétrico externo que faz com que a parte superior dessas partículas fique negativa e a parte inferior positiva, como mostra a figura 2.8. Com o movimento descendente do granizo acontecem colisões com partículas menores (cristais de gelo) na parte inferior do granizo, havendo transferência de cargas positivas

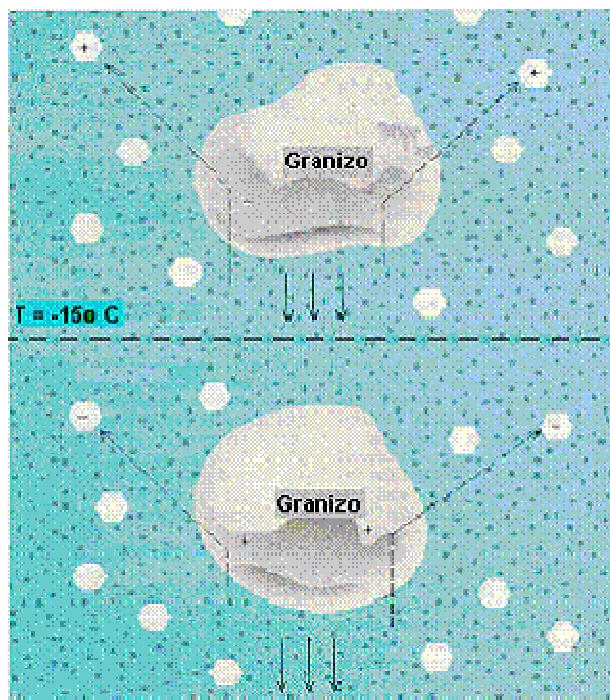
do granizo para os cristais, ficando os primeiros com um excesso de cargas negativas e os últimos com excesso de cargas positivas (Lacerda, 1998).



**FIGURA 2.8** – Representação do processo colisional indutivo de separação de cargas.  
FONTE: Adaptado de Iribarne e Cho (1980)

2. **Processo não-indutivo:** Consiste na transferência de carga por meio da colisão, a qual está relacionada com algumas variáveis termodinâmicas. Uma dessas variáveis é a temperatura de inversão de carga, que foi obtida a partir de experimentos de laboratório, sendo o valor limite inferior de temperatura na qual as partículas maiores (granizo, que podem ter carga positiva ou negativa) ao colidirem com as partículas menores (cristais de gelo) transferem carga negativa para as últimas, ficando positivas. Abaixo desta temperatura, que é estimada em torno de  $-15^{\circ}\text{C}$ , o granizo transfere carga positiva tornando-se negativamente carregado. Desta maneira, formam-se centros de cargas nas nuvens que se distribuem conforme a sua isoterma (Gin, 1992; Volland, 1984). A figura 2.9 ilustra o processo.





**FIGURA 2.9** – Representação do processo termodinâmico de separação de cargas. Colisões entre o granizo e o cristal de gelo abaixo e acima da temperatura de inversão. FONTE: Adaptada de Williams (1988).

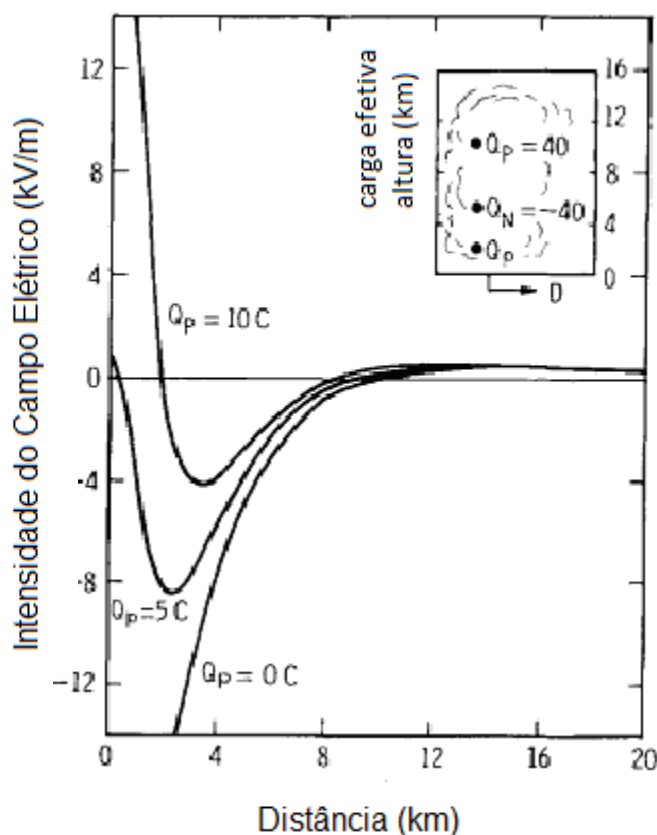
### 2.3 NUVENS DA ÁFRICA DO SUL

Os modelos de estrutura de cargas para tempestades terrestres foram desenvolvidos e estudados desde a década de 1930, de acordo com Uman (1987). O modelo primário de tempestades foi desenvolvido a partir de uma nuvem com estrutura dipolar, onde se tem uma região de carga positiva acima de uma carga negativa, essas medidas e o estudo foram feitos por Simpson e Scrase (1937) utilizando um balão que identificava e localizava regiões carregadas eletricamente.

Algumas medições do campo elétrico foram realizadas dentro e fora da nuvem confirmando a validade geral da estrutura de carga de dipolo, de acordo com Uman (1987) citando os trabalhos clássicos da literatura. Um problema fundamental para a modelagem dessa estrutura elétrica, no entanto, está no fato de que esses modelos de

carga de nuvem são estáticos, pois na verdade nem a nuvem e nem as cargas produzidas são realmente estáveis no tempo.

As medições de campo elétrico feitas na nuvem, mostram as seguintes cargas  $Q_{p1}$ ,  $Q_n$  e  $Q_{p2}$  (onde,  $Q_p$  – carga positiva e  $Q_n$  – carga negativa) e para as alturas dos centros de carga acima do nível do solo, de acordo com a literatura sendo na África do Sul, +10 C a 2 km, – 40 C a 5 km, + 40 C a 10 km respectivamente, ilustrados na fig. 2.10 (Uman, 1987).



**FIGURA 2.10** – Representa a intensidade do campo elétrico calculado no solo em função da distância, mostrando as cargas elétricas de acordo com o modelo da carga efetiva em função da altura:  $Q_{p2} = + 40\text{ C}$ , a 10km de altura,  $Q_n = - 40\text{ C}$ , a 5km de altura, e  $Q_{p1}$  assumindo valores de 0 C, 5 C e 10 C, a 2km de altura.

FONTE: adaptada por Uman (1987).

Williams (1989) expõe uma síntese de trabalhos que buscaram explicar quais as estruturas de cargas geradas pelos processos de separação de cargas das nuvens de tempestades, apresentando resultados de trabalhos que apresentam medidas de campo elétrico de nuvens no período de 1752 a 1989, nos quais se percebe uma maior aceitação do modelo denominado como tripolo, em que as nuvens de tempestades, geralmente possuem um centro de carga positiva na parte superior, um centro de carga negativa na região central e um centro de carga positiva menos intenso na base da nuvem conforme mostra a figura 2.11.

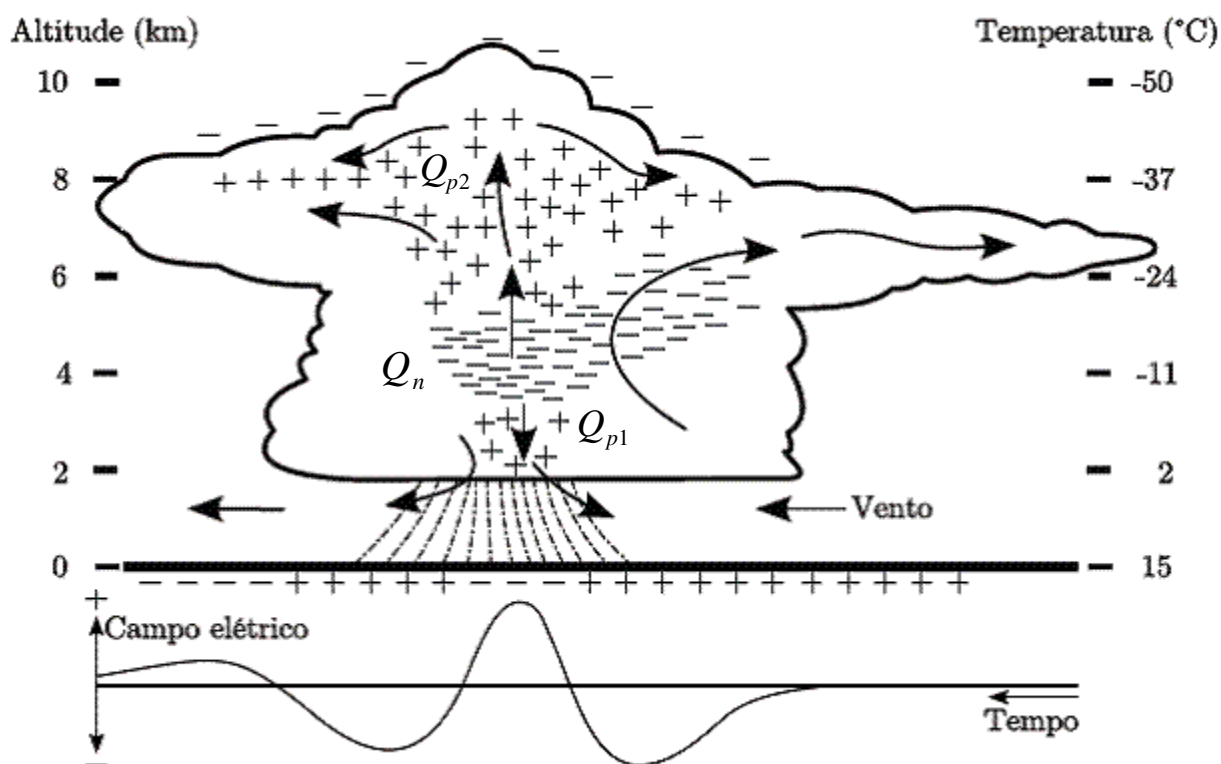


Figura 2.11 – Representação do tripolo para nuvens de tempestade. O comportamento padrão do campo elétrico medido na superfície (parte inferior da figura) corresponde à distribuição dos centros de cargas  $Q_{p2}$ ,  $Q_n$  e  $Q_{p1}$ .

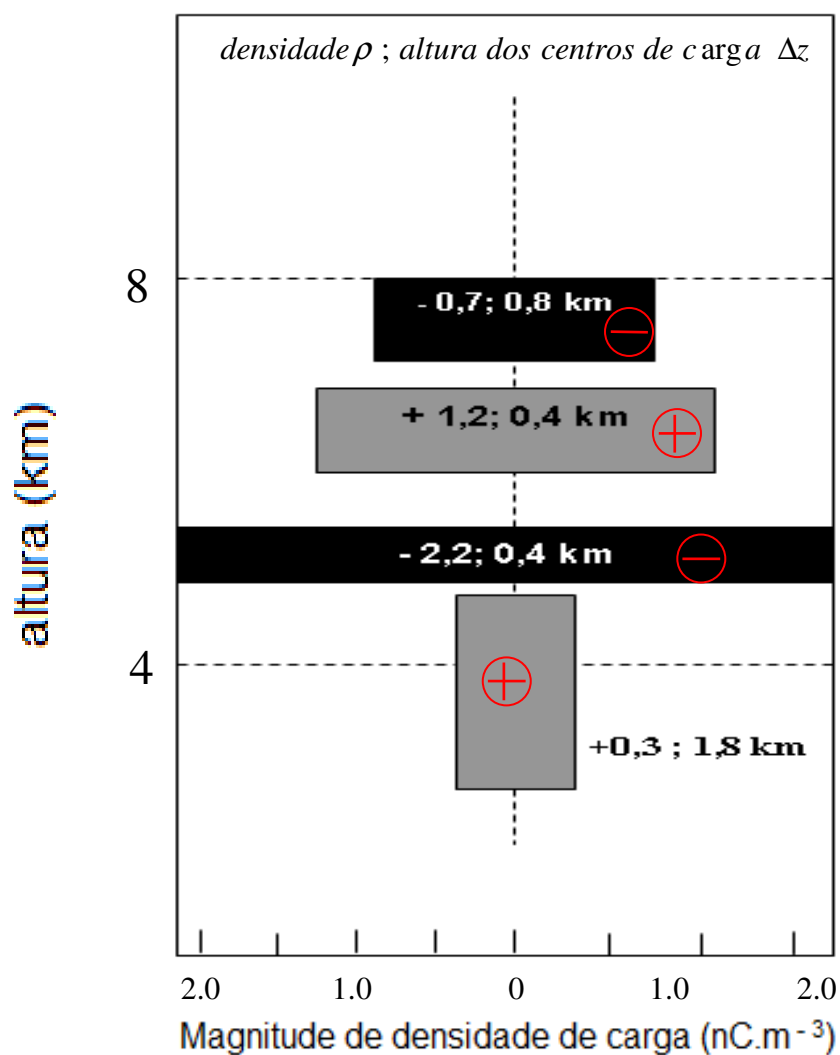
FONTE: adaptada de Anselmo 2009.

## 2.4 NUVENS DO NOVO MÉXICO E FLÓRIDA

Stolzenburg (1998) descreve uma estrutura elétrica básica para as regiões convectivas dos Sistemas Convectivos de Mesoescala (Mesoscale Convective Systems – MCS). Nesse trabalho de Stolzenburg são examinadas as sondagens do campo elétrico através de regiões convectivas de dois tipos de tempestade isolada: (1) grandes tempestades sobre o sul das Grandes Planícies e (2) pequenas tempestades de massa de ar sobre as montanhas no centro do Novo México. É descrito o campo elétrico e a estrutura de cargas observadas nestas tempestades, com o objetivo de determinar se existe uma estrutura elétrica básica de convecção de supercelulas e tempestades isoladas do Novo México.

As observações sobre a estrutura elétrica das nuvens de tempestades são feitas com a utilização de balão meteorológico e radiossondas. Os dados das medições são do campo elétrico (E), temperatura (T), pressão, umidade relativa (UR), e posição do balão, tudo em função do tempo. Foram apresentadas sondagens verticais (perfis) de E, T e UR em função da altura geopotencial. A altura é calculada a partir dos dados de radiossondagem através da equação hipsométrica e está acima de nível do mar. A velocidade de ascensão dos balões de sondagem na ausência de movimento vertical do ar, é cerca de 5 m/s, velocidade essa que pode ser obtida subtraindo a taxa de subida do balão de sondagem através do ar de sua taxa de subida observada. Para obter a estrutura de carga elétrica a partir dos perfis do campo elétrico observado foi utilizada a aproximação unidimensional da lei de Gauss. A figura 2.10 mostra a configuração da nuvem obtida através dessas medidas indicando a altura dos centros de carga e da densidade de carga.

Essa estrutura foi utilizada como base para a validação da simulação da nuvem de tempestade, realizada pelo software RSIMULATOR.

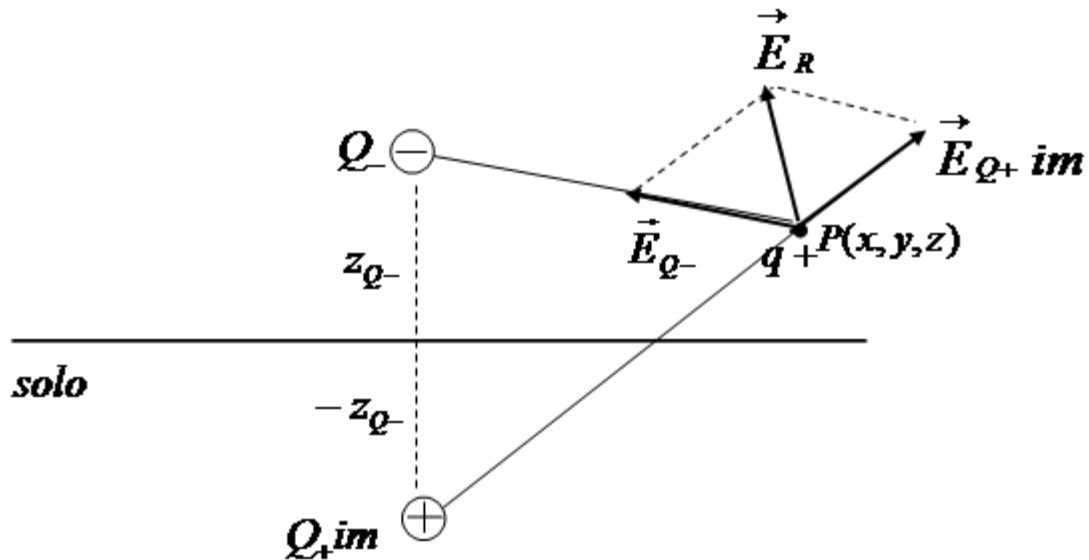


**FIGURA 2.12** – Mostra uma estrutura quadripolar, ilustrando a altura dos centros de carga e as suas respectivas densidades de carga (Stolzenburg 1998). As regiões sombreadas representam os centros de carga positivos e as regiões escuras os centros de carga negativos. Os números dentro das regiões são as densidades de cargas (em  $\text{nC}/\text{m}^3$ ) e espessura vertical desses centros (km) respectivamente.

### 3 MATERIAIS E MÉTODOS

#### 3.1 METODOLOGIA DE CÁLCULO

As simulações das nuvens foram feitas utilizando o software R.Simulator que utiliza equação da Lei de Coulomb e aplica o método das imagens (figura 3.1) para a obtenção do campo elétrico resultante em todo espaço, considerando o solo com condutividade infinita.

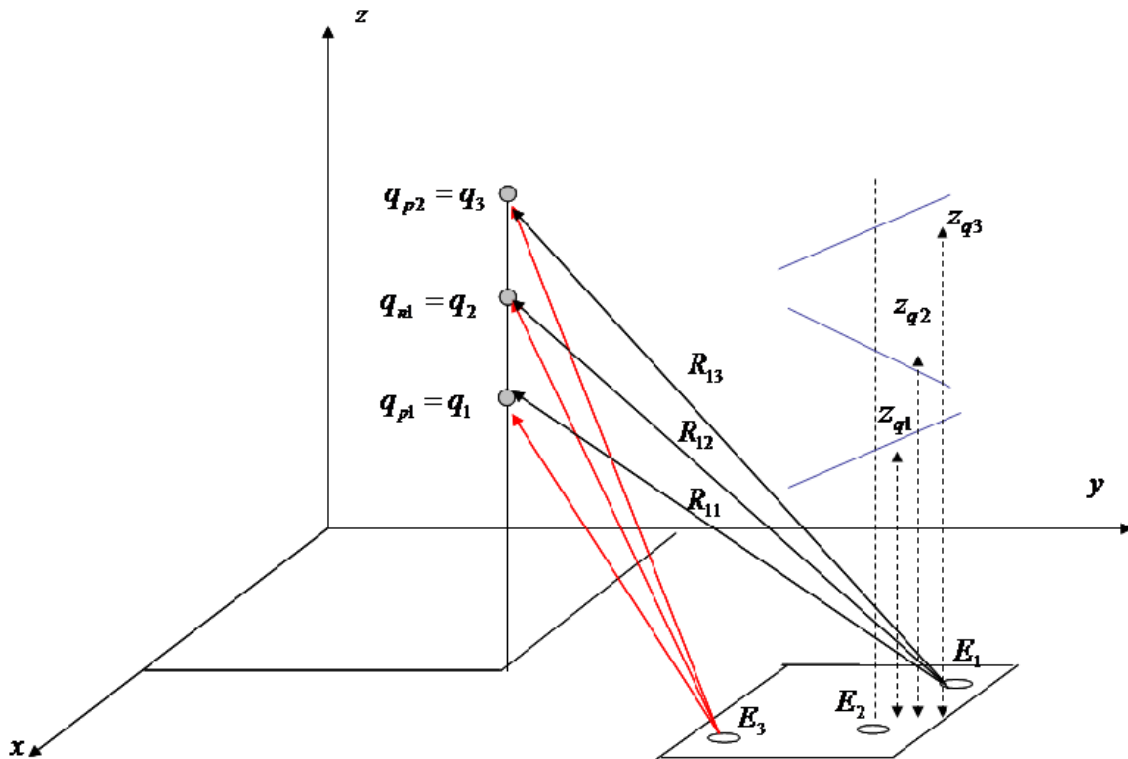


**FIGURA 3.1** – Aplicação do método das imagens para a solução da Lei de Coulomb.

Os dados de entrada do programa foram obtidos da literatura, considerando a densidade de carga, espessura e a altura dos centros de carga, utilizados para construção da nuvem e as cargas elétricas foram escolhidas de maneira aleatória.

A partir disto, o software fornece dados do perfil do campo elétrico em função da altitude e também no solo. Construímos, a partir da escolha de valores dos perfis verticais do campo elétrico, regiões no solo para resolver o problema inverso conforme

mostra a figura 3.2. Os perfis verticais obtidos para regiões muito perto da nuvem revelam estruturas mais complexas que identificam os diversos centros dentro da nuvem. À medida que se afasta da nuvem esse perfil revela uma estrutura mais simples. Por exemplo, se um perfil vertical próximo da nuvem revela uma estrutura tripolar, à medida que se afasta da nuvem o perfil se mostra como se fosse produzido por uma estrutura dipolar. Esse comportamento será detalhado no próximo capítulo. A partir desse perfil escolhemos a estrutura da nuvem que será utilizada no problema inverso.



**FIGURA 3.2** – Representação de uma estrutura tripolar e mostra o perfil do campo elétrico obtido a uma determinada distância do centro de carga.

### 3.2 O SOFTWARE R.SIMULATOR

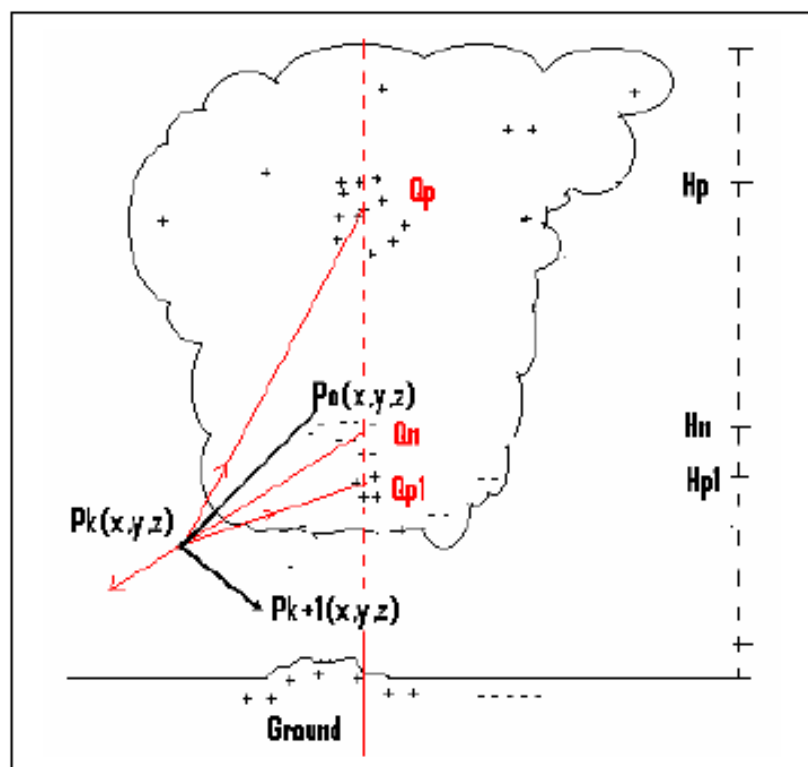
O R.Simulator é uma interface gráfica, escrita em Visual Basic, para a simulação de nuvens de tempestades que utiliza da Lei de Coulomb para o cálculo do Campo Elétrico, conforme descrito por Lacerda, M., et. al, (2007).

As variáveis utilizadas para simulação são: as alturas dos centros de carga, a densidade de carga, e as magnitudes das cargas. O primeiro passo do programa é fornecer as coordenadas de um ponto sendo  $P_o = (x_o, y_o, z_o)$ , as posições dos centros de carga e as respectivas cargas. O programa considera um determinado comprimento de passos que variam estatisticamente e valores mínimos para serem adicionadas as flutuações da condutividade. Após isso o programa calcula separadamente as componentes do Campo Elétrico  $\vec{E} = \vec{E}_x + \vec{E}_y + \vec{E}_z$  usando a equação 1.

$$\vec{E}_n = K \cdot \sum_l^m Q_l \cdot \frac{\vec{r}_n}{r_n^3} \quad (1)$$

Lacerda, M., et. al. (2007) considera uma estrutura de cargas tripolar para a geometria do cálculo e as variáveis geométricas usadas para executar os cálculos são mostradas na figura 3.3.





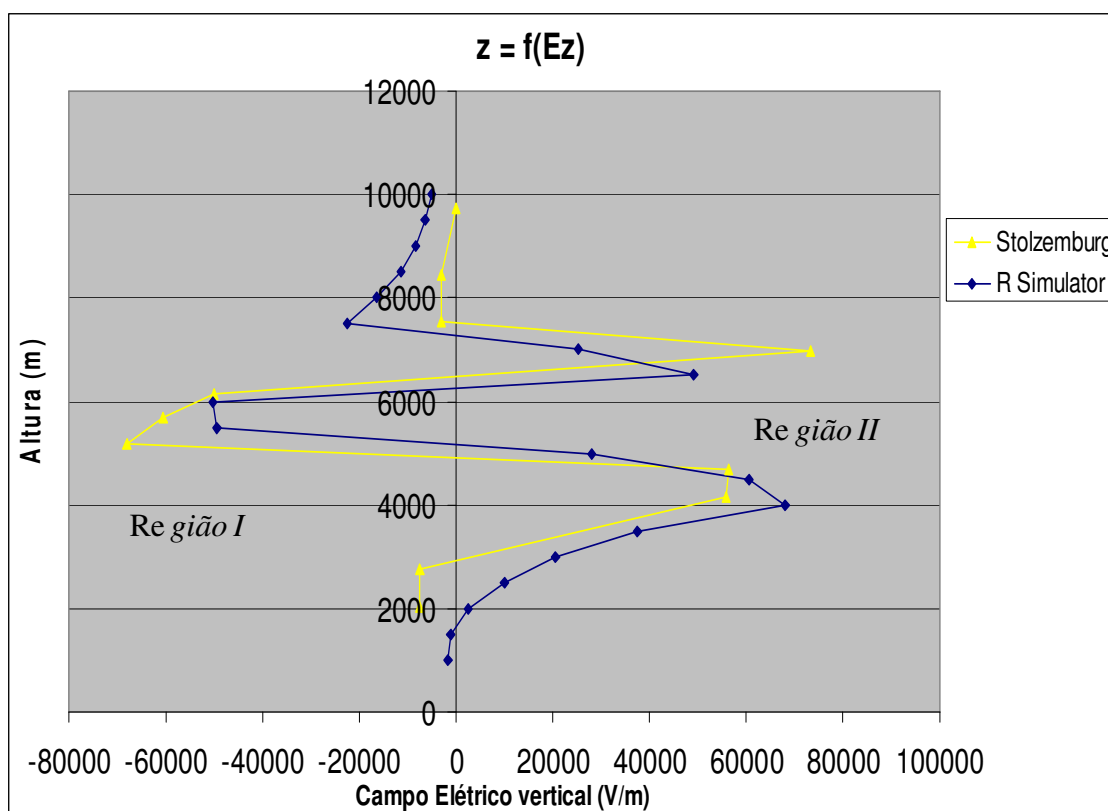
**FIGURA 3.3** – Representa a geometria do problema utilizando as variáveis geométricas para introdução no programa. FONTE: Lacerda, M., et. al, (2007).

### 3.3 MONTAGEM DO PROBLEMA E SIMULAÇÕES DOS CAMPOS

Para a construção do problema utilizamos dados do artigo de Stolzenburg (1998b), com a finalidade de reproduzir uma nuvem quadripolar em nosso programa, fazendo uma análise do campo elétrico por ela criado, nas proximidades e abaixo da mesma até o solo, comparando assim os dados da literatura com os gerados pelo programa. O trabalho é realizado a partir das análises dos artigos citados nas referências bibliográficas, tendo como base as estruturas da nuvem estudada por Stolzenburg et al. (1998) e Malan (1987). Assim, partindo de variáveis como densidade de carga e das alturas em que essas densidades de cargas estão distribuídas tanto na nuvem quadripolar quanto na tripolar, nesse trabalho, foram geradas distribuições de cargas

que se assemelhavam às obtidas por aqueles autores. O objetivo é de reproduzir as estruturas das nuvens, por meio do software (R. Simulator), e analisar o campo elétrico abaixo, nas proximidades da nuvem e no solo.

Um exemplo típico dos perfis de campo calculado é apresentado na figura 3.4, a qual mostra a comparação do campo elétrico produzido pelo software com o da literatura (Stolzenburg 1998). Apesar das magnitudes não coincidirem exatamente, os perfis são semelhantes e detectam a mesma estrutura de cargas no interior da nuvem, indicando que as nuvens estão sendo simuladas realisticamente.



**FIGURA 3.4** – A curva em azul mostra o comportamento do campo elétrico produzido pelo Software R. Simulador e a curva em amarelo mostra o comportamento do campo elétrico medido por Stolzenburg (1998).

A figura 3.4 mostra que as nuvens que estão sendo geradas são semelhantes às que foram estudadas em campo por Stolzenburg (1998b). Note que a estrutura de baixo para cima é positiva, negativa, positiva e negativa, pois é a inclinação das retas que define o sinal das cargas que estão naquele centro, pois  $q$  é proporcional a  $\frac{dE}{dZ}$  (lei de Gauss unidimensional).

De acordo com a figura 3.4, a curva em amarelo, representa os valores medidos por Stolzenburg (1998), indicando na região I e na região II um campo elétrico de intensidade  $7 \cdot 10^4$  V/m aproximadamente. A curva em azul, que representa os valores simulados pelo Software R.Simulator indica na região I um campo elétrico de intensidade  $5 \cdot 10^4$  V/m aproximadamente e na região II um campo elétrico de intensidade  $7 \cdot 10^4$  V/m aproximadamente. Essas regiões I e II podem mostrar as condições necessárias para que haja a incidência de raios.

Quando o campo elétrico no interior da nuvem de tempestade atinge valores da ordem de  $10^5$  a  $10^6$  V/m, ocorre a ruptura da rigidez dielétrica do ar na base da nuvem, iniciando-se o mecanismo de descarga Lacerda, M., et. al, (2007).

Para a simulação da nuvem quadripolar, inicialmente foi construído o primeiro pólo de carga positiva que se encontra a uma altura de 2800 m, o segundo de carga negativa a 5100 m de altura, o terceiro de carga positiva a 6300 m de altura e o quarto de carga negativa a 7100 m de altura. Para a construção da nuvem no programa foi seguido um roteiro:

1. As coordenadas X, Y, Z da nuvem, na qual as coordenada X e Y foram fixas para todos os pólos com o valor de 6000 m, e Z foi o valor para cada uma das alturas.
2. Um valor de carga foi atribuído para cada um dos pólos de forma que o valor encontrado fosse um valor próximo da densidade de carga de cada uma delas  $10^{-9}$  C/m<sup>3</sup> de acordo com Stolzenburg (1998b), a seguinte expressão foi utilizada:

$$c = \sqrt{\frac{Q}{\rho \cdot h}} \quad (2)$$

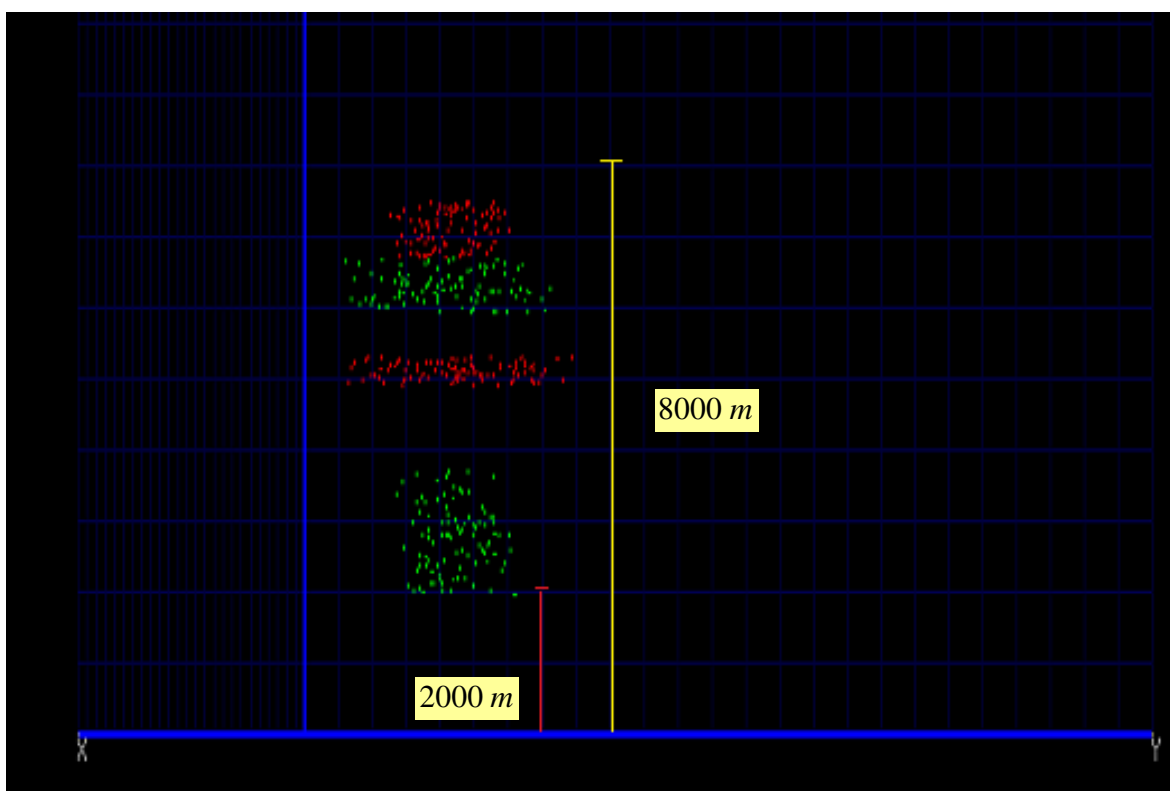
onde,  $c$  representa as dimensões laterais da nuvem em metros;  $\rho$  é a densidade de carga em Coulomb por metro cúbico. O valor da densidade é de  $10^{-9} \text{ C/m}^3$ , conforme o artigo citado acima.  $h$  é a altura em metros e  $Q$  é carga elétrica

3. A nuvem foi construída no software, considerando esta, na forma de um paralelepípedo retangular de dimensões  $c$ , para a aresta da base, e  $h$  para a profundidade dos centros de carga. Os valores obtidos e calculados para cada uma das cargas se encontram na tabela 3.1, a qual apresenta os dados de entrada da nuvem para suas respectivas alturas.

**TABELA 3.1** – Altura e dados de entrada da nuvem quadripolar.

Altura (m)	Carga (C)	Medida da base do centro de carga (m)	Medida da altura do centro de carga (m)	Densidade de carga ( $\text{nCm}^{-3}$ )
2800	5	3040	1800	0,3
5100	- 30	5830	400	- 2,2
6300	30	5600	800	1,2
7100	- 5	3000	800	- 0,7

A figura 3.5 mostra as posições dos centros de cargas da nuvem simulada pelo software R-Simulator de acordo com os dados da tabela 3.1, a qual reproduz a estrutura da distribuição de cargas prevista por Stolzenburg (1998). Comparando a figura 2.10 com a figura 3.5, pode-se observar que as regiões dos centros de cargas se assemelham, porém não são iguais em suas dimensões, pois o valor da carga elétrica absoluta foi colocado de maneira arbitrária.



**FIGURA 3.5** – Nuvem quadripolar gerada pelo software R. Simulator, a partir dos dados obtidos da literatura (Stolzenburg 1998 b). A cor verde representa as cargas positivas e cor vermelha representa as cargas negativas. A base da distribuição de cargas se encontra a 2000 m do solo e o topo está em 8000 m.

Após a nuvem simulada, foi iniciado o processo de simulação de raios a partir da altura de 1500 m, varrendo a nuvem desde o seu centro (que está em  $X = Y = 6000$  m) até fora da nuvem, no limite onde não há mais a incidência de raios nuvem-solo. Com a

simulação terminada foi realizada a varredura de todos os pontos onde ocorreram descargas do tipo nuvem-solo (Thomaz, 2011 – comunicação pessoal).

Para a construção do próximo problema utilizamos dados de Uman (1987), com a finalidade de reproduzir uma nuvem tripolar em nosso software. Foi analisado o perfil do campo elétrico nas proximidades e abaixo da nuvem até o solo, comparando assim os dados gerados pelo programa com os da literatura. As nuvens estudadas por Solzenburg et al (1998) apresentam valores para as densidades de carga obtidas por sensores em balões lançados sob a nuvem. As nuvens estudadas por Malan (Uman, M. A. 1987) apresentam valores totais para as cargas, obtidos por métodos indiretos.

Para a nuvem tripolar, o primeiro pólo de carga positiva se encontra a uma altura de 2000 m, o segundo, de carga negativa a 5000 m de altura e o terceiro, de carga positiva a 10000 m de altura. Para a construção da nuvem no programa foram seguidos os mesmos passos da nuvem quadripolar citada e apresentada anteriormente.

A tabela 3.2 se refere aos dados retirados do artigo de Malan (1987) descreve uma tempestade ocorrida na África do Sul.

**TABELA 3.2** – Altura e cargas da nuvem tripolar descrita por Malan (1987).

<b>Altura (m)</b>	<b>Carga (C)</b>
2000	10
5000	– 40
10000	40

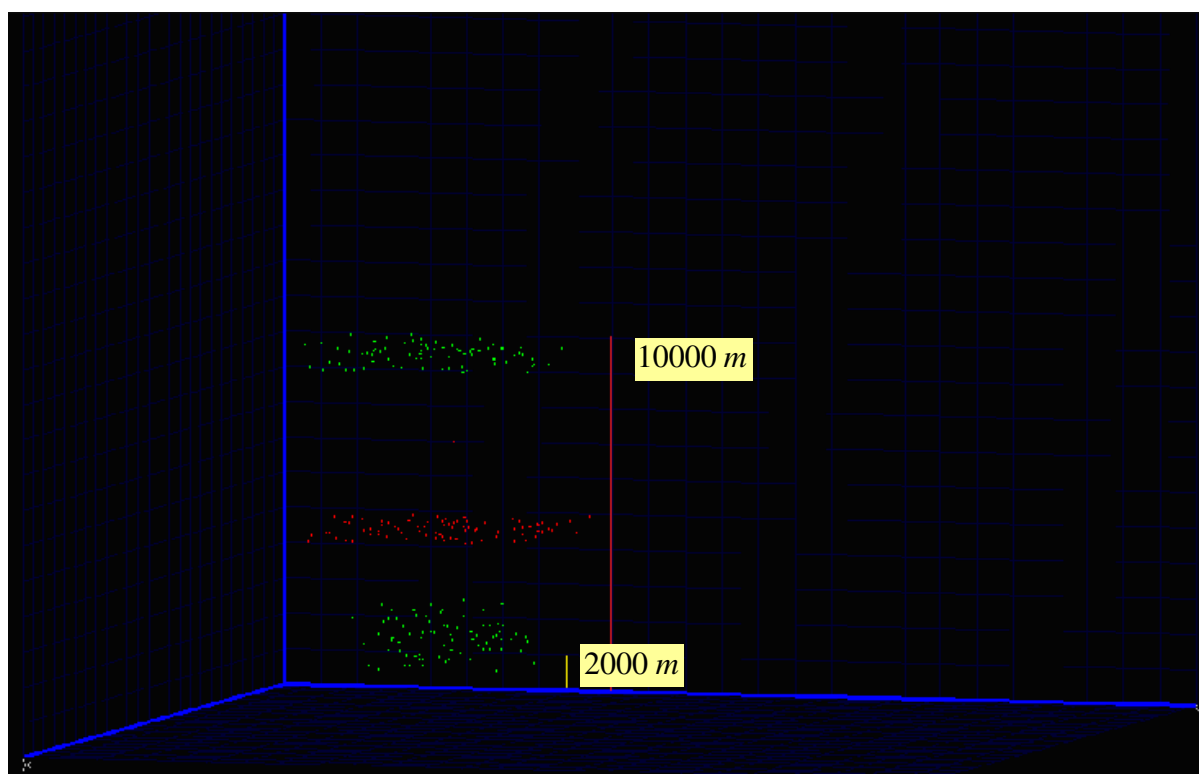
Obs: a equação para o cálculo da medida da nuvem é a mesma que foi utilizada para a construção da nuvem quadripolar.

Os valores obtidos e calculados para cada um dos centros de carga se encontram na tabela 3.3 a qual apresenta os dados de entrada da nuvem.

**TABELA 3.3** – Altura e dados de entrada da nuvem tripolar.

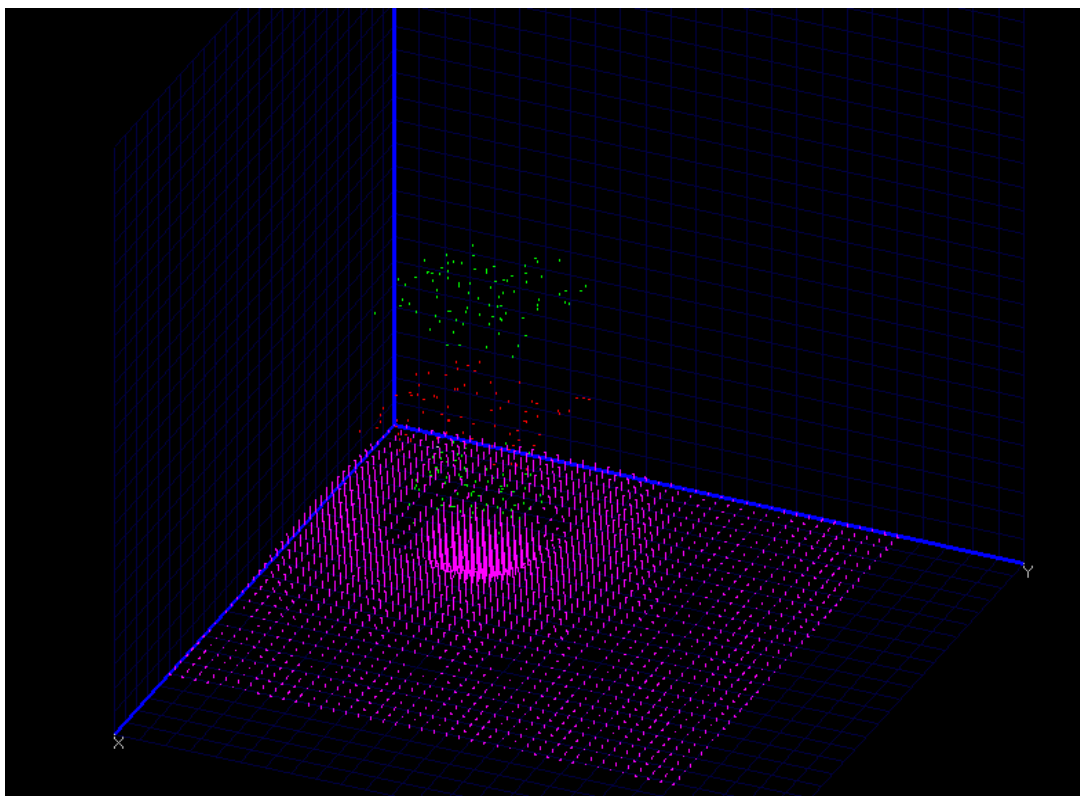
Altura (m)	Carga (C)	Medida da base do centro de carga (m)	Medida da altura do centro de carga (m)	Densidade de carga ( $\text{nCm}^{-3}$ )
2000	10	4300	1800	0,3
5000	- 40	6740	400	- 2,2
10000	40	6450	800	1,2

A figura 3.6 mostra as posições dos centros de cargas da nuvem simulada pelo software R-Simulator de acordo com os dados da tabela 3.3



**FIGURA 3.6** – Nuvem Tripolar gerada pelo software R. Simulator, a partir dos dados obtidos de Uman (1987). A cor verde representa as cargas positivas e cor vermelha representa as cargas negativas. A base da distribuição de cargas se encontra a 2000 m do solo e o topo está em 10000 m.

As figuras 3.7 e 3.8 representam o posicionamento dos centros de carga da nuvem tripolar e as visualizações dos campos simulados. A figura 3.7 apresenta o campo elétrico no solo. Essa figura mostra o campo elétrico no solo, indicando que no centro da distribuição de carga se observa um campo elétrico negativo e nas bordas da distribuição ocorre uma inversão do sentido do campo.

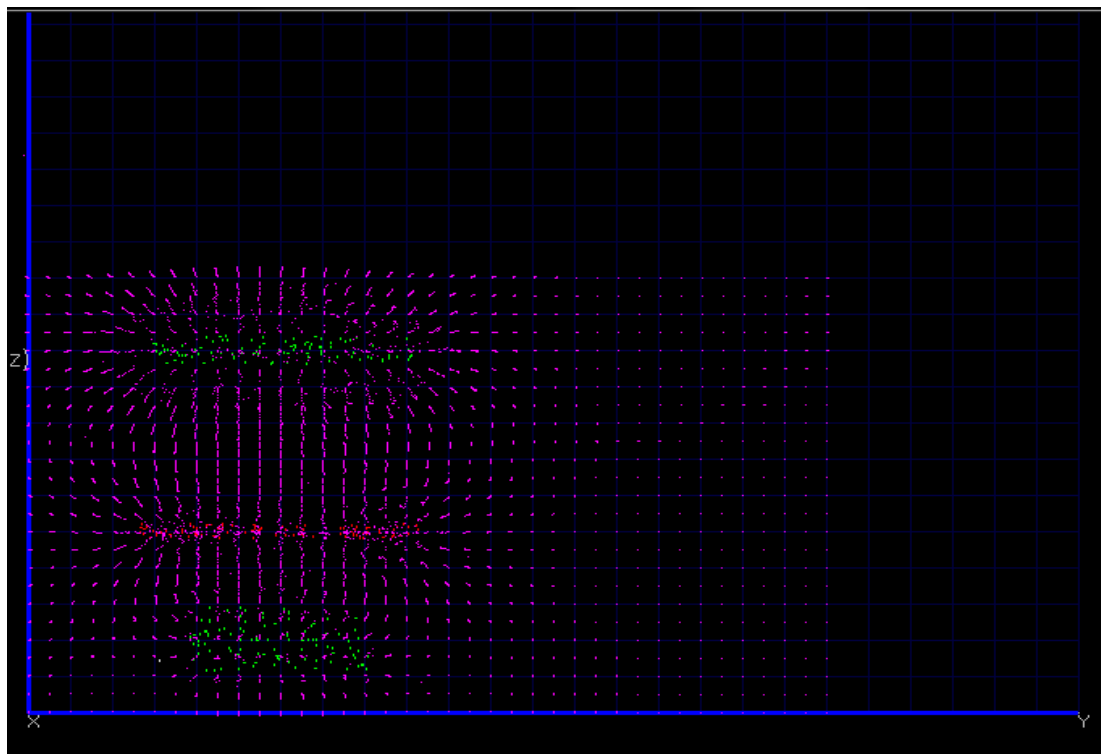


**FIGURA 3.7** – Mostra as regiões de distribuição de carga na estrutura tripolar, indicando o campo elétrico no solo.

A figura 3.8 apresenta um corte vertical do campo elétrico da nuvem em função da altura dos centros de carga. Nessa figura tem-se o campo elétrico em função da altura da distribuição dos centros de carga. Pode-se ver que nas bordas desta distribuição



tem-se uma maior intensidade desse campo elétrico. A distribuição de carga positiva no topo, indica a região na qual poderia ocorrer a descarga elétrica.



**FIGURA 3.8** – Mostra as regiões de distribuição de carga na estrutura tripolar, indicando o campo elétrico em função da altura.

### 3.4 O PROBLEMA DO INVERSO

Pode-se calcular a localização e a magnitude do centro de carga associado a uma descarga atmosférica, utilizando a Lei de Coulomb, equação 3, a partir da medida simultânea de campo elétrico no solo.

$$Em_i = \frac{Q_z}{2\pi\epsilon[(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2 + (z-z_i)^2]^{3/2}} + E_{tb} \quad (3)$$

Onde:  $x_i, y_i$  e  $z_i$  - são as coordenadas dos pontos onde foram realizadas as medidas de campo elétrico;

$Em_i$  - é a medida do campo elétrico obtida em cada instrumento;

$E_{tb}$  - é o campo de tempo bom

Pode-se empregar diversos métodos para resolver a equação 1. Um desses métodos consiste em escolhas aleatórias das variáveis dentro de um intervalo previamente definido. Esse processo tem sido usado para a solução do problema inverso no caso da leitura de "Field Mills". Os critérios para a validação das soluções obtidas utilizam as diferenças percentuais entre o valor calculado pela eq. 1 e os valores medidos dos campos elétricos (Lacerda et. al. 2010).

Outra técnica que apresenta melhor desempenho computacional é a solução do problema inverso como descrito em Tarantola (1987). A equação 1 é reescrita como:

$$\vec{E}m_j = \vec{R}_{ji} \cdot \vec{Q}_i \quad (4)$$

Onde:

$E_{j_i}$  - vetor coluna com valores medidos do campo elétrico (j-ésima medida);

$R_{j_i,i}$  - matriz dependente da posição das cargas;

$Q_i$  - a magnitude das cargas dos centros (i-ésimo centro).

A equação 5 (Tarantola, 1987) é resolvida usando mínimos quadrados, obtendo-se:

$$Q = (R^T \cdot R)^{-1} \cdot R^T \cdot E \quad (5)$$

As vantagens da aplicação dessa equação são a redução do espaço amostral das variáveis, pois as cargas não são mais parâmetros livres como é caso da solução estocástica.

Outro método é o dos gradientes (Levenberg-Marquadt) utilizado por Jacobson e Krider (1975). O método de Levenberg-Marquardt é utilizado para contornar o método de Gauss-Newton, que não garante encontrar a inversa da matriz Hessiana ( $J^T \cdot J$ ), que é necessária para o cálculo de  $h_{gn}$ , que é a função que se deseja obter com o problema inverso, a partir dos valores da função  $f$ , representada na equação 6.

$$(J^T J)h_{gn} = -J^T f \quad (6)$$

no qual  $J$  é a matriz Jacobiana e  $f$  é uma função de algum modelo matemático a ser ajustado.

Levenberg-Marquardt propõe somar uma parcela  $\mu I$  à matriz Hessiana, aproximada pelo método de Gauss-Newton, onde  $\mu$  é um escalar denominado parâmetro de “*damping*” e  $I$  é a matriz identidade.

$$(J^T J + \mu I)h_{lm} = -g \quad (7)$$

onde  $g = J^T f$  e  $\mu \geq 0$

Nesse trabalho empregamos a técnica de solução do problema inverso descrita por Tarantola (1987), que é o método de Gauss.

O método utilizado no trabalho para o desenvolvimento do problema inverso consiste da utilização do software Mathcad®, aplicando o método dos mínimos quadrados utilizando uma notação matricial.

Para a determinação das magnitudes absolutas das cargas utilizamos os dados referentes a coordenadas (x,y,z) no solo, posição da distribuição dos centros de carga e do perfil do Campo Elétrico medido no solo, dados esses fornecidos pela simulação da estrutura de carga no software R.Simulador. As equações e os dados referentes aos cálculos se encontram detalhadamente no apêndice.

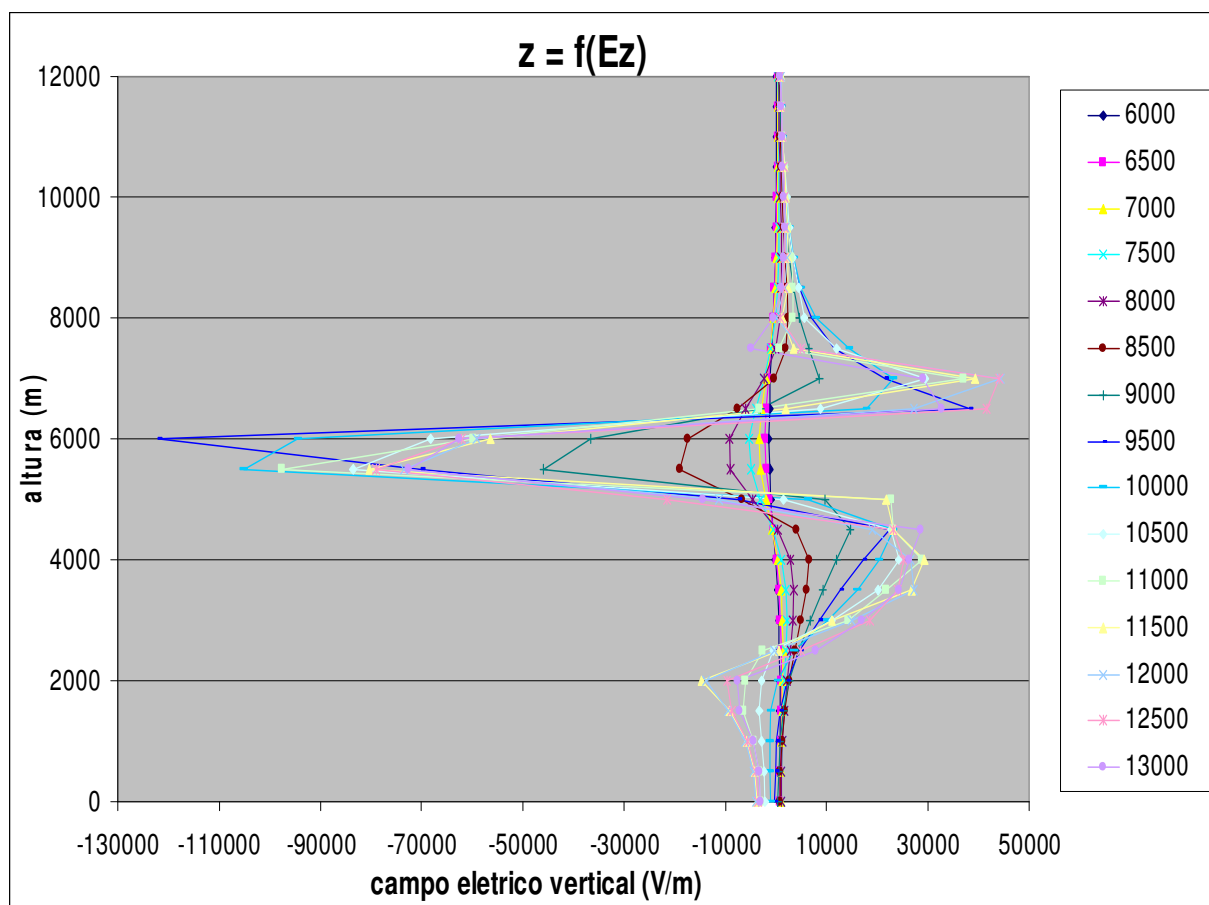
## 4 RESULTADOS

Os resultados obtidos são descritos por meio de gráficos que representam o comportamento do campo elétrico vertical ( $E_z$ ) em função da altura ( $z$ ), tanto para nuvem quadripolar quanto para a nuvem tripolar. As variações do campo elétrico foram obtidas, fixando um ponto no plano XY (6000m; 6000m), que representa o centro das nuvens, varrendo, a partir desses pontos, a cada 1000 m até onde não apresenta mais descargas do tipo nuvem-solo ou onde o campo elétrico já se torna praticamente nulo. O critério de ausência de descargas nuvem-solo foi usado porque o software simula descargas a partir de um dos centros, nesse trabalho o centro escolhido foi o negativo. Isso corresponde a situação de interesse para o caso do estudo de raios nuvem-solo, de acordo com Thomaz (2011).

Para os gráficos gerados na nuvem quadripolar foram feitas análises do campo elétrico na vertical e no solo a partir do centro da nuvem (6000m; 6000m) e sendo variadas as coordenadas do ponto a cada 1000 m a partir do centro. As séries representam uma variação de 500 m no eixo horizontal ( $y$ ). As figuras 4.1 a 4.7 apresentam os perfis dos campos elétricos obtidos. A cada 1000 m, a partir da coordenada central, o perfil do campo elétrico vai sofrendo uma diminuição de sua intensidade. Cada série representada nos gráficos indica o corte feito na nuvem a cada 500 m a partir do ponto fixado (6000m; 6000m). Quanto mais próximo da nuvem, o perfil do campo elétrico mostra a distribuição de carga bem definida para cada polaridade, e conforme se afasta a medida do perfil vertical do campo elétrico se mostra menos detalhado para a distribuição de carga, pois o campo calculado já não reflete a influência de alguns centros de carga, conforme se pode observar nas figuras 4.6 e 4.7. Note que a região utilizada para a análise do perfil do campo elétrico, representada em cada série, goza de simetria radial e, portanto pode ser analisada em qualquer região ao redor do centro da nuvem nas mesmas distâncias.

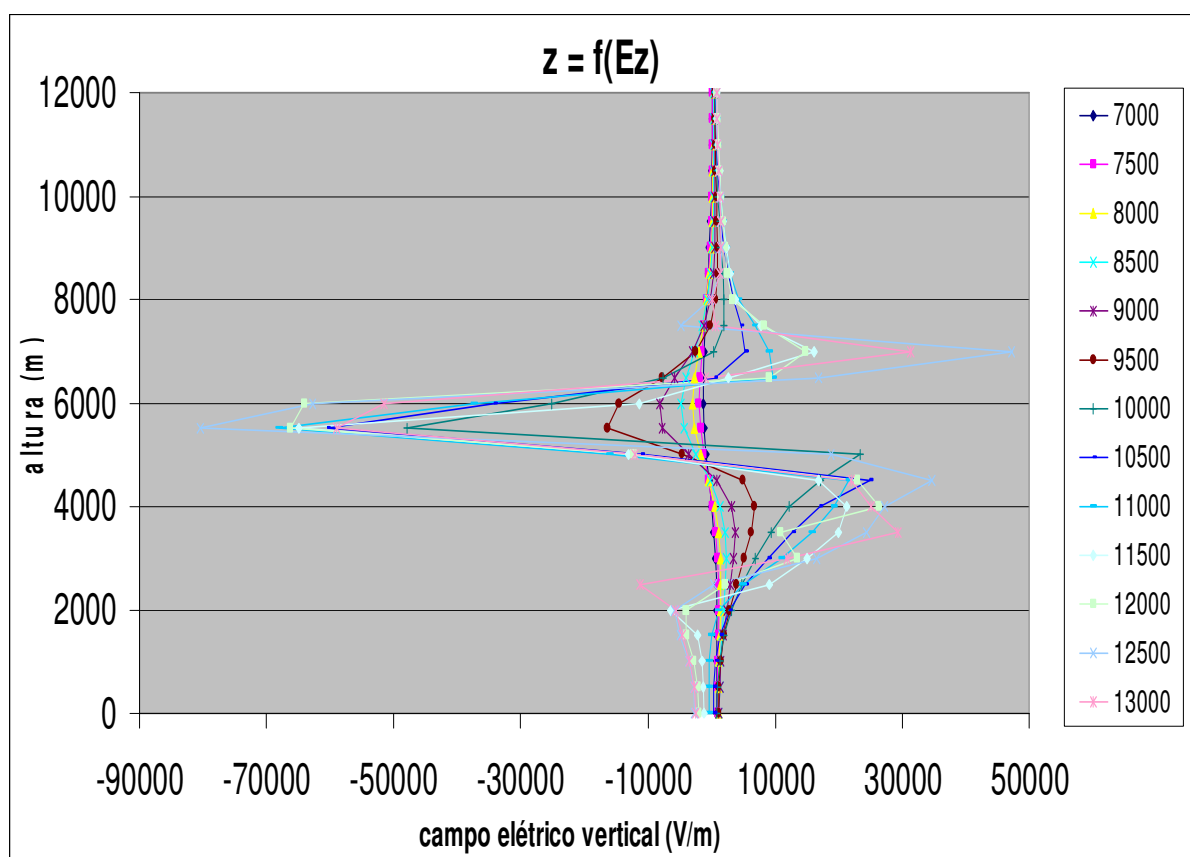
As figuras 4.1 a 4.7 apresentam os gráficos que descrevem o comportamento do campo elétrico vertical em função da altura para a nuvem quadripolar.

Na figura 4.1 temos a análise do perfil do campo elétrico no centro da distribuição de carga (6000 m; 6000 m), podendo verificar que a maior intensidade do campo elétrico de valor aproximadamente de 120 kV/m ocorre na posição (6000 m; 9500 m). Nessa posição verifica-se que o perfil do campo elétrico encontra uma estrutura quadripolar. Na posição (6000 m; 9000 m) ainda existe uma estrutura quadripolar, porém com intensidade do campo elétrico bem menor, com valor próximo de 45 kV/m. Na posição (6000m; 8500m) a estrutura de carga medida é tripolar, com uma baixa intensidade do campo elétrico com valor próximo de 20 kV/m. A partir da posição (6000m; 8000m) até a posição central a leitura indica um perfil dipolar.



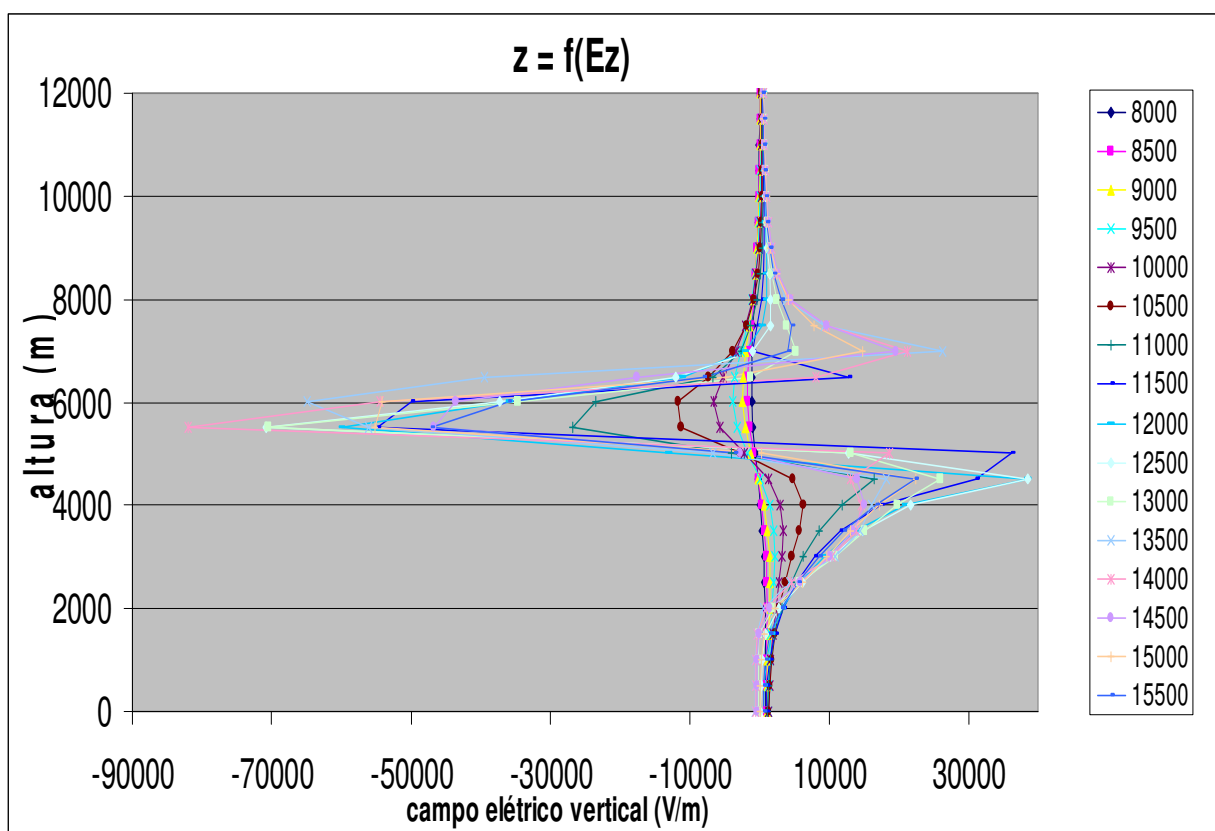
**FIGURA 4.1** – Campo elétrico produzido em um corte na nuvem quadripolar centrada no plano XY no ponto (6000; 6000) m da origem, indo do solo até a altura de 12000 m. Cada série representa um deslocamento de 500 m em 500 m no eixo Y.

Na figura 4.2 temos o perfil do campo elétrico no ponto (7000 m; 7000 m) da distribuição de carga, podendo verificar que a maior intensidade do campo elétrico de valor aproximadamente de 80 kV/m ocorre na posição (7000 m; 12500 m). Nessa posição verifica-se que o perfil do campo elétrico encontra uma estrutura quadripolar. Na posição (7000 m; 10000 m) ainda existe uma estrutura quadripolar, porém com uma intensidade do campo elétrico bem menor, com valor próximo de 48 kV/m. Na posição (7000 m; 9500 m) a estrutura de carga medida é tripolar, com uma baixa intensidade do campo elétrico com valor próximo de 16 kV/m. A partir da posição (7000 m; 9000 m) até a posição inicial da análise a leitura indica um perfil dipolar.



**FIGURA 4.2** – Campo elétrico produzido em um corte na nuvem quadripolar centrada no plano XY no ponto (7000; 7000) m da origem, indo do solo até a altura de 12000 m. Cada série representa um deslocamento de 500 m em 500 m no eixo Y.

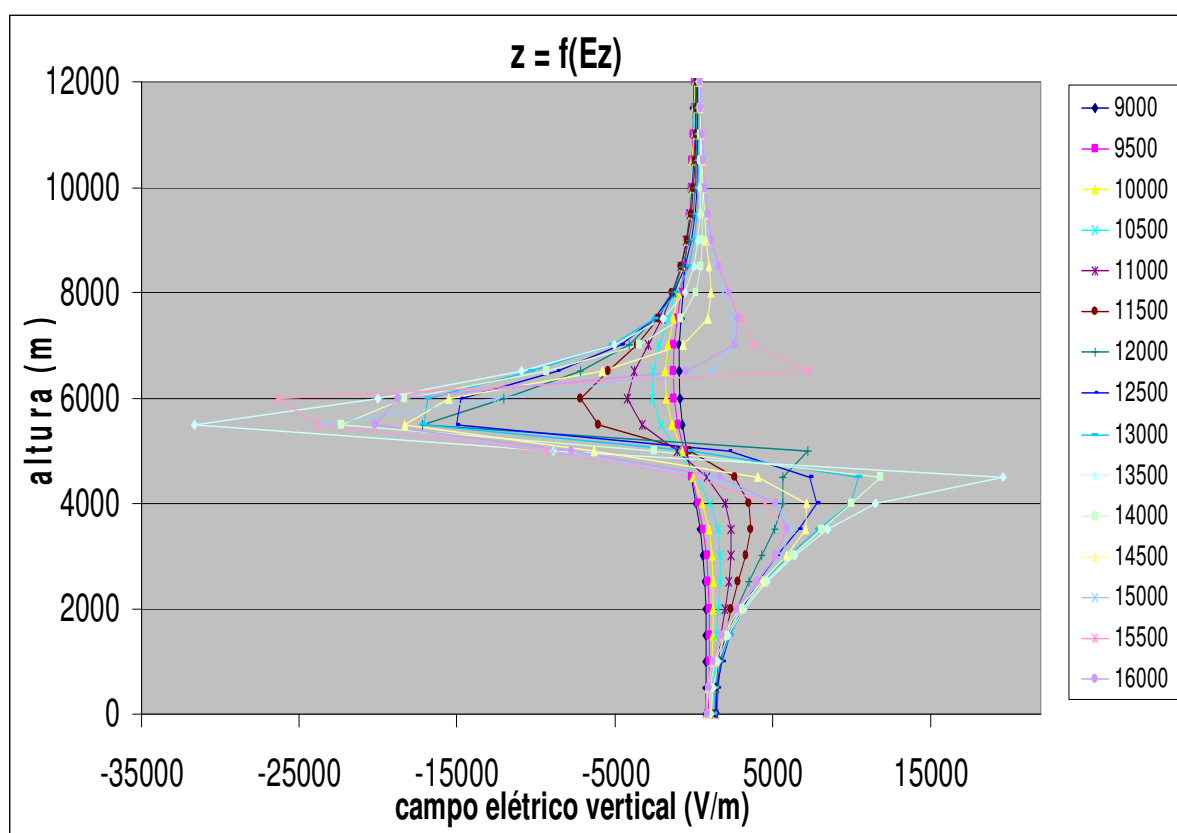
Na figura 4.3 temos o perfil do campo elétrico no ponto (8000 m; 8000 m) da distribuição de carga, podendo verificar que a maior intensidade do campo elétrico de valor aproximadamente de 80 kV/m ocorre na posição (8000 m; 14000 m). Nesta posição verifica-se que o perfil do campo elétrico encontra uma estrutura quadripolar. Na posição (8000m; 11000 m) ainda existe uma estrutura quadripolar, porém com uma intensidade do campo elétrico com valor próximo de 25 kV/m. Na posição (8000 m; 10500 m) a estrutura de carga medida é tripolar, com uma baixa intensidade do campo elétrico com valor próximo de 12 kV/m. A partir da posição (8000 m; 10000 m) até a posição inicial da análise a leitura indica um perfil dipolar.



**FIGURA 4.3** – Campo elétrico produzido em um corte na nuvem quadripolar centrada no plano XY no ponto (8000; 8000) m da origem, indo do solo até a altura de 12000 m. Cada serie representa um deslocamento de 500 m em 500 m no eixo Y.

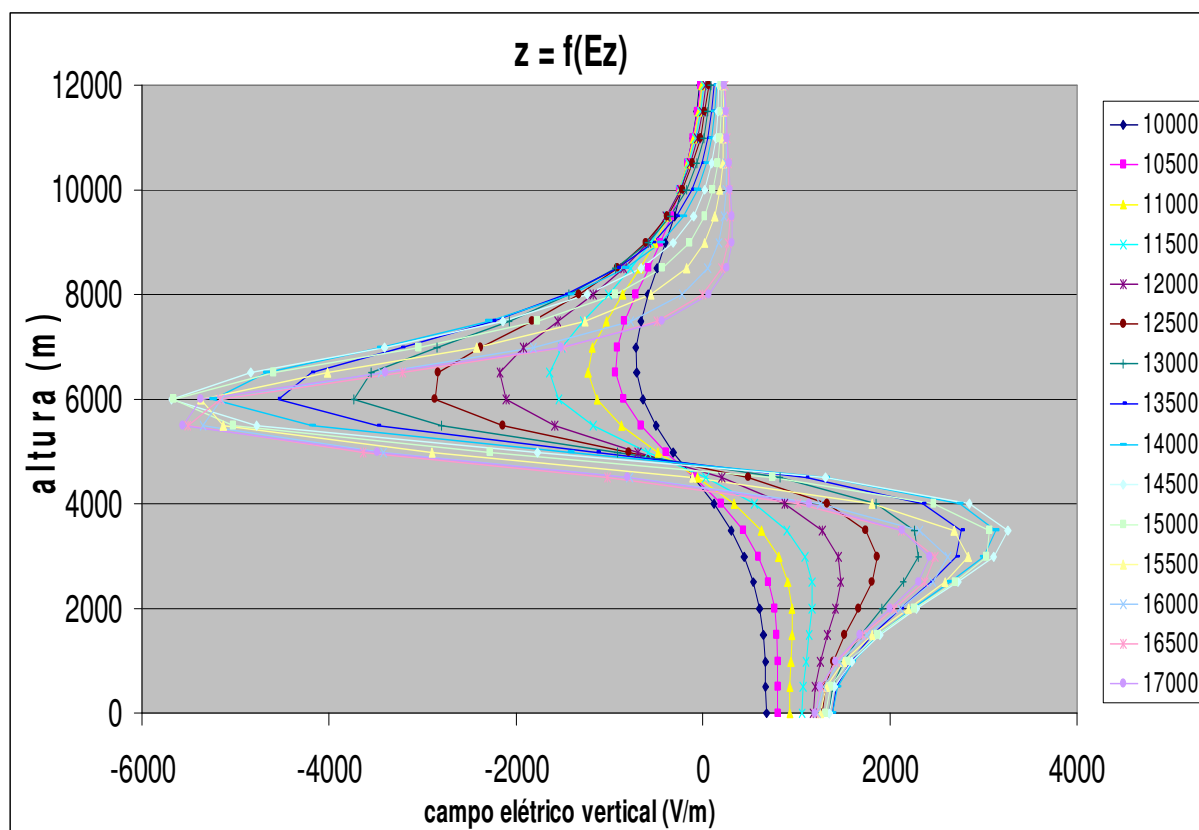


Na figura 4.4 temos o perfil do campo elétrico no ponto (9000 m; 9000 m) da distribuição de carga, podendo verificar que a maior intensidade do campo elétrico de valor aproximadamente de 30 kV/m ocorre na posição (9000 m; 13500 m). Nessa posição verifica-se que o perfil do campo elétrico encontra uma estrutura quadripolar. Na posição (9000 m; 12500 m) ainda existe uma estrutura quadripolar, porém com uma intensidade do campo elétrico com valor próximo de 15 kV/m. Na posição (9000 m; 11500 m) a estrutura de carga medida é tripolar, com uma baixa intensidade do campo elétrico com valor próximo de 7 kV/m. A partir da posição (9000 m; 11000 m) até a posição inicial da análise a leitura indica um perfil dipolar.



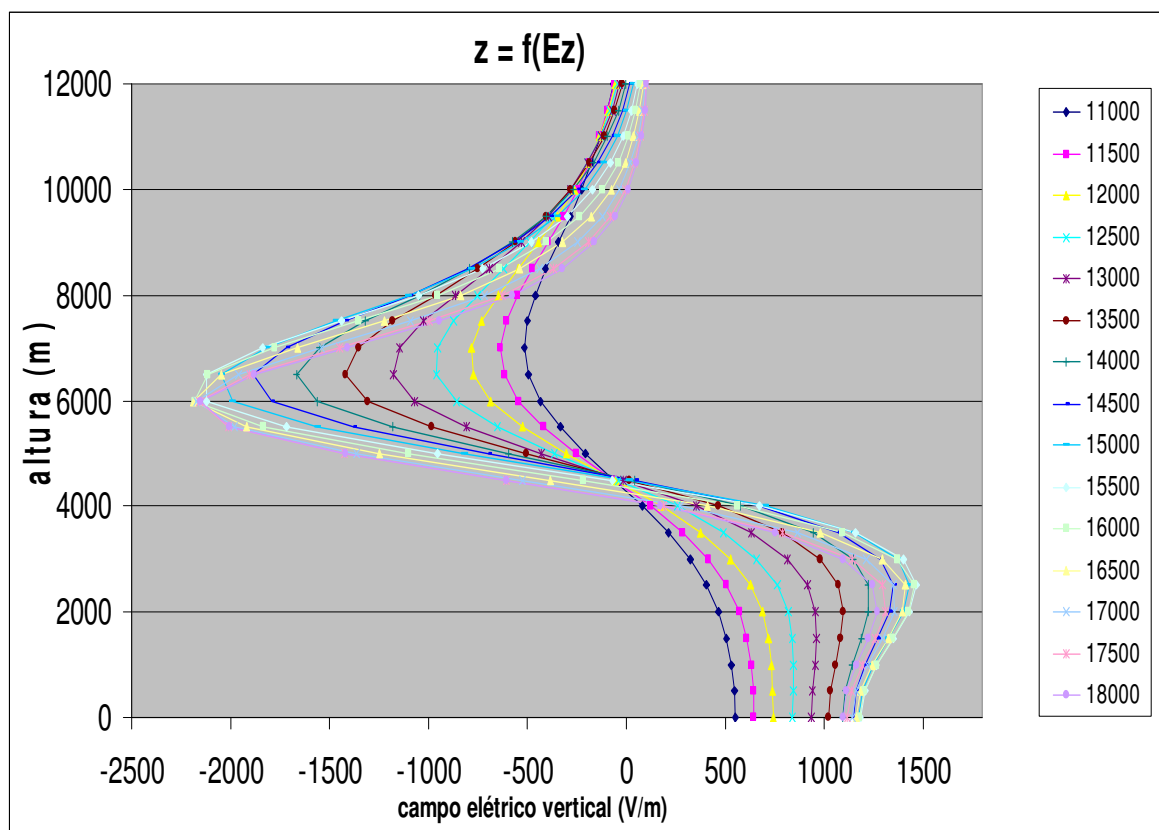
**FIGURA 4.4** – Campo elétrico produzido em um corte na nuvem quadripolar centrada no plano XY no ponto (9000; 9000) m da origem, indo do solo até a altura de 12000 m. Cada série representa um deslocamento de 500 m em 500 m no eixo Y.

Na figura 4.5 temos o perfil do campo elétrico no ponto (10000 m; 10000 m) da distribuição de carga, podendo verificar que a maior intensidade do campo elétrico de valor aproximadamente de 5 kV/m ocorre na posição (10000 m; 15000 m). Nessa posição verifica-se que o perfil do campo elétrico encontra uma estrutura tripolar, não mais sendo possível a identificação da estrutura quadripolar, muito provavelmente devido ao surgimento de uma camada de blindagem. Na posição (10000 m; 12000 m) a intensidade do campo elétrico possui um valor próximo de 2 kV/m e a leitura indica um perfil dipolar, o qual é visto até a posição inicial da análise.



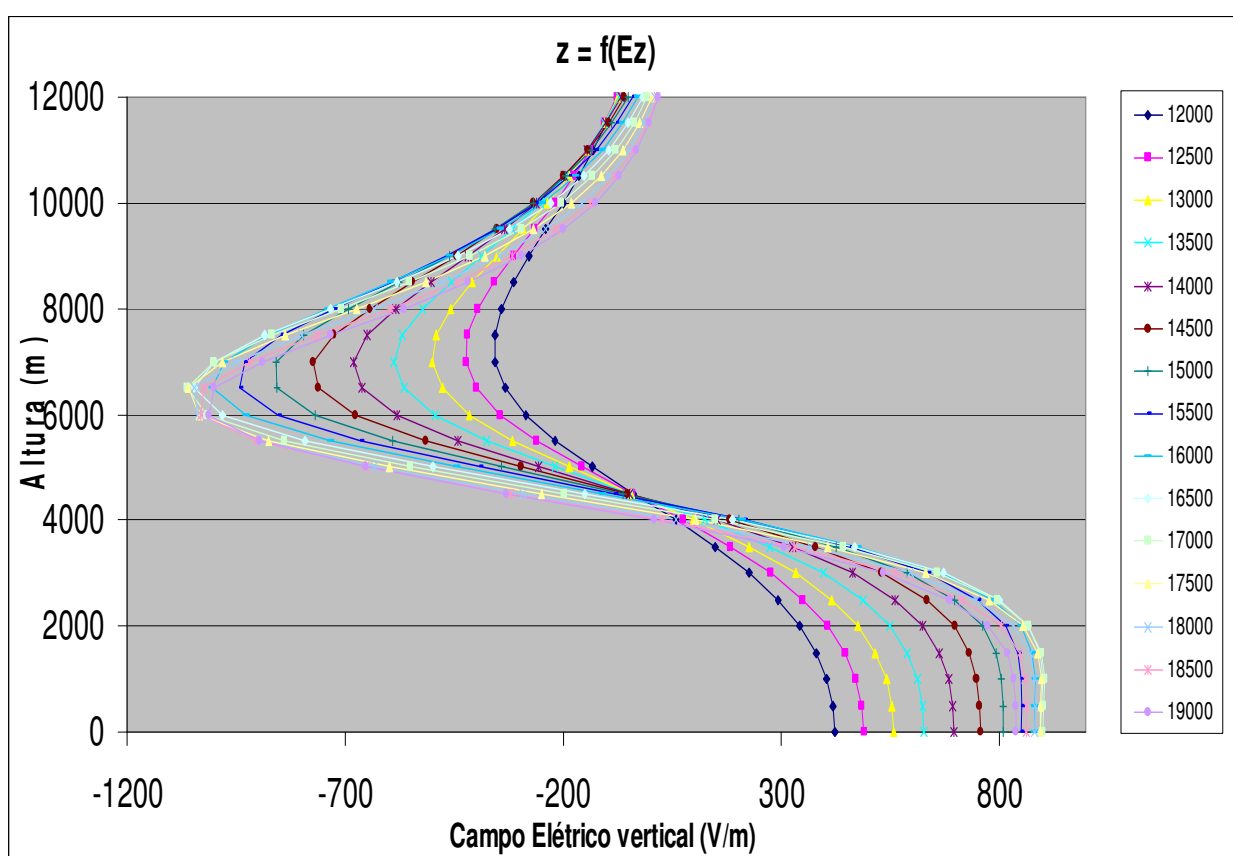
**FIGURA 4.5** – Campo elétrico produzido em um corte na nuvem quadripolar centrada no plano XY no ponto (10000; 10000) m da origem, indo do solo até a altura de 12000 m. Cada série representa um deslocamento de 500 m em 500 m no eixo Y.

Na figura 4.6 temos o perfil do campo elétrico no ponto (11000 m; 11000 m) da distribuição de carga, podendo verificar que a maior intensidade do campo elétrico de valor aproximadamente de 2 kV/m ocorre na posição (11000 m; 16500 m). Nessa posição verifica-se que o perfil do campo elétrico encontra uma estrutura tripolar, não mais sendo possível a identificação da estrutura quadripolar, muito provavelmente devido ao surgimento de uma camada de blindagem. Na posição (10000 m; 13000 m) a intensidade do campo elétrico possui um valor próximo de 1 kV/m e a leitura indica um perfil dipolar, o qual é visto até a posição inicial da análise.



**FIGURA 4.6** – Campo elétrico produzido em um corte na nuvem quadripolar centrada no plano XY no ponto (11000; 11000) m da origem, indo do solo até a altura de 12000 m. Cada série representa um deslocamento de 500 m em 500 m no eixo Y.

Na figura 4.7 temos o perfil do campo elétrico no ponto (12000 m; 12000 m) da distribuição de carga, podendo verificar que a maior intensidade do campo elétrico de valor aproximadamente de 1 kV/m ocorre na posição (12000 m; 17000 m). Nessa posição verifica-se que o perfil do campo elétrico encontra somente a estrutura dipolar, não mais sendo possível a identificação das estruturas quadripolar e tripolar, muito provavelmente devido ao surgimento de uma camada de blindagem. Essa estrutura é mantida até a posição inicial da análise.

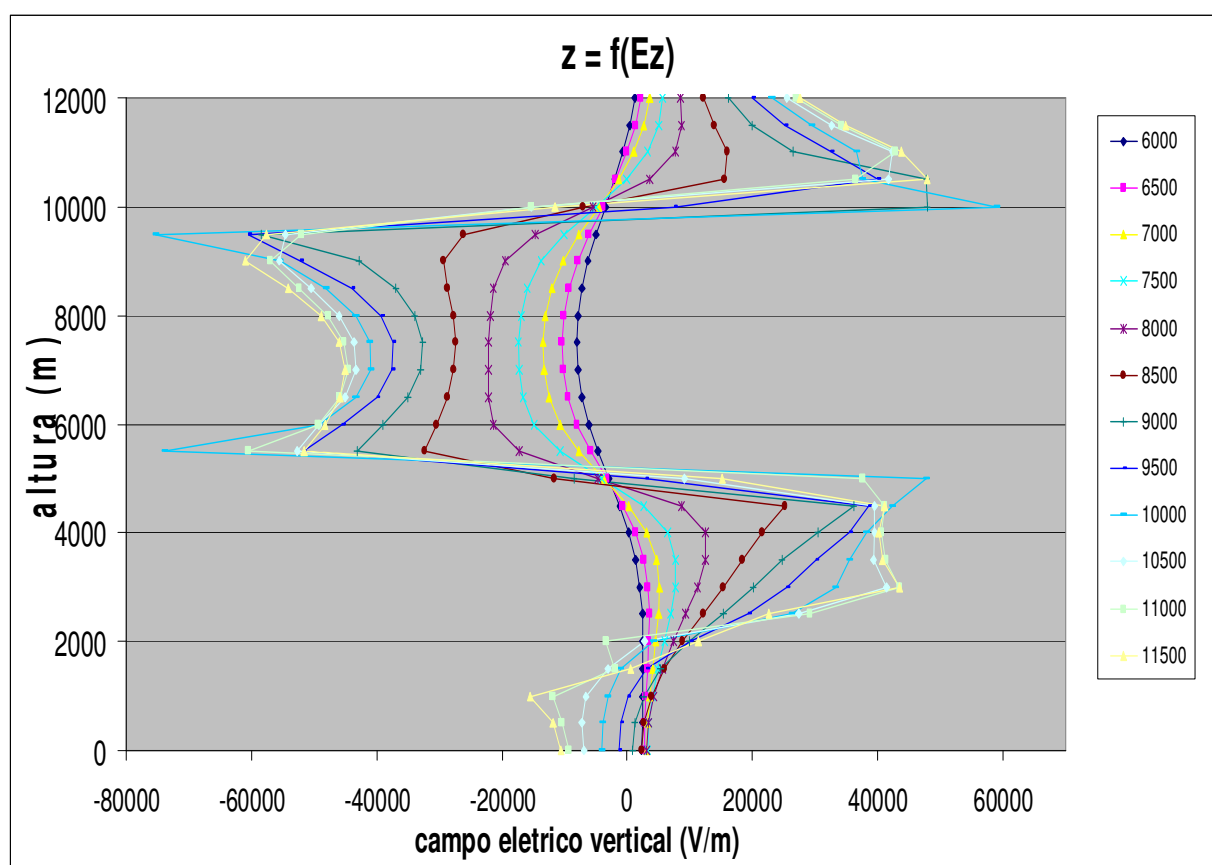


**FIGURA 4.7** – Campo elétrico produzido em um corte na nuvem quadripolar centrada no plano XY no ponto (12000; 12000) m da origem, indo do solo até a altura de 12000 m. Cada série representa um deslocamento de 500 m em 500 m no eixo Y.

Para os gráficos gerados da nuvem tripolar foram feitas análises do campo elétrico na vertical e no solo a partir do centro da nuvem (6000 m; 6000 m) e sendo analisada a cada 1000 m a partir do centro. As séries representam uma variação de 500 m no eixo horizontal ( $y$ ). Pode-se verificar que o perfil vertical do campo elétrico tem sua intensidade máxima no ponto (6000 m; 7500 m) (figura 4.8), e não no centro da nuvem (6000 m; 6000 m). Esse resultado ocorre possivelmente devido a inhomogeneidades na distribuição de carga dentro dos centros no interior da nuvem.

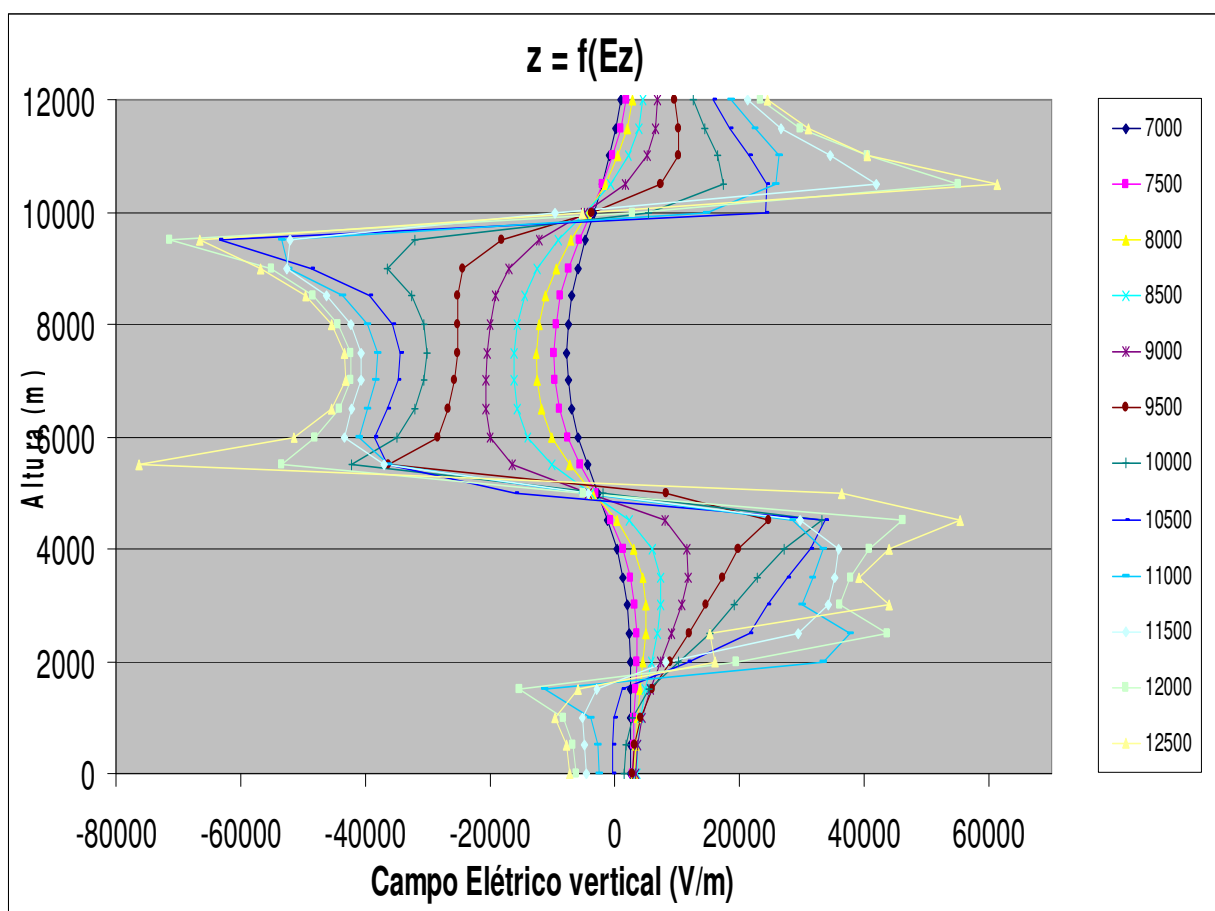
As figuras 4.8 a 4.14 representam os gráficos descrevem o comportamento do campo elétrico vertical em função da altura para a nuvem tripolar.

Na figura 4.8 temos o perfil do campo elétrico no ponto (6000 m; 6000 m) da distribuição de carga, podendo verificar que a maior intensidade do campo elétrico de valor aproximadamente de 75 kV/m ocorre na posição (6000 m; 10000 m). Nessa posição verifica-se que o perfil do campo elétrico encontra uma estrutura tripolar. Na posição (6000 m; 8000 m) ainda existe uma estrutura tripolar, porém com uma intensidade do campo elétrico menor, com valor próximo de 22 kV/m. A partir da posição (6000 m; 7500 m) até a posição inicial da análise a leitura indica um perfil dipolar.



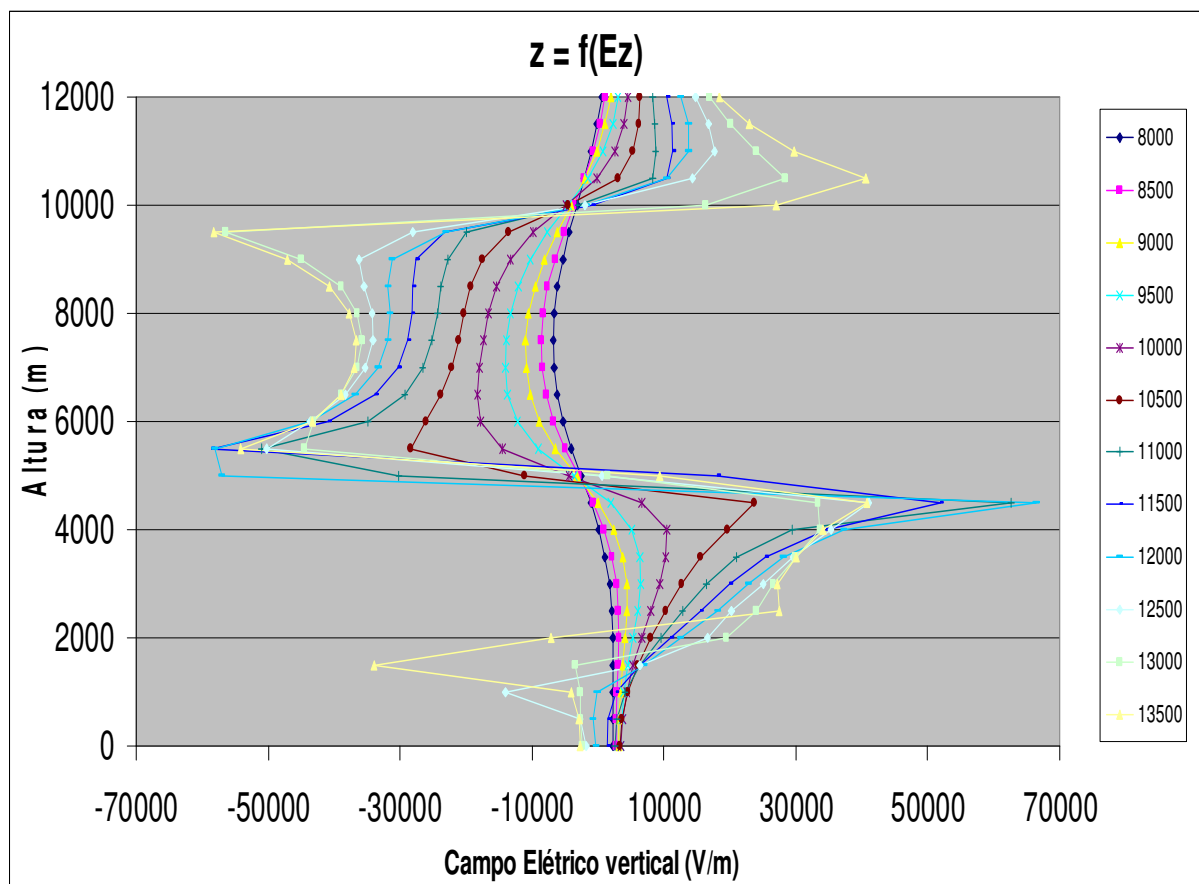
**FIGURA 4.8** – Campo elétrico produzido em um corte na nuvem tripolar centrada no plano XY no ponto (6000; 6000) m da origem, indo do solo até a altura de 12000 m. Cada série representa um deslocamento de 500 m em 500 m no eixo Y.

Na figura 4.9 temos o perfil do campo elétrico no ponto (7000; 7000) m da distribuição de carga, onde a maior intensidade do campo elétrico de valor aproximadamente de 75 kV/m ocorre na posição (7000 m; 12500 m). Nessa posição verifica-se que o perfil do campo elétrico encontra uma estrutura tripolar. Na posição (7000 m; 9000 m) ainda existe uma estrutura tripolar, porém com uma intensidade do campo elétrico menor com valor próximo de 20 kV/m. A partir da posição (7000 m; 8500 m) até a posição inicial da análise a leitura indica um perfil dipolar.



**FIGURA 4.9** – Campo elétrico produzido em um corte na nuvem tripolar centrada no plano XY no ponto (7000; 7000) m da origem, indo do solo até a altura de 12000 m. Cada série representa um deslocamento de 500 m em 500 m no eixo Y.

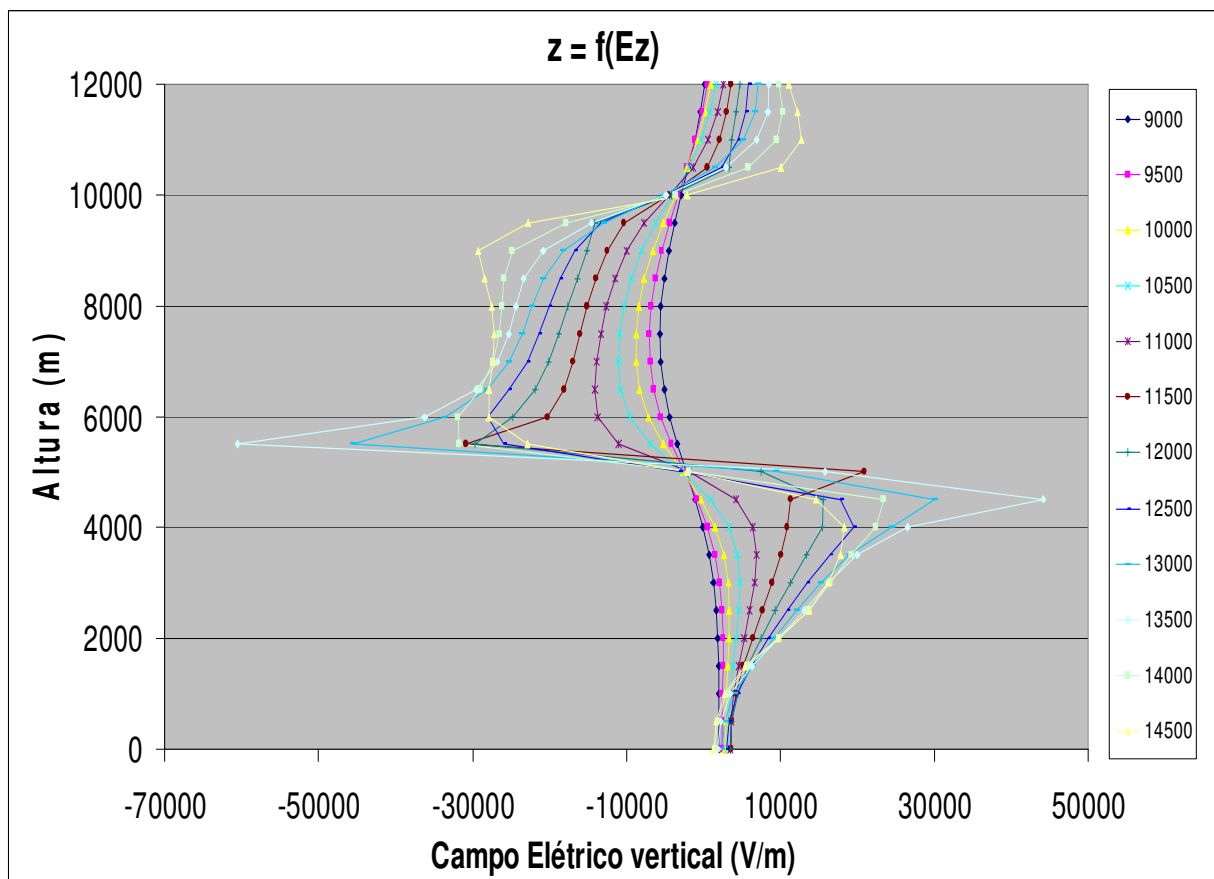
Na figura 4.10 temos o perfil do campo elétrico no ponto (8000 m; 8000 m) da distribuição de carga, podendo verificar que a maior intensidade do campo elétrico de valor aproximadamente de 58 kV/m ocorre na posição (8000 m; 13500 m). Nessa posição verifica-se que o perfil do campo elétrico encontra uma estrutura tripolar. Na posição (8000 m; 10000 m) ainda existe uma estrutura tripolar, porém com uma intensidade do campo elétrico bem menor, com valor próximo de 17 kV/m. A partir da posição (8000 m; 9500 m) até a posição inicial da análise a leitura indica um perfil dipolar.



**FIGURA 4.10** – Campo elétrico produzido em um corte na nuvem tripolar centrada no plano XY no ponto (8000; 8000) m da origem, indo do solo até a altura de 12000 m. Cada série representa um deslocamento de 500 m em 500 m no eixo Y.

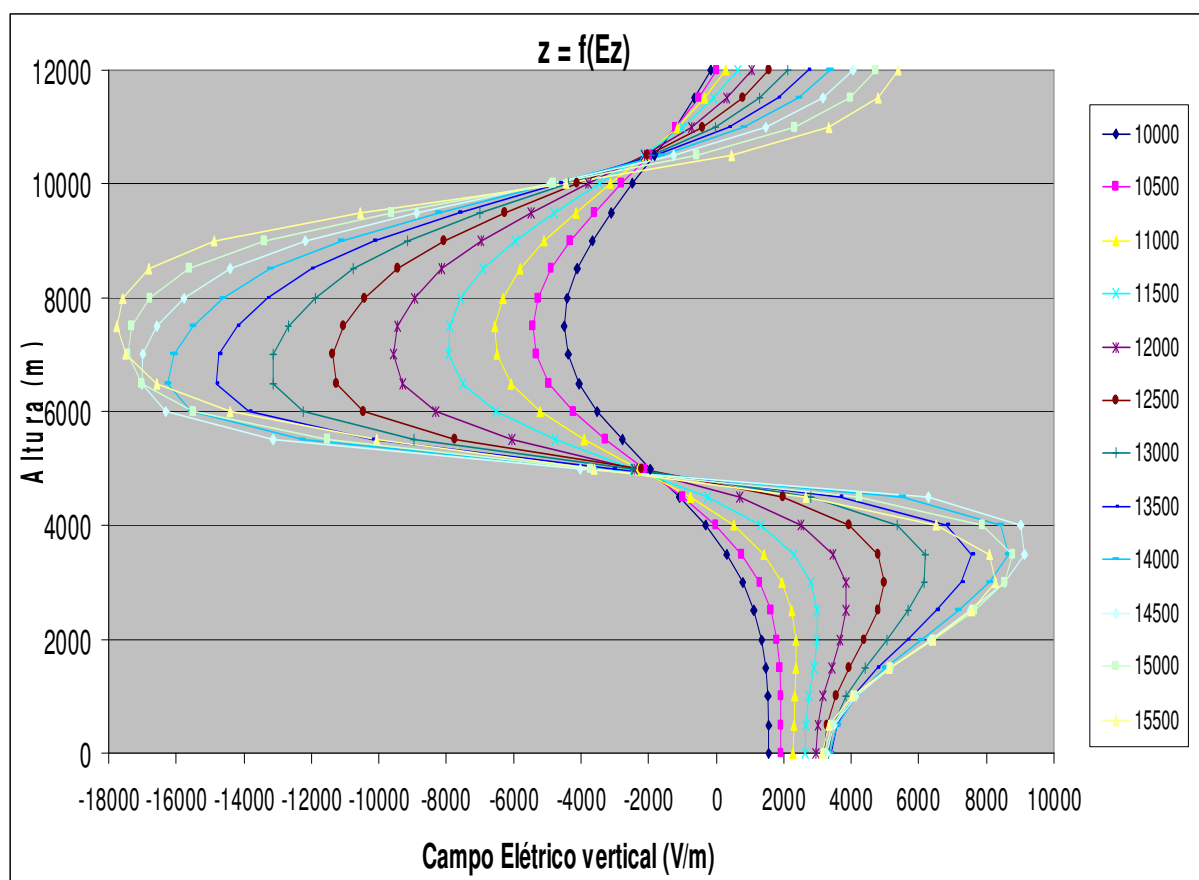


Na figura 4.11 temos o perfil do campo elétrico no ponto (9000 m; 9000 m) da distribuição de carga, podendo verificar que a maior intensidade do campo elétrico de valor aproximadamente de 58 kV/m ocorre na posição (9000 m; 13500 m), onde verifica-se que o perfil do campo elétrico encontra uma estrutura tripolar. Na posição (9000 m; 11000 m) ainda existe uma estrutura tripolar, porém com uma intensidade do campo elétrico bem menor, com valor próximo de 14 kV/m. A partir da posição (9000 m; 10500 m) até a posição inicial da análise a leitura indica um perfil dipolar.



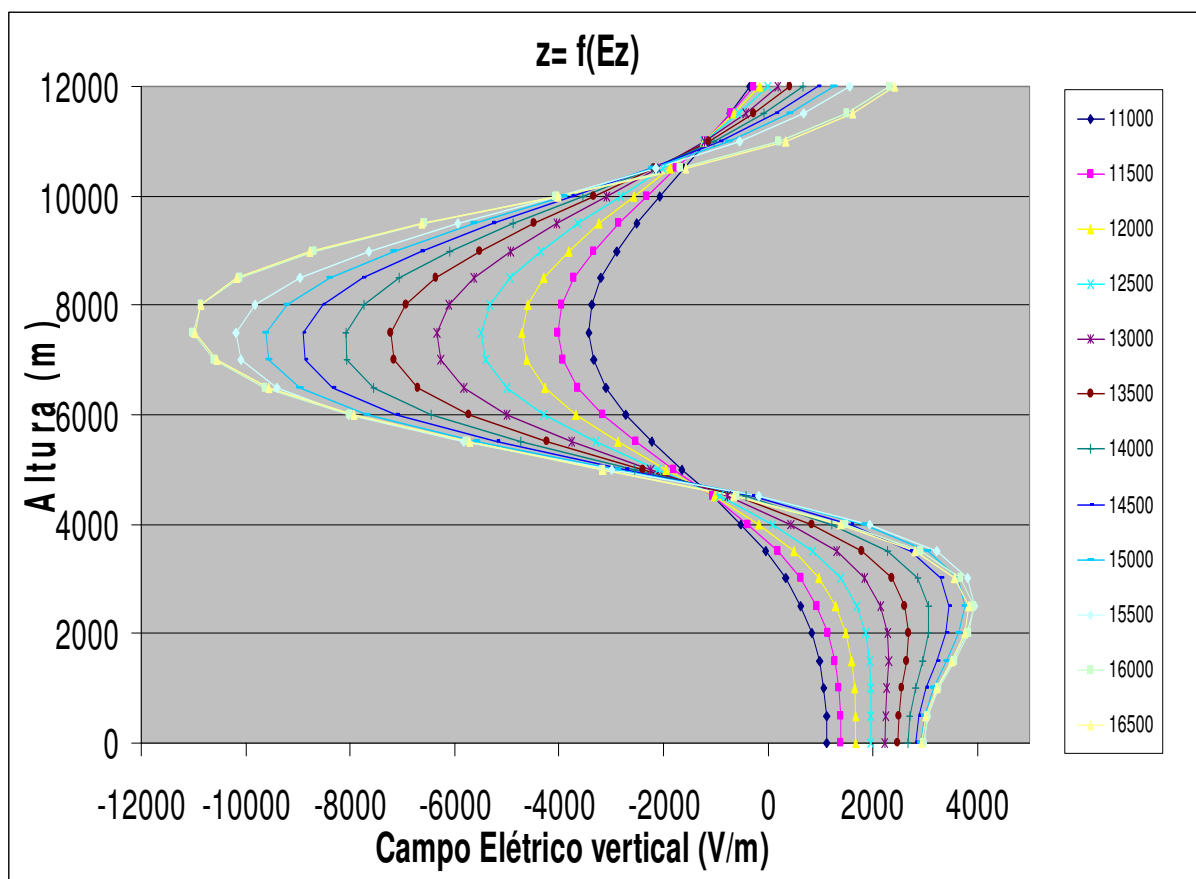
**FIGURA 4.11** – Campo elétrico produzido em um corte na nuvem tripolar centrada no plano XY no ponto (9000; 9000) m da origem, indo do solo até a altura de 12000 m. Cada série representa um deslocamento de 500 m em 500 m no eixo Y.

Na figura 4.12 temos o perfil do campo elétrico no ponto (10000 m; 10000 m) da distribuição de carga, podendo verificar que a maior intensidade do campo elétrico de valor aproximadamente de 17 kV/m ocorre na posição (10000 m; 15500 m), na qual verifica-se que o perfil do campo elétrico encontra uma estrutura tripolar. Na posição (10000 m; 11500 m) ainda existe uma estrutura tripolar, porém com uma intensidade do campo elétrico menor, com valor próximo de 8 kV/m. A partir da posição (10000 m; 1100 m) até a posição inicial da análise a leitura indica um perfil dipolar.



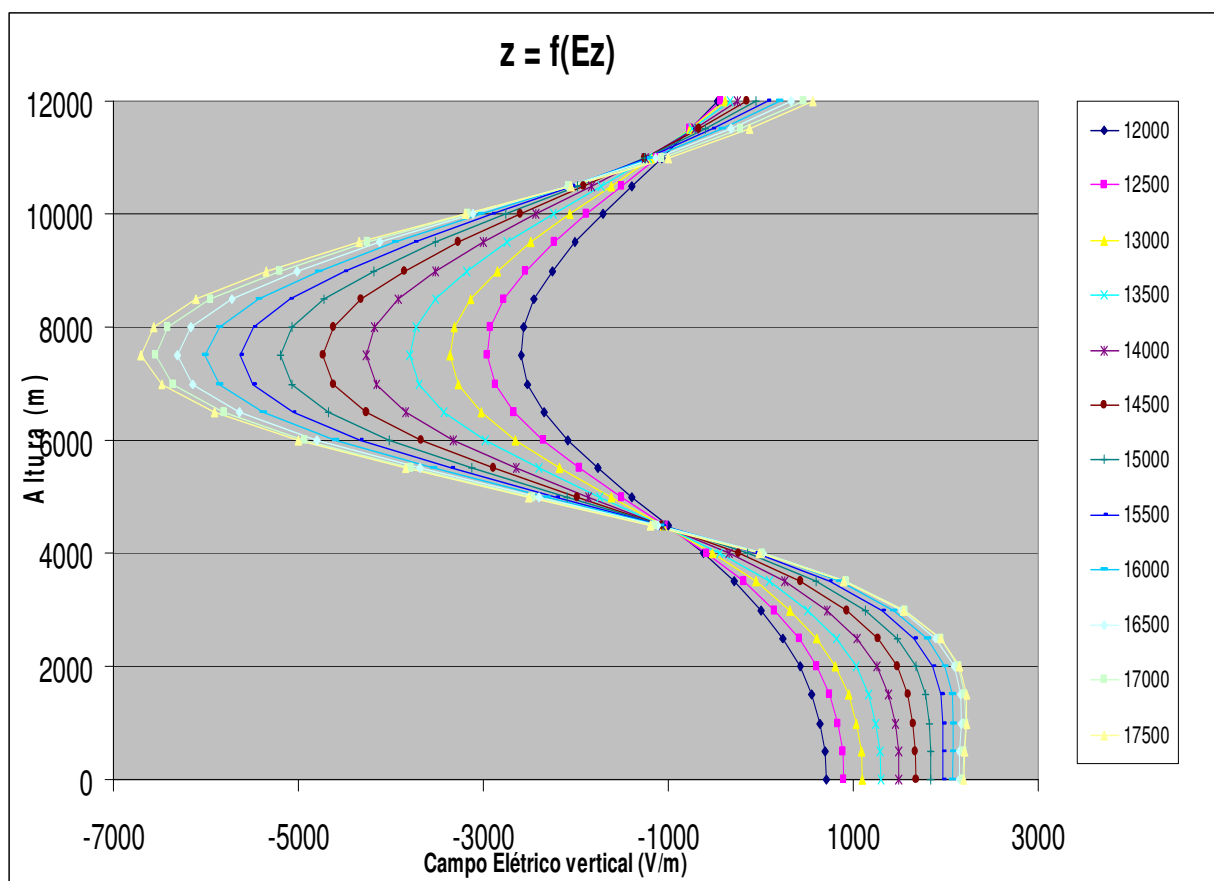
**FIGURA 4.12** – Campo elétrico produzido em um corte na nuvem tripolar centrada no plano XY no ponto (10000; 10000) m da origem, indo do solo até a altura de 12000 m. Cada série representa um deslocamento de 500 m em 500 m no eixo Y.

Na figura 4.13 temos o perfil do campo elétrico no ponto (11000 m; 11000 m) da distribuição de carga, podendo verificar que a maior intensidade do campo elétrico de valor aproximadamente de 11 kV/m ocorre na posição (8000 m; 16000 m), na qual verifica-se que o perfil do campo elétrico encontra uma estrutura tripolar. Na posição (11000 m; 13000 m) ainda existe uma estrutura tripolar, porém com uma intensidade do campo elétrico menor com valor próximo de 6 kV/m. A partir da posição (8000 m; 12500 m) até a posição inicial da análise a leitura indica um perfil dipolar.



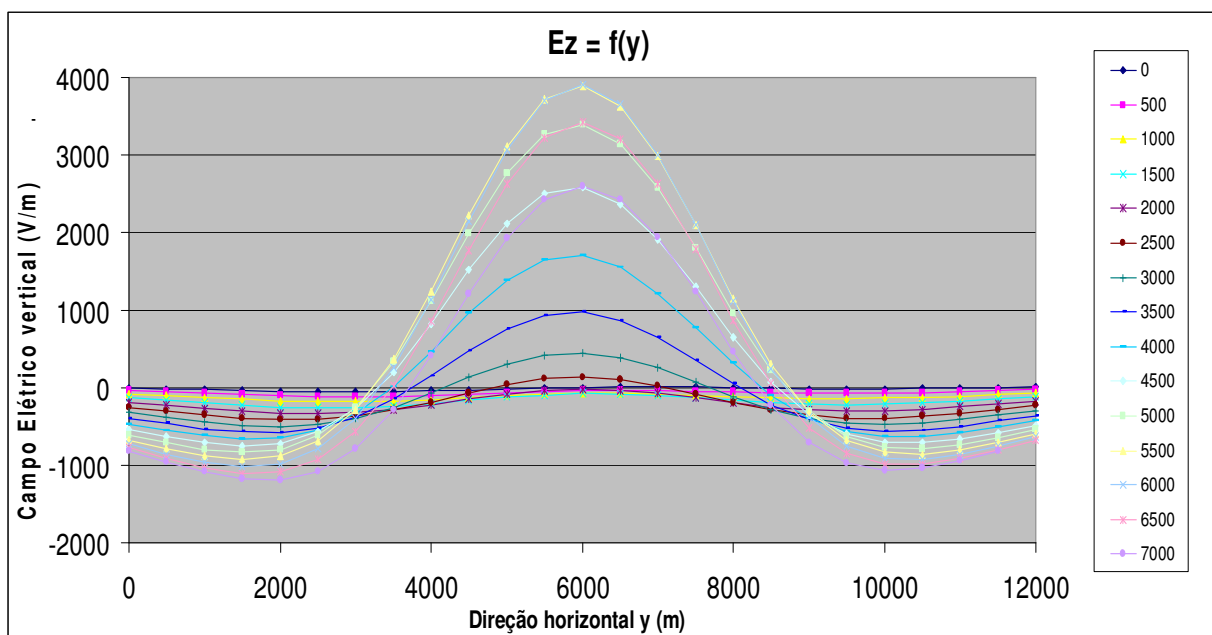
**FIGURA 4.13** – Campo elétrico produzido em um corte na nuvem tripolar centrada no plano XY no ponto (11000; 11000) m da origem, indo do solo até a altura de 12000 m. Cada série representa um deslocamento de 500 m em 500 m no eixo Y.

Na figura 4.14 temos o perfil do campo elétrico no ponto (12000 m; 12000 m) da distribuição de carga, podendo verificar que a maior intensidade do campo elétrico de valor aproximadamente de 6 kV/m ocorre na posição (12000 m; 17500 m). Nessa posição verifica-se que o perfil do campo elétrico encontra somente a estrutura dipolar, não mais sendo possível a identificação da estrutura tripolar, muito provavelmente devido ao surgimento de uma camada de blindagem. Essa estrutura é mantida até a posição inicial da análise.

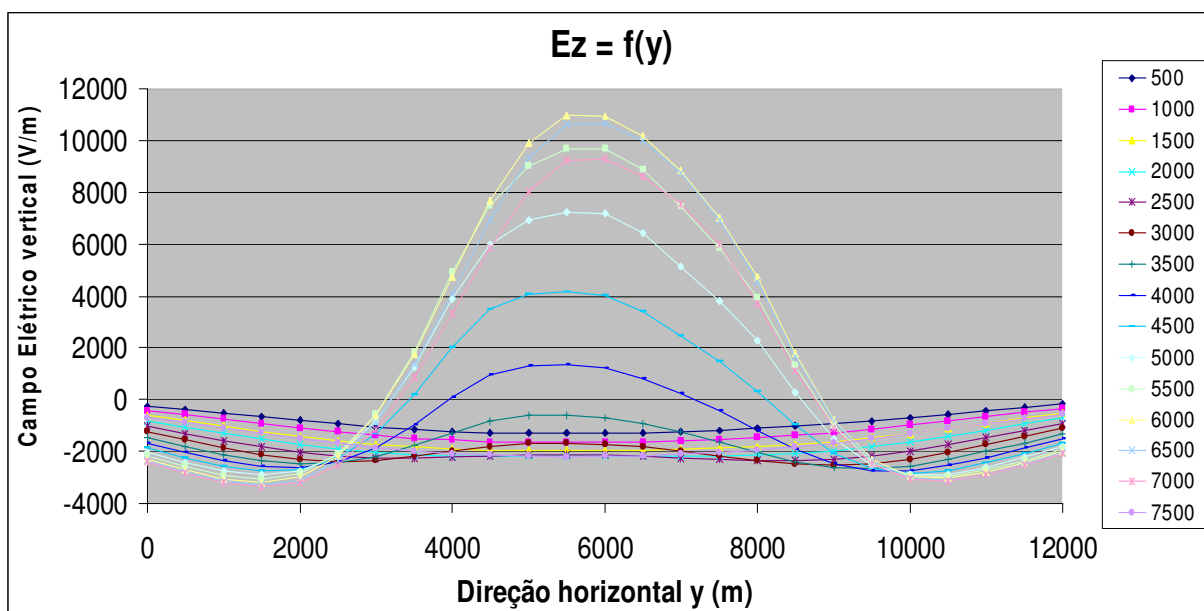


**FIGURA 4.14** – Campo elétrico produzido em um corte na nuvem tripolar centrada no plano XY no ponto (12000; 12000) m da origem, indo do solo até a altura de 12000 m. Cada série representa um deslocamento de 500 m em 500 m no eixo Y.

O campo elétrico também foi medido no solo, conforme as figuras 4.15 e 4.16. Pode-se verificar que o campo elétrico abaixo da nuvem quadripolar é menos intenso que o da nuvem tripolar, pois a base da nuvem quadripolar está a 2800 m acima do solo e a da nuvem tripolar está a 2000 m.



**FIGURA 4.15** – Campo elétrico produzido no solo da nuvem quadripolar, no plano XY de área (12000; 12000) m. Cada série representa um deslocamento de 500 m em 500 m no eixo Y.



**FIGURA 4.16** – Campo elétrico produzido no solo da nuvem tripolar, no plano XY de área (12000; 12000) m. Cada série representa um deslocamento de 500 m em 500 m no eixo Y.

De acordo com as figuras 4.15 e 4.16 podemos verificar que a intensidade máxima do campo elétrico no solo, está bem no centro da distribuição de cargas. Podemos verificar ainda que a intensidade do campo para a nuvem quadripolar é bem menor que para a tripolar. Isso, devido ao fato das posições que os centros de cargas de cada tipo de nuvem se encontram em relação ao solo, e principalmente pelo valor das cargas elétricas de cada nuvem. As cargas da nuvem tripolar foram obtidas de uma forma direta, pois já se conhecia suas magnitudes absolutas. Já as cargas da nuvem quadripolar foram obtidas de forma arbitrária, pois a literatura não fornecia os valores, mas somente as suas densidades. Esses devem ser os fatores que influenciam na diferença de intensidade dos campos elétricos, pois era esperado que a intensidade da estrutura quadripolar fosse mais intensa do que a tripolar.

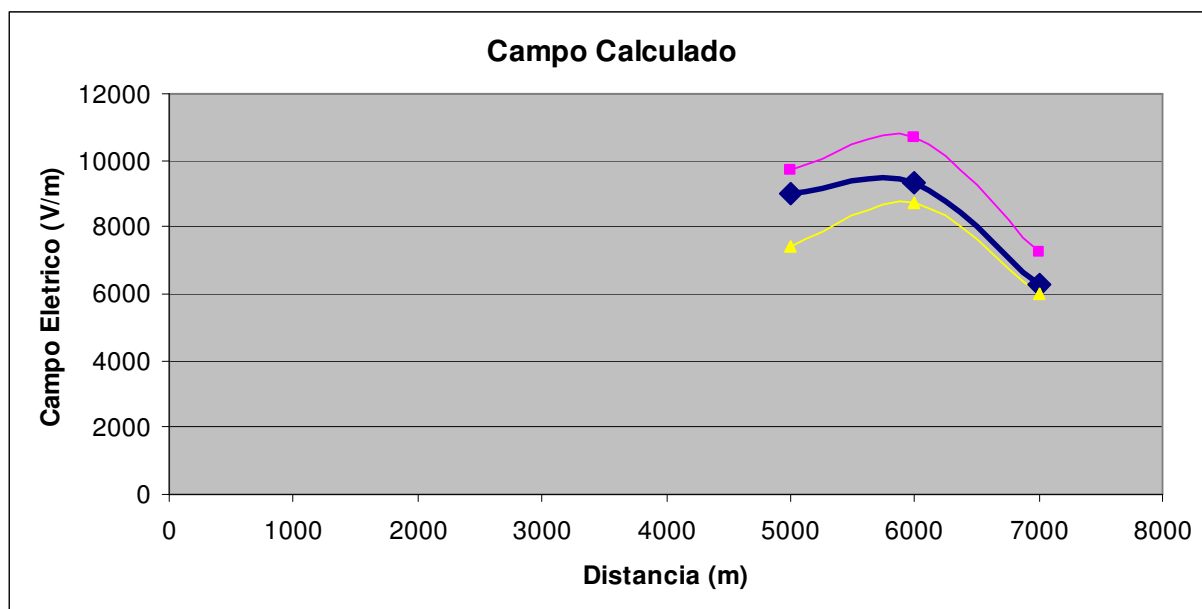
A partir dos dados obtidos através do programa R.Simulator e das análises dos gráficos das figuras 4.8 a 4.14, obtivemos os gráficos apresentados nas figuras 4.17 e 4.18, os

quais estão representados juntos na figura 4.19, que mostram a distribuição das cargas no interior da nuvem. Os cálculos foram feitos da forma direta e do problema inverso.

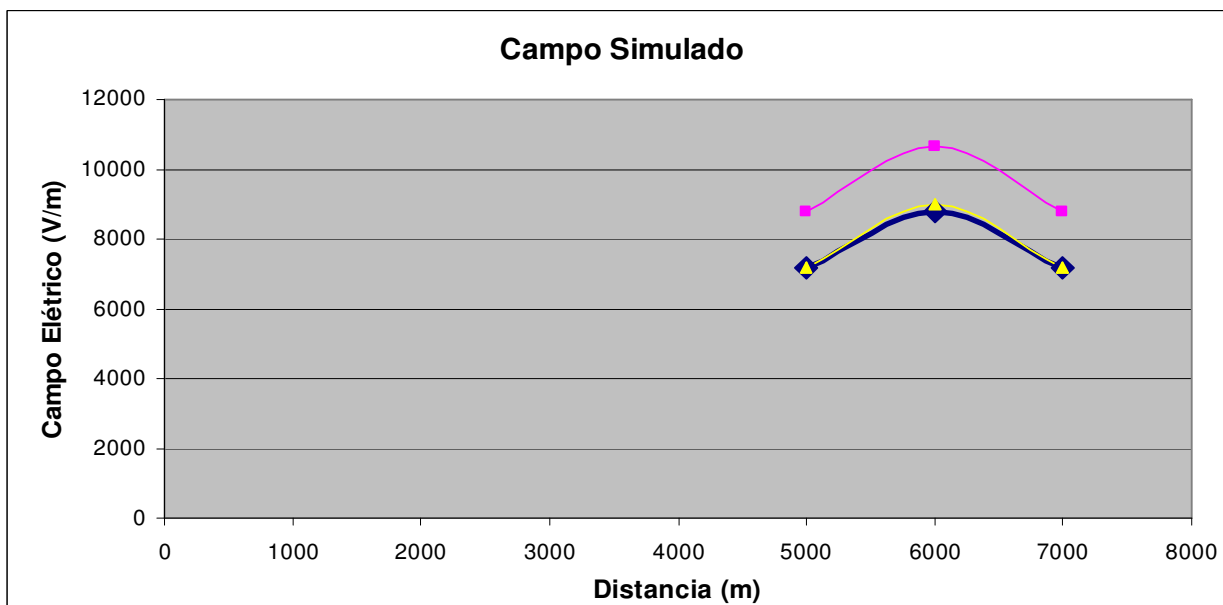
As figuras 4.17 a 4.19 mostram o comportamento do campo elétrico simulado utilizando o os dados do R.Simulator e o cálculo a partir da estrutura de carga obtida pela solução do problema inverso utilizando o Mathcad®. A figura 4.19 representa a superposição das figuras 4.17 e 4.18. As curvas encontradas para o dados do campo calculado mostram um comportamento com simetria radial em relação ao centro da nuvem, pois as cargas utilizadas são puntiformes. Para as curvas encontradas para os dados do campo simulado, esse comportamento não ocorre, pois a inclinação assimétrica da curva do campo elétrico obtido no solo, para o intervalo de 6000 m a 7500 m indica que a distribuição de carga é inhomogênea. Entretanto os valores obtidos pela simulação e pelo cálculo dos campos estão na mesma ordem de grandeza, o que indica que o método é satisfatório.

Uma das dificuldades de usar a técnica de solução do problema inverso é exatamente determinar a estrutura de cargas no interior da nuvem. Uma possível solução para esse problema é determinar a distância em que o perfil do campo elétrico para pontos distantes indica uma distribuição mais *uniforme*, e a leitura dos centros de carga mostra uma distribuição dipolar, como visto nas figuras 4.8 e 4.14.

As figuras de 4.17 a 4.19 mostram o comportamento do campo elétrico simulado pelo Software e pelo Mathcad®, representando a distribuição de cargas por meio das curvas indicados pelos eixos do campo elétrico vertical em função da posição no solo na direção do eixo y. A figura 4.17 mostra a inhomogeneidade da distribuição de carga, quando calculada pelo Mathcad®, cada perfil representado, indica uma região retangular a diferentes distancias do centro da nuvem. A figura 4.18 mostra a mesma distribuição, mas calculada pelo Software R.Simulator, indicando uma possível distribuição homogênea das cargas. A figura 4.19 representa uma comparação entre as figuras 4.17 e 4.18.

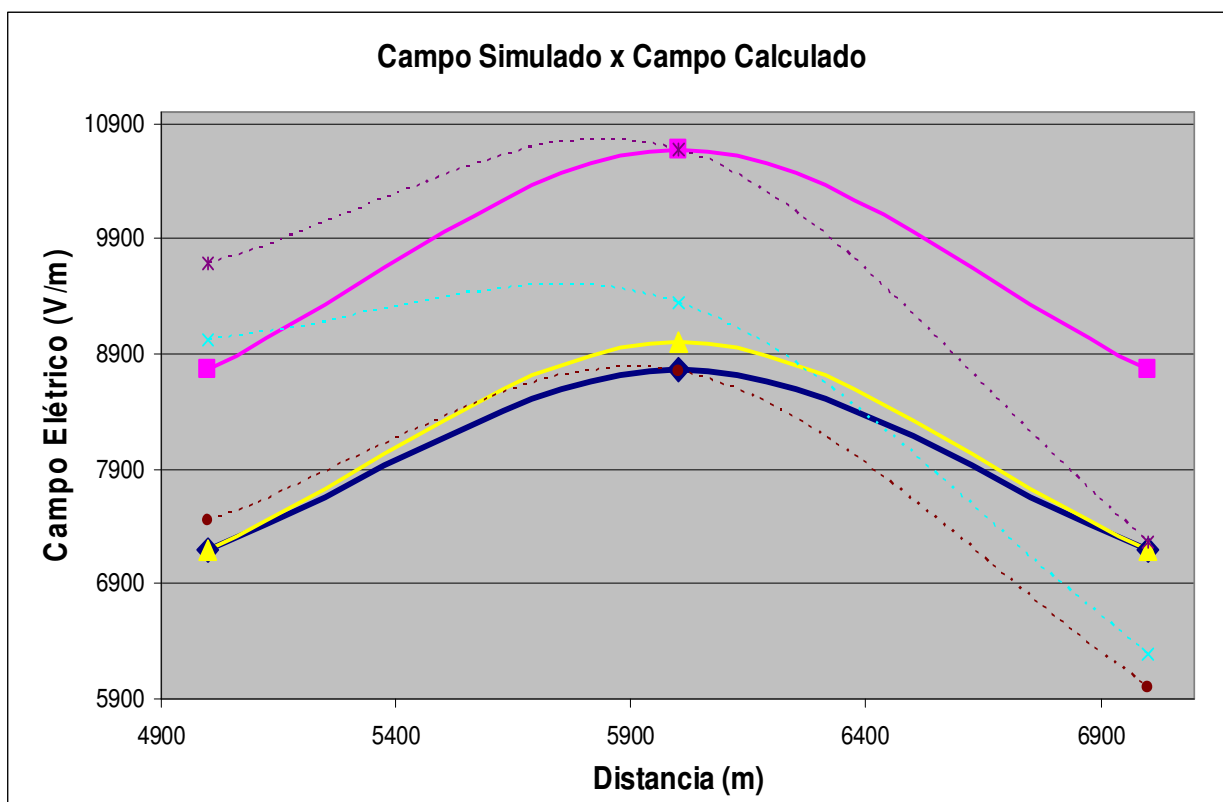


**FIGURA 4.17** – Representação do comportamento do campo elétrico no eixo vertical (Z) em função da posição no plano XY. As curvas indicam a distribuição de cargas na nuvem, sendo os valores calculados pelo Mathcad®.



**FIGURA 4.18** – Representação do comportamento do campo elétrico no eixo vertical (Z) em função da posição no plano XY. As curvas indicam a distribuição de cargas na nuvem, sendo os valores calculados pelo R. Simulator.





**FIGURA 4.19** – Representação do comportamento do campo elétrico no eixo vertical (Z) em função da posição no plano XY. As curvas indicam a distribuição de cargas na nuvem, sendo os valores calculados pelo R. Simulator (curvas tracejadas) comparados com o valores calculados a partir da estrutura determinada pelo problema inverso (curvas cheias).

## 5 DISCUSSAO DOS RESULTADOS

### 5.1 SIMULAÇÃO DAS DISTRIBUIÇÕES DE CARGAS

Os gráficos gerados abaixo foram obtidos a partir da comparação com o trabalho *de* Stolzenburg (1998b) figura 2.12 para a nuvem quadripolar e com o artigo *de* Uman (1987) figura 2.10 para a nuvem tripolar. Com relação à nuvem quadripolar foi utilizado a equação 2 para a determinação das cargas da nuvem de acordo com a altura e a distribuição de carga utilizada foi a descrita no artigo de Stolzenburg (1998b) (figura 2.12) a qual foi simulada pelo software conforme a figura 3.4. Para a nuvem tripolar as cargas estavam descritas no próprio artigo do Uman (1987), apenas foram então utilizados os seus dados para gerar a nuvem no software. Com as nuvens geradas pelo software, foi feito a simulação do campo elétrico da nuvem, para descrever o caminho que o balão atmosférico fez ao passar na nuvem quadripolar descrita por Stolzenburg (1998b). Esta análise consistiu em verificar o campo elétrico vertical em função da altura e o campo elétrico gerado no solo, abaixo da nuvem. O mesmo processo descrito acima foi feito para a nuvem tripolar descrita por Uman (1987). Os dados obtidos pelo software para a nuvem quadripolar foram utilizados para construção das figuras do capítulo 4. Para a nuvem tripolar os dados obtidos foram utilizados para a obtenção do perfil do campo elétrico vertical e no solo, para a resolução do problema inverso.

A nuvem quadripolar foi utilizada para verificar se o software conseguiria reproduzir a mesma distribuição de cargas e um perfil de campo elétrico semelhante aos da literatura. Para fazer a simulação utilizamos os dados da densidade de carga do artigo de Stolzenburg (1998b). Após a simulação verificamos que a estrutura encontrada era quadripolar, com os mesmo sinais de carga, mas com as magnitudes diferentes, e o perfil do campo elétrico vertical próximo ao visto na literatura (figura 3.4). A densidade de carga utilizada na nuvem quadripolar, também foi utilizada para a simulação de uma nuvem tripolar estudada por Malan na África do Sul (Uman 1987).

A nuvem tripolar gerou um perfil de campo elétrico no solo (figura 3.7) no qual foram utilizadas algumas regiões para calcular a solução do problema inverso e obter a distribuição de carga da nuvem.

Os procedimentos descritos nos parágrafos anteriores mostraram que o software é capaz de simular nuvens com características próximas das reais, por exemplo, efeito de inomogeneidade de distribuição de cargas, que apareceu na assimetria do campo elétrico simulado (figuras 4.17, 4.18 e 4.19). As magnitudes dos campos permaneceram entre os valores esperados na literatura conforme apresentado nas figuras 2.10 e 4.16, para as estruturas tripolares. O campo elétrico no solo para a estrutura quadripolar ficou na faixa de 4 kV/m, portanto menor que a estrutura tripolar, aonde os valores no solo chegaram à faixa de 10 kV/m. Como comentado anteriormente esse efeito pode estar associado às cargas das nuvens. Pois as cargas da nuvem tripolar foram obtidas de uma forma direta, pois já se conhecia suas magnitudes absolutas e as cargas da nuvem quadripolar foram obtidas de forma arbitrária, pois a literatura não fornecia os valores. Outro fator também pode ser altura da base da nuvem e pela distribuição líquida de carga que na quadripolar foi 0 C e na tripolar foi +10 C. Esses devem ser os fatores que influenciam na diferença de intensidade dos campos elétricos, pois era esperado que a intensidade da estrutura quadripolar fosse mais intensa do que a tripolar.

## **5.2 SOLUÇÃO DO PROBLEMA INVERSO.**

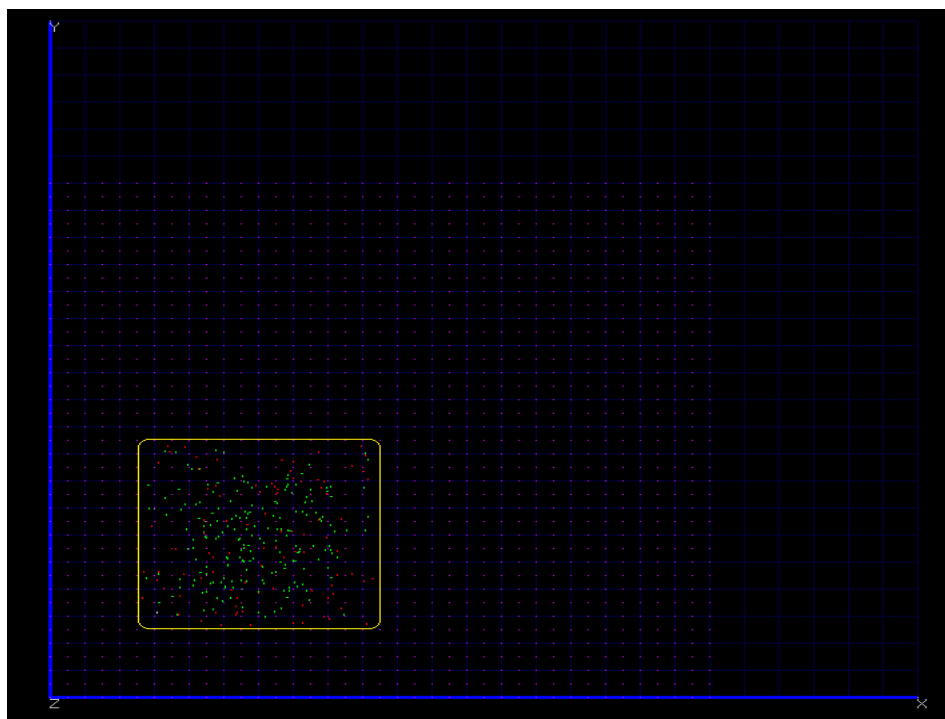
A solução do problema inverso foi utilizada para encontrar a estrutura de carga que reproduzia o campo elétrico simulado no solo para a nuvem tripolar. A comparação desses campos apresentada nas figuras 4.17 4.18 e 4.19 mostra que os campos calculados para um dipolo (solução obtida para o problema inverso) estão na mesma magnitude que os valores obtidos pela simulação. Verificamos que quanto mais próximo do centro da nuvem a solução obtida consegue descrever o perfil do campo elétrico e os sinais das cargas elétricas, mas não determina as suas magnitudes de acordo com a literatura (Uman1987), pois a distribuição de cargas dentro da nuvem é

inomogênea. Isso produz uma série de soluções com valores muito diferentes, chegando mesmo a inviabilizar os valores médios.

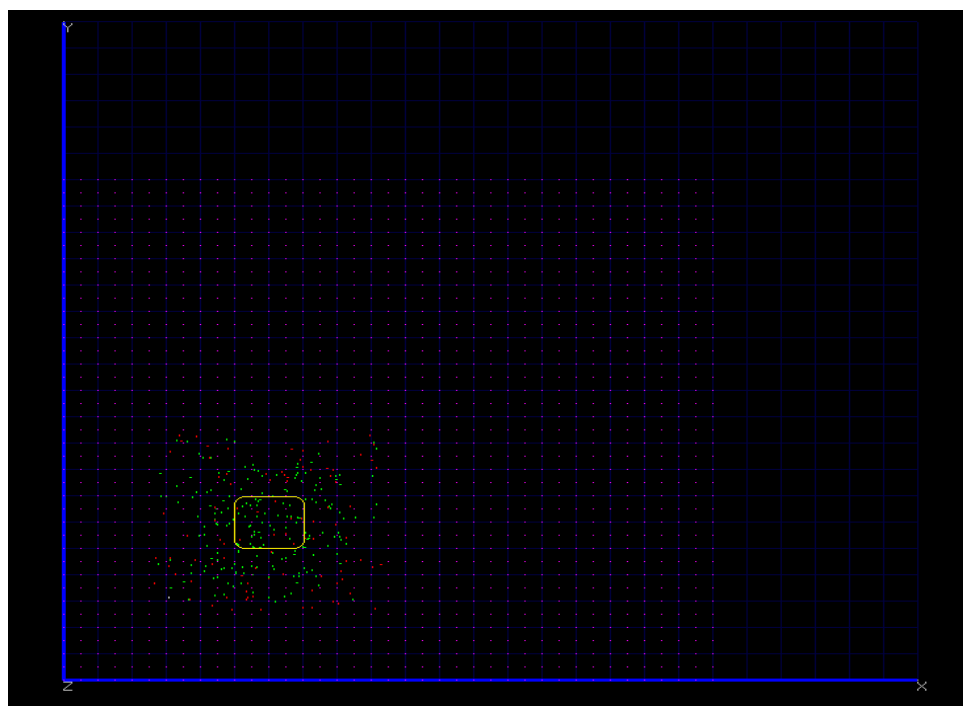
A solução para esse problema das magnitudes foi buscar um perfil de campo elétrico que indica uma distribuição dipolar. Verificamos que a partir do ponto 12000 x 12000 m a estrutura percebida no perfil vertical do campo elétrico corresponde a um dipolo, como mostra o gráfico da figura 4.14. Para um conjunto de medidas colocadas a partir dessa distância verificamos que os valores calculados pelo problema inverso localizam e determinam a distribuição dipolar como sendo as cargas + 30,396 C e - 31,496 C, nos pontos 10 km e 5 km, conforme mostrado na figura 4.14.

Pode-se verificar nas figuras 4.1 a 4.7 e 4.8 a 4.14 que conforme o perfil vertical se afasta da nuvem ele reproduz uma estrutura dipolar, e quanto mais próxima os perfis revelam mais centros de carga. O perfil do campo elétrico estando mais próximo da nuvem, mostra mais definidos os centros de carga, fazendo com que a determinação do problema inverso para estrutura da nuvem não seja trivial, pois as distribuições das cargas nesses centros se tornam mais aleatórias. A solução adotada de utilizar pontos mais distantes da nuvem se mostrou adequada, pois como a estrutura reproduzida é dipolar fica mais fácil de reproduzir a nuvem visto que a longas distancias a distribuição de cargas nesses centros se tornam mais uniformes. Os campos elétricos calculados para essa estrutura dipolar ficaram consistentes com aqueles produzidos pelas nuvens simuladas, conforme já mostrado nas figuras 4.17 a 4.19.

As figuras 5.1 a 5.2 mostram as regiões onde foram feitas as análises do campo elétrico para a determinação das cargas elétricas da nuvem tripolar.



**FIGURA 5.1** – Representa a região 1 para a análise das cargas elétricas. A figura representa um quadrado no solo, que compreende toda nuvem tripolar.



**FIGURA 5.2** – Representa a região 2 para a análise das cargas elétricas. A figura representa um quadrado no solo, que compreende uma região ao redor do centro da nuvem tripolar.

Para uma região localizada abaixo da nuvem na qual os pontos medidos estão posicionados na periferia da nuvem conforme a figura 5.1 e para uma região que também está abaixo da nuvem, mas os pontos medidos se encontram ao redor do centro da nuvem até 1000 m do mesmo. Conforme a figura 5.2, encontramos resultados que indicam o perfil do campo elétrico e os sinais das cargas condizentes a uma nuvem tripolar, mas as magnitudes de cargas não são as mesmas obtidas na literatura (Uman 1987). Há uma região muito afastada do centro da nuvem em uma posição de 15000 m a 18000 m, que foi uma tentativa de verificar nessa posição se a magnitude de carga era o próximo ao valor da literatura, mas nesse ponto verificamos que a leitura do campo elétrico indicava uma estrutura dipolar, o que podemos verificar nos cálculos em anexo (parte 1, 2 e 3).

Dentro dessas regiões foram feitas variações das posições dos conjuntos de pontos do campo elétrico no solo, para a tentativa de se encontrar a melhor estrutura de cargas. Os valores obtidos para as cargas elétricas e as posições das medidas do campo elétrico no solo estão representados na tabela 5.1.

**TABELA 5.1** – Posições para a medida do campo elétrico no solo e os valores das cargas elétricas.

Regiões	Posições (m)	Cargas Elétricas (C)		
1	x → 2500 m a 9500 m y → 2500 m a 9500 m	+ 4,43	- 39,84	+ 3,98
2	x → 5000 m a 7000 m y → 5000 m a 7000 m	+ 0,38	- 120,45	+ 42,58
3	x → 15000 m a 18000 m y → 15000 m a 18000 m	+ 5,91	- 48,16	+ 45,13
4	x → 29000 m a 30000 m y → 3500 m a 8500 m		- 37,79	+ 41,04
5	x → 12000 m a 15000 m y → 4000 m a 7000 m		- 30,39	+ 31,49

Para uma região além da posição de 15000 m a 18000 m, o perfil do campo elétrico já assume uma característica de distribuição de cargas com uma nuvem dipolar, conforme pode ser observado nos cálculos do anexo “parte 5”. A região compreendida para o cálculo está na tabela abaixo. Os valores das posições dos “Field Mills” são aqueles em que a nuvem apresentou a melhor distribuição de cargas sendo caracterizada na forma dipolar, produzindo nessa nuvem uma camada de blindagem em cada centro de carga.

Posições simuladas dos Field Mills

x1 := 14500	x2 := 15000	x3 := 12000	x4 := 12500	x5 := 13000	x6 := 13500
y1 := 4000	y2 := 4000	y3 := 5500	y4 := 5500	y5 := 5500	y6 := 5500
z1 := 0	z2 := 0	z3 := 0	z4 := 0	z5 := 0	z6 := 0
x7 := 14000	x8 := 14500	x9 := 15000	x10 := 12000	x11 := 12500	x12 := 13000
y7 := 5500	y8 := 5500	y9 := 5500	y10 := 7000	y11 := 7000	y12 := 7000
z7 := 0	z8 := 0	z9 := 0	z10 := 0	z11 := 0	z12 := 0

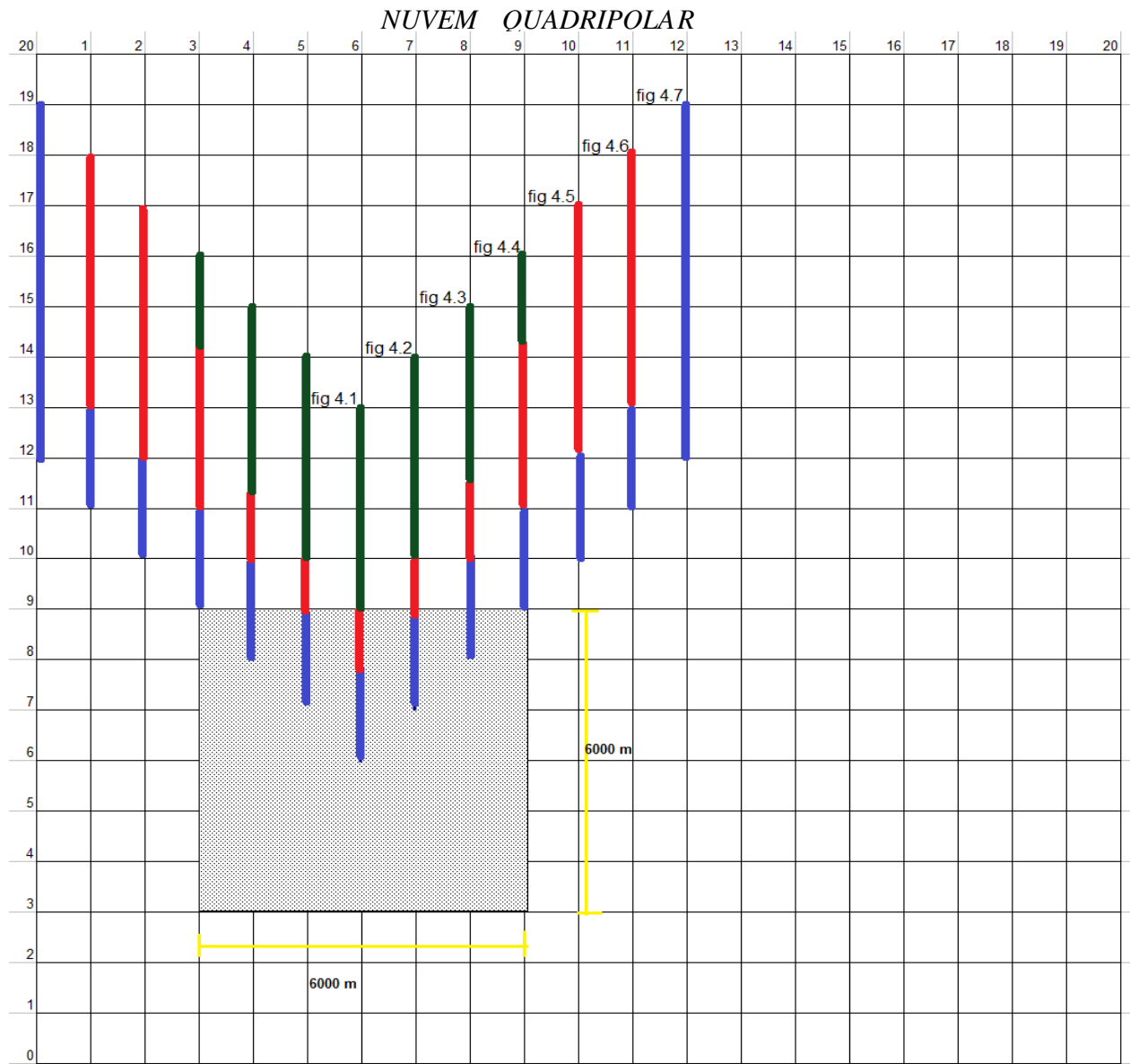
As cargas obtidas possuem os seguintes valores:

$$q = \begin{pmatrix} -30,396 \\ 31,496 \end{pmatrix}$$

Os cálculos e a entrada do programa se encontram no apêndice.

As figuras 5.5 e 5.6 resumem as figuras de 4.1 a 4.15, apresentando a distribuição de carga da nuvem, mostrada pelo perfil vertical do campo elétrico em função da distância a partir do seu centro.

A figura 5.3, resume os gráficos das figuras 4.1 a 4.7. Pode-se observar regiões em que perfil do campo elétrico apresenta um comportamento dipolar (linha azul), tripolar (linha vermelha) e quadripolar (linha verde). Pela simetria do problema, pode-se supor uma imagem especular dessas regiões na parte oposta do plano.

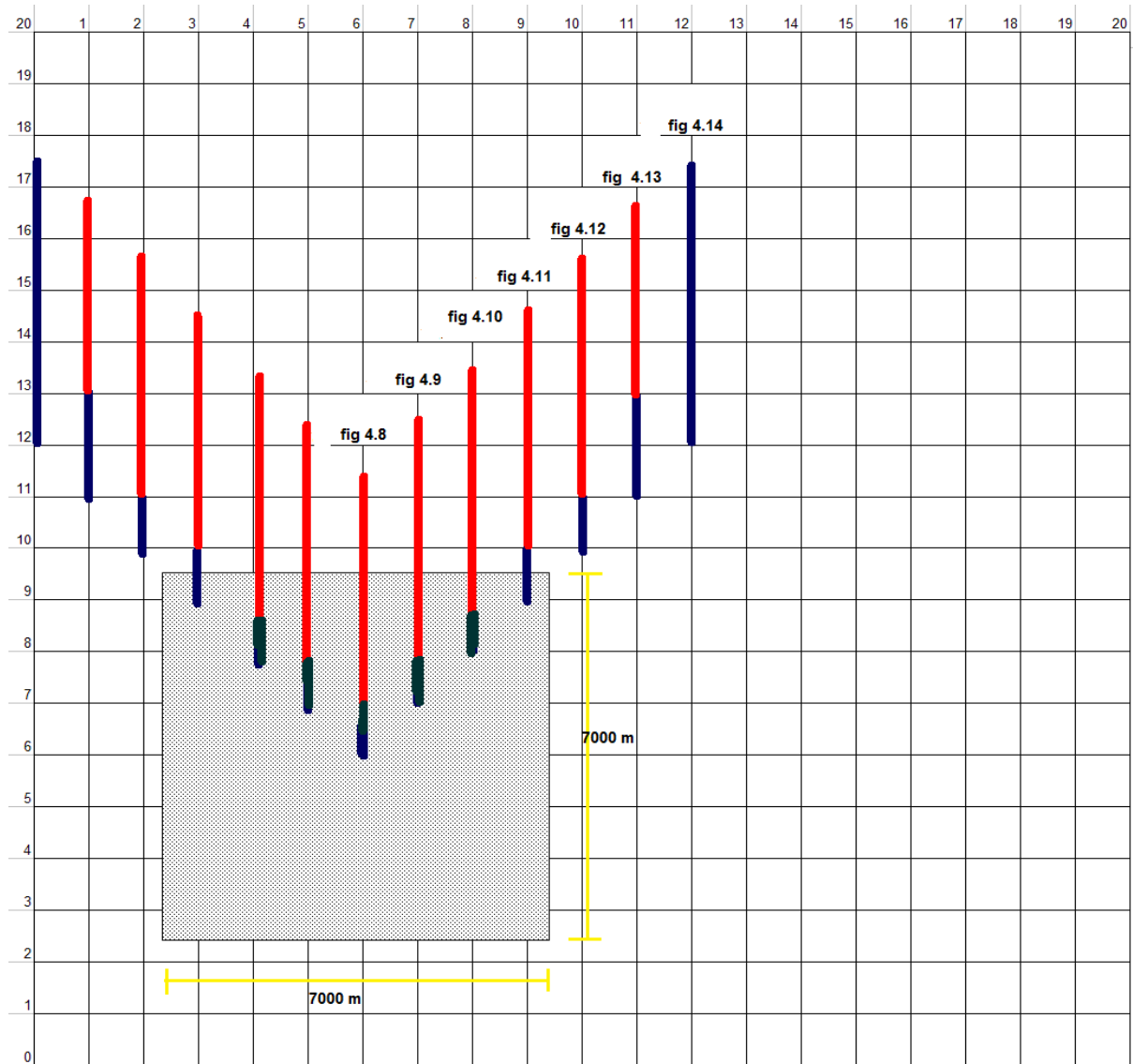


**FIGURA 5.3** – Representa uma distribuição de cargas quadripolar, tripolar e dipolar, as quais são ilustradas pelas linhas verde, vermelha e azul, respectivamente.



A figura 5.4, resume os gráficos das figuras 4.8 a 4.14. Pode-se observar regiões em que perfil do campo elétrico apresenta um comportamento dipolar (linha azul) e tripolar (linha vermelha). Pela simetria do problema, pode-se supor uma imagem especular dessas regiões na parte oposta do plano.

### NUVEM TRIPOLAR



**FIGURA 5.4** – Representa uma distribuição de cargas tripolar e dipolar, as quais são ilustradas pelas linhas vermelha e azul, respectivamente.

## 6 CONCLUSÕES

Nesse trabalho investigamos a estrutura de cargas dentro de nuvens simuladas, a partir de leituras do campo elétrico obtidos na região do solo ( $z=0$ ). Simulamos nuvens tripolares e quadripolares.

Para a nuvem quadripolar foram simuladas situações em que os valores obtidos estavam consistentes com aqueles da literatura. Com os dados obtidos dessa simulação foram reproduzidos gráficos para a análise do campo elétrico vertical. Os perfis obtidos nesse trabalho foram semelhantes aos obtidos por Stolzenburg, (1998b) que estudou nuvens reais. Na simulação verifica-se que o balão lançado passou na periferia da nuvem, sendo que os valores do campo elétrico podem ser verificados na figura 4.1. O campo elétrico da nuvem quadripolar tem valores máximos quando analisado um corte na nuvem em seu centro (6000; 6000) m apresentando picos máximos para as distribuições de cargas, quando o corte passa ao lado da nuvem como verificado no gráfico da figura 4.1. Conforme se afasta da nuvem, menos intenso o campo fica e a distribuição de carga se mostra dipolar, pois uma distribuição de cargas faz blindagem à outra.

Para a nuvem tripolar foram feitas duas análises. A primeira, em simular a nuvem de acordo com os valores da literatura e verificar o campo elétrico da nuvem. Os procedimentos foram os mesmos para a nuvem quadripolar, porém a intensidade máxima do campo elétrico vertical é a 1000 m do centro da nuvem que está em (6000; 6000) m, apresentando picos máximos para as distribuições de cargas, conforme mostra o gráfico da figura 4.8. A segunda análise realizada foi aplicar técnicas de solução para o problema inverso para essa nuvem, partindo dos dados do campo elétrico no solo, a fim de reproduzir as cargas elétricas dessa distribuição. Os anexos apresentam os cálculos feitos para diversas posições do campo elétrico abaixo da nuvem, sendo elas abaixo e próximas da nuvem. Verifica-se que abaixo da nuvem o problema inverso consegue encontrar as cargas elétricas com o mesmo sinal da literatura, mas não encontra os valores absolutos das magnitudes de carga. Isso ocorreu devido à distribuição de cargas na nuvem não ser uniforme. Há uma

inomeogeneidade de cargas na nuvem. Conforme o perfil do campo elétrico se afasta da nuvem, problema inverso encontra valores mais realistas, pois distante da nuvem o ponto de leitura vê a distribuição de carga, de uma forma menos “espalhada”.

Conforme mostra as figuras 5.3 e 5.4 a partir de 3 km do limite da borda da nuvem, o comportamento, apresentando pelos perfis de campo elétrico, mostra que existe apenas uma estrutura dipolar e não mais multipolar.

É importante ter uma rede extensa de “Field Mill” para poder escolher aqueles que estão dentro de uma região ideal para calcular a estrutura de cargas das nuvens, como foi realizado a determinadas distâncias dos centros de carga, pois com os dados obtidos pelos “Field Mills” pode-se reproduzir com mais exatidão a nuvem dipolar, aplicando esses conceitos em dados obtidos de nuvens reais.

As principais conclusões desse trabalho foram:

1. O software R.Simulator, simula adequadamente as nuvens a partir da distribuição de cargas, independente das magnitudes das cargas.
2. A estrutura de cargas da nuvem usada no problema inverso depende da distância à nuvem, da região em que foram obtidas as medidas do campo elétrico no solo.
3. Abaixo do centro da nuvem os perfis verticais são muito suaves e, portanto as soluções obtidas são muito divergentes, para estruturas tripolares.
4. A região ideal para obtenção de perfis verticais que detectem a estrutura de cargas da nuvem é próxima das bordas dessa nuvem.
5. Os valores do campo elétrico no solo podem ser uma indicação preliminar do tipo de estrutura a ser utilizada para o cálculo do problema inverso, já que próximo da nuvem os campos são muito mais intensos do que em regiões mais afastadas, mas ainda sob influência da nuvem.

## **7 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS**

É importante desenvolver programas para o cálculo do problema inverso onde a estrutura de cargas no interior da nuvem seja com distribuições volumétricas. Isso tornará o problema mais próximo da realidade.

É sugerida também, a aplicação dessa técnica em problemas reais a partir da leitura de redes de “Field Mill”.

## 8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Anselmo, E. M. **Estudo da razão entre o número de relâmpagos intranuvem e nuvem-solo para sistemas convectivos da cidade de Campo Grande - MS.** (Dissertação de Mestrado) Campo Grande - Ms: Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, 2009. 106 p.

Chauzy, Serge; Soula, Serge. **Contribution of the ground corona ions to the convective charging mechanism.** Atmospheric Research, v.51, p.279-300, 1999.

Fernandes, W. A. **Características dos relâmpagos gerados por nuvens de tempestades em ambientes sob a influência das queimadas em Rondônia.** (Dissertação de Mestrado) São José dos Campos: Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), 2005. 182 p.; - (INPE-13831-TDI/1054)

Feynmann, R. P; Leighton, R. B. e SANDS, M. **Lectures on Physics.** 6.Ed. Massachussets: Addison-Wesley Publishing Company, v.2, 1977.  
<http://assets.cambridge.org/052158/3276/sample/0521583276ws.pdf>. Acesso em: 28 Ago. 2005.

Gin, R. B. B. **Estudo coordenado de um sistema de tempestade sobre a América do Sul.** (Dissertação de Mestrado). São José dos Campos: Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), 1992

Israelsson, S. e Tammet, H. **Variation of fair weather atmospheric electricity at Marsta Observatory.** Journal of Atmospheric and SolarTerrestrial Physics, Great Britain, v.63, p.1693-1703, 2001.

Israelsson, S. **The effects of wind and evaporation on space charge formation at the ground.** Journal of Atmospheric and Terrestrial Physics, Great Britain, v.56, n.1, p.1-8, 1994.

Jacobson, E. A., and E. P. Krider, **Electrostatic field changes produced by Florida lightning,** J. Atmos. Sci., 33, 103-117, 1976.

Kasemir, W. H. Current **budget of the atmospheric electric global circuit,** Journal of Geophysical Research, Vol. 99, n. D5, p.p 10701 – 10708, May 1994.

Kegel, W.K. **Enlightening physics: The physics of lightning,** 2002.

Koshak, W. J., and E. P. Krider (1989), **Analysis of lightning field changes during active florida thunderstorms,** J. Geophys. Res., 94(D1), 1165–1186, doi:10.1029/JD094iD01p01165

Lacerda, M., Jaques, R.. **Diurnal variation of lightning activity based on data recorded by the global lightning location system STARNET.** In: XIV International Conference on Atmospheric Electricity, Rio de Janeiro, Brasil. Agosto 2011.

Lacerda, M., Jaques, R., Rodriguez, C. A. M., Anselmo, E. M., Fritzen, C. L., Paro, J. C., Fernandes, W. A, Dias, W. M. **Research of electrical structure of a thundercloud over São Paulo city by using Field Mill records, Radar data and lightning localization system (LLS).** In: Ground and Earthing & 4<sup>th</sup> LPE, 2010, Salvador.

Lacerda, M. Fritzen, C. L., Paro, J. C., Fernandes, W. A. **3D Simulations of Lightning Channel.** IX International Symposium on Lightning Protection. Fox do Iguaçu, Brasil. Nov. 2007

Lacerda, M. **Análise e modelagem de curvas de corrente de relâmpagos negativos descendentes entre 1985 e 1994 na estação de pesquisa do morro do Cachimbo**

**(MG).** (Tese de Doutorado). São José dos Campos: Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), 1998.

Livingston, J. M., and E. P. Krider (1978), ***Electric Fields Produced by Florida Thunderstorms***, J. Geophys. Res., 83(C1), 385–401, doi:10.1029/JC083iC01p00385.

MacGorman, D. R., e Rust, W. D. **The Electrical Nature of Storms**, ed. Oxford University Press, 1998.

Magno, C. **Thunderstorms**. Amsterdam, Elsevier, 1980. (Development in Atmospheric Science, 12).

Markson, R. The Global Circuit intensity, its measurement and variation over the last 50 Years, Bulletin of the American Meteorological Society, Feb 2007

Marshall, T., and W. Rust (1991), **Electric Field Soundings Through Thunderstorms**, J. Geophys. Res., 96(D12), 22297-22306

Murphy M. J., E. P. Krider, and M. W. Maier, **Lightning charge analysis in small Convection and Precipitation Electrification (CaPE) experiment storms**, J. Geophys. Res., 101, 29,615 – 29,626, 1996.

Rakov, V.A.; Uman, M.A. *Lightning, Physics and effects*. 1.ed. Cambridge, United Kingdom, 2003.

Roble, R. G. e Tzur, I. **The global atmospheric-electrical circuit**. In: The Earth's Electrical Environment. National Academies Press, 1986.

Rust, W. D.; Marshall, T. C. **On abandoning the thunderstorm tripole –charge paradigm**. Journal of Geophysical Research, v.101, p.23499-23504, 1996.

Rycroft, M.J.; Israelsson, S.; Price, C. **The global atmospheric electric circuit, solar activity and climate change**. Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics, Great Britain, v.62, p.1563-1576, 2000.

Simpson, G. C.; Robinson, G. D. **The distribution of electricity in thunderclouds II.** Proceedings of the Royal society A , v.177, p. 281-329, 1941.

Simpson, G. C.; Scrase, F. J. **The distribution of electricity in thunderclouds I.** Proceedings of the Royal society A, v.161, p. 309-352, 1937.

a) Stolzenburg, M., W. D. Rust, B. F. Smull, and T. C. Marshall (1998), **Electrical structure in thunderstorm convective regions 1. Mesoscale convective systems**, J. Geophys. Res., 103 (D12), 14,059–14,078, doi:10.1029/97JD03546.

b) Stolzenburg, M., W. D. Rust, and T. C. Marshall (1998), **Electrical structure in thunderstorm convective regions 2. Isolated storms**, J. Geophys. Res., 103 (D12), 14,079–14,096, doi:10.1029/97JD03547.

c) Stolzenburg, M., W. D. Rust, and T. C. Marshall (1998), **Electrical structure in thunderstorm convective regions 3. Synthesis**, J. Geophys.

Stolzenburg, M., and T. Marshall (1994), **Testing models of thunderstorm charge distributions with Coulomb's law**, J. Geophys. Res., 99(D12), 25921-25932.

Tarantola, A.. **Inverse Problem Theory, methods for data fitting and model parameter estimation**, Elsevier, 1987.

Thomaz Jr, L. D. **Análise da tortuosidade do canal em relâmpagos simulados nas imediações de nuvens eletricamente carregadas, com estruturas tri e quadripolar.**(Dissertação de Mestrado) (em elaboração) (comunicação pessoal). Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS), 2011.

Uman, M. A., **The lightning discharge**, Academica Press Incorporation, 1987.

Vianello, Rubens Leite; Alves, Adil Rainier. **Meteorologia Básica e Aplicações**. 1.Ed. Viçosa: Editora UFV, 2000. 449p. ISBN 85-7269-073-5.



Vonnegut B. **Possible Mechanism for the Formation of Thunderstorm Electricity.** Bulletin of the American Meteorological Society, v.34, p.378, 1955.

Wahlin, Lars. **Atmospheric Electrostatics.** John Wiley & Sons Inc., New York. 1986.

Williams, E. R. **The electrification of thunderstorms.** *Scientific American*, 259 (5): 48-65, Nov. 1988.

Williams, E. R. **The tripole structure of thunderstorms.** *Journal of Geophysical Research*, v. 94, p.13.151-13.167, 1989.

Wilson, C. T. R. **Investigations on lightning discharges and on the electrical field of thunderstorms.** *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, v.221, p. 73-115, 1920.

## 9 APÊNDICE

Cálculos utilizando o software Mathcad ® , para a resolução do problema inverso para a nuvem tripolar

### 1. Cálculo das cargas elétricas abaixo da nuvem (Região 1)

Resolução de um sistema de duas incógnitas de equações não lineares

$x1 := 2500$	$x2 := 2500$	$x3 := 2500$	$x4 := 5000$	$x5 := 5000$	$x6 := 5000$
$y1 := 2500$	$y2 := 6000$	$y3 := 9500$	$y4 := 2500$	$y5 := 6000$	$y6 := 9500$
$z1 := 0$	$z2 := 0$	$z3 := 0$	$z4 := 0$	$z5 := 0$	$z6 := 0$
$x7 := 7500$	$x8 := 7500$	$x9 := 7500$	$x10 := 9500$	$x11 := 9500$	$x12 := 9500$
$y7 := 2500$	$y8 := 6000$	$y9 := 9500$	$y10 := 2500$	$y11 := 6000$	$y12 := 9500$
$z7 := 0$	$z8 := 0$	$z9 := 0$	$z10 := 0$	$z11 := 0$	$z12 := 0$

$$k := 8.99 \cdot 10^9 \text{ N.m}^2 / \text{C}^2$$

Posições simuladas dos centros de carga (tripolo)

$x_{p1} := 6000$	$y_{p1} := 6000$	$z_{p1} := 2000$
$x_{n1} := 6000$	$y_{n1} := 6000$	$z_{n1} := 5000$
$x_{p2} := 6000$	$y_{p2} := 6000$	$z_{p2} := 10000$

Valores do campo elétrico obtidos pela simulação.

$E1 := -2374.56$	$E2 := -2340.23$	$E3 := -3429.96$	$E4 := -1704.52$
$E5 := 9347.06$	$E6 := -2690.39$	$E7 := -2182.04$	$E8 := 6934.92$
$E9 := -2725.51$	$E10 := -2463.06$	$E11 := -2348.50$	$E12 := -3116.68$

Equação para a determinação da matriz

$$R11 := 2k \cdot \frac{(zp1 - z1)}{\left[ (xp1 - x1)^2 + (yp1 - y1)^2 + (zp1 - z1)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}$$

$$R12 := 2k \cdot \frac{(zn1 - z1)}{\left[ (xn1 - x1)^2 + (yn1 - y1)^2 + (zn1 - z1)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}$$

$$R13 := 2k \cdot \frac{(zp2 - z1)}{\left[ (xp2 - x1)^2 + (yp2 - y1)^2 + (zp2 - z1)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}$$

$$R21 := 2k \cdot \frac{(zp1 - z2)}{\left[ (xp1 - x2)^2 + (yp1 - y2)^2 + (zp1 - z2)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}$$

$$R22 := 2k \cdot \frac{(zn1 - z2)}{\left[ (xn1 - x2)^2 + (yn1 - y2)^2 + (zn1 - z2)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}$$

$$R23 := 2k \cdot \frac{(zp2 - z2)}{\left[ (xp2 - x2)^2 + (yp2 - y2)^2 + (zp2 - z2)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}$$

$$R31 := 2k \cdot \frac{(zp1 - z3)}{\left[ (xp1 - x3)^2 + (yp1 - y3)^2 + (zp1 - z3)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}$$

$$R32 := 2k \cdot \frac{(zn1 - z3)}{\left[ (xn1 - x3)^2 + (yn1 - y3)^2 + (zn1 - z3)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}$$

$$R33 := 2k \cdot \frac{(zp2 - z3)}{\left[ (xp2 - x3)^2 + (yp2 - y3)^2 + (zp2 - z3)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}$$

$$R41 := 2k \cdot \frac{(zp1 - z4)}{\left[ (xp1 - x4)^2 + (yp1 - y4)^2 + (zp1 - z4)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}$$

$$R42 := 2k \cdot \frac{(zn1 - z4)}{\left[ (xn1 - x4)^2 + (yn1 - y4)^2 + (zn1 - z4)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}$$

$$R43 := 2k \cdot \frac{(zp2 - z4)}{\left[ (xp2 - x4)^2 + (yp2 - y4)^2 + (zp2 - z4)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}$$

$$R51 := 2k \cdot \frac{(zp1 - z5)}{\left[ (xp1 - x5)^2 + (yp1 - y5)^2 + (zp1 - z5)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}$$

$$R52 := 2k \cdot \frac{(zn1 - z5)}{\left[ (xn1 - x5)^2 + (yn1 - y5)^2 + (zn1 - z5)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}$$

$$R53 := 2k \cdot \frac{(zp2 - z5)}{\left[ (xp2 - x5)^2 + (yp2 - y5)^2 + (zp2 - z5)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}$$

$$R61 := 2k \cdot \frac{(zp1 - z6)}{\left[ (xp1 - x6)^2 + (yp1 - y6)^2 + (zp1 - z6)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}$$

$$R62 := 2k \cdot \frac{(zn1 - z6)}{\left[ (xn1 - x6)^2 + (yn1 - y6)^2 + (zn1 - z6)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}$$

$$R63 := 2k \cdot \frac{(zp2 - z6)}{\left[ (xp2 - x6)^2 + (yp2 - y6)^2 + (zp2 - z6)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}$$

$$R71 := 2k \cdot \frac{(zp1 - z7)}{\left[ (xp1 - x7)^2 + (yp1 - y7)^2 + (zp1 - z7)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}$$

$$R72 := 2k \cdot \frac{(zn1 - z7)}{\left[ (xn1 - x7)^2 + (yn1 - y7)^2 + (zn1 - z7)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}$$

$$R73 := 2k \cdot \frac{(zp2 - z7)}{\left[ (xp2 - x7)^2 + (yp2 - y7)^2 + (zp2 - z7)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}$$

$$R81 := 2k \cdot \frac{(zp1 - z8)}{\left[ (xp1 - x8)^2 + (yp1 - y8)^2 + (zp1 - z8)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}$$

$$R82 := 2k \cdot \frac{(zn1 - z8)}{\left[ (xn1 - x8)^2 + (yn1 - y8)^2 + (zn1 - z8)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}$$

$$R83 := 2k \cdot \frac{(zp2 - z8)}{\left[ (xp2 - x8)^2 + (yp2 - y8)^2 + (zp2 - z8)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}$$

$$R91 := 2k \cdot \frac{(zp1 - z9)}{\left[ (xp1 - x9)^2 + (yp1 - y9)^2 + (zp1 - z9)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}$$

$$R92 := 2k \cdot \frac{(zn1 - z9)}{\left[ (xn1 - x9)^2 + (yn1 - y9)^2 + (zn1 - z9)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}$$

$$R93 := 2k \cdot \frac{(zp2 - z9)}{\left[ (xp2 - x9)^2 + (yp2 - y9)^2 + (zp2 - z9)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}$$

$$R101 := 2k \cdot \frac{(zp1 - z10)}{\left[ (xp1 - x10)^2 + (yp1 - y10)^2 + (zp1 - z10)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}$$

$$R102 := 2k \cdot \frac{(zn1 - z10)}{\left[ (xn1 - x10)^2 + (yn1 - y10)^2 + (zn1 - z10)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}$$

$$R103 := 2k \cdot \frac{(zp2 - z10)}{\left[ (xp2 - x10)^2 + (yp2 - y10)^2 + (zp2 - z10)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}$$

$$R111 := 2k \cdot \frac{(zp1 - z11)}{\left[ (xp1 - x11)^2 + (yp1 - y11)^2 + (zp1 - z11)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}$$

$$R112 := 2k \cdot \frac{(zn1 - z11)}{\left[ (xn1 - x11)^2 + (yn1 - y11)^2 + (zn1 - z11)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}$$

$$R113 := 2k \cdot \frac{(zp2 - z11)}{\left[ (xp2 - x11)^2 + (yp2 - y11)^2 + (zp2 - z11)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}$$

$$R121 := 2k \cdot \frac{(zp1 - z12)}{\left[ (xp1 - x12)^2 + (yp1 - y12)^2 + (zp1 - z12)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}$$

$$R122 := 2k \cdot \frac{(zn1 - z12)}{\left[ (xn1 - x12)^2 + (yn1 - y12)^2 + (zn1 - z12)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}$$

$$R123 := 2k \cdot \frac{(zp2 - z12)}{\left[ (xp2 - x12)^2 + (yp2 - y12)^2 + (zp2 - z12)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}$$

Montagem da matriz e do campo elétrico e a equação para o problema inverso

$$R := \begin{pmatrix} R11 & R12 & R13 \\ R21 & R22 & R23 \\ R31 & R32 & R33 \\ R41 & R42 & R43 \\ R51 & R52 & R53 \\ R61 & R62 & R63 \\ R71 & R72 & R73 \\ R81 & R82 & R83 \\ R91 & R92 & R93 \\ R101 & R102 & R103 \\ R111 & R112 & R113 \\ R121 & R122 & R123 \end{pmatrix} \quad E := \begin{pmatrix} E1 \\ E2 \\ E3 \\ E4 \\ E5 \\ E6 \\ E7 \\ E8 \\ E9 \\ E10 \\ E11 \\ E12 \end{pmatrix} \quad q := (R^T \cdot R)^{-1} \cdot R^T \cdot E$$

Os valores encontrados para as cargas elétricas abaixo da nuvem

$$q = \begin{pmatrix} 4,436 \\ -39,84 \\ 3,988 \end{pmatrix}$$

2. Cálculo das cargas elétricas abaixo da nuvem ao redor do centro 5000m a 7000m (Região 2)

Resolução de um sistema de duas incógnitas de equações não lineares

$$x1 := 5000 \quad x2 := 5000 \quad x3 := 5000 \quad x4 := 6000 \quad x5 := 6000$$

$$y1 := 5000 \quad y2 := 6000 \quad y3 := 7000 \quad y4 := 5000 \quad y5 := 6000$$

$$z1 := 0 \quad z2 := 0 \quad z3 := 0 \quad z4 := 0 \quad z5 := 0$$

$$x6 := 6000 \quad x7 := 7000 \quad x8 := 7000 \quad x9 := 7000$$

$$y6 := 7000 \quad y7 := 5000 \quad y8 := 6000 \quad y9 := 7000$$

$$z6 := 0 \quad z7 := 0 \quad z8 := 0 \quad z9 := 0$$

$$k := 8.99 \cdot 10^9 \text{ N.m}^2 / \text{C}^2$$

Posições simuladas dos centros de carga (tripolo)

$$\begin{array}{lll} x_{p1} := 6000 & y_{p1} := 6000 & z_{p1} := 2000 \\ x_{n1} := 6000 & y_{n1} := 6000 & z_{n1} := 5000 \\ x_{p2} := 6000 & y_{p2} := 6000 & z_{p2} := 10000 \end{array}$$

Valores do campo elétrico obtidos pela simulação.

$$\begin{array}{llll} E1 := 9026.05 & E2 := 9347.06 & E3 := 6297.99 & E4 := 9691.14 \\ E5 := 10676.41 & E6 := 7266.35 & E7 := 7444.26 & E8 := 8741.95 \\ E9 := 6003.40 & & & \end{array}$$

Equação para a determinação da matriz: foram utilizadas as mesmas equações para o R, do item 1, porem utilizando apenas nove termos.

Montagem da matriz e do campo elétrico e a equação para o problema inverso

$$R := \begin{pmatrix} R11 & R12 & R13 \\ R21 & R22 & R23 \\ R31 & R32 & R33 \\ R41 & R42 & R43 \\ R51 & R52 & R53 \\ R61 & R62 & R63 \\ R71 & R72 & R73 \\ R81 & R82 & R83 \\ R91 & R92 & R93 \end{pmatrix} \quad E := \begin{pmatrix} E1 \\ E2 \\ E3 \\ E4 \\ E5 \\ E6 \\ E7 \\ E8 \\ E9 \end{pmatrix} \quad q := (R^T \cdot R)^{-1} \cdot R^T \cdot E$$

Os valores encontrados para as cargas elétricas abaixo da nuvem

$$q = \begin{pmatrix} 0,38 \\ -120,451 \\ 42,583 \end{pmatrix}$$

### 3. Cálculo das cargas elétricas afastado da nuvem, de 15000m a 18000 do centro (Região 3)

Resolução de um sistema de duas incógnitas de equações não lineares

$x1 := 15000$	$x2 := 15000$	$x3 := 15000$	$x4 := 16000$	$x5 := 16000$	$x6 := 16000$
$y1 := 15000$	$y2 := 16000$	$y3 := 17000$	$y4 := 15000$	$y5 := 16000$	$y6 := 17000$
$z1 := 0$	$z2 := 0$	$z3 := 0$	$z4 := 0$	$z5 := 0$	$z6 := 0$
$x7 := 17000$	$x8 := 17000$	$x9 := 17000$	$x10 := 18000$	$x11 := 18000$	$x12 := 18000$
$y7 := 15000$	$y8 := 16000$	$y9 := 17000$	$y10 := 15000$	$y11 := 16000$	$y12 := 17000$
$z7 := 0$	$z8 := 0$	$z9 := 0$	$z10 := 0$	$z11 := 0$	$z12 := 0$

$$k := 8.99.10^9 \text{ N.m}^2 / \text{C}^2$$

Posições simuladas dos centros de carga (tripolo)

$x_{p1} := 6000$	$y_{p1} := 6000$	$z_{p1} := 2000$
$x_{n1} := 6000$	$y_{n1} := 6000$	$z_{n1} := 5000$
$x_{p2} := 6000$	$y_{p2} := 6000$	$z_{p2} := 10000$

Valores do campo elétrico obtidos pela simulação.

$E1 := 320.16$	$E2 := 341.16$	$E3 := 348.95$	$E4 := 344.83$
$E5 := 351.39$	$E6 := 349.65$	$E7 := 355.35$	$E8 := 352.46$
$E9 := 344.47$	$E10 := 354.91$	$E11 := 346.29$	$E12 := 334.58$

Equação para a determinação da matriz:

Montagem da matriz e do campo elétrico e a equação para o problema inverso



$$R := \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \\ R_{41} & R_{42} & R_{43} \\ R_{51} & R_{52} & R_{53} \\ R_{61} & R_{62} & R_{63} \\ R_{71} & R_{72} & R_{73} \\ R_{81} & R_{82} & R_{83} \\ R_{91} & R_{92} & R_{93} \end{pmatrix} \quad E := \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \\ E_5 \\ E_6 \\ E_7 \\ E_8 \\ E_9 \end{pmatrix} \quad q := (R^T \cdot R)^{-1} \cdot R^T \cdot E$$

Os valores encontrados para as cargas elétricas abaixo da nuvem

$$q = \begin{pmatrix} 45,139 \\ -48,162 \\ 5,91 \end{pmatrix}$$

#### 4 - Calculo das cargas elétricas afastado da nuvem, a 29000m e 30000.

Resolução de um sistema de duas incógnitas de equações não lineares

$x1 := 29000$	$x2 := 29000$	$x3 := 29000$	$x4 := 29000$	$x5 := 29000$	$x6 := 29000$
$y1 := 3500$	$y2 := 4500$	$y3 := 5500$	$y4 := 6500$	$y5 := 7500$	$y6 := 8500$
$z1 := 0$	$z2 := 0$	$z3 := 0$	$z4 := 0$	$z5 := 0$	$z6 := 0$
$x7 := 30000$	$x8 := 30000$	$x9 := 30000$	$x10 := 30000$	$x11 := 30000$	$x12 := 30000$
$y7 := 3500$	$y8 := 4500$	$y9 := 5500$	$y10 := 6500$	$y11 := 7500$	$y12 := 8500$
$z7 := 0$	$z8 := 0$	$z9 := 0$	$z10 := 0$	$z11 := 0$	$z12 := 0$

$$k := 8.99 \cdot 10^9 \text{ N.m}^2 / \text{C}^2$$

Posições simuladas dos centros de carga (dipolo)

$$\begin{aligned} x_{n1} &:= 6000 & y_{n1} &:= 6000 & z_{n1} &:= 5000 \\ x_{p2} &:= 6000 & y_{p2} &:= 6000 & z_{p2} &:= 10000 \end{aligned}$$

Valores do campo elétrico obtidos pela simulação.

$$\begin{aligned} E1 &:= 206.61 & E2 &:= 207.48 & E3 &:= 207.54 & E4 &:= 206.78 \\ E5 &:= 205.23 & E6 &:= 202.91 & E7 &:= 188.64 & E8 &:= 189.44 \\ E9 &:= 189.52 & E10 &:= 188.89 & E11 &:= 187.57 & E12 &:= 185.57 \end{aligned}$$

Equação para a determinação da matriz:

Montagem da matriz e do campo elétrico e a equação para o problema inverso

$$R := \begin{pmatrix} R11 & R12 \\ R21 & R22 \\ R31 & R32 \\ R41 & R42 \\ R51 & R52 \\ R61 & R62 \\ R71 & R72 \\ R81 & R82 \\ R91 & R92 \\ R101 & R102 \\ R111 & R112 \\ R121 & R122 \end{pmatrix} \quad E := \begin{pmatrix} E1 \\ E2 \\ E3 \\ E4 \\ E5 \\ E6 \\ E7 \\ E8 \\ E9 \\ E10 \\ E11 \\ E12 \end{pmatrix} \quad q := (R^T \cdot R)^{-1} \cdot R^T \cdot E$$

Os valores encontrados para as cargas elétricas abaixo da nuvem

$$q = \begin{pmatrix} -37,792 \\ 41,046 \end{pmatrix}$$

## 5 - Calculo das cargas elétricas afastado da nuvem, a 12000m e 15000.

Posições simuladas dos Field Mills

x1:= 14500	x2:= 15000	x3:= 12000	x4:= 12500	x5:= 13000	x6:= 13500
y1 := 4000	y2 := 4000	y3 := 5500	y4 := 5500	y5 := 5500	y6 := 5500
z1 := 0	z2 := 0	z3 := 0	z4 := 0	z5 := 0	z6 := 0
x7:= 14000	x8:= 14500	x9:= 15000	x10:= 12000	x11:= 12500	x12:= 13000
y7 := 5500	y8 := 5500	y9 := 5500	y10 := 7000	y11 := 7000	y12 := 7000
z7 := 0	z8 := 0	z9 := 0	z10:= 0	z11:= 0	z12:= 0

$$k := 8.99.10^9 \text{ N.m}^2 / \text{C}^2$$

Posição dos centros de carga (dipolo)

xn1 := 6000	yn1 := 6000	zn1 := 5000
xp2 := 6000	yp2 := 6000	zp2 := 10000

Valores do Campo Elétrico obtidos pela simulação

E1:= -209.85	E2:= -45.35	E3:= -2007.45	E4:= -1584.43
E5:= -1196.66	E6:= -857.78	E7:= -571.31	E8:= -335.22
E9:= -144.65	E10:= -2063.19	E11:= -1631.04	E12:= -1236.96

Equação para a determinação da matriz:

Montagem da matriz e do campo elétrico e a equação para o problema inverso

$$\begin{aligned}
 \mathbf{R} &:= \begin{pmatrix} R11 & R12 \\ R21 & R22 \\ R31 & R32 \\ R41 & R42 \\ R51 & R52 \\ R61 & R62 \\ R71 & R72 \\ R81 & R82 \\ R91 & R92 \\ R101 & R102 \\ R111 & R112 \\ R121 & R122 \end{pmatrix} &
 \mathbf{E} &:= \begin{pmatrix} E1 \\ E2 \\ E3 \\ E4 \\ E5 \\ E6 \\ E7 \\ E8 \\ E9 \\ E10 \\ E11 \\ E12 \end{pmatrix} &
 \mathbf{q} &:= (\mathbf{R}^T \cdot \mathbf{R})^{-1} \cdot \mathbf{R}^T \cdot \mathbf{E}
 \end{aligned}$$

Os valores encontrados para as cargas elétricas dentro da nuvem

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} -30,396 \\ 31,496 \end{pmatrix}$$