

POLITECNICO DI MILANO
Scuola di Ingegneria Industriale e dell'Informazione
Corso di Laurea MAGISTRALE in Ingegneria Informatica



Sviluppo firmware per misuratore laser di distanza basato su FPGA

Relatore: Prof. Michele Norgia

Tesi di Laurea Magistrale di:
Leonardo Cavagnis, matricola 816646
Diego Rondelli, matricola 817108

Anno Accademico 2014-2015

Alle nostre famiglie

Sommario

Lo scopo di questo lavoro di tesi é sviluppare il firmware di un misuratore laser basato sulla tecnica di interferometria a retroiniezione per misurare la distanza assoluta di un bersaglio.

La prima parte del lavoro consiste nell'implementazione del firmware, sviluppato usando NI LabVIEW FPGA e Real-Time, e degli algoritmi necessari per la misura della distanza assoluta.

Nella seconda parte ci si é concentrati sull'ottimizzazione degli algoritmi implementati e sulla calibrazione dei parametri di funzionamento del sistema, al fine di migliorare la precisione e l'accuratezza della misura.

Abstract

The aim of this project is to develop the firmware of a laser sensor based on the *self-mixing* interferometer technique to measure the absolute distance from a target.

The first part of the work consists in the implementation of the firmware, developed using NI LabVIEW FPGA and Real-Time, and the algorithms required for the absolute distance measurement.

The second part is focused on the optimization of the implemented algorithms and the calibration of the working parameters of the system, in order to improve the precision and the accuracy of the measurement.

Ringraziamenti

Indice

Introduzione	1
1 Principi di Laser e Telemetria	3
1.1 Principi di funzionamento del laser	3
1.1.1 Emissione stimolata di radiazione	4
1.1.2 Inversione di popolazione	7
1.1.3 Cavità ottica e materiale attivo	8
1.2 Laser a semiconduttore	10
1.2.1 Laser Fabry-Perot	11
1.2.2 Laser DFB	12
1.2.3 Laser VCSEL	12
1.3 Classi di sicurezza dei laser	13
1.4 Telemetri ottici	14
1.4.1 Telemetri a triangolazione	15
1.4.2 Telemetri a tempo di volo	16
1.4.3 Telemetri a onda continua	18
1.5 Una tecnica alternativa per la misura	18
2 Interferometria a retroiniezione	21
2.1 Principi di interferometria convenzionale	21
2.1.1 Svantaggi dell'interferometria convenzionale	23
2.2 Interferometria a retroiniezione	24
2.2.1 Regimi di retroiniezione tramite risoluzione qualitativa	26
2.2.2 Vantaggi e svantaggi dell'interferometria a retroiniezione	33
2.3 Principali limitazioni della tecnica interferometrica	34
2.4 Applicazioni dell'interferometria a retroiniezione	37
2.4.1 Misura di distanza assoluta	38
3 Architettura Hardware dello strumento	43
4 Architettura Software dello strumento	45

5	Misure effettuate e dati sperimentali	47
	Conclusioni e sviluppi futuri	49
A	Documentazione software	51
	Bibliografia	52

Elenco delle figure

1.1	Sistema atomico composto da due livelli	5
1.2	Schema di funzionamento di un atomo eccitato: assorbimento, emissione spontanea ed emissione stimolata	6
1.3	Sistema atomico a tre livelli energetici	7
1.4	Sistema atomico a quattro livelli energetici	8
1.5	Cavit� di Fabry-Perot	9
1.6	Schema del Roundtrip ottico nella cavit� ottica	9
1.7	Propagazione della radiazione all'interno della cavit� laser . .	10
1.8	Laser Fabry-Perot	11
1.9	Laser DFB	12
1.10	Laser VCSEL	12
1.11	Classi di sicurezza dei laser	14
1.12	Schema di funzionamento di un telemetro a triangolazione . .	15
1.13	Schema di funzionamento di un telemetri a tempo di volo . .	17
1.14	Potenza trasmessa e potenza riflessa in un telemetro a onda continua	17
2.1	Interferometro di <i>Michelson</i>	22
2.2	Ambiguit� sul verso di spostamento	24
2.3	Schema di principio di un interferometro a retroiniezione . . .	25
2.4	Rappresentazione vettoriale dell'interferenza all'interno della cavit� laser	25
2.5	Round trip ottico del campo elettrico all'interno della cavit� laser	26
2.6	Perturbazione della frequenza reale rispetto alla frequenza ideale	29
2.7	Regimi di retroiniezione: funzione $F(\Phi)$ al variare del parametro C	32
2.8	Esempi di segnale interferometrico per i differenti valori del parametro C	32
2.9	Diagramma di Wegel	34
2.10	Esempio di salti di fase dell'onda nel tempo	34

2.11	Speckle causato da una superficie diffusiva	35
2.12	Rappresentazione esemplificata del fenomeno dello speckle-pattern	37

Elenco delle tabelle

Introduzione

Il lavoro di tesi qui presentato trae origine dall'esperienza svolta presso il "Laboratorio di Misure Ottiche ed Eletttroniche - MOLES" del Dipartimento di Elettronica Informazione e Bioingegneria del Politecnico di Milano, nell'ambito dello studio e del progetto di un sistema di misura laser di distanza mediante tecnica interferometrica a retroiniezione. Lo strumento in questione deriva dalle conoscenze acquisite con un'attività di ricerca che si sviluppa da diversi anni [2].

Grazie alla scarsa invasività delle sorgenti laser e alla loro elevata adattabilità ai vari ambienti di lavoro, il loro utilizzo é richiesto in numerose applicazioni, che spaziano dagli ambiti biomedicali alle telecomunicazioni, fino ad arrivare alla pura sensoristica. Sebbene nel mercato ci siano diverse tipologie di misuratori di distanza ottici, sfruttati grazie alla loro capacità di misurazione senza perturbazioni o interventi meccanici, la tecnica interferometrica a retroiniezione consente caratteristiche e prestazioni differenti. É una tecnica recente che permette di effettuare una misura di distanza assoluta utilizzando solamente un laser, un fotodiodo e una lente. Il costo dei componenti é esiguo grazie alle tecnologie elettroniche analogiche e digitali moderne e alla semplicità del sistema ottico.

L'obiettivo di questa tesi é lo sviluppo di una versione dello strumento che si prefigge di raggiungere il massimo delle prestazioni ottenibili e di raffinare altri aspetti come affidabilità, qualità hardware e software. In quanto note a priori le problematiche da affrontare e le specifiche che ogni componente avrebbe dovuto soddisfare, é stato possibile svolgere il lavoro in maniera ordinata e precisa.

L'attività é stata ripartita con un altro laureando, Samuele Disegna, che si é occupato della parte elettronica e ottica dello strumento, mentre questo lavoro tratta la parte software.

Gli argomenti sviluppati sono organizzati in 5 capitoli principali.

Nel **Capitolo 1** é presente una descrizione delle caratteristiche fisiche e ottiche delle sorgenti laser. Nel **Capitolo 2** sono descritti i principi base

dell'interferometria, con particolare attenzione a quella utilizzata, la retroiniezione. Nei **Capitoli 3 e 4** sono descritte l'architettura hardware e software dello strumento. Nel **Capitolo 5**, infine, sono illustrate le prove sperimentali.

Milano, Dicembre 2015

Leonardo Cavagnis
Diego Rondelli

Capitolo 1

Principi di Laser e Telemetria

In questo Capitolo verranno richiamati i concetti fondamentali relativi al funzionamento delle sorgenti laser. Verranno quindi descritte le principali tipologie di sorgenti e le classi di sicurezza che ne regolamentano l'utilizzo. Successivamente, verrà esposto lo stato dell'arte dei misuratori ottici di distanza assoluta, ponendo particolare attenzione alle tecniche di misura a triangolazione, a tempo di volo e a onda continua. In conclusione, quest'ultime verranno messe a confronto con una tecnica alternativa, l'interferometria a retroiniezione, al fine di motivare l'utilizzo di tale tecnica per questo lavoro di Tesi.

1.1 Principi di funzionamento del laser

LASER è l'acronimo di *Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation*, cioè amplificazione della luce mediante il fenomeno dell'emissione stimolata di radiazione [9]. In generale, un laser è un dispositivo elettronico in grado di emettere un fascio di luce. Un fascio di luce è un'onda elettromagnetica costituita da particelle chiamate fotoni. Il fotone è il quanto di energia della radiazione elettromagnetica.

Il fascio di luce emesso da un dispositivo laser possiede tre caratteristiche principali:

1. Coerenza
2. Monocromaticità
3. Direzionalità

Per quanto riguarda la prima caratteristica ci si riferisce in particolare a due aspetti differenti: la coerenza spaziale e la coerenza temporale. La

coerenza spaziale esprime la correlazione tra i valori che il campo elettromagnetico emesso assume in due punti diversi dello spazio, mentre per coerenza temporale si definisce la correlazione tra i valori che il campo elettromagnetico assume in due istanti di tempo diversi. Un'onda è coerente spaziale se esiste una differenza di fase costante tra due punti qualunque sul fronte d'onda. Mentre, la coerenza temporale è strettamente legata al tempo di coerenza. Esso è l'intervallo medio di tempo nel quale l'onda compirà un certo numero di oscillazioni prima di cambiare fase.

La seconda proprietà garantisce che tutti i fotoni generati per effetto dell'emissione stimolata risultino iso-frequenziali (aventi tutti la stessa frequenza). Essa è strettamente correlata alla coerenza temporale.

La terza e ultima proprietà, invece, afferma che la radiazione emessa dalla sorgente si propaga nello spazio in un'unica direzione ben definita con piccoli angoli di divergenza del fascio parallelo e perpendicolare, più precisamente, l'angolo solido sotteso da un fascio laser è estremamente piccolo. Essa è strettamente correlata alla coerenza spaziale.

Queste proprietà fondamentali di una sorgente laser sono dovute al principio di funzionamento stesso: l'emissione stimolata di radiazione.

1.1.1 Emissione stimolata di radiazione

Il fenomeno che permette il funzionamento del laser è l'emissione stimolata, per questo è importante capire di cosa si tratta e in che modo essa è differente dall'emissione spontanea. Per fare ciò è conveniente richiamare alcuni concetti di base.

Come accennato in precedenza, la propagazione della luce nello spazio si sviluppa tramite particelle dette fotoni (o quanti), aventi ciascuna una energia pari a:

$$E = h\nu \quad (1.1)$$

dove $h = 6.62 \times 10^{-34} \text{ J s}$ è la costante di Planck, mentre ν è la frequenza della radiazione. A sua volta la frequenza ν è in relazione alla lunghezza d'onda λ tramite la relazione:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} \quad (1.2)$$

dove $c = 2.99 \times 10^8 \text{ m/s}$ rappresenta la velocità della luce nel vuoto.

Un laser è un sistema ottico costituito da due specchi separati da un mezzo attivo, il quale può essere un solido, un liquido, un gas o un semiconduttore. Si consideri il mezzo attivo come un insieme di atomi (sistema atomico) e per semplicità di trattazione si ipotizzi che il materiale attivo in questione, investito dalla radiazione, abbia due soli livelli energetici dotati

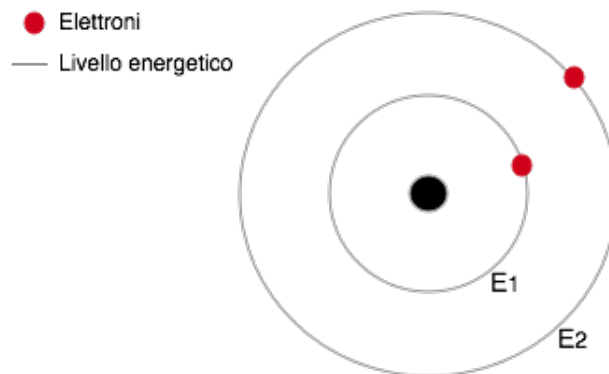


Figura 1.1: Sistema atomico composto da due livelli

rispettivamente di energia E_1 e E_2 con $E_2 > E_1$. Definiamo lo stato ad energia inferiore E_1 come stato fondamentale e lo stato ad energia superiore E_2 come stato eccitato.

Quando la luce investe un materiale, si possono verificare due differenti tipi di transizione:

- *Assorbimento*: Quando il fascio di luce investe un materiale, parte dell'energia posseduta dal fascio viene ceduta. L'assorbimento consiste nel cedere, da parte del fotone, la propria energia al sistema atomico permettendo ad un singolo elettrone di passare da uno stato fondamentale E_1 ad uno stato eccitato E_2 .
- *Emissione*: Il sistema atomico cede energia al campo, in questo caso si possono avere due possibili scenari:
 - *Spontanea*: L'emissione spontanea si verifica quando un elettrone torna dal livello E_2 al livello E_1 , provocando l'emissione di un fotone, senza nessun campo di radiazione incidente su di esso. Essa viene definita anche emissione incoerente: l'energia viene emessa con fase e direzione casuale.
 - *Stimolata*: L'emissione stimolata, invece, si ottiene quando un fotone incidente causa la discesa di un elettrone dal livello E_2 al livello E_1 ottenendo così due fotoni alla stessa frequenza. Quindi, in breve, un fotone colpisce l'atomo e due fotoni lo lasciano. Essa viene definita anche emissione coerente: l'energia viene emessa con la stessa fase, frequenza e direzione.

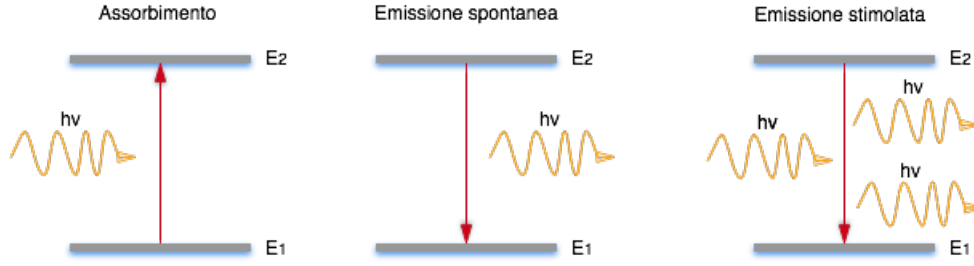


Figura 1.2: Schema di funzionamento di un atomo eccitato: assorbimento, emissione spontanea ed emissione stimolata

L'importanza dell'emissione stimolata sta nel fatto che essendo prodotti due fotoni iso-frequenziali, di fatto avviene un'amplificazione ottica, la quale consente il funzionamento del sistema laser.

Per comprendere i meccanismi che regolano lo scambio di energia tra la radiazione ed il sistema atomico, è necessario introdurre la statistica di Boltzmann [5]. Attraverso tale statistica è possibile definire la popolazione, in termini di densità, di un livello energetico all'equilibrio termico mediante la seguente relazione:

$$N = N_0 e^{-\frac{E}{kT}} \quad (1.3)$$

dove N_0 è la popolazione iniziale in un dato livello energetico e $k = 1.38 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$ è la costante di Boltzmann.

Indicando, quindi, con N_1 e N_2 il numero di atomi per unità di volume (popolazione atomica) per i rispettivi livelli E_1 e E_2 , possiamo ricavare il rapporto tra il numero di atomi nello stato fondamentale e quello nello stato eccitato, all'equilibrio termodinamico alla temperatura T , tramite la seguente equazione:

$$\frac{N_2}{N_1} = e^{-\frac{\Delta E}{kT}} \quad (1.4)$$

dove $\Delta E = E_2 - E_1$.

La condizione necessaria per avere emissione stimolata è l'inversione di popolazione tra i due livelli energetici, ovvero, il numero di atomi presenti nel livello eccitato deve essere maggiore di quello fondamentale ($N_2 > N_1$).

In un sistema a due livelli questa condizione non è realizzabile poiché, come possiamo osservare dall'equazione 1.4 a causa della presenza dell'esponenziale negativo, N_1 risulta sempre maggiore di N_2 , ovvero gli atomi a energia minima sono maggiori rispetto a quelli eccitati. È evidente dunque che, per avere una maggior probabilità di emissione rispetto all'assorbimento, sia necessaria un'inversione di popolazione, ovvero $N_2 > N_1$.

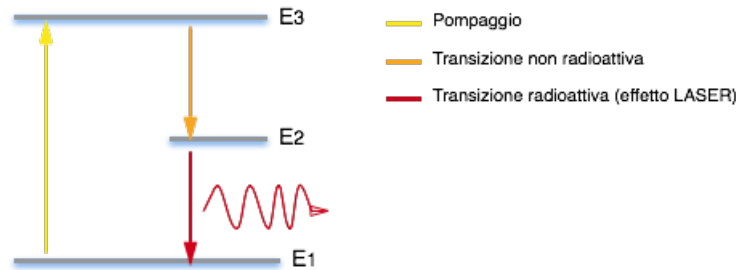


Figura 1.3: Sistema atomico a tre livelli energetici

Per ottenere la condizione di inversione di popolazione é quindi necessario l'utilizzo di un sistema atomico con almeno tre livelli energetici.

1.1.2 Inversione di popolazione

L'idea di base dell'inversione di popolazione consiste nello sfruttare i diversi tempi di vita medi dei differenti stati energetici.

Considerando un sistema ad esattamente tre livelli energetici (E_1 , E_2 e E_3) schematizzato in Figura 1.3, si sottopone il sistema atomico ad una radiazione luminosa di frequenza ν_{31} , corrispondente al gap energetico $E_3 - E_1$, in modo tale che gli elettroni dallo stato E_1 si eccitino raggiungendo lo stato instabile E_3 . Questa prima fase é chiamata *pompaggio*.

Successivamente si manifesta un decadimento dallo stato instabile E_3 allo stato E_2 in tempi molto rapidi e privi di emissione spontanea. Solitamente l'energia rilasciata viene trasferita sotto forma di moto vibrazionale al materiale circostante e non come fotone emesso.

Dal livello E_2 si verifica l'emissione laser alla frequenza ν_{21} e la conseguente regressione dal livello E_2 al livello E_1 . La condizione necessaria, sui tempi di vita medi, per il funzionamento del laser é $\tau_{32} \ll \tau_{21}$, ovvero che il decadimento da E_3 a E_2 sia piú rapido di quello da E_2 a E_1 . Tale condizione permette di avere inversione di popolazione, ovvero $N_2 > N_1$, cosí da poter innescare l'amplificazione ottica e, quindi, l'effetto laser alla frequenza ν_{21} .

Questo metodo é inefficiente perché richiede un pompaggio elevato: é necessario fornire un numero elevato di elettroni al livello E_3 in modo tale che possa donarli al livello E_2 permettendo cosí l'inversione di popolazione. Un struttura piú efficiente é quella a quattro livelli schematizzata in Figura 1.4. In questa disposizione, il pompaggio degli elettroni avviene da E_1 a E_4 a cui segue una transizione rapida e senza radiazione verso E_3 che consente di popolare il livello energetico. A questo punto avviene la transizione lenta

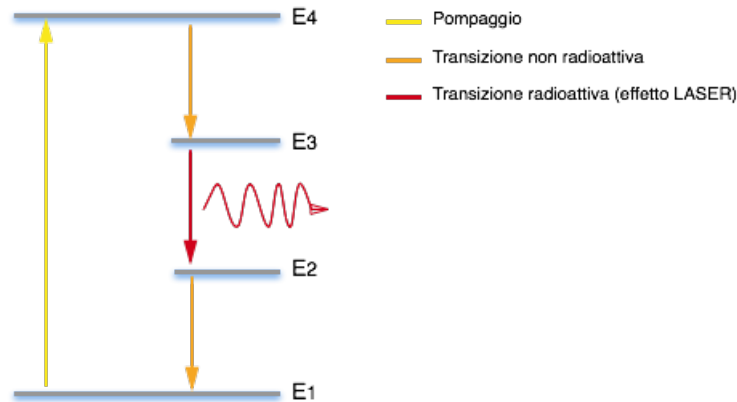


Figura 1.4: Sistema atomico a quattro livelli energetici

e l'emissione tramite azione laser. Infine avviene una rapida transizione da E_2 allo stato fondamentale E_1 .

A differenza della struttura a tre livelli, questa ha il vantaggio di avere il livello E_3 popolato mentre il livello E_2 vuoto ($N_2 = 0$), in quanto gli elettroni decadono rapidamente dallo stato E_2 allo stato E_1 , aiutando a conservare l'inversione di popolazione $N_3 \gg N_2$.

Oltre al meccanismo appena descritto, altre caratteristiche risultano cruciali nel funzionamento del laser: la cavità ottica e il materiale attivo.

1.1.3 Cavità ottica e materiale attivo

Nel paragrafo precedente abbiamo visto come realizzare un materiale amplificatore, che sfrutta l'inversione di popolazione nei livelli energetici. Per generare il fascio laser è necessario, però, inserire il materiale attivo all'interno di una cavità ottica. Una semplice cavità ottica può essere rappresentata dalla cavità a specchi piani e paralleli, nota anche come cavità di Fabry-Perot, mostrata in Figura 1.5. Il fascio di luce viaggia avanti-indietro riflettendosi negli specchi e amplificandosi nel passaggio all'interno del materiale attivo. Il fascio laser in uscita si ottiene rendendo uno dei due specchi della cavità ottica parzialmente trasparente, in modo tale che parte della radiazione esca dalla cavità.

Per definire il guadagno ottico del materiale attivo è necessario introdurre però alcuni concetti preliminari. Indicando con I l'intensità luminosa, definiamo l'intensità della luce all'interno della cavità ottica con la seguente relazione:

$$I(l) = I(0)e^{\sigma(N_2 - N_1)l} \quad (1.5)$$

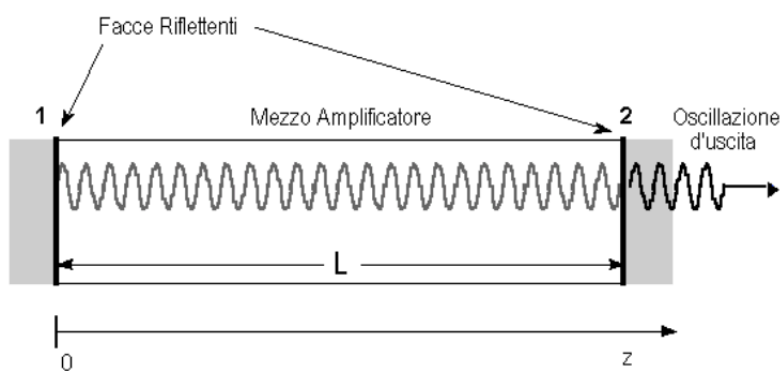


Figura 1.5: Cavit  di Fabry-Perot

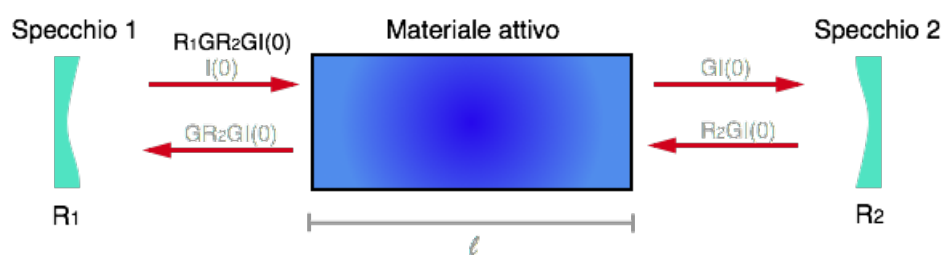


Figura 1.6: Schema del Roundtrip ottico nella cavit  ottica

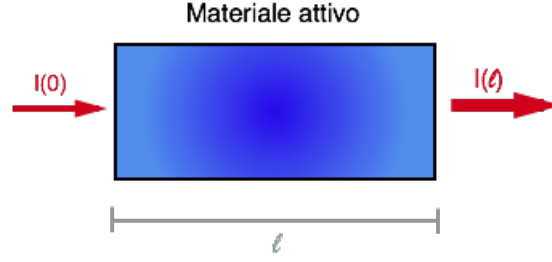


Figura 1.7: Propagazione della radiazione all'interno della cavità laser

dove σ è la *cross section* di emissione e l è la lunghezza della cavità ottica. Possiamo definire il guadagno ottico del mezzo attivo come:

$$G = \frac{I(l)}{I(0)} = e^{\sigma(N_2 - N_1)l} \quad (1.6)$$

sulla quale graveranno le limitazioni dovute alle perdite del materiale e alla perdita utile di potenza dovuta al laser uscente.

La cavità ottica e il mezzo attivo formano quindi un oscillatore ottico, ossia un amplificatore che viene retro-azionato positivamente attraverso specchi riflettenti posti ai lati del materiale attivo. Quindi, per avere un'azione laser è necessario raggiungere una situazione in cui il guadagno di amplificazione sia tale da compensare tutte le perdite presenti.

Considerando come perdite solamente la riflettività parziale degli specchi R_1 e R_2 , l'oscillazione ottica si innesca quando il guadagno del materiale attivo supera le perdite della cavità in un giro completo, o *round trip*:

$$G^2 = \frac{1}{R_1 R_2} \quad (1.7)$$

Quest'ultimo è chiamato guadagno critico o inversione critica.

1.2 Laser a semiconduttore

Un dispositivo laser a semiconduttore utilizza una giunzione p-n come materiale attivo all'interno della cavità ottica. Il pompaggio avviene tramite la ricombinazione di elettroni e lacune, che produce fotoni ad una lunghezza d'onda dipendente dal *gap* tra i livelli energetici del dispositivo: la frequenza della radiazione emessa è legata quindi al tipo di materiali impiegati [9].

In commercio esistono diverse tipologie di laser a semiconduttore. Esse differiscono sulla base di due aspetti fondamentali: il tipo di cavità ottica

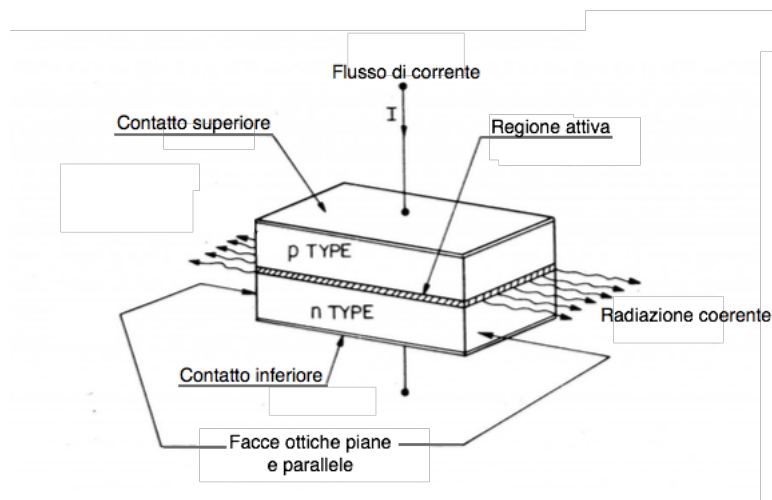


Figura 1.8: Laser Fabry-Perot

impiegata e la forma degli specchi semi-riflettenti necessari a realizzare la retroazione ottica.

Sulla base di queste due caratteristiche si possono individuare tre categorie principali di laser:

1. Laser Fabry-perot
2. Laser DFB
3. Laser VCSEL

1.2.1 Laser Fabry-Perot

I laser Fabry-Perot hanno la classica configurazione con cavità orizzontale a specchi piani, come mostrato in Figura 1.8.

Il principio di funzionamento è analogo a quello di un oscillatore ottico, descritto per esteso nel paragrafo precedente.

In particolare, la luce presente in cavità stimola alcuni atomi, già eccitati dalla corrente di pompa, ad emettere un fotone isofrequenziale con stessa fase di quello incidente. Gli specchi agli estremi della cavità rendono possibile la retroazione positiva, infatti fanno in modo che si possano instaurare alcuni modi di oscillazione stabili, o talvolta solo uno.

Questo può rappresentare uno svantaggio in applicazioni come l'interferometria.

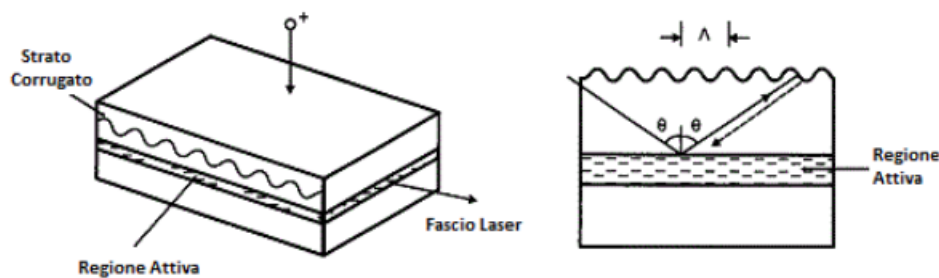


Figura 1.9: Laser DFB

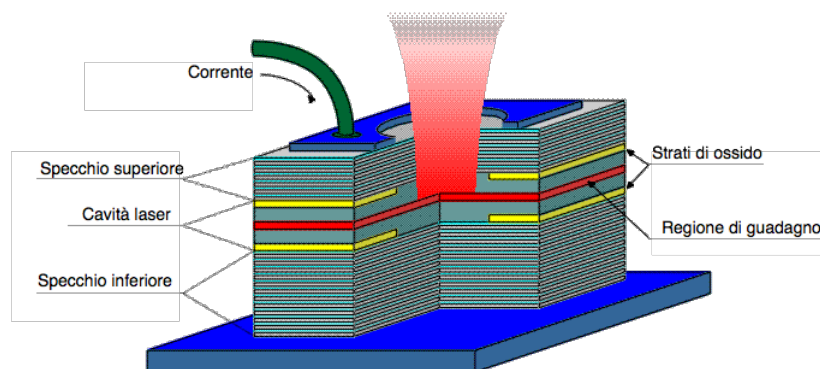


Figura 1.10: Laser VCSEL

1.2.2 Laser DFB

DFB è l'acronimo di *Distributed Feedback Laser*. Il principio di funzionamento è simile a quello dei laser Fabry-Perot, ma con la importante differenza che non sono presenti due specchi separati a formare la cavità ottica ma è inserito uno strato corrugato adiacente allo strato attivo.

Questo strato aggiuntivo è fabbricato in maniera tale da riflettere solo una banda stretta di lunghezze d'onda, così da garantire un singolo modo longitudinale.

Per questa caratteristica i laser DFB, sono più stabili dei Fabry-Perot, e più adatti ad applicazioni connesse alle fibre ottiche.

1.2.3 Laser VCSEL

VCSEL è l'acronimo di *Vertical Cavity Surface-Emitting Laser*. Questi dispositivi, a differenza delle precedenti due categorie, presentano una cavità

ottica verticale.

La cavità ottica ha una lunghezza molto inferiore alle dimensioni laterali del dispositivo, ciò implica che la luce del fascio laser viene emessa dalla superficie piuttosto che dai bordi laterali.

Poiché la cavità risulta essere più ridotta rispetto alle altre tipologie, a parità di guadagno G occorre aumentare la riflettività degli specchi per ottenere un guadagno d'anello maggiore di uno. A sfavore vi è una limitazione in potenza di emissione dovuta agli specchi altamente riflettenti.

1.3 Classi di sicurezza dei laser

Durante lo sviluppo di un sistema che include l'utilizzo di sorgenti laser è di fondamentale importanza garantire lo svolgimento del lavoro in sicurezza. Infatti, avendo a che fare con sorgenti laser, è importante conoscere i danni che esse possono provocare a cose e persone. In particolare, nei casi più gravi, le sorgenti laser possono procurare danni alla retina dell'occhio e ustioni alla pelle.

Per poter scegliere in modo appropriato il laser da impiegare nel dispositivo è indispensabile conoscere le norme legislative che ne regolano l'utilizzo [4]. A livello europeo vige la normativa *IEC/EN 60825-1* che fissa una classificazione dei fasci laser in funzione della lunghezza d'onda e della potenza ottica emessa.

La suddetta normativa classifica la pericolosità di una sorgente laser suddividendola in 4 classi:

- *Classe 1*: Questa classe include le sorgenti laser che non arrecano danni a cose e/o persone
- *Classe 2*: Questa classe comprende i laser che emettono nell'intervallo di lunghezza d'onda compreso tra $400nm$ e $700nm$. Possono provocare danni alla retina dell'occhio in caso di osservazione prolungata.
- *Classe 3*: Questa classe comprende due sotto-classi.
 - *Classe 3A*: Questa classe include tutte le sorgenti laser che risultano sicure per una visione naturale e non mediante strumenti ottici (es. microscopi)
 - *Classe 3B*: Questa classe include tutte le sorgenti laser che risultano pericolose per una visione naturale. È necessario utilizzare protezioni per gli occhi e disporre delle segnalazioni di avvertimento nella zona in cui si utilizza il laser.

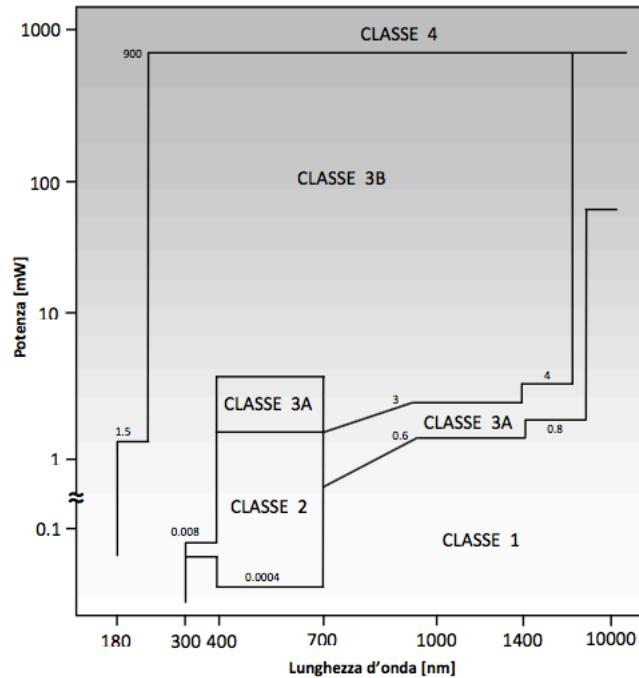


Figura 1.11: Classi di sicurezza dei laser

- *Classe 4*: Questa classe include le sorgenti laser più pericolose. Possono causare lesioni alla pelle e costituiscono pericolo d'incendio.

La classificazione appena descritta è rappresentata in Figura 1.11, insieme alle lunghezze d'onda corrispondenti a ciascuna classe.

1.4 Telemetri ottici

La telemetria è un insieme di metodi di osservazione aventi lo scopo di fornire la misura della distanza di un oggetto dall'osservatore.

Lo strumento che effettua la misura è chiamato telemetro: esso rileva la distanza assoluta tra lo strumento stesso e un oggetto remoto, chiamato bersaglio. In commercio esistono diverse tipologie di telemetri che si basano sull'impiego di sorgenti laser.

Le tipologie più diffuse sono tre:

1. A triangolazione
2. A tempo di volo

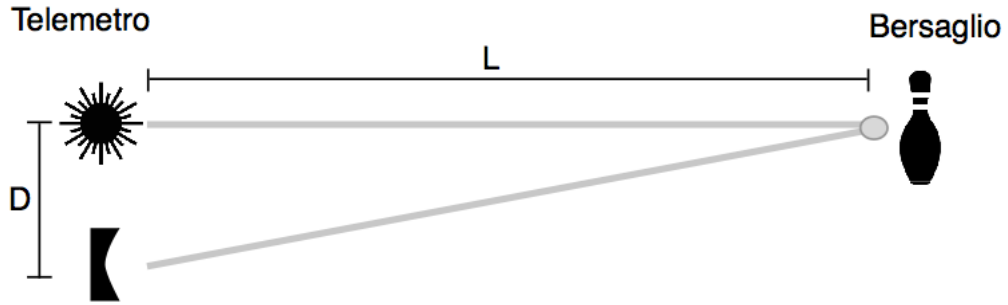


Figura 1.12: Schema di funzionamento di un telemetro a triangolazione

3. A onda continua

1.4.1 Telemetri a triangolazione

I telemetri a triangolazione utilizzano una sorgente laser e un'ottica di ricezione posti perpendicolarmente ad una distanza D tra loro. Inoltre, la sorgente laser è posizionata ad una distanza L dal bersaglio. Si dice, quindi, che il bersaglio è "triangolato" da due punti a distanza D su una stessa linea di base. Lo schema è mostrato in Figura 1.12.

Questo tipo di telemetro si basa sul principio della triangolazione, quindi valuta la distanza del bersaglio, conoscendo l'angolo α con cui il fascio laser viene riflesso sull'ottica di ricezione.

Tramite questo angolo, infatti, è possibile ricavare la seguente relazione:

$$\frac{D}{L} = \tan \alpha \approx \alpha \quad (1.8)$$

Questa approssimazione è valida solo se $\alpha \ll 1$.

L'angolo α si trova valutando la posizione in cui il fascio colpisce il fotorivelatore, secondo la relazione:

$$\alpha = \frac{x}{f_{rec}} \quad (1.9)$$

dove x è la distanza del punto di incidenza sul fotorivelatore dall'asse ottico della lente di ricezione, mentre f_{rec} è la lunghezza focale dell'ottica di ricezione.

La misura della distanza si ricava facilmente dalle precedenti relazioni:

$$L = \frac{D}{x} f_{rec} \quad (1.10)$$

Differenziando quest'ultima equazione si trova l'errore di misura assoluto ΔL dovuto al minimo spostamento misurabile Δx sul rivelatore:

$$\Delta L = -\frac{D}{x^2} f_{rec} \Delta x \quad (1.11)$$

Ricavando quindi un errore di misura relativo pari a:

$$\frac{\Delta L}{L} = -\frac{\Delta x}{x} = -\frac{\Delta \alpha}{\alpha} \quad (1.12)$$

Il principale svantaggio di questa tecnica è che, con l'aumentare della distanza L , l'angolo α diminuisce, e ciò comporta l'aumento dell'incertezza relativa $-\frac{\Delta \alpha}{\alpha}$.

Per tale motivo, questa tipologia di telemetro è utilizzata per la misura di brevi distanze ($0.1 \div 10m$).

1.4.2 Telemetri a tempo di volo

I telemetri a tempo di volo utilizzano un laser impulsato. Essi emettono potenza solo per un brevissimo istante di tempo τ .

Con un bersaglio posto a distanza L dalla sorgente laser, il fascio laser percorre un cammino pari a $2L$ (Andata e Ritorno) in un tempo T viaggiando a velocità della luce $c \approx 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$, ricavando così la seguente relazione:

$$L = \frac{c}{2} T \quad (1.13)$$

Differenziando la precedente equazione si ottiene:

$$\Delta L = \frac{c}{2} \Delta T \quad (1.14)$$

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{\Delta T}{T} \quad (1.15)$$

Si può osservare come la misura ΔL dipenda unicamente dal ΔT che si riesce a risolvere. In pratica, la misura viene effettuata utilizzando un contatore che conta quanti tempi di clock ΔT sono intercorsi tra l'istante di partenza del raggio laser e il momento in cui ritorna all'ottica di rivelazione.

Il vincolo di questi telemetri è che la durata dell'impulso τ deve soddisfare la condizione $\tau \ll \Delta T$. Per tale motivo sono utilizzati per misure di distanze medio-lunghe (fino a $10Km$).

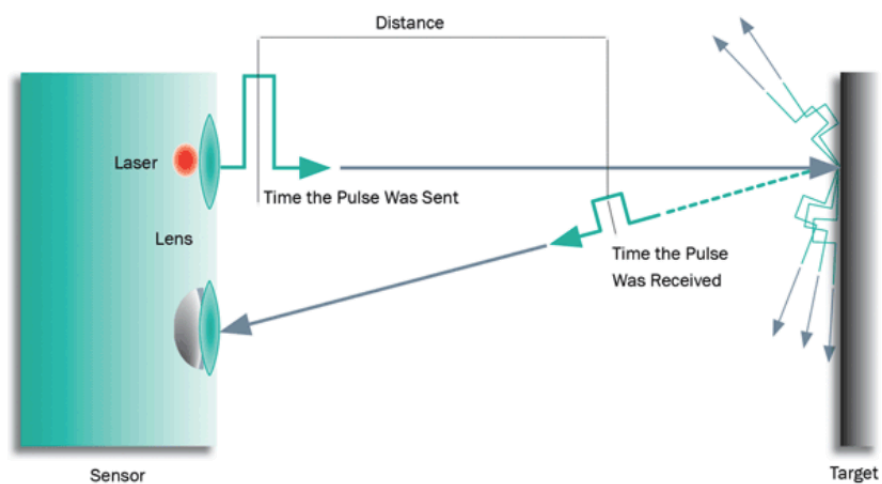


Figura 1.13: Schema di funzionamento di un telemetri a tempo di volo

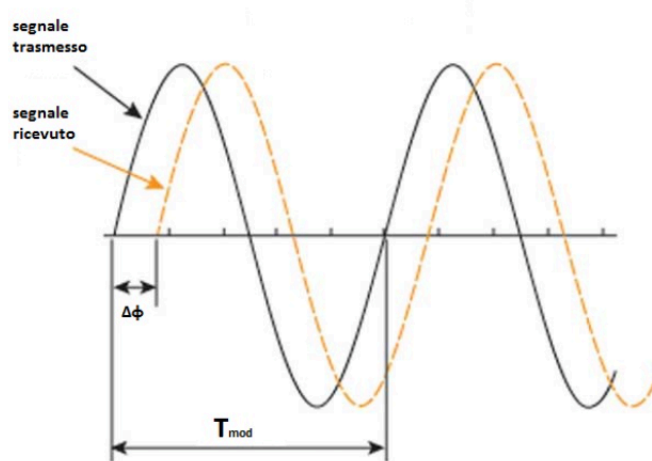


Figura 1.14: Potenza trasmessa e potenza riflessa in un telemetro a onda continua

1.4.3 Telemetri a onda continua

I telemetri a onda continua hanno un funzionamento analogo ai telemetri a tempo di volo, ma a differenza di questi ultimi, la potenza ottica viene modulata sinusoidalmente a frequenza f_{mod} ottenendo il segnale in Figura 1.14.

La potenza trasmessa dal laser vale quindi:

$$P(t) = P_0[1 + m \sin(2\pi f_{mod}t)] \quad (1.16)$$

Nella pratica, la misura non viene effettuata con un contatore elettronico, come per i telemetri a tempo di volo, ma avviene mediante la rilevazione del ritardo di fase $\Delta\phi$ tra il segnale ricevuto P_r e il segnale trasmesso P_t .

Considerando la relazione:

$$\frac{\Delta\phi}{2\pi} = \frac{\Delta t}{T_{mod}} \quad (1.17)$$

dove $\Delta t = \frac{2L}{c}$ e $T_{mod} = \frac{1}{f_{mod}}$, si ottiene così la misura di distanza assoluta:

$$L = \frac{c}{2} \frac{1}{2\pi f_{mod}} \Delta\phi = \frac{\Delta\phi}{S} \quad (1.18)$$

Dall'ultima equazione si può notare come la sensibilità S della misura migliori all'aumentare della frequenza di modulazione. Tuttavia un aumento eccessivo della frequenza di modulazione comporta una riduzione della massima distanza rilevabile.

Questo tipo di telemetro si utilizza per misure comprese tra $1 \div 1000m$, con risoluzioni dell'ordine del millimetro.

1.5 Una tecnica alternativa per la misura

Come già discusso nell'Introduzione, lo scopo di questo lavoro di Tesi è realizzare il prototipo di un misuratore di distanza assoluta che sia a basso costo e con ingombro limitato per poter essere più maneggevole nella misura di medio-brevi distanze.

Da quanto esposto nel precedente paragrafo, emerge che i telemetri descritti non sono in grado di raggiungere tali obiettivi. Infatti tali strumenti sono adatti per la misura di distanze dell'ordine della decina di metri. Per quanto riguarda i telemetri a triangolazione, invece, esistono in commercio strumenti in grado di misurare distanze brevi con buona sensibilità. Tuttavia questi dispositivi, oltre ad avere un costo elevato, necessitano di un'ottica specifica per la ricezione della radiazione riflessa e di un bersaglio cooperativo.

Da queste osservazioni si conclude che, per raggiungere l'obiettivo preposto, è necessario utilizzare una tecnica di misura che si differenzia da quelle comuni, ovvero l'**interferometria a retroiniezione**. Questa tecnica verrà ampiamente discussa nel Capitolo 2.

Capitolo 2

Interferometria a retroiniezione

In questo Capitolo verranno trattati i principi di base dell'interferometria, in particolare verrà presentata la tecnica utilizzata dello strumento di misura sviluppato in questo lavoro di Tesi: l'interferometria a retroiniezione. Dopo aver descritto il principio di funzionamento dell'interferometria a retroiniezione, saranno esposti i principali vantaggi, svantaggi e limitazioni di questa tecnica. In conclusione, verranno descritti i campi di applicazione della tecnica a retroiniezione ponendo particolare attenzione al campo d'applicazione dello strumento sviluppato: la misura di distanza assoluta.

2.1 Principi di interferometria convenzionale

L'interferometria convenzionale è una tecnica che si basa sulla sovrapposizione di due o più fasci ottici, emessi dalla stessa sorgente, al fine di ottenere una frequenza di battimento (frequenza risultante dalla sovrapposizione) che contiene informazioni sui differenti cammini percorsi dai due fasci. Questa tecnica è in accordo con la teoria ondulatoria della luce che attribuisce alla propagazione della luce le caratteristiche della propagazione delle onde (elettromagnetiche) elastiche. Essa si basa sul fenomeno dell'interferenza e in particolare si sfrutta il principio secondo cui un'onda risultante dalla combinazione di due onde differenti mantiene proprietà che dipendono dalle onde generatrici.

I campi di applicazione di tale tecnica spaziano dall'astronomia alla metrologia ottica. Essa, in generale, trova applicazioni in ambiti dove l'ambiente di lavoro è critico (ad esempio superfici calde) o l'oggetto da misurare è difficilmente raggiungibile. La configurazione ottica interferometrica classica, mostrata in Figura 2.1, è definita interferometro di *Michelson* [1]. Questa

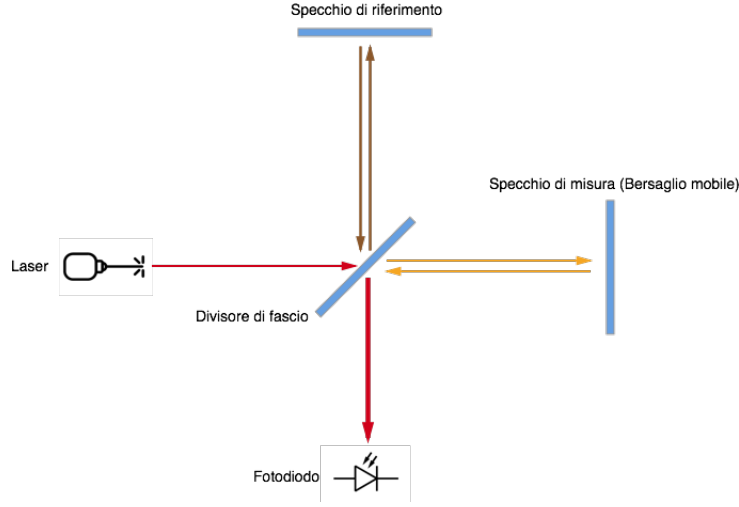


Figura 2.1: Interferometro di Michelson

configurazione è costituita da una sorgente laser, un divisore di fascio (*beam splitter*), due specchi e un fotodiodo.

Il funzionamento dell'interferometro di *Michelson* consiste nel duplicare il fascio ottico emesso dalla sorgente laser, tramite uno specchio semiriflettente (divisore di fascio), in due cammini ottici distinti, di cui uno noto (di riferimento) e uno di misura. Entrambi i fasci, vengono riflessi da due specchi posti all'estremità dei due cammini. Lo specchio posto nel ramo di riferimento è fisso, mentre quello posto sul ramo di misura è mobile. Successivamente i fasci di riferimento e di misura vengono sovrapposti e indirizzati, attraverso il *beam splitter*, verso il fotodiodo. Il fascio risultante è la combinazione di due fasci iso-frequenziali, ma sfasati a causa dei diversi cammini percorsi.

Infine, il fotodiodo produce una corrente, proporzionale all'intensità del fascio laser incidente su di esso, che contiene l'informazione sullo spostamento del bersaglio. Tale corrente fotogenerata è associata alla potenza incidente che è proporzionale alla somma dei campi elettrici dei rispettivi cammini.

Indicando con E_m il campo elettrico relativo al cammino di misura e con E_r il campo elettrico relativo al cammino di riferimento, la corrente fotogenerata I_{ph} segue la relazione:

$$\begin{aligned}
 I_{ph} &= \sigma |E_r + E_m|^2 = \sigma |E_r e^{i\phi_r} + E_m e^{i\phi_m}|^2 \\
 &= \sigma \{E_r^2 + E_m^2 + 2E_r E_m \operatorname{Re}[e^{i(\phi_m - \phi_r)}]\} \\
 &= I_r + I_m + 2\sqrt{I_r I_m} \cos(\phi_m - \phi_r)
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

dove σ è il coefficiente di conversione del fotodiodo, E_r e E_m sono rappresen-

tati come vettori rotanti di ampiezza $|E_{m,r}|$ e fase $\phi_{m,r}$ e la terza componente $2\sqrt{I_r I_m} \cos(\phi_m - \phi_r)$ costituisce la fase interferometrica.

Per come é costruito l'interferometro di *Michelson*, si avrà che la fase ϕ_r sarà sempre costante, mentre quella relativa a ϕ_m varierá in funzione dello spostamento dell'ostacolo. Quindi ciò che si ottiene sarà una corrente fotogenerata che dipenderá dal coseno della fase ϕ_m .

Indicando con $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ il numero d'onda (numero di oscillazione nell'unità di lunghezza) è possibile esplicitare l'argomento del coseno ottenendo:

$$\phi = ks = \frac{2\pi}{\lambda} s \quad (2.2)$$

dove λ è la lunghezza d'onda della sorgente laser e s è lo spostamento.

Essendo $\phi_r = ks_r$ e $\phi_m = ks_m$, si può ricavare la variazione di fase totale, ottenendo:

$$\Delta\phi = \phi_m - \phi_r = k(s_m - s_r) = \frac{2\pi}{\lambda}(s_m - s_r) \quad (2.3)$$

dove s_m e s_r sono rispettivamente i cammini ottici di misura e di riferimento.

La variazione di fase del segnale interferometrico contiene quindi l'informazione sullo spostamento del bersaglio rispetto al cammino di riferimento. Il segnale interferometrico è quindi periodico per sfasamenti totali pari a 2π , che corrispondono ad uno spostamento s_m pari a $\frac{\lambda}{2}$. La misura avviene tramite il semplice conteggio delle frange interferometriche del segnale nel tempo. La risoluzione dello strumento di misura risulta quindi essere pari a $\frac{\lambda}{2}$.

2.1.1 Svantaggi dell'interferometria convenzionale

L'interferometro di *Michelson* è molto vantaggioso dal punto di vista della semplicità di realizzazione perché vi è un impiego ridotto di componenti, ma presenta tuttavia notevoli svantaggi nella pratica:

- L'allineamento degli specchi, per far convergere i due fasci di luce coerenti nello stesso punto, e il posizionamento del *beam splitter* richiedono accuratezza elevata e sono quindi di difficile realizzazione.
- Richiede l'utilizzo di un bersaglio cooperativo e di una particolare ottica di collimazione. Non realizzabile in caso di misura non invasiva.
- Non permette di discriminare il verso di spostamento del bersaglio con conseguente ambiguità del movimento misurato. Tale ambiguità è causata dalla risposta cosinusoidale, come mostrato in Figura 2.2.
- La misura subisce alterazioni in caso di retroiniezione non voluta di luce esterna all'interno della cavità ottica del laser.

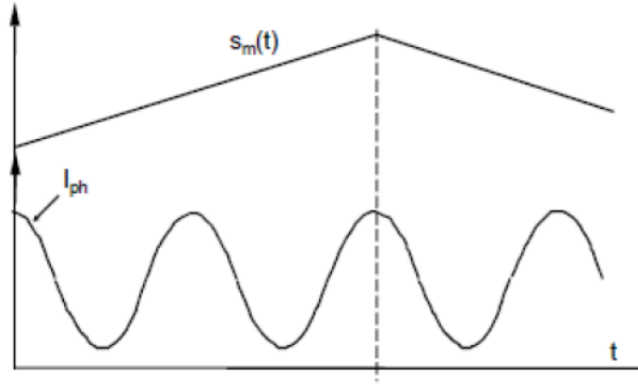


Figura 2.2: Ambiguità sul verso di spostamento

- L'utilizzo di sorgenti laser a gas comporta elevati costi di realizzazione dello strumento.

Tutto ciò ha fatto emergere la necessità di uno strumento che presentasse una semplicità di utilizzo e un costo contenuto.

2.2 Interferometria a retroiniezione

È stato esposto, nel paragrafo precedente, come l'interferometria convenzionale presenti notevoli svantaggi. Per tale motivo viene presentata una differente tecnica interferometrica: si tratta dell'interferometria a retroiniezione, chiamata anche interferometria a *self-mixing* [3].

La tecnica interferometrica a retroiniezione rende possibile la realizzazione di uno strumento di misura tramite il semplice utilizzo di una sorgente laser e di una lente per focalizzare il raggio ottico. Questa configurazione interferometrica risolve, quindi, i problemi dell'interferometria convenzionale, presentando una ridotta complessità di realizzazione e un costo contenuto. Per tale motivo il misuratore realizzato in questo lavoro di tesi sfrutta codesta tecnica.

La configurazione base del misuratore a *self-mixing* è formata da un diodo laser, posto a distanza s dal bersaglio, un'ottica collimatrice e un fotodiodo, che può essere anche quello di monitor integrato nello stesso package del laser. Lo schema base è riportato in Figura 2.3.

La modalità *self-mixing*, a differenza dell'interferometro convenzionale, non utilizza porzioni di fascio ottico come riferimento. Per effettuare la mi-

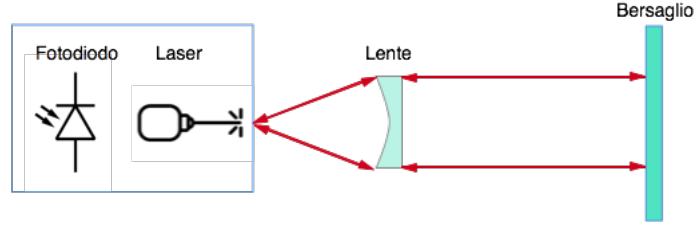


Figura 2.3: Schema di principio di un interferometro a retroiniezione

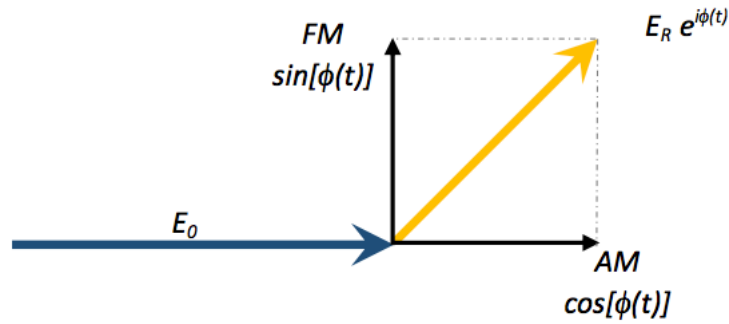


Figura 2.4: Rappresentazione vettoriale dell'interferenza all'interno della cavità laser

sura viene sfruttata una porzione di luce riflessa dalla superficie del bersaglio che, rientrando nella cavità laser attraverso la lente, genera un battimento ottico con l'onda laser già presente. La luce riflessa dal bersaglio arriva con verso opposto al precedente cammino e con una potenza che è una frazione di quella emessa, a causa dell'attenuazione data dal tragitto laser-ostacolo-laser.

È possibile esplicitare la potenza della luce riflessa dal bersaglio con la relazione:

$$P_r = \frac{P_0}{A} \quad (2.4)$$

dove P_0 è la potenza ottica della radiazione emessa e A è il coefficiente di attenuazione.

All'interno della cavità ottica del laser si verifica un fenomeno di interferenza: il campo elettrico E_0 della radiazione emessa si combina con il campo elettrico E_r della luce retroiniettata. Come descritto nel paragrafo precedente, anche in questa situazione, E_r risulta avere uno sfasamento ottico che è pari a:

$$\phi = 2ks \quad (2.5)$$

dove $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ è il numero d'onda e s è la distanza. Come mostrato in fi-

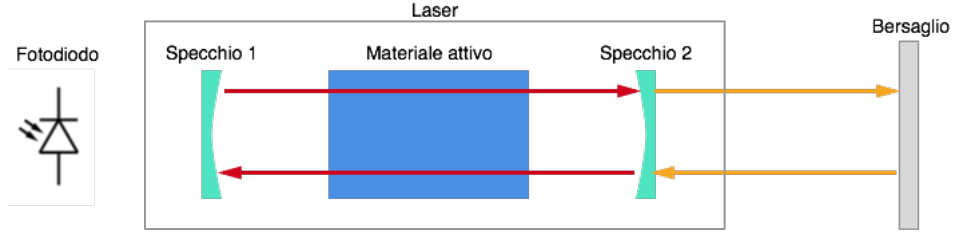


Figura 2.5: Round trip ottico del campo elettrico all'interno della cavità laser

gura 2.4 è possibile scomporre E_r , operando un'analisi vettoriale, nelle sue componenti in fase ed in ampiezza. Ciò permette, nella cavità ottica, sia la modulazione in frequenza (FM) che la modulazione in ampiezza (AM) del campo elettrico emesso originariamente dalla sorgente E_0 .

La componente che opera la modulazione d'ampiezza è $E_r \cos[\phi(t)]$, mentre la componente di modulazione di frequenza è $E_r \sin[\phi(t)]$. Le due componenti sono sfasate di 90° e quindi la discriminazione dei due segnali in quadratura permette di ricavare senza ambiguità il verso dello spostamento del bersaglio, al contrario dell'interferometro di *Michelson*.

L'equazione che governa la corrente nel fotodiodo sarà:

$$I_{ph} = I_0(1 + m_{AM}) \cos[(1 + m_{FM})\omega t] \quad (2.6)$$

dove m_{AM} e m_{FM} sono le profondità di modulazione.

Se si utilizza un laser a semiconduttore, come nel caso dello strumento presentato in questa Tesi, la componente FM presente nel fotodiodo è impossibile da estrarre in quanto presenta frequenze dell'ordine delle decine di MHz . Quindi, l'unica modulazione visibile sulla corrente del fotodiodo è quella AM:

$$I_{ph} = I_0(1 + m_{AM}) \cos[\omega t] \quad (2.7)$$

Il funzionamento di un diodo laser a singolo modo longitudinale soggetto a retroiniezione è descritto dalle equazioni differenziali sviluppate da Lang&Kobayashi [6]; tuttavia, la risoluzione analitica di tali equazioni non è necessaria ai fini di questo lavoro di tesi.

Per questo motivo nel paragrafo successivo è presentata soltanto una soluzione qualitativa delle equazioni di Lang&Kobayashi, con lo scopo di determinare i regimi di retroiniezione della tecnica *self-mixing*.

2.2.1 Regimi di retroiniezione tramite risoluzione qualitativa

Un approccio qualitativo per determinare i regimi di retroiniezione è quello di considerare il *round trip* del campo elettrico di Figura 2.5. In figura sono

stati evidenziati i *round trip* all'interno della cavità e tra il bersaglio e la cavità stessa.

Il campo elettrico totale presente all'interno della cavità è dato dalla somma di due campi elettrici: quello dovuto alla riflessione dello specchio interno posto al lato opposto della cavità e quello dovuto alla riflessione del bersaglio. Il campo elettrico risultante è quindi:

$$E' = ER_1R_2e^{2\gamma L}e^{2jkL} + E\alpha e^{2jks} \quad (2.8)$$

dove:

- R_1 e R_2 sono rispettivamente le riflettività dello specchio in cavità e del bersaglio
- γ è il guadagno netto per unità di lunghezza
- L è la lunghezza della cavità
- s è la distanza tra il secondo specchio ed il bersaglio
- α è il fattore di riflessione (o diffusione) del bersaglio

È possibile, quindi, ricavare facilmente dall'equazione precedente il guadagno d'anello:

$$G_{loop} = \frac{E}{E'} = R_1R_2e^{2\gamma L}e^{2jkL} + \alpha e^{2jks} \quad (2.9)$$

Per far sì che il sistema sia in grado di produrre oscillazioni spontanee che si mantengano nel tempo con ampiezza costante è necessario rispettare il criterio di *Barkhausen*, il quale afferma che il sistema non deve modificare l'ampiezza del segnale e non deve introdurre sfasamento complessivo. Tali condizioni sono riassunte come segue:

$$\begin{cases} |G_{loop}| = 1 \\ \Phi_{loop} = 0 \end{cases} \quad (2.10)$$

Per studiare le soluzioni del sistema, si divide l'analisi del problema in due casi:

1. In assenza di retroazione
2. In presenza di retroazione

Nel primo caso, ovvero con coefficiente α nullo, si trovano le stesse equazioni di un normale laser in cui il guadagno e le perdite sono uguali, ovvero:

$$\begin{cases} G_{loop} = R_1 R_2 e^{2\gamma L} \\ \Phi_{loop} = 2kL = N2\pi \end{cases} \quad (2.11)$$

con:

$$k = 2\pi n_l \frac{\nu_0}{c} \quad (2.12)$$

$$\nu_0 = N \frac{c}{2n_l L} \quad (2.13)$$

dove k è il numero d'onda, ν_0 sono i modi di risonanza e n_l rappresenta l'indice di rifrazione del mezzo attivo.

Se la frequenza reale si discosta da quella di risonanza propria, la frazione di fase $2kL$ in eccesso rispetto ad un multiplo di 2π può essere scritta come:

$$2kL = 4\pi n_l L \frac{\nu - \nu_0}{c} \quad (2.14)$$

Infatti, in un interferometro con laser Fabry-Perot, la frequenza di risonanza diminuisce all'aumentare della lunghezza L della cavità. Tale affermazione è resa valida dalla relazione differenziale:

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{\Delta \lambda}{\lambda} = -\frac{\Delta \nu}{\nu} \quad (2.15)$$

Se invece si è in presenza di retroiniezione (secondo caso), ovvero con coefficiente α non nullo, l'equazione 2.9 diventa:

$$R_1 R_2 e^{2\gamma L} \sin\left(4\pi n_l L \frac{\nu - \nu_0}{c}\right) + \alpha \sin(2ks) = 0 \quad (2.16)$$

Ipotizziamo il termine di variazione di frequenza $(\nu - \nu_0)$ abbastanza piccolo da poter approssimare $\sin(x)$ con x . Mettendo l'equazione 2.16 a sistema con le equazioni presenti in 2.11 e considerando l'approssimazione e la sostituzione dei parametri, si ottiene la condizione di risonanza:

$$2ks = 4\pi s \frac{\nu}{c} \approx 4\pi s \frac{\nu_0}{c} \quad (2.17)$$

$$(\nu - \nu_0) + \left[\frac{c}{4\pi n_l L} \alpha \sin\left(\frac{4\pi s \nu_0}{c}\right) \right] = 0 \quad (2.18)$$

Indicando, infine, con $\nu' = (\nu - \nu_0)$ lo scostamento della frequenza reale rispetto a quella ideale, la modulazione della frequenza vale:

$$\nu' = \frac{c}{4\pi n_l L} \alpha \sin\left(\frac{4\pi s \nu_0}{c}\right) \quad (2.19)$$

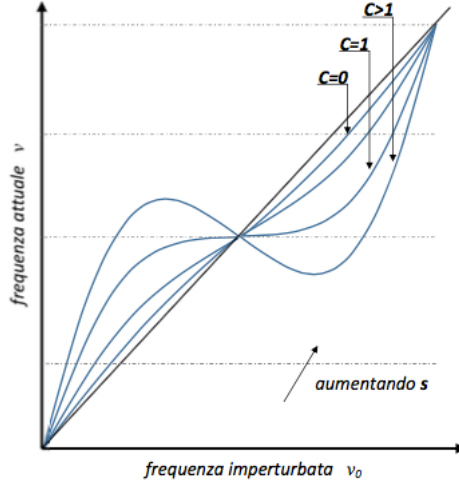


Figura 2.6: Perturbazione della frequenza reale rispetto alla frequenza ideale

In Figura 2.6 è rappresentata la relazione tra la frequenza reale ν e la frequenza imperturbata ν_0 all'aumentare dello spostamento s del bersaglio. Dalla relazione si ottiene una sinusoide sovrapposta alla bisettrice del primo quadrante periodica di 2π .

Ogni salto è equivalente a spostamenti s pari a $\frac{\lambda}{2}$, quindi la distanza del bersaglio si può esprimere come un multiplo intero di $\frac{\lambda}{2}$ sommato allo scarto Δs :

$$s = N \frac{\lambda}{2} + \Delta s \quad (2.20)$$

assumendo Δs minore di $\frac{\lambda}{2}$.

Le intersezioni tra le linee tratteggiate e le curve sinusoidali, mostrate in Figura 2.6, indicano i punti di lavoro del sistema: spostando il bersaglio della quantità δs , la frequenza reale assume il valore dato dall'intersezione tra la linea tratteggiata e la curva.

In base all'ampiezza della sinusoide si possono distinguere due regimi di funzionamento:

1. *Regime di bassa retroiniezione*
2. *Regime di alta retroiniezione*

Si dice regime di bassa iniezione quando l'ampiezza della sinusoide sovrapposta è piccola e vi è un unico punto di intersezione che corrisponde alla frequenza reale ν .

Si dice regime di alta iniezione, invece, quando l'ampiezza della sinusoidale è grande e vi sono tre o più punti di intersezione rappresentanti la frequenza reale ν . Per distinguere la frequenza effettiva, in regime di alta iniezione, è necessario conoscere le condizioni del laser prima dello spostamento Δs [8].

Il limite tra i due regimi sta nel punto centrale del grafico in cui vi è un flesso a tangente orizzontale. Tale condizione può essere espressa matematicamente con il sistema:

$$\begin{cases} \frac{d(y=x+A\sin(Bx))}{dx} = 0 \\ Bx = \pi \end{cases} \quad (2.21)$$

dove $A = -\frac{c}{4\pi n_l L}\alpha$ e $B = \frac{4\pi s}{c}$. Dal sistema 2.21 si ricava $AB = 1$ e sostituendo i parametri fisici si ottiene:

$$\frac{c}{4\pi n_l L}\alpha \frac{4\pi s}{c} = \frac{\alpha s}{n_l L} = 1 \quad (2.22)$$

Arrivati a questo punto si è in grado di definire il fattore C come indice della retroiniezione del sistema interferometrico a *self-mixing*:

$$C = \frac{\alpha s}{n_l L} \quad (2.23)$$

Nel caso in cui la sorgente laser considerata utilizzi come materiale attivo un semiconduttore, il parametro C diventa:

$$C = \alpha s \frac{\sqrt{1 + \alpha_{en}^2}}{n_l L} \quad (2.24)$$

dove α_{en} è il fattore di allargamento di riga che tipicamente assume valori tra 2 e 6 nel caso di laser a stato solido.

Come descritto in precedenza non verrà trattata la risoluzione matematica delle equazioni di Lang&Kobayashi, ma si analizzeranno solo i risultati. Per una trattazione completa si faccia riferimento alla letteratura [6].

Risolvendo le equazioni di Lang&Kobayashi si ottiene che con lo spostamento del bersaglio, non è modulata unicamente la frequenza propria di oscillazione del laser, ma anche la potenza ottica emessa dal laser, che in condizioni di retroazione è pari a:

$$P(\Phi) = P_0(1 + mF(\Phi)) \quad (2.25)$$

dove:

- P_0 è la potenza emessa del laser in assenza di retroiniezione

- m rappresenta l'ampiezza del segnale a frange sovrapposto al termine costante (profondità di modulazione)
- $\Phi = 2ks$ è lo sfasamento tra l'onda emessa e quella retroiniettata
- $F(\Phi)$ è una funzione di periodo 2π che assume valori di ampiezza compresi tra -1 e $+1$:

$$F(\Phi(t)) = F(2ks(t)) = F(2\frac{2\pi}{\lambda}s(t)) \quad (2.26)$$

L'andamento della funzione $F(\Phi)$ è influenzato dal fattore C . La conseguenza è che $F(\Phi)$ dipende da 3 fattori:

1. distanza del bersaglio
2. riflettività del bersaglio
3. parametri del laser

Si possono, quindi, identificare quattro possibili regimi di funzionamento per un interferometro a *self-mixing* sulla base del parametro C :

1. *Regime di retroiniezione molto debole* ($0 < C \leq 0.1$): la quantità di potenza ottica che rientra in cavità è molto ridotta a causa di un'elevata riflettività degli specchi o di bassi coefficienti di riflessione della superficie del bersaglio. La funzione $F(\Phi)$ è un coseno di ampiezza molto ridotta, tipicamente 10^{-4} rispetto al valore in continua.
2. *Regime di retroiniezione debole* ($0.1 < C < 1$): La funzione $F(\Phi)$ inizia a distorcersi e non è più simmetrica. La maggior parte dei casi pratici rientra in questo regime di funzionamento.
3. *Regime di retroiniezione moderata* ($1 < C \leq 4.6$): Per i valori di C presenti in questo intervallo ci sono tre punti di intersezione in Figura 2.6, che indicano bruschi salti di potenza ottica.
4. *Regime di retroiniezione forte* ($C > 4.6$): Avviene quando la luce retroiniettata in cavità è al massimo pari a quella incidente, nel quale ci sono cinque o più punti di equilibrio.

In Figura 2.7 è mostrata la forma della funzione $F(\Phi)$ nei 4 possibili regimi di funzionamento. Nella Figura 2.8 è mostrato, invece, il segnale di comando del bersaglio e i rispettivi segnali interferometrici a frange al variare del parametro C .

Il segnale risultante è periodico in Φ e mostra le tipiche frange interferometriche ogni volta che la fase varia di 2π . Ciascuna frangia corrisponde ad uno spostamento $\frac{\lambda}{2}$ del bersaglio [2].

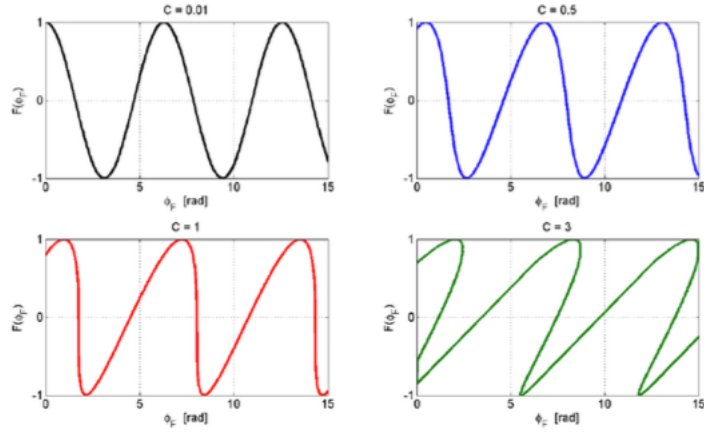


Figura 2.7: Regimi di retroiniezione: funzione $F(\Phi)$ al variare del parametro C

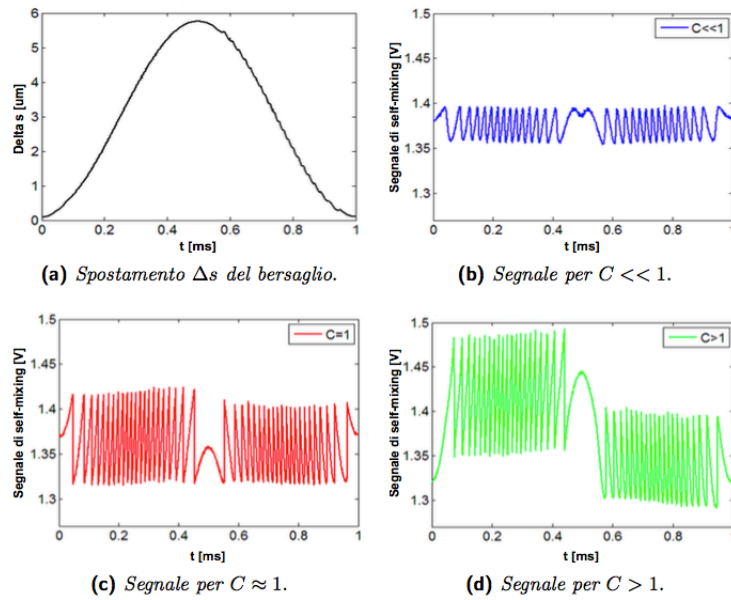


Figura 2.8: Esempi di segnale interferometrico per i differenti valori del parametro C

2.2.2 Vantaggi e svantaggi dell'interferometria a retroiniezione

La tecnica *self-mixing* ha diversi vantaggi rispetto agli strumenti basati su altri principi, come i telemetri visti nel Capitolo precedente.

I principali vantaggi sono:

- Semplicità strutturale: Il sistema interferometrico non necessita dell'uso di un canale ottico di riferimento o di divisori di fascio. L'informazione dello spostamento è ricavata direttamente dalla potenza emessa dal laser.
- Semplicità di rilevamento: Il rilevamento si basa sull'osservazione della distorsione delle frange, più semplice del rilevamento nell'interferometro di *Michelson*. Inoltre, l'allineamento ottico del bersaglio non è particolarmente critico ed è possibile eseguire misure valide su molteplici tipologie di superficie del bersaglio.
- Performante: La semplicità di rilevamento permette di ottenere uno strumento di misura performante.
- Non ambiguità del verso dello spostamento: Il problema dell'ambiguità del verso di spostamento non è presente perché tale informazione è intrinseca nella forma d'onda $F(\Phi)$. Per tale motivo non si rende necessario l'utilizzo di un secondo canale di misura interferometrico.
- Elevata sensibilità: Si basa su un sistema ottico coerente che estrae le informazioni dalla sorgente di luce, a differenza della tecnica di triangolazione.

Tuttavia, l'interferometria a retroiniezione presenta anche diversi svantaggi:

- Salti di modo: Sono dovuti a variazioni di corrente o di temperatura nei laser a semiconduttore. Essi influenzano negativamente la misura dell'interferometro, degradandone le prestazioni.
- Dipendenza della misura da variabili esterne: Variabili esterne come temperatura e pompaggio di corrente incidono sulla lunghezza d'onda d'emissione del laser, grandezza dalla quale dipende direttamente la misura, causando una ridotta accuratezza della misura.
- Decadimento della luce coerente: È possibile che la potenza retroiniettata passi a regimi di alta iniezione compromettendo le misure o, in casi limite, danneggiando irreparabilmente il laser.

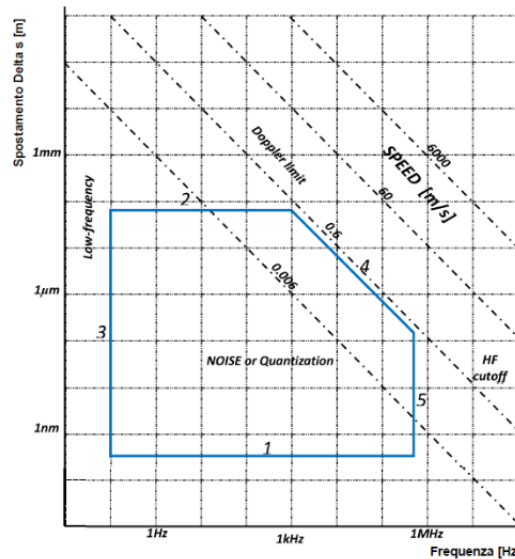


Figura 2.9: Diagramma di Wegle

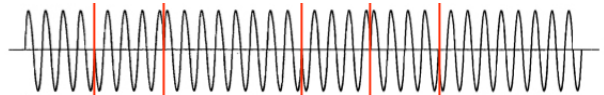


Figura 2.10: Esempio di salti di fase dell'onda nel tempo

2.3 Principali limitazioni della tecnica interferometrica

Indipendentemente dalla configurazione di interferometro scelta, le prestazioni della tecnica interferometrica presentano limiti dovuti a molteplici cause. Le principali sono descritte di seguito.

- **Limitazioni nel piano spostamento-frequenza:** Il diagramma di Wegle, rappresentato in Figura 2.9, è utilizzato per analizzare la qualità di un interferometro in termini di prestazioni e limiti. Il diagramma presenta 5 segmenti che delimitano un'area chiamata "zona di funzionamento". Maggiore sarà l'area della zona di funzionamento maggiore risulterà il campo d'azione dello strumento di misura.

I 5 segmenti rappresentano, in particolare, 5 limitazioni qui di seguito riportate:

- *Minimo spostamento misurabile:* Il segmento inferiore 1 definisce la sensibilità dello strumento al minimo spostamento misurabile

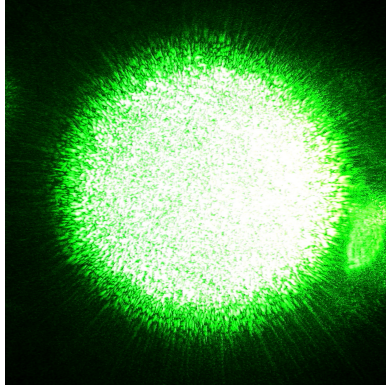


Figura 2.11: Speckle causato da una superficie diffusiva

in base al rumore elettronico di fondo.

- *Massimo spostamento misurabile*: Il segmento superiore 2 impone il limite massimo di spostamento del bersaglio affinché lo strumento funzioni correttamente.
 - *Frequenza minima dello spostamento*: Il segmento laterale sinistro 3 indica la minima frequenza di vibrazione in accordo con la minima banda di segnale dell'elettronica di elaborazione.
 - *Frequenza massima dello spostamento*: Il segmento laterale destro 5 indica la massima frequenza di vibrazione in accordo con la massima banda di segnale dell'elettronica di elaborazione.
 - *Velocità di spostamento massima*: Il segmento obliquo 4 mostra la velocità limite di spostamento massimo, che è proporzionale al prodotto tra la frequenza di oscillazione e la sua ampiezza.
- Coerenza temporale: Un qualunque fascio coerente generato da un laser ha una lunghezza di coerenza limitata, ovvero dopo un certo tempo dalla sua emissione la fase dell'onda cambia ed assume un valore casuale. Dunque il campo emesso da un laser presenta salti di fase a intervalli casuali, come mostrato in Figura 2.10. Indicando con T_{coh} la coerenza temporale e con L_{coh} la lunghezza di coerenza, è possibile scrivere:

$$\begin{cases} L_{coh} = cT_{coh} \\ T_{coh} = \frac{1}{\Delta\nu} \end{cases} \quad (2.27)$$

dove c è la velocità della luce nel vuoto e $\Delta\nu$ è la larghezza di riga in frequenza.

Dalle precedenti relazioni è possibile ricavare la distanza massima dell'ostacolo affinché non si perda la proprietà di coerenza:

$$s_{max} = |s_m - s_r|_{max} = \frac{c}{\Delta\nu} = L_{coh} \quad (2.28)$$

Se la distanza dell'ostacolo è maggiore di L_{coh} non si ha segnale interferometrico ma solo rumore dunque non è possibile effettuare misure valide non potendo contare correttamente le frange interferometriche. Questo rumore è definito come rumore di fase. Solitamente il rumore di fase è il contributo dominante nella determinazione del minimo spostamento misurabile.

Tuttavia esiste un altro contributo che limita le prestazioni: il rumore quantico. Tale rumore risulta essere quasi sempre trascurabile perché il rumore di fase è dominante rispetto ad esso.

- Speckle-Pattern: È un fenomeno dovuto alla superficie del bersaglio. In particolare, se un fascio di luce coerente colpisce un bersaglio avente superficie diffondente la luce retrodiffusa avrà una distribuzione di potenza granulare e non omogenea. Il fenomeno è mostrato in Figura 2.11.

La luce retrodiffusa è generata dalla combinazione di due fasci di luce: una porzione di fascio riflessa in modo speculare alla direzione di incidenza e l'altra porzione di fascio diffusa uniformemente nello spazio. Quest'ultima è causata da imperfezioni superficiali del bersaglio.

Ogni imperfezione superficiale, chiamata avvallamento, si comporta come un diffusore di luce secondario debolmente correlato ad un avvallamento adiacente. Il campo risultante, in un punto P di fronte alla superficie dell'ostacolo, è formato dalla sovrapposizione delle onde generate da ciascun avvallamento.

L'effetto di tale sovrapposizione è il risultato dell'interferenza costruttiva e distruttiva di onde aventi fase diversa. Ogni granulo ottico così formato prende il nome di *speckle*. Geometricamente si definisce *speckle* un ellissoide avente variazioni di fase contenute nel 50% e dimensioni trasversali (S_t) e longitudinali (S_l) pari a:

$$S_t = \lambda \left(\frac{z_0}{D} \right)^2 \quad (2.29)$$

$$S_l = \lambda \left(2 \frac{z_0}{D} \right)^2 \quad (2.30)$$

dove z_0 è la distanza tra il punto di osservazione e il bersaglio e D è la dimensione di macchia su di esso.

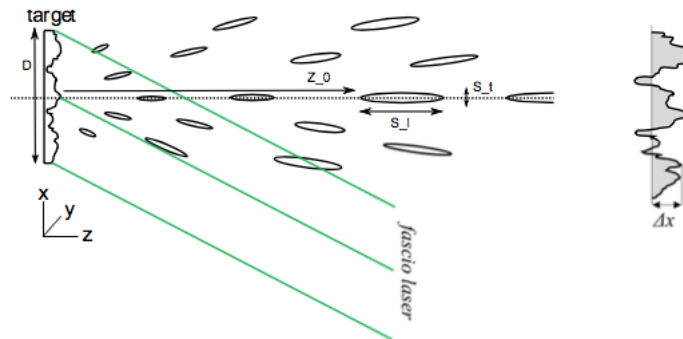


Figura 2.12: Rappresentazione esemplificata del fenomeno dello speckle-pattern

Nelle misure basate sulla tecnica di interferometria a retroiniezione, lo *speckle-pattern* rappresenta il fattore limitante più grande. A causa di tale disturbo, il segnale interferometrico risulterà interrotto ogni qual volta che il fascio di luce incontrerà uno *speckle*. È possibile limitare questa problematica aumentando la potenza ottica retro-iniettata o adottando il sistema ottico più adatto per l'applicazione in questione.

- Dispersione del mezzo: Il fascio ottico che si propaga fuori cavità subisce delle alterazioni dovute alle caratteristiche di ogni mezzo che esso attraversa, che ne modifica la lunghezza d'onda. I fattori che incidono maggiormente sono temperatura e pressione del mezzo. Per minimizzare il contributo dispersivo di questi fattori vengono impiegati stabilizzatori di temperatura e pressione ambientale.

2.4 Applicazioni dell'interferometria a retroiniezione

La tecnica interferometrica a retroiniezione può essere utilizzata in quattro principali campi di applicazione:

- Misura di distanza assoluta: Tecnica per la misurazione di distanza tra lo strumento di misura e un oggetto remoto (bersaglio).
- Velocimetria: Tecnica per la misurazione di velocità a distanza.
- Vibrometria: Tecnica per la misurazione delle vibrazioni. Il vibrometro laser è utile quando non è possibile installare un accelerometro sull'oggetto da misurare. Si basa sul principio di aggancio di fase [7].

- Misura di spostamenti: Tecnica per la misurazione dello spostamento di un bersaglio. Si basa sul conteggio delle frange interferometriche di periodicità $\frac{\lambda}{2}$ al variare della distanza dal bersaglio.

La misura di distanza assoluta, oggetto del seguente lavoro di Tesi, verrà discussa ampiamente nel paragrafo successivo.

2.4.1 Misura di distanza assoluta

Come descritto in precedenza, un segnale interferometrico è caratterizzato dalla seguente relazione:

$$\phi = 2ks = 2\frac{2\pi}{\lambda}s \quad (2.31)$$

che rappresenta lo sfasamento del campo elettrico retroiniettato rispetto al campo elettrico emesso.

Da tale relazione si nota che per generare un segnale interferometrico è necessario uno spostamento s del bersaglio o una variazione della lunghezza d'onda λ del fascio emesso dal laser. Considerando come campo di applicazione la misura di distanza assoluta è necessario agire solo sulla lunghezza d'onda λ e non sullo spostamento s dato che il bersaglio è immobile.

Un metodo per variare la lunghezza d'onda λ è quello di modulare la corrente di pompa della sorgente laser:

$$\lambda_{new} = \lambda_{old} + \chi\Delta I \quad (2.32)$$

dove χ è la variazione di lunghezza d'onda rispetto alla variazione di corrente. La variazione di lunghezza d'onda χ è pari a $\chi = \frac{\Delta\lambda}{\Delta I}$ ed è espressa in $\left[\frac{pm}{mA}\right]$. Tale parametro varia molto da dispositivo a dispositivo. Esso risulta, inoltre, fortemente non lineare in alcune zone di funzionamento della sorgente laser.

Differenziando l'equazione 2.32, rispetto alla lunghezza d'onda λ , è possibile ottenere la variazione di fase del segnale interferometrico:

$$\frac{d\phi}{d\lambda} = -2\frac{2\pi}{\lambda^2}s \quad (2.33)$$

da cui si può ricavare la misura di distanza assoluta s :

$$s = -\frac{d\phi}{d\lambda} \frac{\lambda^2}{4\pi} \quad (2.34)$$

Infine, la misura di distanza assoluta s può essere compiuta in due modi:

1. Conteggio del numero di frange: Questo metodo consiste nel contare il numero di frange visibili nel segnale interferometrico. Il numero di

frange ad una distanza fissata s dipende dalla variazione della lunghezza d'onda. Nota la variazione della lunghezza d'onda, più precisamente il periodo in cui viene fornita la variazione di corrente che genera la variazione di lunghezza d'onda, è possibile misurare la distanza assoluta del bersaglio con la seguente equazione:

$$s = \frac{N_F \lambda^2}{\Delta \lambda} \quad (2.35)$$

dove N_F rappresenta il numero di frange pari a:

$$N_F = \frac{\Delta \phi}{2\pi} \quad (2.36)$$

Questo metodo ha una scarsa accuratezza poiché la risoluzione massima ottenibile è data dalla singola frangia.

2. Misura del tempo di frangia: Questo metodo consiste nella misura del periodo di frangia. Definendo con $t_{frangia}$ la lunghezza del periodo di frangia, è possibile scrivere la seguente proporzione:

$$\Delta \lambda_{2\pi} : \Delta \lambda = t_{frangia} : \Delta t \quad (2.37)$$

dove $\Delta \lambda_{2\pi}$ è la variazione di lunghezza d'onda che produce una variazione di fase interferometrica $\Delta \phi$ pari a 2π .

Dalla precedente relazione è possibile ricavare la variazione di lunghezza d'onda $\Delta \lambda_{2\pi}$:

$$\Delta \lambda_{2\pi} = \frac{t_{frangia}}{\Delta t} \Delta \lambda = \frac{\Delta \lambda}{\Delta I} \frac{\Delta I}{\Delta t} t_{frangia} \quad (2.38)$$

Per ricavare la distanza assoluta s è necessario fare riferimento alla relazione:

$$\left(2 \frac{2\pi}{\lambda} - 2 \frac{2\pi}{\lambda + \Delta \lambda_{2\pi}} \right) s = 2\pi \quad (2.39)$$

che eguaglia la differenza di fase causata da una variazione di lunghezza d'onda $\Delta \lambda_{2\pi}$ a 2π .

Infine, per ricavare la distanza s , è necessario approssimare $(\lambda + \Delta \lambda_{2\pi}) \approx \lambda$ poiché $\lambda \gg \Delta \lambda_{2\pi}$:

$$s \approx \frac{\lambda^2}{2 \frac{\Delta \lambda}{\Delta I} \frac{\Delta I}{\Delta t} t_{frangia}} = \frac{\lambda^2}{2 \frac{\Delta \lambda}{\Delta I} \frac{\Delta I}{\Delta t}} f_{frangia} \quad (2.40)$$

dove $f_{frangia} = \frac{1}{t_{frangia}}$ è il tono fondamentale del segnale interferometrico.

Lo strumento di misura descritto in questo elaborato, deve essere in grado di effettuare la misura anche con ostacolo in movimento. Per tale motivo occorre scegliere un'opportuna forma d'onda per realizzare la modulazione in corrente.

Come già detto in precedenza, uno spostamento dell'ostacolo provoca una variazione di fase del segnale interferometrico. Richiamando che la variazione di fase causata dalla modulazione equivale a:

$$\frac{d\phi_{mod}}{dt} = 2\pi f_{mod} \quad (2.41)$$

e derivando la relazione 2.31 rispetto allo spazio:

$$\frac{d\phi_s}{ds} = 2\frac{2\pi}{\lambda} \quad (2.42)$$

è possibile ottenere:

$$\frac{d\phi_s}{ds} = 2\pi f_s \quad (2.43)$$

dove f_s è la frequenza media delle frange prodotte a causa dello spostamento.

Da questo si deduce che: se il bersaglio è in movimento la variazione di fase complessiva del segnale interferometrico è data dalla somma di due componenti: ϕ_{mod} e ϕ_s . Per compensare il contributo indesiderato ϕ_s è necessario realizzare una modulazione di corrente che vada a incrementare e decrementare la lunghezza d'onda della sorgente laser. Per fare ciò, si utilizza un segnale a forma triangolare con ampiezza opportuna.

Un accorgimento atto a compensare e minimizzare gli sfasamenti consiste nell'esecuzione, durante il processo di misura, di una media tra il periodo di frangia valutato nella fase ascendente e il periodo di frangia valutato nella fase discendente della triangolare di modulazione allo scopo di aumentare la sensibilità dello strumento rispetto allo spostamento.

Da questa osservazione si ottiene la relazione:

$$s \propto \frac{f_{rise} + f_{fall}}{2} = \frac{\left| \frac{d\phi_{rise}}{dt} + \frac{d\phi_{fall}}{dt} \right|}{2} \quad (2.44)$$

dove f_{rise} e f_{fall} sono rispettivamente il tono fondamentale del segnale interferometrico nella rampa di salita e discesa dell'onda triangolare.

Sapendo che la fase complessiva del segnale interferometrico è formata dai due contributi discussi in precedenza è possibile sostituire nella relazione 2.44 la fase totale $\phi_{tot} = \phi_{mod} + \phi_s$:

$$s \propto \frac{\left| \frac{d\phi_{mod}}{dt} + \frac{d\phi_s}{dt} \right| + \left| \frac{d\phi_{mod}}{dt} - \frac{d\phi_s}{dt} \right|}{2} = \frac{d\phi_{mod}}{dt} \quad (2.45)$$

Infine, in questo modo è possibile misurare la distanza assoluta eliminando così il contributo indesiderato ϕ_s causato da un eventuale spostamento del bersaglio.

Esprimendo le grandezze f_{rise} e f_{fall} attraverso le seguenti relazioni:

$$f_{rise} = \left| \frac{1}{2\pi} \frac{\delta\phi}{\delta t} \right| = \left| -\frac{2s}{\lambda^2} \frac{\delta\lambda}{\delta t} + \frac{2}{\lambda} \frac{\delta s}{\delta t} \right| = \left| -\frac{2sk}{\lambda^2} \frac{\Delta I}{\Delta T} + \frac{2}{\lambda} v \right| \quad (2.46)$$

$$f_{fall} = \left| \frac{1}{2\pi} \frac{\delta\phi}{\delta t} \right| = \left| \frac{2s}{\lambda^2} \frac{\delta\lambda}{\delta t} + \frac{2}{\lambda} \frac{\delta s}{\delta t} \right| = \left| \frac{2sk}{\lambda^2} \frac{\Delta I}{\Delta T} + \frac{2}{\lambda} v \right| \quad (2.47)$$

dove v è la velocità del bersaglio e T è il semiperiodo della triangolare di modulazione, è possibile definire l'equazione della distanza assoluta s in maniera più precisa:

$$s = \frac{f_{rise} + f_{fall}}{2} \left[\frac{\lambda^2}{2k \left(\frac{\Delta I}{\Delta T} \right)} \right] \quad (2.48)$$

Questa tecnica risulta più accurata della precedente perché è limitata solamente dalla precisione con la quale è possibile misurare il periodo e dalla capacità della sorgente di generare un segnale interferometrico ripetibile.

Capitolo 3

Architettura Hardware dello strumento

Capitolo 4

Architettura Software dello strumento

Capitolo 5

Misure effettuate e dati sperimentali

Conclusioni e sviluppi futuri

Appendice A

Documentazione software

Bibliografia

- [1] S. Donati. *Electro-Optical Instrumentation: Sensing and Measuring with Lasers*. Prentice Hall, 2003.
- [2] S. Donati, G. Giuliani, and S. Merlo. Laser diode feedback interferometer for measurement of displacements without ambiguity. *Quantum Electronics, IEEE Journal of*, 31(1):113–119, Jan 1995.
- [3] Guido Giuliani, Michele Norgia, Silvano Donati, and Thierry Bosch. Laser diode self-mixing technique for sensing applications. *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*, 4(6):S283, 2002.
- [4] A.N.S. Institute. American national standard for safe use of lasers: Ansi z 136.1. Technical report, Laser Institute of America, 2007.
- [5] Safa O Kasap. *Optoelectronics and Photonics: Principles and Practices*. Pearson Higher Ed, 2012.
- [6] R. Lang and K. Kobayashi. External optical feedback effects on semiconductor injection laser properties. *Quantum Electronics, IEEE Journal of*, 16(3):347–355, Mar 1980.
- [7] D. Melchionni. Vibrometro laser retroazionato in digitale. Master’s thesis, Politecnico di Milano, 2012.
- [8] E. M. Randone. *Fenomeni di retro-iniezione ottica in laser a semi-conduttore e applicazioni*. PhD thesis, Università Degli Studi di Pavia, 2007.
- [9] O. Svelto. *Principles of Lasers*. Plenum Press, fourth edition, 1998.