Using-R-as-a-calculator

Lucas C. França

2022-03-08

Contents

1 Usando o R como calculadora

1.1 Questão 1

Considere a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 13.00 & 7.00 & 8.00 & 14.00 \\ 5.00 & 2.00 & 3.00 & 9.00 \\ 10.00 & 15.00 & 16.00 & 4.00 \\ 6.00 & 12.00 & 1.00 & 11.00 \end{pmatrix}.$$

a) Use a função `matrix` do `R` para criar um objeto R contendo a matriz A.

A matriz pode ser computada através da seguinte linha código:

```
A <- matrix(c(13,7,8,14,5,2,3,9,10,15,16,4,6,12,1,11), ncol= 4, byrow = T)
```

Que traz como resultado:

$$A = \begin{pmatrix} 13.00 & 7.00 & 8.00 & 14.00 \\ 5.00 & 2.00 & 3.00 & 9.00 \\ 10.00 & 15.00 & 16.00 & 4.00 \\ 6.00 & 12.00 & 1.00 & 11.00 \end{pmatrix}.$$

b) Substitua o elemento $A_{2,3}$ de A por 10.

Podemos computar o elemento 10 na posição do elemento antigo, através doa seguinte linha de código:

```
A[2,3] <- 10
```

Que traz como resultado a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 13.00 & 7.00 & 8.00 & 14.00 \\ 5.00 & 2.00 & 10.00 & 9.00 \\ 10.00 & 15.00 & 16.00 & 4.00 \\ 6.00 & 12.00 & 1.00 & 11.00 \end{pmatrix}.$$

c) Calcule $B = t(A)$, onde $t(\cdot)$ é o operador de transposição. Isso é, B é a matriz transposta de A.

No ‘R‘ podemos fácilmente computar a transposta de uma matriz através da função ‘t()‘, da seguinte forma:

```
B <- t(A)
```

Que traz como resultado a matriz:

$$B = \begin{pmatrix} 13.00 & 5.00 & 10.00 & 6.00 \\ 7.00 & 2.00 & 15.00 & 12.00 \\ 8.00 & 3.00 & 16.00 & 1.00 \\ 14.00 & 9.00 & 4.00 & 11.00 \end{pmatrix}.$$

d) Calcule B^{-1}. Isso é, a matriz inversa de B usando a função apropriada do `R`.

Para computar o inverso de uma matriz, podemos usar a função ‘ìnv()‘ do pacote ‘matlib‘, da seguinte forma:

```
library(matlib)
I = matlib::inv(B)
```

Que produz como resultado a matriz:

$$I = \begin{pmatrix} 0.30 & -0.03 & -0.13 & -0.12 \\ -0.41 & -0.06 & 0.25 & 0.27 \\ -0.07 & 0.02 & 0.08 & 0.01 \\ -0.02 & 0.08 & -0.07 & 0.01 \end{pmatrix}.$$

Se queremos ver o resultado em termo de números reais, nós podemos usar a função ‘fractions()‘ do pacote ‘MASS‘, da seguinte forma:

```
library(MASS)
MASS::fractions(matlib::inv(B))
```

```
##      [,1]              [,2]              [,3]              [,4]
## [1,]      148459/501977    -67085/2110057     -43244/342533       -5977/51903
## [2,] -6570332/16083935     -24274/381751   1109485/4482684         1459/5410
## [3,]   -427548/6086933   739295/32783494       8363/99876     28171/4618333
## [4,]            -9/541      57243/679133     -10447/144548       9817/672278
```

Uma segunda alternativa para se encontrar o inverso de uma matriz é usar a função ‘solve()‘, da seguinte forma:

```r
I <- solve(B)
```

Que produz como resultado a matriz:

$$I = \begin{pmatrix} 0.30 & -0.03 & -0.13 & -0.12 \\ -0.41 & -0.06 & 0.25 & 0.27 \\ -0.07 & 0.02 & 0.08 & 0.01 \\ -0.02 & 0.08 & -0.07 & 0.01 \end{pmatrix}.$$

e) Multiplique cada elemento da matriz A por 3.

A multiplicação de uma matriz por um escalar pode ser realizada da seguinte forma:

```r
A <- 3*A
```

Que produz como resultado a matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 39.00 & 21.00 & 24.00 & 42.00 \\ 15.00 & 6.00 & 9.00 & 27.00 \\ 30.00 & 45.00 & 48.00 & 12.00 \\ 18.00 & 36.00 & 3.00 & 33.00 \end{pmatrix}.$$

f) Calcule a soma das linhas de A.

A soma das linhas de uma matriz pode ser calculada usando-se a função ‘rowSums()‘, no caso da matriz ‘A‘ temos que:

```r
rowSums(A)
```

```
## [1] 42 19 45 30
```

Onde cada número representa a soma de sua linha, respectivamente.

1.2 Questão 2

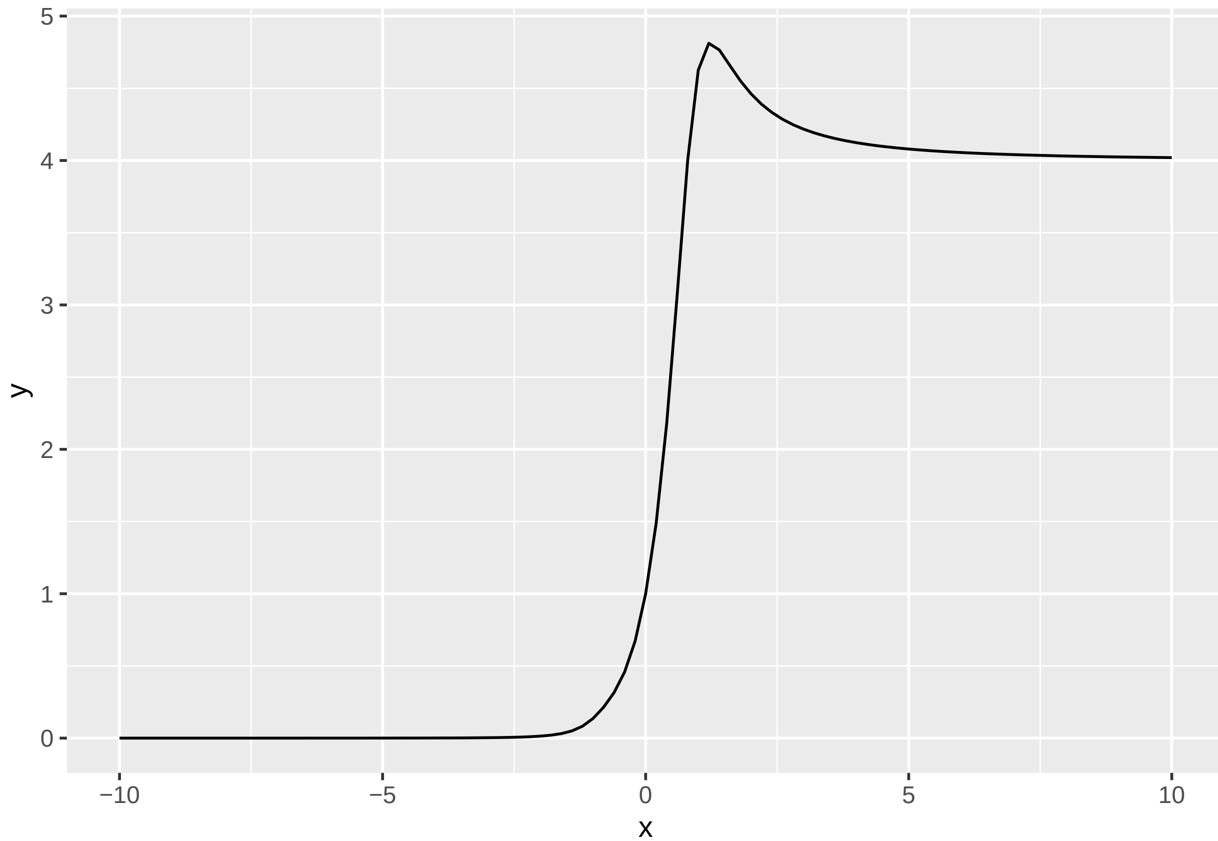
Considere a função

$$f(x) = \frac{\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)^2}{\sqrt[3]{x^6+1}}.$$

a) Faça o gráfico de $f(x)$ no intervalo de -10 a 10. Dica: crie uma sequencia de pontos (x) de -10 a 10 usado a função `seq` e, em seguida, calcule o valor da função (y) em cada ponto. Por fim, use a função `plot(x, y)`.

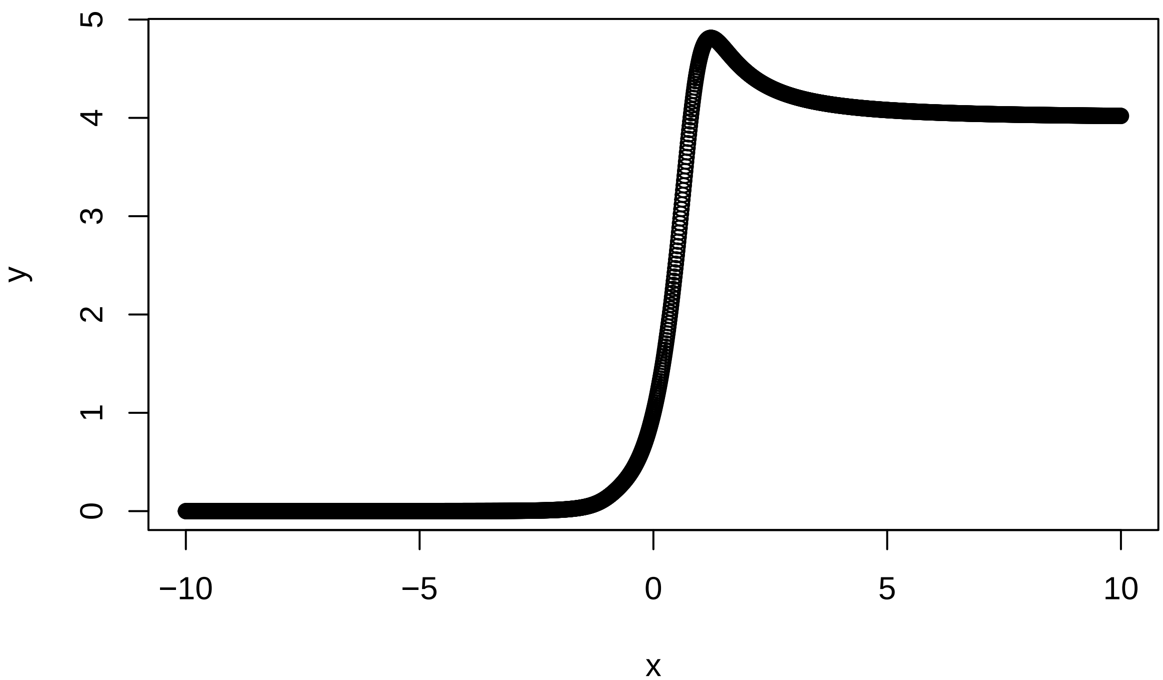
O gráfico pode ser realizado usando a função ‘ggplot()‘, do pacote ‘ggplot2‘, da seguinte forma:

```r
f <- function(x){

    x = (sqrt(x^2 + 1) + x)^2/ (x^6 + 1)^(1/3)
    return(x)

}
ggplot2::ggplot(data.frame(x = c(-10, 10)), aes(x = x)) +
                    stat_function(fun = f)
```



Uma segunda alternativa é usar as funções ‘seq()‘ e ‘plot()‘, da seguinte forma:

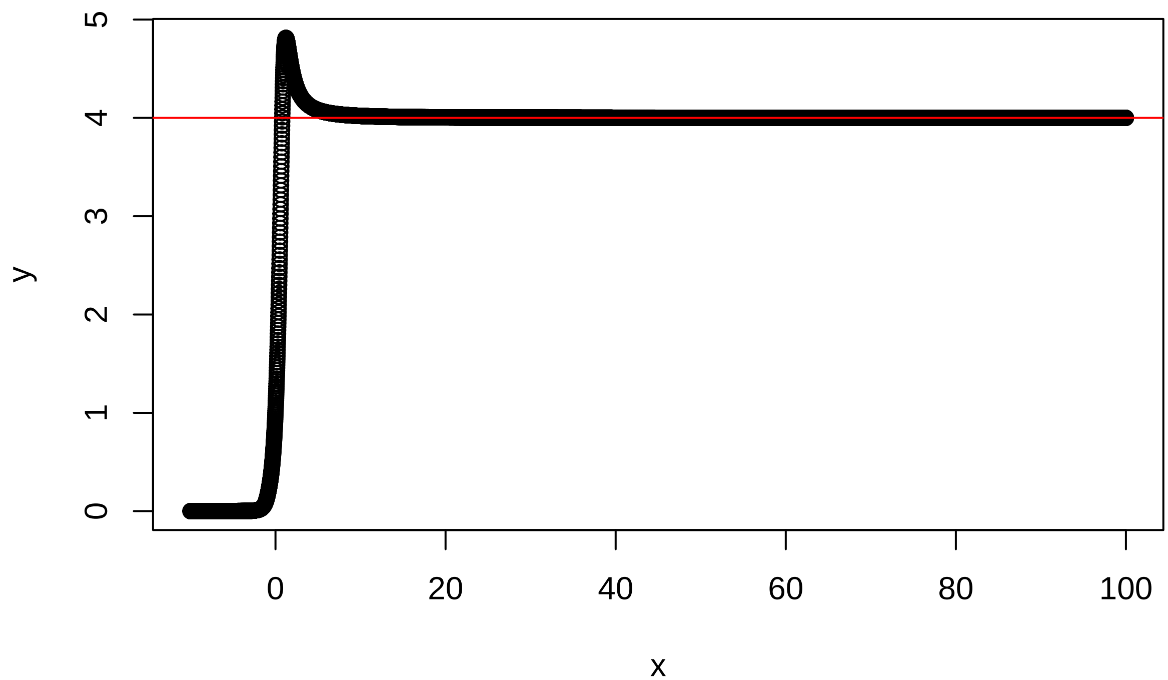
```r
x <- seq(-10,10, 0.01)
y <- (sqrt(x^2 + 1) + x)^2/ (x^6 + 1)^(1/3)
plot(x, y )
```



b) Qual é o valor do limite $\lim_{x\to\infty} f(x)$?

No gráfico, pode-se notar um padrão de convergência da função no eixo horizontal em que $y = 4$:

```
x <- seq(-10,100, 0.01)
y <- (sqrt(x^2 + 1) + x)^2/ (x^6 + 1)^(1/3)
plot(x, y )
abline(h = 4, col = "red")
```



Outra forma de observar o mesmo padrão seria observar o comportamento de y em grandes valores de x, da seguinte forma:

```
x <- seq(-10,1000, 0.5)
y <- (sqrt(x^2 + 1) + x)^2/ (x^6 + 1)^(1/3)


y[which(x == 10)]
```

```
## [1] 4.019974
```

```
y[which(x == 100)]
```

```
## [1] 4.0002
```

```
y[which(x == 1000)]
```

```
## [1] 4.000002
```

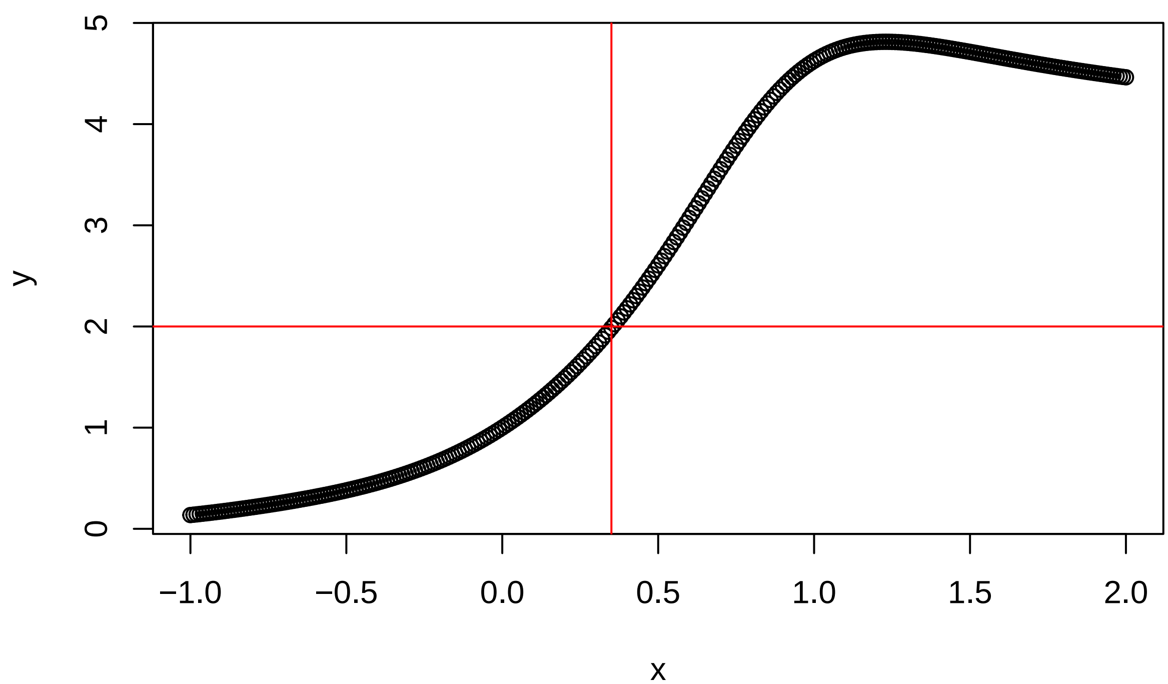
Neste caso, a série assume cada vez valores mais próximos de 4 quanto maior for o valor de x. Logo, podemos afirmar que o limite $\lim_{x\to\infty} f(x)$ tenderia a 4.

c) Em que ponto do eixo das coordenadas (x) a função assume o valor $f(x) = 2$? Basta um resultado aproximado.

Para responder esta questão, podemos diminuir a amplitude do eixo x, de forma a ficar mais fácil localizar o ponto em que $y = 2$.

No 'R', realizaremos isso alterando o primeiro e o seguindo argumento da função 'seq()', de modo que a função 'plot()' apresente o eixo x no intervalo entre -1 e 2, da seguinte forma:

```
x <- seq(-1,2, by = 0.01)
y <- (sqrt(x^2 + 1) + x)^2/ (x^6 + 1)^(1/3)
plot(x, y )
abline( v = 0.35, h =2, col = "red")
```



Além disso, foram adicionadas linhas verticais e horizontas através da função 'abline()', cruzando os pontos $y = 2$ e $x = 0.35$. Ao fazer isso, percebemos que, no ponto em que $y = 2$, x assume o valor de aproximadamente $0,35$.