MECA510 - Statique

Statique

MECA3-FISA

Ludovic Charleux
ludovic.charleux@univ-smb.fr
Polytech Annecy Chambéry

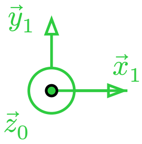
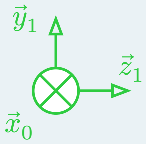
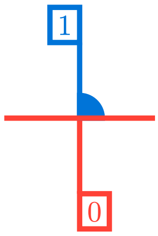
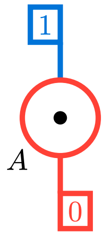
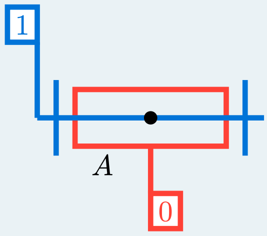
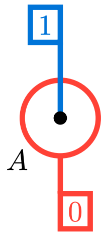
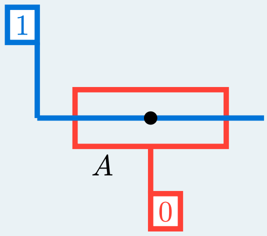
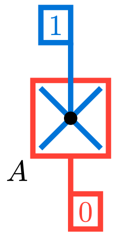
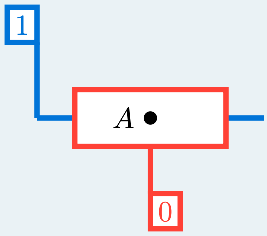
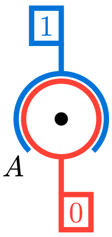
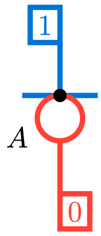
Plan du cours

1 Cours

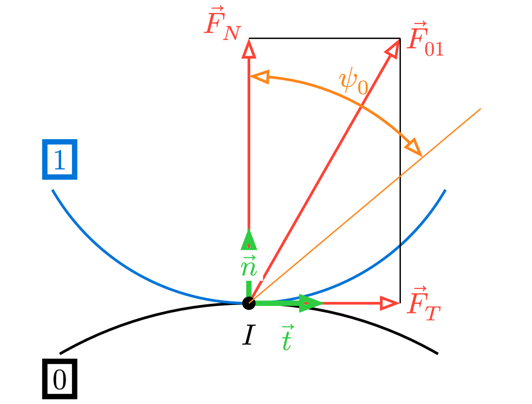
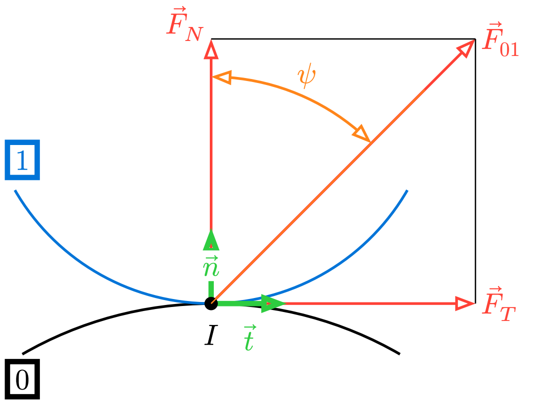
To do: MAJ du cours

1.a Mécanismes

1.a.a Tableau des liaisons

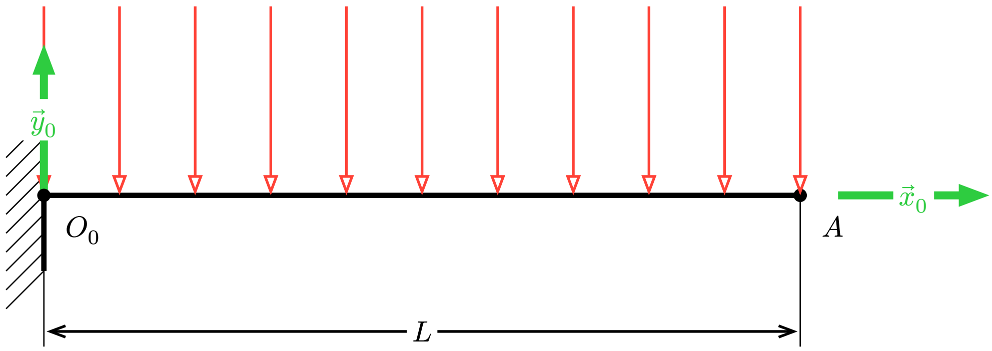
Liaison			**Action Méca.** $\{F_{12}\}$ (1)	**Tors. Ciné.** $\{V_{2/1}\}$ (2)
Encastrement			$\left\{\begin{matrix} X_{12} & L_{12} \\ Y_{12} & M_{12} \\ Z_{12} & N_{12} \end{matrix}\right\}_{A,\mathcal{B}_1}$	$\left\{\begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix}\right\}_{A,\mathcal{B}_1}$
Pivot - Axe $(A, \vec{z})$			$\left\{\begin{matrix} X_{12} & L_{12} \\ Y_{12} & M_{12} \\ Z_{12} & 0 \end{matrix}\right\}_{A,\mathcal{B}_1}$	$\left\{\begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \Omega_z & 0 \end{matrix}\right\}_{A,\mathcal{B}_1}$
Pivot glissant - Axe $(A, \vec{z})$			$\left\{\begin{matrix} X_{12} & L_{12} \\ Y_{12} & M_{12} \\ 0 & 0 \end{matrix}\right\}_{A,\mathcal{B}_1}$	$\left\{\begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \Omega_z & V_z \end{matrix}\right\}_{A,\mathcal{B}_1}$
Glissière - Axe $(A, \vec{z})$			$\left\{\begin{matrix} X_{12} & L_{12} \\ Y_{12} & M_{12} \\ 0 & M_{12} \end{matrix}\right\}_{A,\mathcal{B}_1}$	$\left\{\begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & V_z \end{matrix}\right\}_{A,\mathcal{B}_1}$
Rotule - Centre A			$\left\{\begin{matrix} X_{12} & 0 \\ Y_{12} & 0 \\ Z_{12} & 0 \end{matrix}\right\}_{A,\mathcal{B}_1}$	$\left\{\begin{matrix} \Omega_x & 0 \\ \Omega_y & 0 \\ \Omega_z & 0 \end{matrix}\right\}_{A,\mathcal{B}_1}$
Ponctuelle - Centre A - Normale $\vec{y}_1$			$\left\{\begin{matrix} 0 & 0 \\ Y_{12} & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix}\right\}_{A,\mathcal{B}_1}$	$\left\{\begin{matrix} \Omega_x & V_x \\ \Omega_y & 0 \\ \Omega_z & V_Z \end{matrix}\right\}_{A,\mathcal{B}_1}$

1.b Actions de contact

<table>
<tr><th>Cas</th><th>Vitesse</th><th>Relation</th><th>Schéma</th></tr>
<tr><td>Adhérence</td><td>$\vec{V}(I \in 1/0) = \vec{0}$</td><td>$\left|\frac{F_T}{F_N}\right| < \tan(\psi_0)$</td><td>
</td></tr>
<tr><td>Frotte-
ment</td><td>$\vec{V}(I \in 1/0) \neq \vec{0}$</td><td>$\left|\frac{F_T}{F_N}\right| = \tan(\psi)$</td><td>
</td></tr>
</table>

2 Exercices

2.a Poutre encastrée

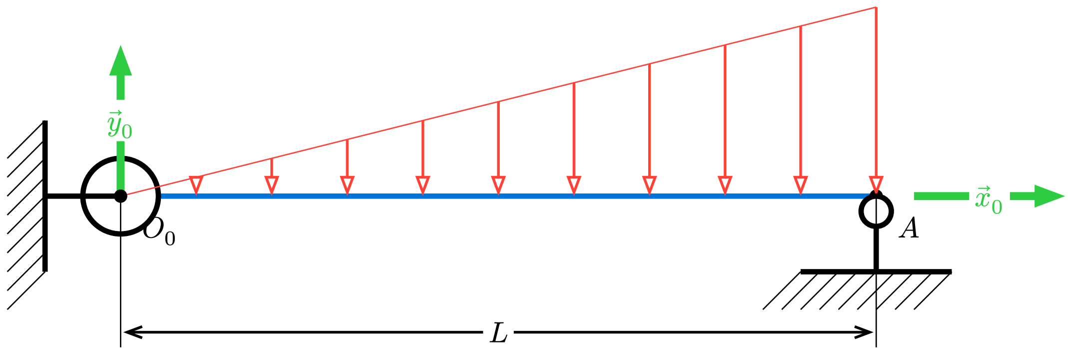


On considère une poutre encastrée en O_0 et soumise à une force répartie $\vec{p} = -p\vec{y}_0$ uniforme sur toute sa longueur L.

2.a.a Questions

1. Déterminer le torseur de la force répartie en O_0.
2. Déterminer la force concentrée équivalente à la force répartie.
3. Faire un bilan d'actions mécaniques.
4. Ecrire l'équilibre de la poutre et en déduire les actions de liaisons.

2.b Poutre sur 2 appuis et force répartie

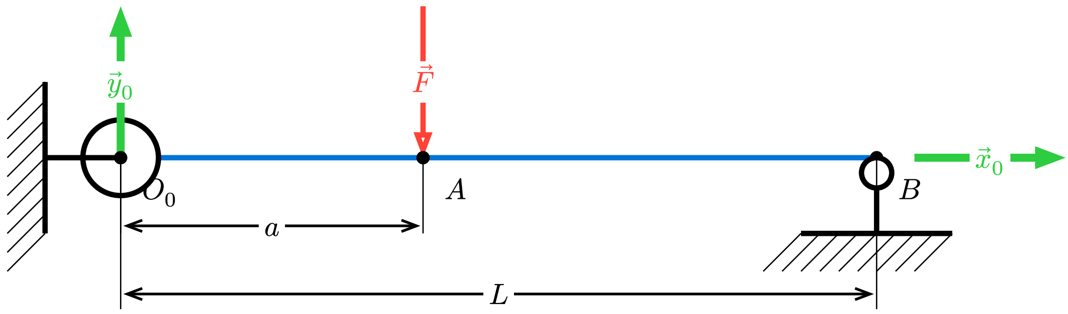


On considère une poutre encastrée en O_0 et soumise à une force répartie $\vec{p} = -p\frac{x}{L}\vec{y}_0$ uniforme sur toute sa longueur L.

2.b.a Questions

1. Déterminer le torseur de la force répartie en O_0.
2. Déterminer la force concentrée équivalente à la force répartie.
3. Faire un bilan d'actions mécaniques.
4. Ecrire l'équilibre de la poutre et en déduire les actions de liaisons.

2.c Poutre sur 2 appuis et force concentrée

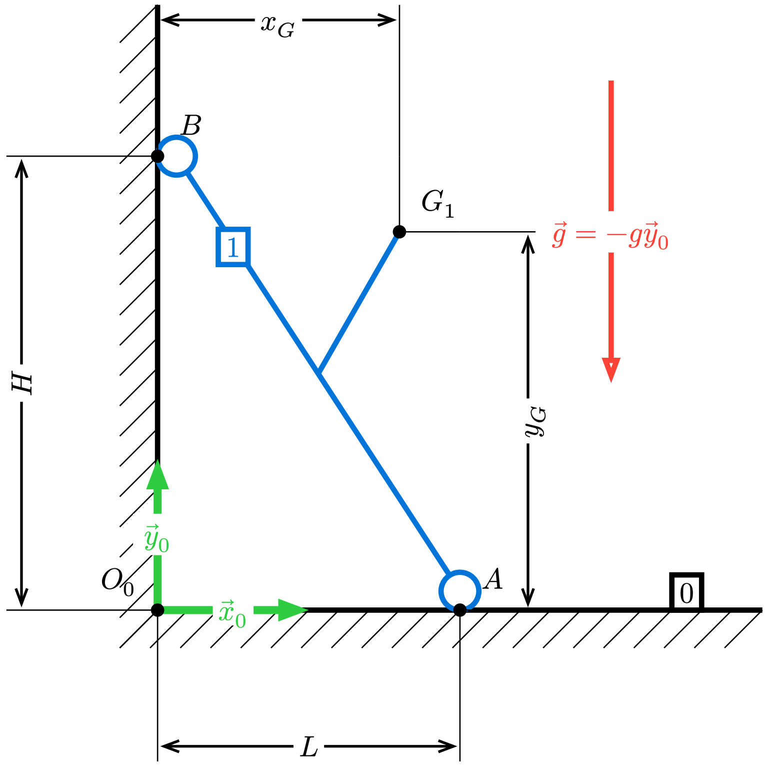


On considère une poutre encastrée en O_0 et soumise à une force concentrée $\vec{F} = -F\vec{y}_0$ en A.

2.c.a Questions

1. Faire un bilan d'actions mécaniques.
2. Ecrire l'équilibre de la poutre et en déduire les actions de liaisons.

2.d Echelle contre un mur

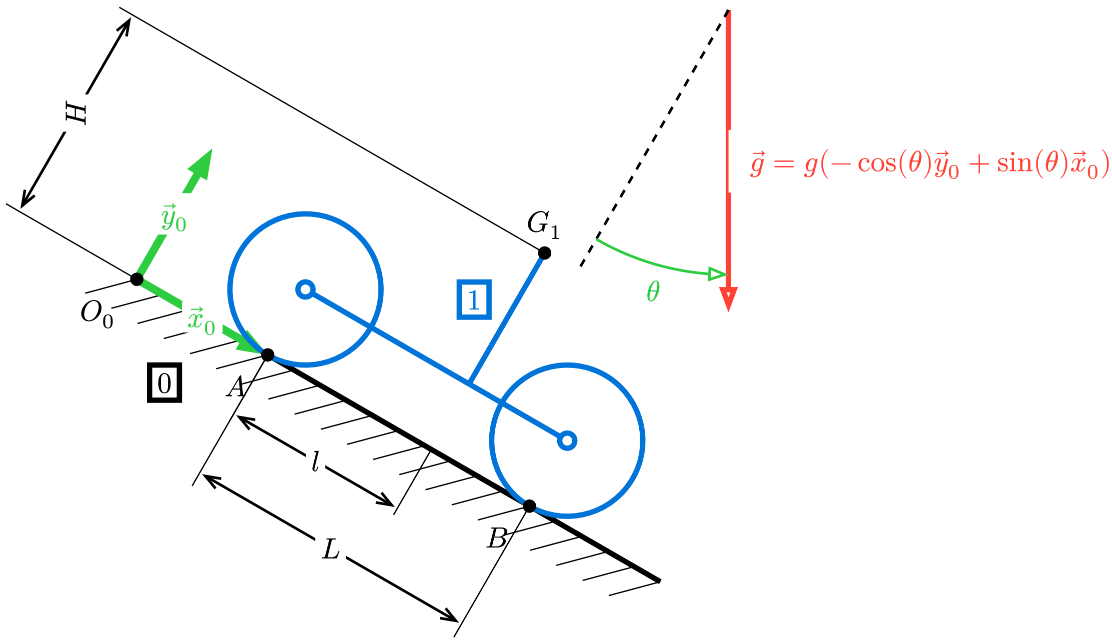


On considère l'échelle et l'opérateur qui monte dessus comme le solide (1). L'ensemble (1) a pour centre de gravité G_1. Le mur et et le sol forment le solide (0). Le contact en A entre (1) et (0) est avec frottement de coefficient f. Le contact en B (1) et (0) est sans frottement.

2.d.a Questions

1. Faire un bilan d'actions mécaniques.
2. Ecrire l'équilibre du solide (1).
3. En déduire à quelle conditions son équilibre est possible.
4. Traduire graphiquement les positions de l'opérateur qui permettent l'équilibre et celles qui vont le conduire à la chute.

2.e VTT dans une pente



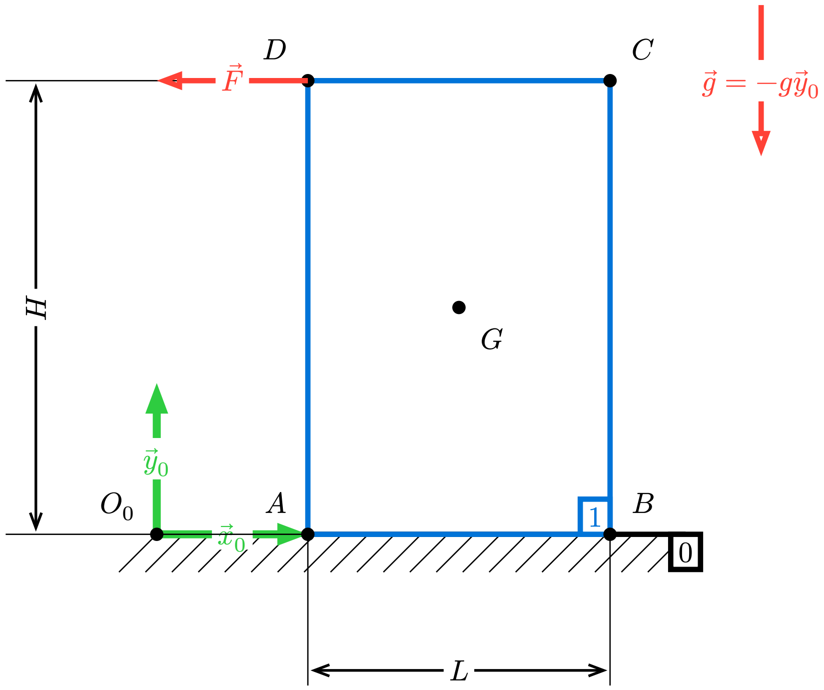
On considère un VTT en train de gravir une pente inclinée d'un angle θ par rapport à l'horizontale. Le problème est plan. Il est considéré comme quasi statique. Le VTT est donc en équilibre et ne bouge pas.

Le VTT dans son ensemble, roues comprises, peut être modélisé par un solide (1). Le VTT est modélisé par un solide (1) de centre de gravité G_1. Le contact au point A est sans frottement. Le contact au point B est avec frottement de coefficient f. Les longueurs L et H sont connues et constantes. Le cycliste peut ajuster sa position en jouant sur la longueur l.

2.e.a Questions

1. Faire un bilan d'actions mécaniques.
2. Ecrire l'équilibre du solide (1).
3. En déduire à quelle conditions sa roue avant ne décolle pas du sol.
4. En déduire à quelle conditions le VTT ne glisse pas au point B.
5. Existe-t-il des pentes pour lesquelles le VTT ne peut pas monter? Si oui, lesquelles ? Quelle doit être la position du cycliste pour que le VTT puisse monter quand cela est possible.

2.f Point de bascule



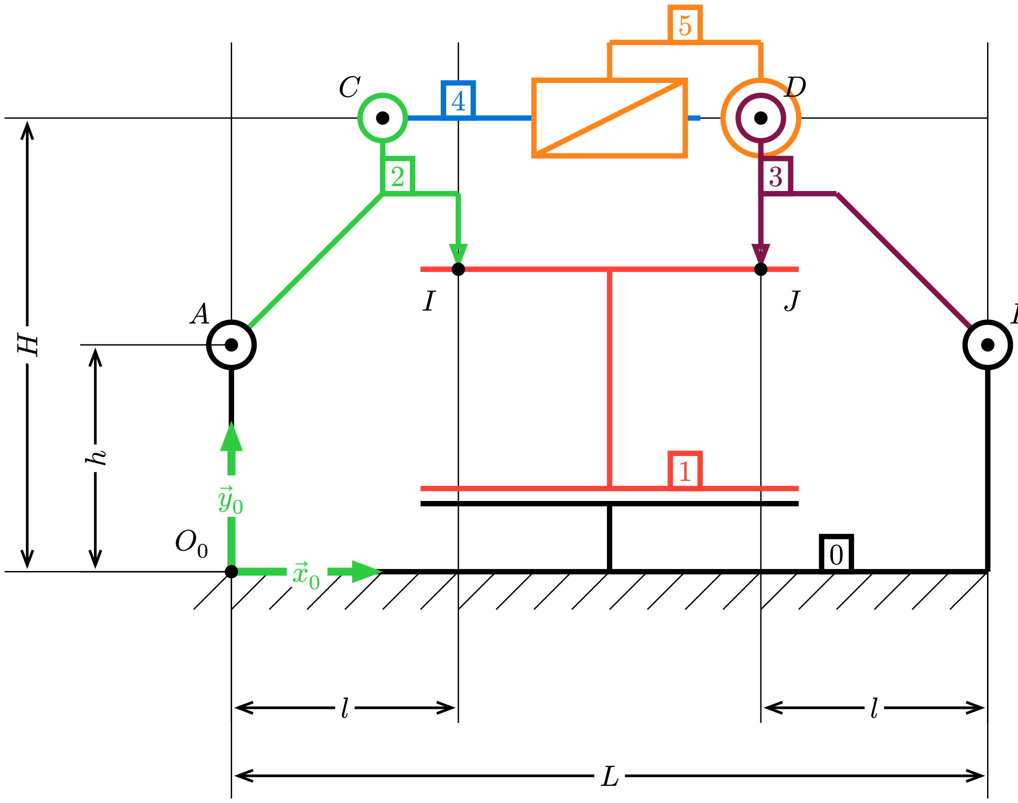
On considère un solide de forme parallélépipédique (1) en équilibre contre le solide (0). Le contact entre les solides (1) et (0) dans la zone $[AB]$ est avec frottement de coefficient f. Le centre de gravité du solide (1) l'échelle est en G. Une force $\vec{F} = -F\vec{x}_0$ est appliquée en A sur le solide (1).

2.f.a Questions

1. Faire un bilan d'actions mécaniques.
2. Ecrire l'équilibre du solide (1).
3. Dans quelles conditions le solide (1) peut-il se mettre à glisser sur le solide (0) ?
4. Dans quelles conditions se produit le basculement du solide (1) autour du point A ?

2.g Dispositif de bridage

2.g.a Enoncé



On considère un dispositif de bridage constitué de 5 pièces. Il a pour fonction de serrer la pièce (1) contre la pièce (0) au moyen des brides (2) et (3). On veut savoir quelle est la relation entre cet effort de serrage et l'action de la vis (4) dans l'écrou (5).

Note: Cet exercice est inspiré de [1] Y. Brémont and P. Réocreux, “Mécanique 2, Mécanique du solide indéformable: statique cours et exercices résolus.” Paris: Ellipses (Mécanique, 2), 1996. page 97.

On fait les hypothèses suivantes:

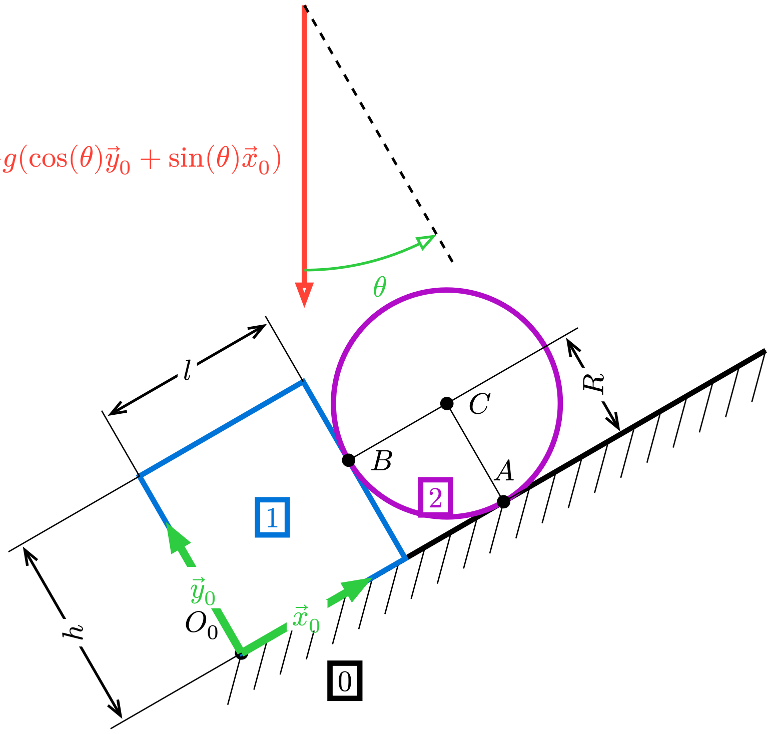
- Les longueurs L, h et H sont connues et constantes.
- L'écrou (5) applique un effort de serrage $\vec{R}_{53} = -S\vec{x}_0$ sur la bride (3).
- La pesanteur est négligée.
- Le référentiel (0) est galiéen.
- Le problème est plan.

2.g.b Questions

1. Faire le graphe des liaisons.
2. Faire un bilan d'actions mécaniques.
3. Définir les solides à isoler et l'ordre dans lequel vous comptez le faire afin de calculer l'effort appliqué par les brides sur la pièce (1).
4. Calculer l'effort appliqué par les brides sur la pièce (1) en fonction de S.
5. Conclure quant au choix des dimensions du systéme.

2.h Solides en équilibre sur un plan incliné

2.h.a Enoncé



On s'intéresse à deux solides posés sur un plan incliné d'un angle θ par rapport à l'horizontale. Le solide (1) est un parallélépipède de longueur l et de hauteur h et de masse m. Le solide (2) est un disque de rayon R et de masse M. Les 3 solides sont en équilibre et le coefficient de frottement aux 3 points de contact esst identique et est noté f. On donne les valeurs numériques suivantes: $m = 4\,\mathrm{kg}$, $M = 12\,\mathrm{kg}$, $g = 10\,\mathrm{m\,s^{-2}}$, $l = 10\,\mathrm{cm}$, $h = 15\,\mathrm{cm}$, $R = 10\,\mathrm{cm}$ et $f = 0.2$.

Note: Cet exercice est inspiré de [2] P. Agati, Y. Brémont, and G. Delville, "Mécanique du solide: applications industrielles, seconde édition," *Sciences sup. Dunod*, 2020. page 171.

2.h.b Questions

1. Ecrire les équations d'équilibre.
2. On fait l'hypothèse que (1) glisse sans basculer sur (0), que (2) roule sans glisser sur (0) et glisse sur (1). Ecrire les équations qui en découlent.
3. Déterminer la valeur de l'angle θ pour que les solides soient en équilibre.
4. A la limite du glissement, déterminer les inconnues le liaisons.
5. Vérifier l'hypothèse faite à la question 2.

3 Références

[1] Y. Brémont and P. Réocreux, "Mécanique 2, Mécanique du solide indéformable: statique cours et exercices résolus." Paris: Ellipses (Mécanique, 2), 1996.

[2] P. Agati, Y. Brémont, and G. Delville, "Mécanique du solide: applications industrielles, seconde édition," *Sciences sup. Dunod*, 2020.