計測自動制御学会論文集
Vol. 24, No. 6
(昭和63年6月)

可達性の必要十分条件を求めることが可能なペトリネットのクラス†

平石邦彦*・市川惇信**

A Class of Petri Nets That a Necessary and Sufficient Condition for Reachability is Obtainable

Kunihiko HIRAISHI* and Atsunobu ICHIKAWA**

The central issue of this paper is to find a class of Petri nets that a necessary and sufficient condition for reachability is obtainable. For this purpose, some classes of Petri nets are defined by stractural conditions related to directed circuits.

A necessary and sufficient condition for reachability can be obtained for a trap circuit Petri net (tc-net) where a set of places on any circuit forms a trap, and for a deadlock circuit Petri net (dc-net) where a set of places on any cicruit forms a deadlock. A tc-net is a subclass of normal Petri nets. For a normal Petri net, a sufficient condition for reachability is obtained.

Reachability for a conflict free Petri net can be decided by finding a firable firing sequence for finite minimal solutions of the matrix equation. This property is also true for larger classes of Petri nets than conflict-free. These are a non-decreasing circuit Petri net (ndc-net) where number of tokens on any circuit is non-decreasing for any firings of transitions, and a non-increasing circuit Petri net (nic-net) where number of tokens on any circuit is non-increasing for any firings of transitions. A ndc-net and a nic-net are subclasses of a tc-net and a dc-net, respectively.

† 第26回計測自動制御学会学術講演会で発表(昭62・7)
* 富士通(株)国際情報社会科学研究所 沼津市宮本 140
** 東京工業大学大学院総合理工学研究科 横浜市緑区長津田町 4259
* International Institute for Advanced Study of Social Information Science, FUJITSU LIMITED, Numazu
** Graduate School at Nagatsuta, Tokyo Institute of Technology, Yokohama
(Received December 17, 1987)
(Revised March 7, 1988)

Key Words: discrete event system, Petri nets, reachability, deadlock, trap

1. はじめに

ペトリネットは，離散事象システムのモデルとして研究されており，計算機ハードウェア・ソフトウェア，通信プロトコル，シーケンス制御，知識表現などさまざまな応用が考えられている[1]．ペトリネットはシステムのもつ構造をモデル化する．これにより，システムを構造により特徴付け，それらの構造に特有な性質を利用して解析を行うことが可能になる．

ペトリネットの解析における中心的課題は，初期マーキングから与えられたマーキングに到達可能かどうかを判定する可達問題であるが，その可解性(decidability)についてはすでに証明されており[2]，また，ペトリネットのサブクラスであるマークグラフ，無競合ペトリネットでは，可達であるための必要十分条件が得られている[3),4]．一方，初期マーキングから到達可能なマーキングの集合である可達集合が半線形(semilinear)であるようなペトリネットのクラスについても，ペトリネットの挙動的な性質である persistency に関連して研究が行われてきた[5)~7]．これらのサブクラスは，いずれも構造的な特徴により定義されるものである．

ペトリネットでは，個々の要素間の局所的な結合関係のみを定義するが，局所的な構造が組み合されることにより，マクロな構造が構成される．本論文では，このようなマクロな構造として，有向閉路上のプレース集合に関する構造を考え，それらの構造をもつペトリネットの可達性について考察する．

まず，有向閉路上のプレース集合がトラップであるtrap circuit Petri net (tc-net)，および，有向閉路

上のプレース集合がデッドロックである deadlock circuit Petri net (dc-net) について，可達性の必要十分条件を求める．tc-net は，可達集合が半線形となるサブクラスである normal Petri net[7] の特殊な場合になっている．normal Petri net については，可達性の十分条件を導き出すことができる．

可達性を判定する場合に，重要な手掛りになるのが行列方程式の非負整数解の存在である．無競合ペトリネットでは，有限個の極小解について発火可能系列の存在を調べることにより可達性を判定できるが，この性質は，無競合ペトリネットよりも広いペトリネットのクラスにも存在する．有向閉路上のトークン数が任意のトランジションの発火により非減少である non-decreasing circuit Petri net (ndc-net)，および，非増加である non-increasing circuit Petri net (nic-net) がこのクラスである．

最後に，これらのペトリネットのクラスと，従来から提案されてきたクラスとの関係について述べる．

これらのペトリネットのサブクラスについて得られた結果は，ペトリネットで表現される離散事象システムの解析・設計・制御の問題に利用される．

2. 定　義

Nは非負整数の集合を，N^k はk次元非負整数ベクトルの集合を表わす．

ペトリネットとは4項組$M=(P,T,A,m^0)$である．ここで，$P=\{p_1,\cdots,p_v\}$ はプレースの有限集合，$T=\{t_1,\cdots,t_w\}$ はトランジションの有限集合，$A: P\times T\cup T\times P\to\{0,1\}$ はプレースとトランジションの接続を表わす関数，$m^0\in N^v$ は初期マーキングである．$C=(P,T,A)$ をペトリネット構造と呼ぶ．本論文では，プレースとトランジション間に複数本のアークを許さないシングルアークペトリネットを扱う．

$A(t_j,p_i)=1$ のとき，t_j を p_i の入力トランジション，p_i を t_j の出力プレースと呼ぶ．また，$A(p_i,t_j)=1$ のとき，p_i を t_j の入力プレース，t_j を p_i の出力トランジションと呼ぶ．

$b^+_{ij}=A(t_j,p_i)$，$b^-_{ij}=A(p_i,t_j)$ としたとき，$B^+=[b^+_{ij}]$，$B^-=[b^-_{ij}]$をそれぞれペトリネットの入力接続行列，出力接続行列という．また，$B=B^+-B^-$ とする．

$s\in P\cup T$ について，

$${}^{\bullet}s=\{r\mid r\in P\cup T\ \wedge\ A(r,s)=1\},$$

$$s^{\bullet}=\{r\mid r\in P\cup T\ \wedge\ A(s,r)=1\}$$

とする．

マーキングmにおいて，トランジション t_j は(1)式を満たすときに発火可能であるといい，発火によりマーキングは(2)式に従って推移する．

$$m-B^-e_j\geqq 0 \qquad (1)$$

$$m'=m+Be_j \qquad (2)$$

ここで，e_jは第j成分が1の単位ベクトルである．

トランジションの任意長の系列を発火系列と呼び，その集合をT^*とする．発火系列σの中に，各トランジションが何回現れるかを示すw次元非負整数ベクトルをσの発火回数ベクトルといい，$\psi(\sigma)$ で表わす．

発火系列 $\sigma=s_1s_2\cdots s_r$，$s_i\in T(i=1,\cdots,r)$ について，マーキング m から $s_1s_2\cdots s_r$ と順次発火可能なとき，σ は m で発火可能であるといい，$m\xrightarrow{\sigma}$ で表わす．σ の発火によりマーキングは m から

$$m'=m+B\psi(\sigma) \qquad (3)$$

に推移するが，これを $m\xrightarrow{\sigma}m'$ で表わす．単にmからm' へ推移可能なことを表わすときは，$m\to m'$ と書く．また，$x\in N^w$ を与えたとき，もし $\psi(\sigma)=x$ かつ $m\xrightarrow{\sigma}m'$ となる発火系列σが存在するならば，xはmにおいて発火可能系列をもつという．

(3)式から，つぎの補題が得られる．

［補題1］ ペトリネット $M=(C,m^0)$ において，$m^0\to m^T$ ならば，$m^T=m^0+Bx$ を満たす $x\in N^w$ が存在する．◇

ペトリネット $M=(C,m^0)$ において，初期マーキング m^0 から推移可能なマーキングの集合 $R(M)=\{m\mid m^0\to m\}$ をMの可達集合という．

ペトリネットMの発火回数ベクトル$x=[x_i]\in N^w$ に関する部分ネット M_x とは，$x_i>0$ であるようなトランジション集合 T_x，および，T_x に接続しているプレース集合 P_x への M の射影である．

$c=c_1c_2\cdots c_k\in(P\cup T)^*$ について，$A(c_i,c_{i+1})=1$ $(i=1,\cdots,k-1)$ が成り立つとき，cを有向路という．また，$c_1=c_k$ のとき，cを有向閉路という．

ペトリネットMの任意のマーキング $m\in R(M)$ がつぎの条件を満たすとき，Mは weakly persistent であるという[6]：$m\xrightarrow{\sigma}\wedge m\xrightarrow{\sigma'}\wedge\psi(\sigma')\leqq\psi(\sigma)$ を満たす任意の $\sigma,\sigma'\in T^*$ に対し，$m\xrightarrow{\sigma'\cdot\sigma''}\wedge\psi(\sigma'\cdot\sigma'')=\psi(\sigma)$ を満たす $\sigma''\in T^*$ が存在する．

3. デッドロックとトラップ

プレースの部分集合 $Q\subset P$ を与えたとき，

$$I(Q)=\{t\mid t\in T\ \wedge\ {}^{\bullet}t\cap Q=\phi\ \wedge\ t^{\bullet}\cap Q\neq\phi\}$$

$$O(Q)=\{t\mid t\in T\ \wedge\ {}^{\bullet}t\cap Q\neq\phi\ \wedge\ t^{\bullet}\cap Q=\phi\}$$

とする．$I(Q)$ を Q の外部入力トランジション集合，$O(Q)$ を Q の外部出力トランジション集合と呼ぶ．

$I(Q)=\phi$ であるとき，Q をデッドロックという．

入力トランジションをもたないプレースは単独でデッドロックであり，これを単一プレースデッドロックと呼ぶ．単一プレースデッドロックを含まないデッドロックを閉路デッドロックという．

$O(Q)=\phi$ であるとき，Q をトラップという．出力トランジションをもたないプレースは単独でトラップであり，これを単一プレーストラップと呼ぶ．単一プレーストラップを含まないトラップを閉路トラップという．

デッドロックおよびトラップがもつ性質から，つぎの補題が得られる．

［補題2］ ペトリネット $M=(C,m^0)$ において，$m^0 \xrightarrow{\sigma} m^T \wedge \psi(\sigma)=x$ を満たす $\sigma \in T^*$ が存在するとき，つぎのⅰ)，ⅱ)が成り立つ．

ⅰ) m^0 において，M_x にトークンのないデッドロックが存在しない．

ⅱ) m^T において，M_x にトークンのないトラップが存在しない．◇

（証明） M_x に属するトランジションは，定義により少なくとも1回は発火する．デッドロック内にトークンが存在しないとき，このデッドロックにトークンを投入するトランジションは，すべてこのデッドロック内に入力プレースをもつので発火不能である．したがって，このデッドロックのプレースを入力プレースとするトランジションは発火できない．よって，ⅰ)を得る．

トラップ内にトークンが存在するとき，いかなるトランジションの発火によっても，そのトラップ内のトークン数を0にできない．したがって，ある発火系列の発火において，トラップ内にトークンが存在しなければ，そのトラップのプレースを入力プレースとするトランジションは1回も発火していないことになる．よって，ⅱ）を得る．◇

以後，トークンのないデッドロックを TFD，トークンのないトラップを TFT と略称する．つぎの補題が得られている[10]．

［補題3］ ペトリネット M のマーキング m において，すべてのトランジションが発火不能ならば，TFD が存在する．◇

［補題4］ ペトリネット M のマーキング m において，$m+Bx \geqq 0 \wedge x \in N^w$ ならば，m において M_x に単一プレース TFD は存在しない．◇

（証明） もし M_x に単一プレース TFD が存在したとすると，そのプレースのトークン数は，マーキング $m+Bx$ において負になる．これは，$m+Bx \geqq 0$ に反する．◇

［補題5］ ペトリネット $M=(C,m^0)$ において $x \in N^w$ を与えたとき，もしつぎのⅰ)，ⅱ)が成立すれば，$m^0+Bx \in R(M)$ である．◇

ⅰ） $m^0+Bx \geqq 0$

ⅱ） 任意の可達なマーキング $m \in R(M)$ について，もし $m=m^0+By \wedge y \leqq x$ を満たす $y \in N^w$ が存在すれば，m において M_{x-y} に閉路 TFD は存在しない．

（証明） ⅰ)と補題4から，m^0 において M_x に単一プレース TFD は存在せず，ⅱ)から，閉路 TFD も存在しない．補題3から，m^0 において M_x には発火可能なトランジションが少なくとも一つは存在するので，それらのうちから任意に一つを選び発火させたときのマーキングを m'，残りの発火回数ベクトルを x' とする．$m'+Bx' \geqq 0$ であるので，m'，x' についても同様なことが成り立ち，m' において $M_{x'}$ に発火可能なトランジションが存在する．これを，残りの発火回数ベクトルが0になるまで繰り返すことにより，マーキング m^0+Bx に到達する．◇

補題5の証明において，発火させるトランジションは，対応する発火回数ベクトルの成分が正であり，かつ，発火可能なトランジションのなかから任意に選択できる．このことから，補題6が得られる．

［補題6］ ペトリネット $M=(C,m^0)$ において，$m^0+Bx \in R(M)$ を満たす任意の $x \in N^w$ について補題5の条件ⅱ)が成り立つならば，M は weakly persistent である．◇

4. Trap Circuit Petri Net の可達性の必要十分条件

ここでは，任意のトランジションの発火によって，新たに TFD が生じないペトリネットのクラスを定義し，その可達性の必要十分条件について考察する．

任意の有向閉路上のプレース集合がトラップであるようなペトリネットを trap circuit Petri net (tc-net) という．

［補題7］ tc-net $M=(C,m^0)$ において $x \in N^w$ を与えたとき，m^0 において M_x に閉路 TFD が存在しないとする．このとき，任意の可達なマーキング $m \in R(M)$ について，もし $m=m^0+By \wedge y \leqq x$ を満たす $y \in N^w$ が存在すれば，m において M_{x-y} に閉路 TFD は存在しない．◇

（証明） Q を M_{x-y} の任意の閉路デッドロックとする．M_{x-y} は M_x の部分ネットなので，Q は M_x に含まれる．また，M は tc-net であるから，Q は M において閉路トラップでもある．

ⅰ） M_x で $I(Q)=\phi$ の場合：Q は M_x で閉路デッ

ドロックなので，m^0 においてQにはトークンが存在する．Q は M で閉路トラップであるので，Q 内のトークン数はいかなるトランジションの発火によっても 0 にはならず，m において Q にはトークンが存在する．

ii）M_x で $I(Q)\neq\phi$ の場合：M_{x-y} では $I(Q)=\phi$ なので，m に到達するまでの発火において，Q には $I(Q)$ の発火によりトークンが投入されている．QはMで閉路トラップであるので，mにおいてQにはトークンが存在する．◇

《**定理1**》 tc-net $M=(C, m^0)$ において，つぎの i)，ii)を満たす $x\in N^w$ が存在するとき，かつそのときに限り，$m^0\to m^T$ である．

i）$m^T=m^0+Bx$

ii）m^0 において M_x に閉路TFDが存在しない．◇

（証明） 必要性：補題1からi)が，補題2からii)が得られる．

十分性：ii)と補題7から，補題5の条件ii)が成立する．したがって，補題5から $m^0\to m^T$ が得られる．◇

また，定理1と補題6，補題7から，定理2が得られる．

《**定理2**》 tc-net は任意の初期マーキングに対し，weakly persistent である．◇

5. Deadlock Circuit Petri Net の可達性の必要十分条件

ペトリネット構造 $C=(P, T, A)$ に対し，$C^{-1}=(P, T, A^{-1})$ を C の逆ネット構造と呼ぶ．ここで，A^{-1}：$P\times T\cup T\times P\to\{0, 1\}$ は，任意の $r, s\in P\cup T$ に対し，$A^{-1}(r, s)=A(s, r)$ であるような関数である．逆ネットについて，ただちに，補題8が得られる．

［**補題8**］ ペトリネット $M=(C, m^0)$ において，$m^0\xrightarrow{\sigma}m^T$ であるとき，かつそのときに限り，$M^{-1}=(C^{-1}, m^T)$ において $m^T\xrightarrow{\sigma^{-1}}m^0$ である．ただし，σ^{-1} は σ を逆順に並べた発火系列である．◇

任意の有向閉路上のプレース集合がデッドロックであるようなペトリネットを deadlock circut Petri net (dc-net) という．dc-net は tc-net の逆ネットである．定理1と補題8から，dc-net の可達性の必要十分条件が得られる．

《**定理3**》 dc-net $M=(C, m^0)$ において，つぎの i)，ii)を満たす $x\in N^w$ が存在するならば，かつそのときに限り，$m^0\to m^T$ である．

i）$m^T=m^0+Bx$

ii）m^T で M_x に閉路 TFT が存在しない．◇

dc-net は weakly persistent ではないが，定理3よりつぎの発火アルゴリズムが得られる．

《アルゴリズム》

$x=[x_i]\in N^w$ を，$m^T=m^0+Bx$ を満たす発火回数ベクトルとしたとき，

step 1　つぎの i)，ii)，iii)をすべて満たすようなトランジション t_j を選び，発火させる．

i）$x_j>0$

ii）t_j は発火可能．

iii）t_j の発火後の残りの発火回数ベクトルを x' としたとき，マーキング m^T において，$M_{x'}$ に TFT が存在しない．

step 2　$x=0$ ならば終り．そうでなければ，$x:=x-e_j$ として step 1 へ．◇

6. Normal Petri Net の可達性の十分条件

任意の有向閉路上のプレース集合が閉路トラップを含むようなペトリネットを normal Petri net という(注1)．

normal Petri net M のマーキング m が以下の条件を満たすとき，mをMの充足マーキングという：Mの任意の有向閉路上のプレース集合 Q が，$I(Q)=\phi\vee O(Q)\neq\phi$ を満たすならば，Q は m においてトークンをもつトラップを含む．

このようなプレース集合Qは，デッドロックであるか，または，Mの部分ネットにおいてデッドロックになる可能性をもつ．

［**補題9**］ normal Petri net $M=(C, m^0)$ において $x\in N^w$ を与えたとき，m^0 が M_x の充足マーキングであるとする．このとき，任意の可達なマーキング $m\in R(M)$ についても，もし $m=m^0+By\wedge y\leq x$ を満たす $y\in N^w$ が存在すれば，m において M_{x-y} に閉路 TFD は存在しない．◇

（証明） M_{x-y} の任意の閉路デッドロックQを考える．M_{x-y} は M_x の部分ネットなので，Qは M_x に含まれる．

i）M_x で，$I(Q)=\phi\vee O(Q)\neq\phi$ の場合：m^0 において，Q は M_x でトークンをもつトラップを含むので，mにおいてQにはトークンが存在する．

ii）M_x で，$I(Q)\neq\phi\wedge O(Q)=\phi$ の場合：M_{x-y} では $I(Q)=\phi$ なので，m に到達するまでには，Q には $I(Q)$ の発火によりトークンが投入されている．M_x で $O(Q)=\phi$（すなわち，Q はトラップ）であるので，mにおいてQにはトークンが存在する．◇

（注1） この定義は，文献7)の定義とは同値ではあるが，形は異なっている．

《**定理4**》 normal Petri net $M=(C, m^0)$ において，つぎのⅰ)，ⅱ)を満たす $x \in N^w$ が存在すれば，$m^0 \to m^T$ である．

ⅰ) $m^T=m^0+Bx$

ⅱ) m^0 は M_x の充足マーキング．◇

(証明) ⅱ)と補題9から，補題5の条件ⅱ)が成立する．したがって，補題5から $m^0 \to m^T$ が得られる．◇

tc-net は normal Petri net であり，また，tc-net の任意のマーキングは充足マーキングである．

補題6および補題9から，定理5が得られる．

《**定理5**》 normal Petri net M は，初期マーキングが M の充足マーキングならば，weakly persistent である．◇

7. 行列方程式の極小解の発火可能性

ペトリネット $M=(C, m^0)$ においてマーキング m^T を与えたとき，方程式 $\Delta m=m^T-m^0=Bx$ を可達性に関する行列方程式と呼ぶ．(3)式より，発火可能系列の発火回数ベクトルは，行列方程式の非負整数解になることがわかる．可達性の判定に際して必要となるのは非負整数解だけなので，以後，行列方程式の非負整数解を単に解と呼ぶことにする．

行列方程式の解に，斉次方程式 $0=Bx$ の非負整数解を任意回加えても，やはり行列方程式の解である．したがって，一般には無限個の解が存在することになるが，無競合ペトリネットについてはつぎの補題が得られており[8),9)]，有限個の極小解について発火可能系列をもつかどうかを調べれば，可達性を判定できる．

［**補題 10**］ 無競合ペトリネット $M=(C, m)$ において，$\Delta m=m^T-m^0=Bx$ の解 α が発火可能系列をもつならば，$\beta \leqq \alpha$ を満たす任意の解 β は発火可能系列をもつ．◇

tc-net では，この性質は必ずしも成り立たない．たとえば，**Fig. 1** のペトリネットにおいて，$m^0=[0\ 0\ 0]^t$，$m^T=[0\ 0\ 1]^t$ を考える．行列方程式の解は，$x=[1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0]^t+k[1\ 0\ 0\ 1\ 1]^t$ (k は非負整数) となる．解 $\alpha=[2\ 1\ 1\ 1\ 1]^t$ は発火可能系列 $\sigma=t_5t_3t_1t_2t_1t_4$ をもつが，解 $\beta=[1\ 1\ 1\ 0\ 0]^t$ は発火可能系列をもたない．これは，m^0 において M_α は TFD をもたないが，M_β は TFD をもつためである．そこで，tc-net の条件を強めたペトリネットを定義する．

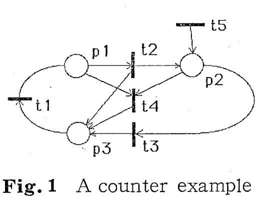

Fig. 1 A counter example

任意の有向閉路上のトークン数が任意のトランジションの発火により非減少であるようなペトリネットを non-decreasing circuit Petri net (ndc-net) と呼ぶ．ndc-net は tc-net である．

［**補題 11**］ ndc-net $M=(C, m^0)$ において，$m^T=m^0+Bx$ の解 α に対し，$\beta \leqq \alpha$ を満たす解 β を考える．このとき，M_α に閉路 TFD が存在しなければ，M_β に閉路 TFD は存在しない．◇

(証明) Q を M_β の任意の閉路デッドロックとする．Q が M_α で閉路デッドロックならば，Q は M_β で TFD ではない．Q が M_α で閉路デッドロックでなければ，M_α において，$e_j \leqq \alpha-\beta$ を満たす $t_j \in I(Q)$ が存在し，$B\cdot(\alpha-\beta)=0$ である．これは，ndc-net の閉路上のトークン数が非減少であることに反する．◇

ndc-net が tc-net であること，および，定理1，補題11から，系1が得られる．

［系1］ ndc-net $M=(C, m^0)$ において，$m^0 \to m^T$ であるための必要十分条件は，つぎのⅰ)，ⅱ)を満たす $x \in N^w$ が存在することである．

ⅰ) x は $m^T=m^0+Bx$ の極小な非負整数解

ⅱ) m^0 において M_x に閉路 TFD が存在しない．◇

ndc-net の逆ネットについても，同様なことが成り立つ．

任意の有向閉路上のトークン数が任意のトランジションの発火により非増加であるようなペトリネットを non-increasing circuit Petri net (nic-net) と呼ぶ．nic-net は dc-net である．

系1と補題8から系2が得られる．

［系2］ nic-net $M=(C, m^0)$ において，$m^0 \to m^T$ であるための必要十分条件は，つぎのⅰ)，ⅱ)を満たす $x \in N^w$ が存在することである．

ⅰ) x は $m^T=m^0+Bx$ の極小な非負整数解

ⅱ) m^T において M_x に閉路 TFT が存在しない．◇

8. 考　　察

本論文で扱ったペトリネットのサブクラスと，マークグラフ (marked graph)，前向き無競合ペトリネット (fcf-net)，後ろ向き無競合ペトリネット (bcf-net) の関係を **Fig. 2** に示す．

ⅰ) 行列方程式の解 x が存在し，かつ，ⅱ)初期マーキングで M_x に TFD が存在しない（目標とするマーキングで M_x に TFT が存在しない），という条

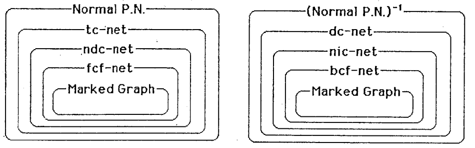

Fig. 2 Relations between classes of Petri nets
tc-net: trap circuit Petri net,
ndc-net: non-decreasing circuit Petri net,
fcf-net: forward conflict-free Petri net,
dc-net: deadlock circuit Petri net,
nic-net: non-increasing circuit Petri net,
bcf-net: backward conflict-free Petri net

件が可達性の必要十分条件になるのは，tc-net(dc-net)以下のクラスである．さらに，i)を極小な解が存在するという条件に変えてもよいのは，ndc-net(nic-net)以下のクラスである．

normal Petri net では，初期マーキングが充足マーキングならば weakly persistent になるが，tc-net 以下のクラスでは，任意の初期マーキングについて weakly persistent である．しかし，これらの逆ネットは，weakly persistent ではない．

参考文献

1) J.L. Peterson: Petri Net Theory and the Modeling of Systems, Prentice Hall (1981)
2) E.W. Mayer: An Algorithm for the General Petri Net Reachability Problem, Proc. The 13th Ann. ACM Sympo. on Theory of Computing, 238/246 (1981)
3) T. Murata: Circuit Theoretic Analysis and Synthesis of Marked Graphs, IEEE Trans. Circuit and Systems, **CAS-24**-7, 400/405 (1977)
4) 市川，横山，黒木：事象駆動システムの制御―無競合ペトリネットの可達性と制御―，計測自動制御学会論文集，**21**-4, 324/330 (1985)
5) L.H. Landweber and E.L. Robertson: Properties of Conflict-Free and Persistent Petri Nets, J. of ACM, **25**-3, 352/364 (1978)
6) H. Yamasaki: On Weak Persistency of Petri Nets, Information Processing Letters, **13**-3, 94/97 (1981)
7) H. Yamasaki: Normal Petri Nets, Theoretical Computer Science 31, 307/315 (1984)
8) S. Crespi-Reghizzi and D. Mandoriori: A Decidability Theorem for a Class of Vector Addition Systems, Information Processing Letters, 3-3 (1975)
9) 平石，市川：ペトリネットにおける無競合なプレースの存在と行列方程式の解の発火可能性，計測自動制御学会論文集，**22**-7, 750/755 (1986)
10) W. Reisig: Petri Nets-An Introduction, 100, Springer (1985)