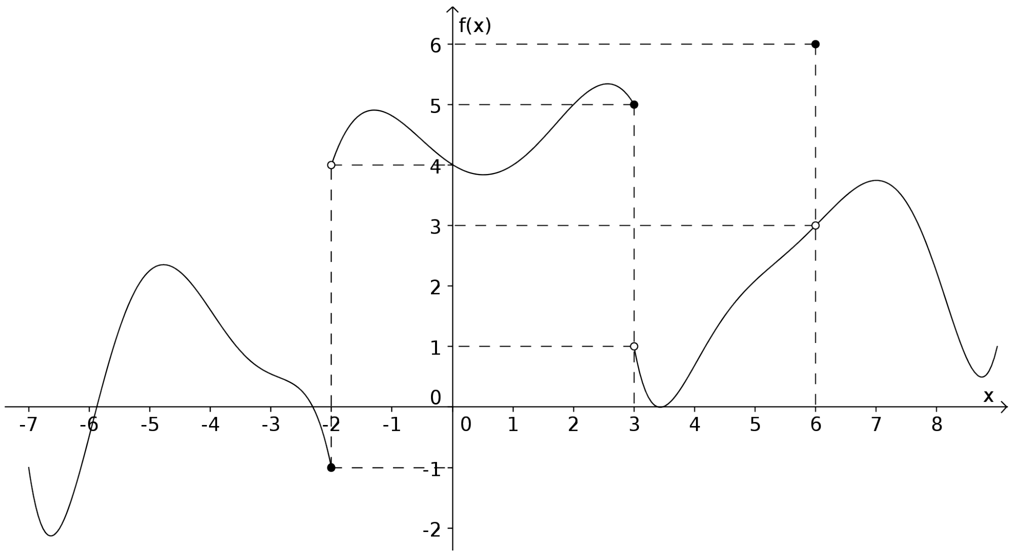
Ministério da Educação
Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri
Faculdade de Ciências Sociais, Aplicadas e Exatas - FACSAE
Departamento de Ciências Exatas - DCEX
Disciplina: Cálculo Diferencial e Integral I   Semestre: 2021/2
Prof. Me. Luiz C. M. de Aquino

Lista I

1. Analisando o gráfico da função f ilustrado abaixo, responda aos quesitos.



(a) $\lim\limits_{x\to -2^-} f(x)$ (c) $\lim\limits_{x\to 3^-} f(x)$ (e) $\lim\limits_{x\to 6} f(x)$
(b) $\lim\limits_{x\to -2^+} f(x)$ (d) $\lim\limits_{x\to 3^+} f(x)$

2. Considerando a função $f(x) = \begin{cases} 2x+16 & ; x < -3 \\ x^2 - x - 2 & ; -3 \leq x < 3 \\ \dfrac{10}{3}x - 5 & ; x \geq 3 \end{cases}$, calcule os limites abaixo.

(a) $\lim\limits_{x\to -3^-} f(x)$ (c) $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)$ (e) $\lim\limits_{x\to 3^-} f(x)$
(b) $\lim\limits_{x\to -3^+} f(x)$ (d) $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)$ (f) $\lim\limits_{x\to 3^+} f(x)$

3. Determine o valor da constante c para que a função $f(x) = \begin{cases} x^2 - c^2 & ; x < 4 \\ cx + 20 & ; x \geq 4 \end{cases}$ seja tal que $\lim\limits_{x\to 4} f(x) = f(4)$.

4. Calcule o valor dos limites abaixo.

(a) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2 - x - 2}{x - 2}$ (d) $\lim\limits_{y\to 9} \dfrac{9 - y}{3 - \sqrt{y}}$ (g) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt{x} - x}{1 - \sqrt{x}}$

(b) $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{(h-5)^2 - 25}{h}$ (e) $\lim\limits_{t\to 7} \dfrac{\sqrt{t} - \sqrt{7}}{t - 7}$ (h) $\lim\limits_{m\to 1} \dfrac{m^3 - 1}{\sqrt{m} - 1}$

(c) $\lim\limits_{t\to 1} \dfrac{t^2 + t - 2}{t^2 - 3t + 2}$ (f) $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{k}{\sqrt{2-k} - \sqrt{2}}$

5. Em um estacionamento é cobrado R\$2,00 por cada intervalo de 30 minutos (ou partes do mesmo). Com base nessa informação, responda aos quesitos abaixo.

(a) Qual o valor pago por 20, 30 e 40 minutos?

(b) Seja f a função que associa a quantidade de minutos de permanência no estacionamento com o valor pago pelo serviço. O limite $\lim\limits_{x \to 15} f(x)$ existe? E quanto a $\lim\limits_{x \to 30} f(x)$? Justifique sua resposta.

(c) Esboce o gráfico da função f do quesito anterior.

6. Escolha um número positivo não nulo qualquer. Utilizando uma calculadora, calcule a sua raiz quadrada. Em seguida, calcule a raiz quadrada do resultado anterior. Continuando esse processo por várias vezes, o resultado fica cada vez mais próximo de 1. Use os conceitos de limite para justificar esse fato.

7. Na teoria da relatividade, a massa de uma partícula com velocidade v é

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}$$

onde m_0 é a massa da partícula em repouso e c é a velocidade da luz. O que acontece quando $v \to c^-$?

8. Prove que se f é uma função contínua em a, então

$$\lim_{h \to 0} f(a+h) = f(a)$$

Gabarito

[**1**] (a) -1. (b) 4. (c) 5. (d) 1. (e) 3. [**2**] (a) 10 (b) 10 (c) -2 (d) -2 (e) 4 (f) 5. [**3**] $c = -2$. [**4**] (a) 3. (b) -10. (c) -3. (d) 6. (e) $\frac{1}{2\sqrt{7}}$. (f) $-2\sqrt{2}$. (g) 1. (h) 6. [**5**] (a) 2, 2 e 4. (b) Sim. Não. [**6**] Dica: note que $\lim\limits_{n \to +\infty} x^{\frac{1}{2^n}} = 1$, onde $x \in \mathbb{R}_+^*$. [**7**] A massa m tende ao infinito. [**8**] Dica: note que por definição de continuidade temos $\lim\limits_{x \to a} f(x) = f(a)$. Aplique a substituição $x = a + h$.