



Lista de Exercícios VII

1. Seja uma função f da qual são conhecidos os valores descritos na tabela abaixo.

x_i	1	1,5	2	2,5
$f(x_i)$	2	3,125	6	11,375

Determine o polinômio p que interpola f utilizando três maneiras:

- (a) resolvendo o sistema formado pelas equações $p(x_i) = f(x_i)$;
 - (b) escrevendo p na Forma de Lagrange;
 - (c) escrevendo p na Forma de Newton.
2. Seja p o polinômio na Forma de Lagrange que interpola os pontos $(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$. Vamos definir o polinômio

$$q(x) = \prod_{i=0}^n (x - x_i).$$

Prove que p pode ser escrito no seguinte formato:

$$p(x) = \sum_{i=0}^n \frac{q(x)}{(x - x_i)q'(x_i)} y_i.$$

3. Seja uma função f da qual são conhecidos os pontos $(x_0, f(x_0))$ e $(x_1, f(x_1))$. Considere que $L(x)$ seja o polinômio na Forma de Lagrange que interpola f . Além disso, considere que $N(x)$ seja o polinômio na Forma de Newton que interpola f . Prove que $L(x)$ e $N(x)$ representam um mesmo polinômio.

Gabarito

[1] (a) $p(x) = x^3 - x^2 + 2$ (b) $p(x) = -\frac{8}{3}(x-1,5)(x-2)(x-2,5) + \frac{25}{2}(x-1)(x-2)(x-2,5) - 24(x-1)(x-1,5)(x-2,5) + \frac{91}{6}(x-1)(x-1,5)(x-2)$ (c) $p(x) = 2 + \frac{9}{4}(x-1) + \frac{7}{2}(x-1)(x-1,5) + (x-1)(x-1,5)(x-2)$

[2] Sugestão: Comece justificando que $\frac{q(x)}{(x - x_i)}$, para $x \neq x_i$, é o mesmo que $\prod_{k=0, k \neq i}^n (x - x_k)$. Em seguida,

justifique que $q'(x_i) = \prod_{k=0, k \neq i}^n (x_i - x_k)$. [3] Sugestão: Determine as expressões para $L(x)$ e $N(x)$. Em

seguida, arrume essas expressões de tal modo que possamos concluir a identidade $L(x) = N(x)$.