Ministério da Educação
Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri
Faculdade de Ciências Sociais, Aplicadas e Exatas - FACSAE
Departamento de Ciências Exatas - DCEX
Disciplina: Cálculo Numérico
Prof.: Luiz C. M. de Aquino

## Lista de Exercícios VI

1. Seja uma função $f$ da qual são conhecidos os valores descritos na tabela abaixo.

| $x_i$ | 1 | 1,5 | 2 | 2,5 |
|---|---|---|---|---|
| $f(x_i)$ | 2 | 3,125 | 6 | 11,375 |

   Determine o polinômio $p$ que interpola $f$ utilizando três maneiras:

   (a) resolvendo o sistema formado pelas equações $p(x_i) = f(x_i)$;

   (b) escrevendo $p$ na Forma de Lagrange;

   (c) escrevendo $p$ na Forma de Newton.

2. Seja $p$ o polinômio na Forma de Lagrange que interpola os pontos $(x_0,\, y_0)$, $(x_1,\, y_1)$, $\ldots$, $(x_n,\, y_n)$. Vamos definir o polinômio

$$q(x) = \prod_{i=0}^{n} (x - x_i).$$

   Prove que $p$ pode ser escrito no seguinte formato:

$$p(x) = \sum_{i=0}^{n} \frac{q(x)}{(x - x_i)q'(x_i)} y_i.$$

3. Seja uma função $f$ da qual são conhecidos os pontos $(x_0,\, f(x_0))$ e $(x_1,\, f(x_1))$. Considere que $L(x)$ seja o polinômio na Forma de Lagrange que interpola $f$. Além disso, considere que $N(x)$ seja o polinômio na Forma de Newton que interpola $f$. Prove que $L(x)$ e $N(x)$ representam um mesmo polinômio.

## Gabarito

[**1**] (a) $p(x) = x^3 - x^2 + 2$ (b) $p(x) = -\frac{8}{3}(x-1,5)(x-2)(x-2,5) + \frac{25}{2}(x-1)(x-2)(x-2,5) - 24(x-1)(x-1,5)(x-2,5) + \frac{91}{6}(x-1)(x-1,5)(x-2)$ (c) $p(x) = 2 + \frac{9}{4}(x-1) + \frac{7}{2}(x-1)(x-1,5) + (x-1)(x-1,5)(x-2)$ [**2**] Sugestão: Comece justificando que $\frac{q(x)}{(x - x_i)}$, para $x \neq x_i$, é o mesmo que $\prod_{k=0,\, k\neq i}^{n} (x - x_k)$. Em seguida, justifique que $q'(x_i) = \prod_{k=0,\, k\neq i}^{n} (x_i - x_k)$. [**3**] Sugestão: Determine as expressões para $L(x)$ e $N(x)$. Em seguida, arrume essas expressões de tal modo que possamos concluir a identidade $L(x) = N(x)$.