



Aluno(a): \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_ / \_\_\_\_ / \_\_\_\_

## Avaliação II

### Instruções

- Todas as justificativas necessárias na solução de cada questão devem estar presentes nesta avaliação;
- As respostas finais de cada questão devem estar escritas de caneta;
- Esta avaliação tem um total de 25,0 pontos.

1. [8,0 pontos] Considere as matrizes:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 7 & -4 \\ 5 & -2 & 1 \end{bmatrix}, x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 5 \end{bmatrix} \text{ e } c = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

- (a) Determine a fatoração  $LU$  de  $A$ .
- (b) Use a fatoração do item anterior para resolver os sistemas  $Ax = b$  e  $Ax = c$ .
2. [3,0 pontos] Suponha que a fatoração  $LU$  de uma matriz  $A$  seja conhecida. Explique como usar essa informação para resolver o sistema  $A^T x = b$ .
3. [4,0 pontos] Considere o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} 2x - 4y + 8z - w = -6 \\ -2x - 2y + z - 7w = -5 \\ 5x - y + z - 2w = -2 \\ x - 4y - z + w = 8 \end{cases}$$

- (a) Da forma como ele está arrumado, é recomendável usar diretamente o método de Gauss-Jacobi? Justifique sua resposta.
- (b) Arrume esse sistema de modo a utilizar o método de Gauss-Jacobi. Justifique sua arrumação. Em seguida, exiba as equações utilizadas pelo método para obter uma solução aproximada desse sistema.
4. [6,0 pontos] Considere um sistema de equações lineares dado por:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3 \end{cases}$$

Suponha que é possível aplicar o Método de Gauss-Seidel nesse sistema com garantia de convergência. Determine as matrizes

$$x^{(k)} = \begin{bmatrix} x_1^{(k)} \\ x_2^{(k)} \\ x_3^{(k)} \end{bmatrix}, B \text{ e } c,$$

de tal modo a escrever este método no formato

$$x^{(k+1)} = Bx^{(k)} + c.$$

5. **[4,0 pontos]** Determine o número de operações de soma e multiplicação que são necessárias para resolver um sistema de equações linear triangular inferior.