Ministério da Educação
Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri
Faculdade de Ciências Sociais, Aplicadas e Exatas - FACSAE
Departamento de Ciências Exatas - DCEX
Disciplina: Cálculo Numérico   Semestre: 2022/2
Prof. Dr. Luiz C. M. de Aquino

Lista I

1. Use o Método da Bisseção para encontrar uma solução aproximada das seguintes equações (considere uma tolerância de 10^{-4}):

   (a) $\cos(2^x) = \frac{1}{5}2^x$.

   (b) $x^3 - \sqrt{2}x^2 + x - \sqrt{2} = 0$.

2. Utilize os conhecimentos de Cálculo para provar que os gráficos das funções definidas por $f(x) = \cos(x^2)$ e $g(x) = x^3$ possuem um único ponto de interseção. Em seguida, de alguma maneira utilize o Método da Bisseção para determinar de modo aproximado esse ponto (considere uma tolerância de 10^{-4}).

3. Dado $a \in \mathbb{R}_+^*$ proponha uma maneira de usar o Método da Bisseção para calcular um valor aproximado de $\sqrt{a}$ com tolerância de 10^{-5}. Em seguida, use a sua proposta para calcular o valor aproximado de $\sqrt{2}$.

4. Invente uma equação que envolva termos exponenciais e trigonométricos e cuja solução seja $x = 4$. Em seguida, escolha um intervalo contendo $x = 4$ considerando que o Método da Bisseção será aplicado para encontrar uma solução aproximada da equação. O intervalo escolhido não deve ter o número 4 no seu centro. Faça uma estimativa do número de passos do método que serão necessários para obter a precisão de $\varepsilon = 10^{-5}$. Execute essa quantidade de passos e compare a solução aproximada com a solução exata da equação.

5. Seja a função definida por $f(t) = -\frac{112}{9}t^3 + \frac{536}{9}t^2 - \frac{815}{9}t + \frac{400}{9}$. Verifique que $\bar{t} = \frac{5}{4}$ é solução de $f(t) = 0$. Em seguida, justifique porque não é possível utilizar o Método da Bisseção para determinar uma solução aproximada de $\bar{t}$.

Gabarito

[1] (a) $x \approx 0,3856201171875$. (b) $x \approx 1,41418457031250$. **[2]** Sugestão: considerando $h(x) = f(x) - g(x)$, analise o valor de $h(0)h(1)$ e de h' em $[0; 1]$. Ponto de interseção aproximado:
$(0,889282226562501; 0,703264730191224)$. **[3]** Sugestão: note que $\sqrt{a}$ é a raiz de $x^2 - a = 0$ no intervalo $[0; a+1]$. Observação: este exercício admite outras respostas válidas. **[4]** Observação: este exercício admite várias respostas válidas. **[5]** De fato, basta verificar que $f\left(\frac{5}{4}\right) = 0$. Não é possível, pois $f'\left(\frac{5}{4}\right) = 0$ e $f''\left(\frac{5}{4}\right) > 0$.