Ministério da Educação
Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri - UFVJM
Faculdade de Ciências Sociais, Aplicadas e Exatas - FACSAE
Departamento de Ciências Exatas - DCEX
Disciplina: Cálculo Numérico
Prof.: Luiz C. M. de Aquino

Aluno(a): ______________________________ Data: ___ / ___ / _____

Avaliação Final

Instruções

- Todas as justificativas necessárias na solução de cada questão devem estar presentes nesta avaliação;
- As respostas finais de cada questão devem estar escritas de caneta;
- Cada questão vale 20 pontos, totalizando-se assim 100 pontos.

1. Dado $a \in \mathbb{R}_+^*$ proponha uma maneira de usar o Método da Bisseção para calcular um valor aproximado de $\sqrt{a}$ com tolerância de 10^{-5}.

2. Seja x um número natural qualquer. Considere que n seja um quadrado perfeito mais próximo de x. Prove que $\sqrt{x} \approx \dfrac{x+n}{2\sqrt{n}}$. (Observação: dizemos que n é um quadrado perfeito se existe um natural m tal que $n = m^2$.)

3. A cada passo no Método da Falsa Posição, escolhemos $x_k = \dfrac{a_k|f(b_k)| + b_k|f(a_k)|}{|f(a_k)| + |f(b_k)|}$, sendo que no intervalo $[a_k;\, b_k]$ temos $f(a_k)f(b_k) < 0$. Prove que esta escolha de x_k coincide com a abscissa do ponto de interseção entre o eixo x e a reta passando por $(a_k,\, f(a_k))$ e $(b_k,\, f(b_k))$.

4. Sobre certa função f são conhecidos os pontos $(x_k,\, f(x_k))$, com $k = 0,\, 1,\, 2,\, \ldots,\, n$. Suponha que seja aplicado o Método dos Mínimos Quadrados para determinar a função $\phi(x) = ag_1(x) + bg_2(x)$ que melhor se ajusta a f. Deduza que os coeficientes a e b são a solução do sistema de equações:
$$\begin{cases} c_{11}a + c_{12}b = d_1 \\ c_{21}a + c_{22}b = d_2 \end{cases},$$
onde $c_{ij} = \sum_{k=0}^{n} g_i(x_k)g_j(x_k)$ e $d_i = \sum_{k=0}^{n} g_i(x_k)f(x_k)$.

5. Seja uma função f da qual são conhecidos os pontos $(x_0,\, f(x_0))$ e $(x_1,\, f(x_1))$. Considere que $L(x)$ seja o polinômio na Forma de Lagrange que interpola f. Além disso, considere que $N(x)$ seja o polinômio na Forma de Newton que interpola f. Prove que $L(x)$ e $N(x)$ representam um mesmo polinômio.