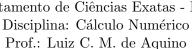
Ministério da Educação

Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri Faculdade de Ciências Sociais, Aplicadas e Exatas - FACSAE

Departamento de Ciências Exatas - DCEX





Aluno(a):	Data: / / .	
-----------	-------------	--

Avaliação III

Instruções

- Todas as justificativas necessárias na solução de cada questão devem estar presentes nesta avaliação;
- As respostas finais de cada questão devem estar escritas de caneta;
- Esta avaliação tem um total de 25,0 pontos.
- 1. [5,0 pontos] Seja uma função f da qual são conhecidos os valores descritos na tabela abaixo.

$$\begin{array}{c|c|cccc} x_i & 1 & 1,5 & 2 \\ \hline f(x_i) & 2 & 3,125 & 6 \end{array}$$

Determine o polinômio p que interpola f utilizando duas maneiras:

- (a) escrevendo p na Forma de Lagrange;
- (b) escrevendo p na Forma de Newton.
- 2. [6,0 pontos] Arme os sistemas de equações que permitem determinar uma spline natural cúbica que interpole os pontos da tabela abaixo:

3. [4,0 pontos] Considere os polinômios:

$$p_0(x) = 1; p_1(x) = x; p_2(x) = \frac{1}{2}(3x^2 - 1).$$

- (a) Verifique que $\int_{-1}^{1} p_i(x)p_j(x) dx = 0$, sempre que $i \neq j$.
- (b) Utilize o Método dos Mínimos Quadrados para determinar $\phi(x) = a_0 p_0(x) + a_1 p_1(x) + a_2 p_2(x)$ que melhor se ajusta a função definida por $f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)^4$ no intervalo [-1, 1].
- 4. [5,0 pontos] Sobre certa função f são conhecidos os pontos $(x_k, f(x_k))$, com $k = 0, 1, 2, \ldots, n$. Suponha que seja aplicado o Método dos Mínimos Quadrados para determinar a função $\phi(x) = ag_1(x) + bg_2(x)$ que melhor se ajusta a f. Deduza que os coeficientes a e b são a solução do sistema de equações:

$$\begin{cases} c_{11}a + c_{12}b = d_1 \\ c_{21}a + c_{22}b = d_2 \end{cases},$$

onde
$$c_{ij} = \sum_{k=0}^{n} g_i(x_k)g_j(x_k)$$
 e $d_i = \sum_{k=0}^{n} g_i(x_k)f(x_k)$.

5. [5,0 pontos] Seja uma função f da qual são conhecidos os pontos $(x_0, f(x_0))$ e $(x_1, f(x_1))$. Considere que L(x) seja o polinômio na Forma de Lagrange que interpola f. Além disso, considere que N(x) seja o polinômio na Forma de Newton que interpola f. Prove que L(x) e N(x) representam um mesmo polinômio.