Ministério da Educação
Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri
Faculdade de Ciências Sociais, Aplicadas e Exatas - FACSAE
Departamento de Ciências Exatas - DCEX
Disciplina: Cálculo Numérico
Prof.: Luiz C. M. de Aquino

Aluno(a): ______________________________ Data: ___ / ___ / _____

Exame Final

Instruções

- Todas as justificativas necessárias na solução de cada questão devem estar presentes nesta avaliação;
- As respostas finais de cada questão devem estar escritas de caneta;
- Esta avaliação tem um total de 100,0 pontos.

1. [**20 pontos**] Dado $a \in \mathbb{R}_+^*$ explique uma maneira de usar o Método da Bisseção para calcular um valor aproximado de $\sqrt{a}$ com tolerância de 10^{-5}.

2. [**20 pontos**] Seja x um número natural não nulo qualquer. Considere que n seja um quadrado perfeito mais próximo de x. Prove que $\sqrt{x} \approx \dfrac{x+n}{2\sqrt{n}}$. (Observação: dizemos que n é um quadrado perfeito se existe um natural m tal que $n = m^2$.)

3. Considere o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} 2x - 4y + 8z - w = -6 \\ -2x - 2y + z - 7w = -5 \\ 5x - y + z - 2w = -2 \\ x - 4y - z + w = 8 \end{cases}$$

   (a) [**5 pontos**] Da forma como ele está arrumado, é recomendável usar diretamente o método de Gauss-Jaboci? Justifique sua resposta.

   (b) [**15 pontos**] Arrume esse sistema de modo a utilizar o método de Gauss-Jacobi. Justifique sua arrumação. Em seguida, exiba as equações utilizadas pelo método para obter uma solução aproximada desse sistema.

4. [**15 pontos**] Seja uma função f da qual são conhecidos os valores descritos na tabela abaixo.

x_i	1	1,5	2
$f(x_i)$	2	3,125	6

   Determine o polinômio p que interpola f utilizando duas maneiras:

   (a) escrevendo p na Forma de Lagrange;

   (b) escrevendo p na Forma de Newton.

5. [**25 pontos**] Utilizando o Método dos Mínimos Quadrados deseja-se determinar $\phi(x) = \sum_{k=1}^{n} a_k g_k(x)$ que melhor se ajusta a uma função f no intervalo $[a; b]$. Suponha que as funções g_1, g_2, …, g_n sejam escolhidas de tal forma que $\displaystyle\int_a^b g_i(x)g_j(x)\,dx = \begin{cases} i, \ i = j \\ 0, \ i \neq j \end{cases}$. Prove que nesse caso teremos $a_k = \dfrac{1}{k}\displaystyle\int_a^b f(x)g_k(x)\,dx$.