Ministério da Educação
Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri
Faculdade de Ciências Sociais, Aplicadas e Exatas - FACSAE
Departamento de Ciências Exatas - DCEX
Disciplina: Cálculo Numérico
Prof.: Luiz C. M. de Aquino

Aluno(a): ____ Data: ___ / ___ / _____

Exame Final

Instruções

- Todas as justificativas necessárias na solução de cada questão devem estar presentes nesta avaliação;
- As respostas finais de cada questão devem estar escritas de caneta;
- Esta avaliação tem um total de 100,0 pontos.

1. **[25 pontos]** Dê exemplo de uma equação que envolva termos do tipo 2^u e $\operatorname{sen} u$ e cuja solução seja $x = 4$. Em seguida, determine um intervalo contendo $x = 4$ e considere que o Método da Bisseção será aplicado nesse intervalo. Faça uma estimativa do número de passos do método que serão necessários para obter a precisão de $\varepsilon = 10^{-2}$. Execute essa quantidade de passos e compare a solução aproximada com a solução exata da equação.

2. **[20 pontos]** Seja x um número natural não nulo qualquer. Considere que n seja um quadrado perfeito mais próximo de x. Prove que $\sqrt{x} \approx \dfrac{x+n}{2\sqrt{n}}$. (Observação: dizemos que n é um quadrado perfeito se existe um natural m tal que $n = m^2$.)

3. Considere o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} 2x - 4y + 8z - w = -6 \\ -2x - 2y + z - 7w = -5 \\ 5x - y + z - 2w = -2 \\ x - 4y - z + w = 8 \end{cases}$$

   (a) **[5 pontos]** Da forma como ele está arrumado, é recomendável usar diretamente o método de Gauss-Jaboci? Justifique sua resposta.

   (b) **[15 pontos]** Arrume esse sistema de modo a utilizar o método de Gauss-Jacobi. Justifique sua arrumação. Em seguida, exiba as equações utilizadas pelo método para obter uma solução aproximada desse sistema.

4. **[15 pontos]** Seja uma função f da qual são conhecidos os valores descritos na tabela abaixo.

x_i	1	1,5	2
$f(x_i)$	2	3,125	6

   Determine o polinômio p que interpola f utilizando duas maneiras:

   (a) escrevendo p na Forma de Lagrange;

   (b) escrevendo p na Forma de Newton.

5. **[20 pontos]** Utilizando o Método dos Mínimos Quadrados deseja-se determinar $\phi(x) = \displaystyle\sum_{k=0}^{n} a_k g_k(x)$ que melhor se ajusta a uma função f no intervalo $[a; b]$. Suponha que as funções $g_0, g_1, \ldots, g_n$ sejam escolhidas de tal forma que $\displaystyle\int_a^b g_i(x) g_j(x)\, dx = \begin{cases} 1, \ i = j \\ 0, \ i \neq j \end{cases}$. Prove que nesse caso teremos $a_k = \displaystyle\int_a^b f(x) g_k(x)\, dx$.