



Aluno(a): \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_ / \_\_\_\_ / \_\_\_\_

## Avaliação II

### Instruções

- Todas as justificativas necessárias na solução de cada questão devem estar presentes nesta avaliação;
  - As respostas finais de cada questão devem estar escritas de caneta;
  - Esta avaliação tem um total de 25,0 pontos.
1. **[5,0 pontos]** Um fabricante de móveis produz cadeiras, mesinhas de centro e mesas de jantar. Cada cadeira leva 10 minutos para ser lixada, 6 minutos para ser tingida e 12 minutos para ser envernizada. Cada mesinha de centro leva 12 minutos para ser lixada, 8 minutos para ser tingida e 12 minutos para ser envernizada. Cada mesa de jantar leva 15 minutos para ser lixada, 12 minutos para ser tingida e 18 minutos para ser envernizada. A bancada para lixar fica disponível 1.340 minutos por semana, a bancada para tingir 940 minutos por semana e a bancada para envernizar 1.560 minutos por semana. Quantos móveis devem ser fabricados (por semana) de cada tipo para que as bancadas sejam plenamente utilizadas? (Observação: o exercício deve ser resolvido utilizando o Método de Eliminação Gaussiana).
  2. **[6,0 pontos]** Considere as matrizes:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 7 & -4 \\ 5 & -2 & 1 \end{bmatrix}; x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}; b = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 5 \end{bmatrix}.$$

- (a) Determine a fatoração  $LU$  de  $A$ .
  - (b) Explique como usar a fatoração do item anterior para resolver o sistema  $Ax = b$  (atenção: não é necessário resolver o sistema).
3. **[4,0 pontos]** Considere o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} 2x - 4y + 8z - w = -6 \\ -2x - 2y + z - 7w = -5 \\ 5x - y + z - 2w = -2 \\ x - 4y - z + w = 8 \end{cases}$$

- (a) Da forma como ele está arrumado, é recomendável usar diretamente o método de Gauss-Jacobi? Justifique sua resposta.
- (b) Arrume esse sistema de modo a utilizar o método de Gauss-Jacobi. Justifique sua arrumação. Em seguida, exiba as equações utilizadas pelo método para obter uma solução aproximada desse sistema.

4. **[6,0 pontos]** Considere um sistema de equações lineares dado por:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3 \end{cases}$$

Suponha que é possível aplicar o Método de Gauss-Seidel nesse sistema com garantia de convergência. Determine as matrizes

$$x^{(k)} = \begin{bmatrix} x_1^{(k)} \\ x_2^{(k)} \\ x_3^{(k)} \end{bmatrix}, \quad B, \quad C \text{ e } d,$$

de tal modo a escrever este método no formato

$$Bx^{(k+1)} = Cx^{(k)} + d.$$

5. **[4,0 pontos]** Suponha que a fatoração  $LU$  de uma matriz  $A$  seja conhecida. Explique como usar essa informação para resolver o sistema  $A^T x = b$ .