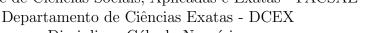
Ministério da Educação

Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri Faculdade de Ciências Sociais, Aplicadas e Exatas - FACSAE





Disciplina: Cálculo Numérico Prof.: Luiz C. M. de Aquino

Aluno(a):	Data: / _	/
114110(6)		/

Avaliação III

Instruções

- Todas as justificativas necessárias na solução de cada questão devem estar presentes nesta avaliação;
- As respostas finais de cada questão devem estar escritas de caneta;
- Esta avaliação tem um total de 25,0 pontos.
- 1. [4,0 pontos] Seja uma função f da qual são conhecidos os valores descritos na tabela abaixo.

Determine o polinômio p que interpola f utilizando duas maneiras:

- (a) escrevendo p na Forma de Lagrange;
- (b) escrevendo p na Forma de Newton.
- 2. [6,0 pontos] Monte o sistema de equações que permite determinar uma *spline* natural cúbica que interpole os pontos da tabela abaixo:

- 3. [5,0 pontos] Considere a função definida por $g_k(x) = \text{sen}(k\pi x)$, onde $k \in \mathbb{N}$.
 - (a) Prove que $\int_{-1}^{1} g_i(x)g_j(x) dx = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases}$
 - (b) Utilize o Método dos Mínimos Quadrados para determinar $\phi(x) = \sum_{k=1}^{4} a_k g_k(x)$ que melhor se ajusta a função definida por f(x) = x no intervalo [-1; 1].
- 4. [4,0 pontos] Utilizando o Método dos Mínimos Quadrados deseja-se determinar $\phi(x) = \sum_{k=0}^{n} a_k g_k(x)$ que melhor se ajusta a uma função f no intervalo [a; b]. Suponha que as funções g_0, g_1, \ldots, g_n sejam escolhidas de tal forma que $\int_a^b g_i(x)g_j(x) dx = \begin{cases} 1, & i=j \\ 0, & i \neq j \end{cases}$. Prove que nesse caso teremos $a_k = \int_a^b f(x)g_k(x) dx$.

5. [6,0 pontos] Utilizando o Método dos Mínimos Quadrados, deseja-se determinar a reta y = ax + b que melhor se ajusta aos pontos $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \ldots, (x_n, y_n)$. Prove que:

$$a = \frac{n\sum(x_iy_i) - \sum x_i\sum y_i}{n\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2},$$

$$b = \frac{\sum y_i \sum x_i^2 - \sum x_i \sum (x_i y_i)}{n \sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2},$$

onde em cada somatório temos $i=1,\,2,\,\ldots,\,n.$