



Avaliação II

Instruções

- Todas as justificativas necessárias na solução de cada questão devem estar presentes nesta avaliação;
 - As respostas finais de cada questão devem estar escritas de caneta;
 - Esta avaliação tem um total de 35,0 pontos.
1. **[5,0 pontos]** Escreva um contraexemplo para as proposições abaixo.
 - (a) A subtração entre números naturais é um número natural.
 - (b) A soma entre números irracionais é um número irracional.
 - (c) Se $x \in \mathbb{R}$ e x^2 é par, então x é par.
 - (d) Se $\frac{a}{b} = \frac{2}{5}$, então $a = 2$ e $b = 5$.
 2. **[8,0 pontos]** Prove de forma direta as proposições abaixo.
 - (a) A soma entre números racionais é um número racional.
 - (b) A multiplicação entre números racionais é um número racional.
 3. **[8,0 pontos]** Prove por absurdo as proposições abaixo.
 - (a) Se $x, y \in \mathbb{R}$ e $xy = 0$, então $x = 0$ ou $y = 0$.
 - (b) $\sqrt{3}$ é irracional.
 4. **[8,0 pontos]** Prove usando o Princípio de Indução Finita (PIF) as proposições abaixo.
 - (a) $7^n - 1$ é divisível por 2.
 - (b) $\frac{a^n - 1}{a - 1} = a^{n-1} + a^{n-2} + a^{n-3} + \dots + a + 1$.
 5. **[6,0 pontos]** Prove que se a e $a + b$ são divisíveis por c , então b é divisível por c .