



### Lista III

1. Escreva um contraexemplo para as proposições abaixo.
  - (a) A subtração entre números naturais é um número natural.
  - (b) A soma entre números irracionais é um número irracional.
  - (c) Se  $x \in \mathbb{R}$  e  $x^2$  é par, então  $x$  é par.
  - (d) Se  $\frac{a}{b} = \frac{2}{5}$ , então  $a = 2$  e  $b = 5$ .
2. Prove de forma direta as proposições abaixo.
  - (a) A soma entre números racionais é um número racional.
  - (b) A subtração entre números racionais é um número racional.
  - (c) A multiplicação entre números racionais é um número racional.
  - (d) A divisão entre números racionais é um número racional.
3. Prove por absurdo as proposições abaixo.
  - (a) A soma entre um número racional e um número irracional será um número irracional.
  - (b) A subtração entre um número racional e um número irracional será um número irracional.
  - (c) Se  $x, y \in \mathbb{R}$  e  $xy = 0$ , então  $x = 0$  ou  $y = 0$ .
  - (d)  $\sqrt{3}$  é irracional.
4. Prove usando o Princípio de Indução Finita (PIF) as proposições abaixo.
  - (a)  $5^1 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^n = \frac{5}{4}(5^n - 1)$ .
  - (b)  $7^n - 1$  é divisível por 2.
  - (c)  $2^n > n$ .
  - (d)  $\frac{a^n - 1}{a - 1} = a^{n-1} + a^{n-2} + a^{n-3} + \dots + a + 1$ .