



Lista III

1. Escreva um contraexemplo para as proposições abaixo.
 - (a) A subtração entre números naturais é um número natural.
 - (b) A soma entre números irracionais é um número irracional.
 - (c) Se $x \in \mathbb{R}$ e x^2 é par, então x é par.
 - (d) Se $\frac{a}{b} = \frac{2}{5}$, então $a = 2$ e $b = 5$.
2. Prove de forma direta as proposições abaixo.
 - (a) A soma entre números racionais é um número racional.
 - (b) A subtração entre números racionais é um número racional.
 - (c) A multiplicação entre números racionais é um número racional.
 - (d) A divisão entre números racionais é um número racional.
3. Prove por absurdo as proposições abaixo.
 - (a) A soma entre um número racional e um número irracional será um número irracional.
 - (b) A subtração entre um número racional e um número irracional será um número irracional.
 - (c) Se $x, y \in \mathbb{R}$ e $xy = 0$, então $x = 0$ ou $y = 0$.
 - (d) $\sqrt{3}$ é irracional.
4. Prove usando o Princípio de Indução Finita (PIF) as proposições abaixo.
 - (a) $5^1 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^n = \frac{5}{4}(5^n - 1)$.
 - (b) $7^n - 1$ é divisível por 2.
 - (c) $2^n > n$.
 - (d) $\frac{a^n - 1}{a - 1} = a^{n-1} + a^{n-2} + a^{n-3} + \dots + a + 1$.