



Avaliação III

Instruções

- Todas as justificativas necessárias na solução de cada questão devem estar presentes nesta avaliação;
- As respostas finais de cada questão devem estar escritas de caneta;
- Esta avaliação tem um total de 35,0 pontos.

1. **[5,0 pontos]** Classifique o seguinte sistema de equações lineares em SPD, SPI ou SI.

$$\begin{cases} -x + y + z = 8 \\ 2x - y - 2z = 4 \\ x - z = 10 \end{cases}$$

2. **[5,0 pontos]** Prove que se A é uma matriz invertível, então $\det A^{-1} = \frac{1}{\det A}$.
3. Dizemos que uma matriz A é ortogonal quando sua transposta coincide com sua inversa (ou seja, quando $A^t = A^{-1}$). Considerando a matriz $R_\theta = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$, responda aos quesitos abaixo.

- (a) **[1,0 pontos]** Determine $R_{\frac{\pi}{4}}$.
- (b) **[1,0 pontos]** Determine $R_{(-\frac{\pi}{3})}$.
- (c) **[3,0 pontos]** Mostre que R_θ é ortogonal.
- (d) **[3,0 pontos]** Mostre que $R_\alpha R_\beta = R_{\alpha+\beta}$.

4. **[7,0 pontos]** Seja o sistema de equações lineares:

$$\begin{cases} mx + y = 2 \\ x - y = p \end{cases}$$

Determine o valor de m e p para os quais o sistema seja SI ou SPD.

5. **[10,0 pontos]** Sejam as matrizes:

$$D = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{3} & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad P = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 2 & -3 & 6 \\ 1 & 1 & 7 \end{bmatrix}.$$

Se $A = P^{-1}DP$, então calcule a matriz A^4 .