Ministério da Educação



Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri Faculdade de Ciências Sociais, Aplicadas e Exatas - FACSAE Departamento de Ciências Exatas - DCEX



Disciplina: Matrizes e Sistemas Lineares. Semestre: 2021/1 Prof. Me. Luiz C. M. de Aquino

Avaliação III

Instruções

- Todas as justificativas necessárias na solução de cada questão devem estar presentes nesta avaliação;
- As respostas finais de cada questão devem estar escritas de caneta;
- Esta avaliação tem um total de 35,0 pontos.
- 1. [5,0 pontos] Classifique o seguinte sistema de equações lineares em SPD, SPI ou SI.

$$\begin{cases}
-x + y + z = 8 \\
2x - y - 2z = 4 \\
x - z = 10
\end{cases}$$

- 2. [5,0 pontos] Prove que se A é uma matriz invertível, então det $A^{-1} = \frac{1}{\det A}$.
- 3. Dizemos que uma matriz A é ortogonal quando sua transposta coincide com sua inversa (ou seja, quando $A^t = A^{-1}$). Considerando a matriz $R_{\theta} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$, responda aos quesitos abaixo.
 - (a) [1,0 pontos] Determine $R_{\frac{\pi}{4}}$.
 - (b) [1,0 pontos] Determine $R_{\left(-\frac{\pi}{3}\right)}$.
 - (c) [3,0 pontos] Mostre que R_{θ} é ortogonal.
 - (d) [3,0 pontos] Mostre que $R_{\alpha}R_{\beta} = R_{\alpha+\beta}$.
- 4. [7,0 pontos] Seja o sistema de equações lineares:

$$\begin{cases} mx + y = 2\\ x - y = p \end{cases}$$

Determine o valor de m e p para os quais o sistema seja SI ou SPD.

5. [10,0 pontos] Sejam as matrizes:

$$D = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{3} & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad P = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 2 & -3 & 6 \\ 1 & 1 & 7 \end{bmatrix}.$$

Se $A = P^{-1}DP$, então calcule a matriz A^4 .