



Avaliação I – 2ª Chamada

Instruções

- Todas as justificativas necessárias na solução de cada questão devem estar presentes nesta avaliação;
- As respostas finais de cada questão devem estar escritas de caneta;
- Esta avaliação tem um total de 30,0 pontos.

1. **[5,0 pontos]** Dizemos que duas matrizes A e B comutam quando $AB = BA$. Sendo $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, determine o formato de todas as matrizes A que comutam com B .

2. **[5,0 pontos]** Dadas as matrizes $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & x \\ -1 & y \end{bmatrix}$ e $C = \begin{bmatrix} 9 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$, determine:

(a) $x, y \in \mathbb{R}$ tais que $AC = BC$.

(b) quando temos $AC = BC$, podemos “cancelar” C e dizer que $A = B$? Explique sua resposta.

3. **[5,0 pontos]** Sejam A e B duas matrizes quadradas de mesma ordem. Prove que:

(a) $(A^t)^t = A$;

(b) $(\alpha A)^t = \alpha(A^t)$, com $\alpha \in \mathbb{R}$;

(c) $(A + B)^t = A^t + B^t$;

(d) $(A - B)^t = A^t - B^t$.

4. **[4,0 pontos]** Resolva o sistema de equações lineares:

$$\begin{cases} x + 8y = 2 \\ x + 3y + 2z = -2 \\ 2x + 3y + 5z = -6 \end{cases}$$

5. **[4,0 pontos]** Sejam as matrizes $A_{n \times n}$, $x_{n \times 1}$ e $\bar{0}_{n \times 1}$. Prove que se as matrizes x_1 e x_2 (ambas $n \times 1$) são soluções da equação $Ax = \bar{0}$, então a matriz $\alpha x_1 + \beta x_2$, com $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, também é uma solução dessa equação.

6. **[7,0 pontos]** Considere as matrizes $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ e $b = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$. Determine:

(a) as matrizes $L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ l_{21} & 1 & 0 \\ l_{31} & l_{32} & 1 \end{bmatrix}$ e $U = \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} \\ 0 & u_{22} & u_{23} \\ 0 & 0 & u_{33} \end{bmatrix}$ tais que $A = LU$;

(b) a matriz $y_{3 \times 1}$ tal que $Ly = b$;

(c) a matriz $x_{3 \times 1}$ tal que $Ux = y$.

Por fim, verifique que a matriz $x_{3 \times 1}$ encontrada no item (c) é solução da equação $Ax = b$.