Ministério da Educação
Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri
Faculdade de Ciências Sociais, Aplicadas e Exatas - FACSAE
Departamento de Ciências Exatas - DCEX
Disciplina: Matrizes e Sistemas Lineares. Semestre: 2021/1
Prof. Me. Luiz C. M. de Aquino

Lista I

1. Considere as seguintes matrizes:

$$A = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 4 \end{bmatrix}, \; B = \begin{bmatrix} 5 & 3 & -4 \end{bmatrix} \text{ e } C = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 5 \\ -2 & 8 & 4 \end{bmatrix}.$$

   Efetue as operações abaixo:

   (a) $A + (BC)^t$.
   (b) $AB + C$.
   (c) BCA
   (d) $A^tA + BB^t$.

2. Na teoria de matrizes, A^n, $n \in \mathbb{N}^*$, significa o produto $\overbrace{A \cdot A \cdot \ldots \cdot A}^{n \text{ vezes}}$. Considerando essa informação, verifique que a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{y} \\ y & 1 \end{bmatrix}$, com $y \in \mathbb{R}^*$, é solução da equação $X^2 = 2X$.

3. Seja a matriz $S = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$. Determine a matriz B tal que $B^2 = S$.

4. Dizemos que duas matrizes A e B comutam quando $AB = BA$. Sendo $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, determine o formato de todas as matrizes A que comutam com B.

5. Dadas as matrizes: $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & x \\ -1 & y \end{bmatrix}$ e $C = \begin{bmatrix} 9 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$

   (a) Determine $x, y \in \mathbb{R}$ tais que $AC = BC$.
   (b) Quando temos $AC = BC$, podemos "cancelar" C e dizer que $A = B$?

6. Sejam A e B duas matrizes quadradas de mesma ordem. Prove que:

   (a) $(A + B)^t = A^t + B^t$.
   (b) $(B^t)^t = B$.
   (c) $(kB)^t = k(B^t)$, com $k \in \mathbb{R}$.
   (d) $A + A^t$ é simétrica.
   (e) $A - A^t$ é antissimétrica.

Gabarito

[1] (a) $\begin{bmatrix} 21 \\ -29 \\ 3 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 11 & 5 & -8 \\ -3 & 0 & 9 \\ 18 & 20 & -12 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} 62 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} 71 \end{bmatrix}$ [2] Sugestão: calcule $A \cdot A$ e compare com $2A$. [3] $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ou $B = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ [4] $A = \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & a \end{bmatrix}$, com $a, b \in \mathbb{R}$. [5] (a) $x = 0$ e $y = 14$. (b) Não podemos, pois não necessariamente teremos $A = B$. [6] Sugestão: observe os termos das matrizes.