



Lista I

1. Considere as seguintes matrizes:

$$A = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 5 & 3 & -4 \end{bmatrix} \text{ e } C = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 5 \\ -2 & 8 & 4 \end{bmatrix}.$$

Efetue as operações abaixo:

- (a) $A + (BC)^t$.
- (b) $AB + C$.
- (c) BCA
- (d) $A^t A + BB^t$.

2. Na teoria de matrizes, A^n , $n \in \mathbb{N}^*$, significa o produto $\overbrace{A \cdot A \cdot \dots \cdot A}^{n \text{ vezes}}$. Considerando essa informação, verifique que a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{y} \\ y & 1 \end{bmatrix}$, com $y \in \mathbb{R}^*$, é solução da equação $X^2 = 2X$.

3. Seja a matriz $S = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$. Determine a matriz B tal que $B^2 = S$.

4. Dizemos que duas matrizes A e B comutam quando $AB = BA$. Sendo $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, determine o formato de todas as matrizes A que comutam com B .

5. Dadas as matrizes: $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & x \\ -1 & y \end{bmatrix}$ e $C = \begin{bmatrix} 9 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$

- (a) Determine $x, y \in \mathbb{R}$ tais que $AC = BC$.
- (b) Quando temos $AC = BC$, podemos “cancelar” C e dizer que $A = B$?

6. Sejam A e B duas matrizes quadradas de mesma ordem. Prove que:

- (a) $(A + B)^t = A^t + B^t$.
- (b) $(B^t)^t = B$.
- (c) $(kB)^t = k(B^t)$, com $k \in \mathbb{R}$.
- (d) $A + A^t$ é simétrica.
- (e) $A - A^t$ é antissimétrica.