



Lista V

1. Seja o sistema de equações lineares:

$$\begin{cases} mx + y = 2 \\ x - y = p \end{cases}$$

Determine o valor de m e p para os quais o sistema seja SI ou SPD.

2. Determine o valor de k para o qual o sistema abaixo seja SPD.

$$\begin{cases} -y + kz = -2 \\ x + y + z = 1 \\ kx - 2y + 4z = -5 \end{cases}$$

3. Sejam as matrizes $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ e $C = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 7 \end{bmatrix}$.

(a) Calcule A^{-1} .

(b) Use A^{-1} para determinar a matriz X que é solução da equação matricial $AX + B = C$.

4. Sejam A e B matrizes invertíveis de mesma ordem. Prove que:

(a) $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

(b) $(A^{-1})^{-1} = A$

(c) $(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t$

(d) $(\alpha B)^{-1} = \frac{1}{\alpha} (B^{-1})$, $\alpha \neq 0$

Gabarito

[1] Para $m = -1$ e $p \neq -2$ é SI. Para $m \neq -1$ é SPD. [2] $\{k \in \mathbb{R} \mid k \neq -4 \text{ e } k \neq 1\}$. [3] (a)

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}. \text{ (b) Usando } X = A^{-1}(C - B), \text{ obtenha } X = \begin{bmatrix} 10 \\ 4 \\ -2 \end{bmatrix}. \text{ [4] Sugestão: dadas as}$$

matrizes P e Q , verifique se $PQ = QP = I$, para concluir que Q é a matriz inversa de P .