Ministério da Educação
Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri
Faculdade de Ciências Sociais, Aplicadas e Exatas - FACSAE
Departamento de Ciências Exatas - DCEX
Disciplina: Matrizes e Sistemas Lineares. Semestre: 2020/1
Prof. Me. Luiz C. M. de Aquino

Avaliação I

Instruções

- Todas as justificativas necessárias na solução de cada questão devem estar presentes nesta avaliação;
- As respostas finais de cada questão devem estar escritas de caneta;
- Esta avaliação tem um total de 30,0 pontos.

1. [**5,0 pontos**] Dizemos que duas matrizes A e B comutam quando $AB = BA$. Sendo $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, determine o formato de todas as matrizes A que comutam com B.

2. [**5,0 pontos**] Dadas as matrizes $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & x \\ -1 & y \end{bmatrix}$ e $C = \begin{bmatrix} 9 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$, determine:

   (a) $x, y \in \mathbb{R}$ tais que $AC = BC$.

   (b) quando temos $AC = BC$, podemos "cancelar" C e dizer que $A = B$? Explique sua resposta.

3. [**5,0 pontos**] Sejam A e B duas matrizes quadradas de mesma ordem. Prove que:

   (a) $A + A^t$ é simétrica.

   (b) $A - A^t$ é antissimétrica.

4. [**4,0 pontos**] Resolva o sistema de equações lineares:

$$\begin{cases} x + 8z = 4 \\ x + 2y + 3z = 0 \\ 2x + 5y + 3z = -2 \end{cases}$$

5. [**4,0 pontos**] Sejam as matrizes $A_{n\times n}$, $x_{n\times 1}$ e $\bar{0}_{n\times 1}$. Prove que se as matrizes x_1 e x_2 (ambas $n \times 1$) são soluções da equação $Ax = \bar{0}$, então a matriz $\alpha x_1 + \beta x_2$, com α, $\beta \in \mathbb{R}$, também é uma solução dessa equação.

6. [**7,0 pontos**] Considere as matrizes $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ e $b = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$. Determine:

   (a) as matrizes $L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ l_{21} & 1 & 0 \\ l_{31} & l_{32} & 1 \end{bmatrix}$ e $U = \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} \\ 0 & u_{22} & u_{23} \\ 0 & 0 & u_{33} \end{bmatrix}$ tais que $A = LU$;

   (b) a matriz $y_{3\times 1}$ tal que $Ly = b$;

   (c) a matriz $x_{3\times 1}$ tal que $Ux = y$.

   Por fim, verifique que a matriz $x_{3\times 1}$ encontrada no item (c) é solução da equação $Ax = b$.