3-4

解：

设圆盘半径为r，左、右侧竖直绳长分别为l_1，l_2，连接处张力分别为T_1，T_2.

牛顿第二定律

$$l_1\frac{m}{l}g - T_1 = l_1\frac{m}{l}a \tag{1}$$

$$T_2 - l_2\frac{m}{l}g = l_2\frac{m}{l}a \tag{2}$$

转动定律

$$T_1 r - T_2 r = \left(\frac{1}{2}m'r^2 + \pi r\frac{m}{l}r^2\right)\beta \tag{3}$$

几何关系

$$l_1 - l_2 = s \tag{4}$$

$$a = r\beta \tag{5}$$

$$l_1 + l_2 + \pi r = l \tag{6}$$

由(1)(2)(3)(4)(5)(6)解得

$$a = \frac{2mgs}{m'l + 2ml}$$

3-5

解：

(1)

转动定律

$$mg\frac{l}{2}\cos 45^\circ = \frac{1}{3}ml^2\beta$$

解得

$$\beta = \frac{3\sqrt{2}g}{4l} = 5.197\ \mathrm{rad\cdot s^{-2}}$$

(2)

机械能守恒

$$mg\frac{l}{2}\sin 45^\circ = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}ml^2\right)\omega^2$$

得下落至水平时的角速度

$$\omega = \sqrt{\frac{3\sqrt{2}g}{2l}} = 3.224\ \mathrm{rad\cdot s^{-1}}$$

3-7

解：

(1)

记$\omega_A = 3\pi\ \mathrm{rad\cdot s^{-1}}$. 角动量守恒

$$\omega_A J_A = \omega\left(J_A + J_B\right)$$

解得$\omega = \pi\ \mathrm{rad\cdot s^{-1}}$.

(2)

两轮各受冲量矩

$$\Delta L_A = \omega J_A - \omega_A J_A = -2\pi\ \mathrm{kg\cdot m^2\cdot s^{-1}}$$

$$\Delta L_B = \omega J_B - 0 = 2\pi\ \mathrm{kg\cdot m^2\cdot s^{-1}}$$

3-8

解：

角动量守恒

$$\frac{1}{2}m'R^2\omega_0 = \left(\frac{1}{2}m'R^2 + m(ut)^2\right)\omega$$

解得

$$\omega = \frac{m'R^2\omega_0}{m'R^2 + 2mu^2t^2}$$

角位移

$$\begin{aligned}\Delta\theta &= \int_0^t \omega\mathrm{d}t \\ &= \int_0^t \frac{m'R^2\omega_0}{m'R^2 + 2mu^2t^2}\mathrm{d}t \\ &= \frac{\omega_0 R}{u}\sqrt{\frac{m'}{2m}}\arctan\sqrt{\frac{2m}{m'}}\frac{ut}{R}\end{aligned}$$

3-9

解：

对O点角动量守恒

$$mv_0 d = m\omega d^2 + \frac{1}{3}m'L^2\omega$$

解得

$$\omega = \frac{3mv_0 d}{3md^2 + m'L^2}$$

动量定理

$$m\left(v_0-\omega d\right)+I_{Ox}=m'\left(\omega\frac{L}{2}-0\right)$$

解得

$$I_{Ox}=m'\omega\frac{L}{2}-mv_0+m\omega d=\frac{3mv_0d\left(m'L+md\right)}{6md^2+2m'L^2}$$

水平分力

$$\bar{F_x}=\frac{I_{Ox}}{\Delta t}=\frac{3mv_0d\left(m'L+md\right)}{2\Delta t\left(3md^2+m'L^2\right)}.$$

在打击过程中，杆的角速度逐渐增大，竖直方向受力不断增大，难以用刚体模型求出过程中杆上端受轴的竖直分力.

3-11

解：

杆关于O的转动惯量

$$I=\int_0^l\frac{m_1}{l}\mathrm{d}x\cdot x^2=\frac{1}{3}m_1l^2$$

设碰后杆的角速度为ω_0，由角动量守恒定律

$$m_2v_1l=\omega_0I-m_2v_2l$$

得

$$\omega_0=\frac{3m_2}{m_1l}\left(v_1+v_2\right).$$

摩擦力对O点的力矩

$$M=\int_0^l\mu\frac{m_1}{l}\mathrm{d}x\cdot g=\frac{\mu m_1gl}{2}.$$

由

$$M=I\beta$$
$$\omega_0=\beta t$$

得

$$t=\frac{\omega_0I}{M}=\frac{2m_2}{\mu m_1g}\left(v_1+v_2\right).$$

3-16

解：

角动量守恒

$$mv_0l=\left(\frac{1}{3}m_0l^2+ml^2\right)\omega_0$$

得

$$\omega_0=\frac{3mv_0}{m_0l+3ml}.$$

机械能守恒

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}m_0l^2+ml^2\right)\omega_0^2-\frac{1}{2}m_0gl-mgl=0$$

解得

$$\omega_0^2=\frac{m_0+2m}{2m_0l}g.$$

比较得

$$v_0=\frac{1}{m}\sqrt{\frac{gl}{3}\left(m_0+2m\right)\left(m_0+3m\right)}.$$

3-18

解：

B点：

角动量守恒

$$\omega_0J_0=\omega_B\left(J_0+mR^2\right)$$

得

$$\omega_B=\frac{\omega_0J_0}{J_0+mR^2}.$$

机械能守恒

$$\frac{1}{2}J_0\omega_0^2+mgR=\frac{1}{2}J_0\omega_B^2+\frac{1}{2}m\omega_B^2R^2+\frac{1}{2}mv_p^2$$

其中v_p是小球在竖直方向的分速度（相对于环的速度. 解得

$$v_p=\sqrt{\frac{\omega_0^2J_0R^2}{J_0+mR^2}+2gR}.$$

C点：

由角动量守恒得

$$\omega_C=\omega_0.$$

圆环的动能不变. 小球的动能

$$\frac{1}{2}mv_h^2=2mgR$$

其中v_h是小球相对圆环的速度. 解得

$$v_h=2\sqrt{gR}.$$