第12章

12-1

解：

由光速不变原理得固有长度

$$L_0 = c\Delta t.$$

12-2

解：

记某参考系相对飞船系的运动速度为$-u_{r1}$，微流星在某参考系中的速度为$-u_{r2}$. 微流星在飞船系中的速度大小

$$u = \frac{-u_{r1} - u_{r2}}{1 + \frac{u_{r1}u_{r2}}{c^2}} = 0.981c.$$

经过飞船所耗时间

$$t = \frac{l}{u} = 1.19\ \mu\text{s}.$$

12-5

解：

设S'相对S速度为v_r，由

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{2000\ \text{m}}{1000\ \text{m}} = 2,$$

解得$v_r = \frac{\sqrt{3}}{2}c$.
时间间隔

$$\begin{aligned}\Delta t_{21} &= \frac{t_2 - \frac{v_r}{c^2}x_2}{\sqrt{1-\frac{v_r^2}{c^2}}} - \frac{t_1 - \frac{v_r}{c^2}x_1}{\sqrt{1-\frac{v_r^2}{c^2}}}\\ &= \frac{-\Delta x_{21}\frac{v_r}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v_r^2}{c^2}}}\end{aligned}$$

代入数值得

$$\Delta t_{21} = -5.77\ \mu\text{s}.$$

即从S'相对S的运动方向来看位置靠前的事件比靠后的的事件早发生5.77 μs.

12-7

解：

记两系的A和A'钟位置为各自的原点，两者重合时$t = t' = 0$. 设Δx为从A到B的有向距离. A'钟和B钟相遇时S系的时间即为B钟读数

$$t_B = \frac{\Delta x}{v}.$$

S'系中A'钟读数

$$\begin{aligned}t_{A'} &= \frac{t_B - \frac{v}{c^2}\Delta x}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\\ &= \frac{\Delta x}{v}\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}.\end{aligned}$$

12-8

解：

在洛伦兹变换

$$\begin{cases} x = \gamma(x' + \beta ct') \\ ct = \gamma(ct' + \beta x') \end{cases}$$

中固定时间t'，整理得

$$ct = \beta x + \frac{c}{\gamma}t'$$

在以x为横轴，ct为纵轴的坐标系中，在S'系中同时发生的两个事件所在直线的斜率为β.

$$\beta = c\frac{t_2 - t_1}{x_2 - x_1}.$$

又从以上洛伦兹变换方程组的第一式得，当$\Delta t' = 0$时，

$$\Delta x = \gamma\Delta x' = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}\Delta x'.$$

$$\begin{aligned}\Delta x' &= \sqrt{1-\beta^2}\,(x_2 - x_1)\\ &= \sqrt{1 - c^2\frac{(t_2-t_1)^2}{(x_2-x_1)^2}}(x_2 - x_1)\\ &= \left(\Delta x^2 - c^2\Delta t^2\right)^{\frac{1}{2}}.\end{aligned}$$

12-9

解：

火箭发射时，地面上的时间

$$\Delta t_1 = \gamma \Delta t' = 12.5\ \mathrm{s}.$$

火箭升空的距离

$$x = v\Delta t_1 = 12.5\ \mathrm{s} \cdot 0.6c.$$

导弹落地所用时间

$$\Delta t_2 = \frac{x}{v_1} = 25\ \mathrm{s}.$$

从火箭发射到导弹到达地球的时间

$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 = 37.5\ \mathrm{s}.$$

12-10

解：

记μ子动能为$E_k = 10395\ \mathrm{MeV}$. 总能量

$$\begin{aligned} E &= \gamma m_0 c^2 \\ &= m_0c^2 + (\gamma - 1)m_0c^2 \\ &= m_0c^2 + E_k \\ &= 10500\ \mathrm{MeV}. \end{aligned}$$

由$E_k = (\gamma - 1)m_0c^2$得$\gamma = 100$. 解得

$$v = \frac{3\sqrt{1111}}{100}c = 0.99995c.$$

动量

$$p = \gamma m_0 v = 1.05 \times 10^4\ \mathrm{MeV} \cdot \mathrm{c}^{-1}.$$

12-11

解：

由动量守恒，粒子正碰合并后静止，所有能量均转化为静质能. 总能量

$$E = 2\frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

由$E = m_0'c^2$得

$$m_0' = \frac{2m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

12-13

解：

(1)

电子的总能量

$$E = \frac{m_e c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 5.81 \times 10^{-13}\ \mathrm{J}.$$

(2)

电子的经典力学动能与相对论动能之比

$$\frac{E_{k0}}{E_k} = \frac{\frac{1}{2}m_0v^2}{(\gamma - 1)m_0c^2} = \frac{v^2}{2(\gamma - 1)c^2} = 0.08.$$

12-16

解：

记$E_{kB} = 6m_0c^2$，复合质点为C. 由相对论能量与动量的关系

$$\left(E_{kB} + m_0c^2\right)^2 = p_B^2c^2 + m_0^2c^4,$$

动量守恒

$$p_B = p_C,$$

其中

$$p_C = \frac{m_C v_C}{\sqrt{1 - \frac{v_C^2}{c^2}}},$$

能量守恒

$$E_{kB} + m_0c^2 + m_0c^2 = \frac{m_C c^2}{\sqrt{1 - \frac{v_C^2}{c^2}}}$$

解得$m_C = 4m_0$.

第13章

13-2

解：

由

$$\begin{aligned} \lambda_1 T_1 &= b, \\ \lambda_2 T_2 &= b, \\ E_1 &= \sigma T_1^4, \\ E_2 &= \sigma T_2^4 \end{aligned}$$

得总辐射出射度变为原来的$\frac{E_2}{E_1} = \frac{\lambda_1^4}{\lambda_2^4} = 3.63$倍.

13-3

解：

(1)

设金属的逸出功为A，由光电效应方程

$$h\nu = \frac{1}{2}mv_m^2 + A,$$

遏止电压U_e满足$eU_e = \frac{1}{2}mv_m^2$得

$$U_e = \frac{h}{e}\nu - \frac{A}{e}. \tag{1}$$

故AB线斜率$k = \frac{h}{e}$，与金属材料无关.

(2)

由图得斜率$K = \frac{2\ \mathrm{V}}{5.0\times10^{14}\ \mathrm{Hz}} = 4\times10^{-15}\ \mathrm{V/Hz}$. 由(1)式得$h = eK = 6.4\times10^{-34}\ \mathrm{J\cdot s}$.

13-5

解：

正确的有(2)和(4).

13-8

解：

(1)

散射前光的波长

$$\lambda_0 = \frac{hc}{\varepsilon} = 124.3\ \mathrm{pm}.$$

散射过程中波长的变化量

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_e c}(1-\cos 60^\circ) = 1.2\ \mathrm{pm}.$$

碰撞后散射光的波长$\lambda = \lambda_0 + \Delta\lambda = 125.5\ \mathrm{pm}$.

(2)

由能量守恒

$$\frac{hc}{\lambda_0} = \frac{hc}{\lambda} + E_{ke}$$

解得$E_{ke} = 1.53\times10^{-17}\ \mathrm{J}$.

13-9

解：

记$\varepsilon = 0.5\ \mathrm{MeV}$，$E_e = 0.1\ \mathrm{MeV}$. 由

$$\lambda_0 = \frac{hc}{\varepsilon}$$
$$hc\left(\frac{1}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda}\right) = E_e$$
$$\lambda = \lambda_0 + \Delta\lambda$$

由上式整理得

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\Delta\lambda}{\Delta\lambda + \lambda_0} = \frac{E_e}{\varepsilon} = \frac{1}{5}.$$

故

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{1}{4}.$$

13-10

解：

记$\lambda_0 = 3\ \mathrm{pm}$，$E_{ke} = (\gamma-1)m_ec^2 = \frac{1}{4}m_ec^2$. 由能量守恒

$$\frac{hc}{\lambda_0} = \frac{hc}{\lambda} + E_{ke}.$$

解得$\lambda = 4.34\ \mathrm{pm}$，则$\Delta\lambda = 1.34\ \mathrm{pm}$.

设散射角为φ，由

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_e c}(1-\cos\varphi)$$

得$\varphi = 63^\circ$.

13-16

解：

电子的动量

$$p_e = h/\lambda_e = 3.32\times10^{-24}\ \mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-1}},$$

总能量$E_e = \sqrt{p_e^2c^2 + m_e^2c^4} = 8.20\times10^{-14}\ \mathrm{J}$. 动能

$$E_{ke} = E_e - m_ec^2 = 6.03\times10^{-18}\ \mathrm{J}.$$

光子的动量

$$p_p = h/\lambda_p = 3.32\times10^{-24}\ \mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-1}},$$

动能

$$E_{kp} = p_pc = 9.95\times10^{-16}\ \mathrm{J}.$$

13-18

解:

粒子的动量

$$p = \frac{h}{\lambda} = 3.32 \times 10^{-22}\ \mathrm{kg \cdot m \cdot s^{-1}}.$$

记$U = 206$ V. 由

$$eU = \frac{1}{2}mv^2$$

和

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}$$

解得$m = \frac{h^2}{2eU\lambda^2}$.

代入数值得粒子的静质量$m_0 = 1.67 \times 10^{-33}$ kg.

13-21

解:

(1)

动量的不确定度

$$\Delta p_e = m_e \Delta v = 9.1 \times 10^{-33}\ \mathrm{kg \cdot m \cdot s^{-1}}.$$

坐标的不确定度

$$\Delta x_e = \frac{h}{\Delta p_e} = 0.072\ \mathrm{m}.$$

(2)

同(1)得

$$\Delta x_2 = \frac{h}{m_3 \Delta v} = 6.63 \times 10^{-19}\ \mathrm{m}.$$

(3)

同(1)得

$$\Delta x_3 = \frac{h}{m_3 \Delta v} = 6.63 \times 10^{-28}\ \mathrm{m}.$$

13-23

解:

$$|\Psi(x)|^2 = \frac{2}{a}\sin^2\left(\frac{2\pi}{a}x\right).$$

联系a的范围可以知道，当x取$a/4$及$3a/4$时，$|\Psi(x)|^2$最大，粒子被发现的概率最大.

13-24

解:

$$|\Psi(x)|^2 = c^2x^2(l-x)^2, 0 \le x \le l,$$

归一化

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi(x)|^2\, \mathrm{d}x = \int_0^l |\Psi(x)|^2\, \mathrm{d}x = 1,$$

解得

$$c^2 = \frac{30}{l^5}.$$

在$[0, l/3]$发现粒子的概率

$$\int_0^{\frac{l}{3}} |\Psi(x)|^2\, \mathrm{d}x = \frac{17}{81} = 0.21.$$