2-4

解:

从O点垂直$\vec{\omega}$向外建立极轴，取随绳转动的参考系. 记绳的线密度为$\eta = m/L$.

在转动参考系中，绳子保持静止，所受惯性离心力

$$F_r = \int_x^L \omega^2 r\eta \mathrm{d}r = \frac{\omega^2\eta\left(L^2 - x^2\right)}{2} = \frac{m\omega^2\left(L^2 - x^2\right)}{2L}.$$

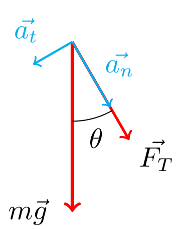
设内侧绳子拉力为T，由非惯性系中的牛顿第二定律有

$$F_T(x) = F_r = \frac{m\omega^2\left(L^2 - x^2\right)}{2L}.$$

2-6

解:

(1)



受力分析及加速度正交分解的图示如上.
运动学定律

$$a_n = \frac{v^2}{R} \tag{1}$$

牛顿第二定律

$$F_T + mg\cos\theta = ma_n \tag{2}$$
$$mg\sin\theta = ma_t \tag{3}$$

由(1)(2)(3)解得$\vec{F_T}$和$\vec{a_t}$的大小

$$F_T = m\left(\frac{v^2}{R} - g\cos\theta\right),$$
$$a_t = g\sin\theta.$$

$\vec{F_T}$的方向沿绳指向圆心，当$a_t > 0$时，$\vec{a_t}$的方向与物体速度方向相同，$a_t < 0$则相反.

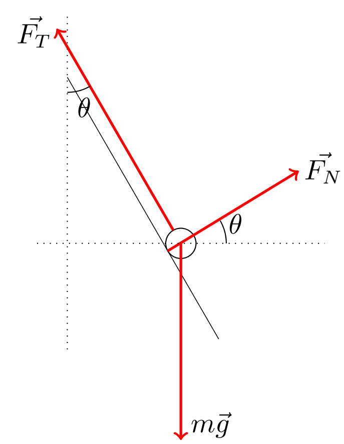
(2)

由受力分析易得$\vec{a_t}$的方向与重力和物体运动方向的夹角有关. 当$0 < \theta < 180°$时，$\vec{a_t}$的方向与运动方向相同，当$180° < \theta < 360°$（物体在右半侧）时，$\vec{a_t}$的方向与运动方向相反，其余情况$\vec{a_t}$大小为0.

2-8

解:

(1)



小球的加速度大小

$$a = m\omega^2 l\sin\theta \tag{1}$$

牛顿第二定律

$$F_T - mg\cos\theta = a\sin\theta \tag{2}$$
$$F_N - mg\sin\theta = -a\cos\theta \tag{3}$$

由(1)(2)(3)解得

$$F_T = m\left(g\cos\theta + \omega^2 l\sin^2\theta\right) \tag{4}$$
$$F_N = m\left(g\sin\theta - \omega^2 l\sin\theta\cos\theta\right) \tag{5}$$

(2)

当小球恰好要离开锥面时，有$F_N = 0$.

在(5)中令$F_N = 0$，得

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l\cos\theta}}.$$

代入(4)式得

$$F_T = \frac{mg}{\cos\theta}.$$

2-10

解：

注：此题有两个版本，分别位于2015年第一次印刷（旧版）及2018年第四次印刷（新版）的大学物理课本．具体区别为方形物体的高度h_0是否被标注，即是否忽略方形物体的高度．由于我使用的是旧版电子课本，我将把两个版本的题解分开列在下方．

旧版（h_0不作标注）：

设全过程中滑轮左侧绳长的减少量为Δx，由几何关系得

$$\Delta x = \frac{h}{\sin 30^\circ} - \frac{h}{\sin 60^\circ} = \left(4 - \frac{4\sqrt{3}}{3}\right)\text{m}.$$

力F作正功

$$W = F\cdot\Delta x = \left(48 - 16\sqrt{3}\right)\text{ J} = 20.287\text{ J}.$$

新版（h_0作标注）：

设全过程中滑轮左侧绳长的减少量为Δx，由几何关系得

$$\Delta x = \frac{h-h_0}{\sin 30^\circ} - \frac{h-h_0}{\sin 60^\circ} = 1.2\left(2 - \frac{2\sqrt{3}}{3}\right)\text{ m}.$$

力F作正功

$$W = F\cdot\Delta x = 14.4\left(2 - \frac{2\sqrt{3}}{3}\right)\text{ J} = 12.172\text{ J}.$$

2-13

解：

质点的速度

$$\begin{aligned}\vec{v} &= \frac{\mathrm{d}\vec{x}}{\mathrm{d}t}\\ &= \left(5\hat{\mathbf{i}} + t\hat{\mathbf{j}}\right)\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}\end{aligned}$$

加速度

$$\begin{aligned}\vec{a} &= \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}\\ &= t\hat{\mathbf{j}}\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}\end{aligned}$$

牛顿第二定律

$$\vec{F} = m\vec{a} = 0.5\hat{\mathbf{j}}\text{ N}$$

外力对质点做功

$$\begin{aligned}A &= \int_{t=2\text{ s}}^{t=4\text{ s}} \vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{r}\\ &= \int_2^4 0.5\hat{\mathbf{j}}\cdot\left(5\hat{\mathbf{i}} + t\hat{\mathbf{j}}\right)\mathrm{d}t\text{ J}\\ &= \int_2^4 0.5t\mathrm{d}t\text{ J}\\ &= 3\text{ J}\end{aligned}$$

2-14

解：

由对称性得两颗中子星的速度等大反向，设中子星质量为m，速率为v，相互距离为r，初始距离为r_0. 引力势能

$$E_g = -\frac{Gm^2}{r}.$$

由能量守恒

$$-\frac{Gm^2}{r_0} = -\frac{Gm^2}{r_0/2} + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}mv^2$$

解得

$$v = \sqrt{\frac{Gm}{r_0}}.$$

代入数值得

$$v = 8.17 \times 10^4 \text{ m/s}.$$

2-15

解：

设弹簧伸长量为x，机械能守恒

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{v_0}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}kx^2 \tag{1}$$

胡克定律

$$F = kx \tag{2}$$

由(1)(2)解得

$$F = \frac{v_0}{2}\sqrt{3km}.$$

2-16

解：

设摩擦力做功W_f，由能量守恒

$$mgR + W_f = \frac{1}{2}mv^2$$

解得

$$W_f = \frac{1}{2}mv^2 - mgR.$$

代入数值得

$$W_f = -42.4 \text{ J}.$$

2-17

解：

牛顿第二定律

$$F - kx - \mu mg = m\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}$$

整理得

$$\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\left(x + \frac{\mu mg - F}{k}\right) = -\frac{k}{m}\left(x + \frac{\mu mg - F}{k}\right).$$

可以判断物体在第一次到达最右端之前做简谐运动，劲度系数为k/m，等效原点为$x_0 = (F - \mu mg)/k$. 物体由静止开始运动，因此振幅$A_0 = x$. 物体运动的最远点坐标为$x_1 = 2(F - \mu mg)/k$.

由于力F可以认为是保守的，由于摩擦力的耗散作用，整个系统在运动过程中机械能（含力F的势能）会不断减少，因此可以确定第一次达到的最右侧点就是最远位置. 弹性势能

$$E_s = \frac{1}{2}kx_1^2 = \frac{2}{k}\left(F - \mu mg\right)^2.$$

2-20

解：

动量定理：

$$\vec{v_1} = \omega R\hat{\mathbf{j}}$$
$$\vec{v_2} = -\omega R\hat{\mathbf{i}}$$

动量定理

$$
\begin{aligned}
\vec{I} &= m\left(\vec{v_2}-\vec{v_1}\right)\\
&= -m\omega R\hat{\mathbf{i}} - m\omega R\hat{\mathbf{j}}
\end{aligned}
$$

积分法：

物体做匀速圆周运动，合力指向圆心，满足

$$
\vec{F} = -m\omega^2 R\cos(\omega t)\hat{\mathbf{i}} - m\omega^2 R\sin(\omega t)\hat{\mathbf{j}}.
$$

冲量

$$
\begin{aligned}
\vec{I} &= \int_0^{\frac{\pi}{2\omega}} \vec{F}\mathrm{d}t\\
&= \int_0^{\frac{\pi}{2\omega}} -m\omega^2 R\cos(\omega t)\hat{\mathbf{i}} - m\omega^2 R\sin(\omega t)\hat{\mathbf{j}}\mathrm{d}t\\
&= \left[-m\omega R\sin(\omega t)\hat{\mathbf{i}} + m\omega R\cos(\omega t)\hat{\mathbf{j}}\right]_0^{\frac{\pi}{2\omega}}\\
&= -m\omega R\hat{\mathbf{i}} - m\omega R\hat{\mathbf{j}}
\end{aligned}
$$

与用动量定理所得结果相同.

2-22

解：

动量定理

$$
\begin{aligned}
\left(m_1+m_2\right)\left(v_A-0\right) &= F\Delta t_1\\
m_2\left(v_B-v_A\right) &= F\Delta t_2
\end{aligned}
$$

解得

$$
\begin{aligned}
v_A &= \frac{F\Delta t_1}{m_1+m_2}\\
v_B &= \frac{F\Delta t_1}{m_1+m_2} + \frac{F\Delta t_2}{m_2}
\end{aligned}
$$

2-23

解：

在沿绳的自由度上使用牛顿第二定律，

$$
mg = (m+m)a
$$

得$a = g/2$.

记$x_1 = 0.2$ m为BC间绳长. 设经时间t_1后C开始运动，由运动学定律，

$$
x_1 = \frac{1}{2}at_1^2
$$

得$t_1 = \sqrt{4x_1/g}$. 代入数值得$t_1 = 2/7$ s $= 0.286$ s.

由动量定理，

$$
mgt_1 = 3mv_C,
$$

其中v_C为C开始运动的速率. 代入数值解得$v_C = 0.933$ m/s.

2-24

解：

三艘船前后依次编号为1，2，3.

在2船参考系中，两个物体同时以速率u向前向后抛出，2船速度大小不变.

动量守恒

$$
\begin{aligned}
m'v + m(v+u) &= \left(m'+m\right)v_1'\\
m'v + m(v-u) &= \left(m'+m\right)v_3'\\
v_2' &= v
\end{aligned}
$$

解得

$$
\begin{aligned}
v_1' &= v + \frac{mu}{m'+m}\\
v_2' &= v\\
v_3' &= v - \frac{mu}{m'+m}
\end{aligned}
$$

2-28

解：

设向下滑的距离为x，绳子的线密度为η.

牛顿第二定律

$$\eta(a+x)g\sin\alpha=\eta La \tag{1}$$

又

$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\cdot\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x} \tag{2}$$

由(1)(2)整理得

$$Lv\mathrm{d}v=(ag\sin\alpha+xg\sin\alpha)\mathrm{d}x$$

积分

$$\int_0^v Lv\mathrm{d}v=\int_0^{L-a}(ag\sin\alpha+xg\sin\alpha)\mathrm{d}x$$

得

$$Lv^2=\left(L^2-a^2\right)g\sin\alpha$$

即

$$v=\sqrt{\frac{\left(L^2-a^2\right)g\sin\alpha}{L}}$$