Résolution de l'équation de Falkner-Skan par la méthode de tir

Référence: Mécanique des Fluides CS P349

$$f''' + \frac{m+1}{2} f\, f'' + m[1-(f')^2] = 0$$

avec $f(0) = 0$, $f'(0) = 0$ et $f'(inf) = 1$

```
clc
clear all
close all
m=0;
```

Résolution numérique

Définition du système à résoudre : voir à la fin

Paramètre de tir $s = f''(0)$ à faire varier pour vérifier $f'(\infty) = 1$

```
s=0.3;
```

Solution initiale

```
y0=zeros(7,1);
y0(1) = 0;
y0(2) = 0;
y0(3) = s;
y0(4) = 0;
y0(5) = 0;
y0(6) = 1;
y0(7) = m;
```

Paramètres de résolution numérique

```
options = odeset('RelTol',1e-9, 'AbsTol',1e-8);
eta_in  = 0:0.01:20; % Valeurs de eta pour lesquelles on souhaite une valeur
epsilon_s=0.00001;
epsilon_result=0.0001;
objective=1;
```

Résolution Numérique par Runge-Kutta et méthode de Newtown

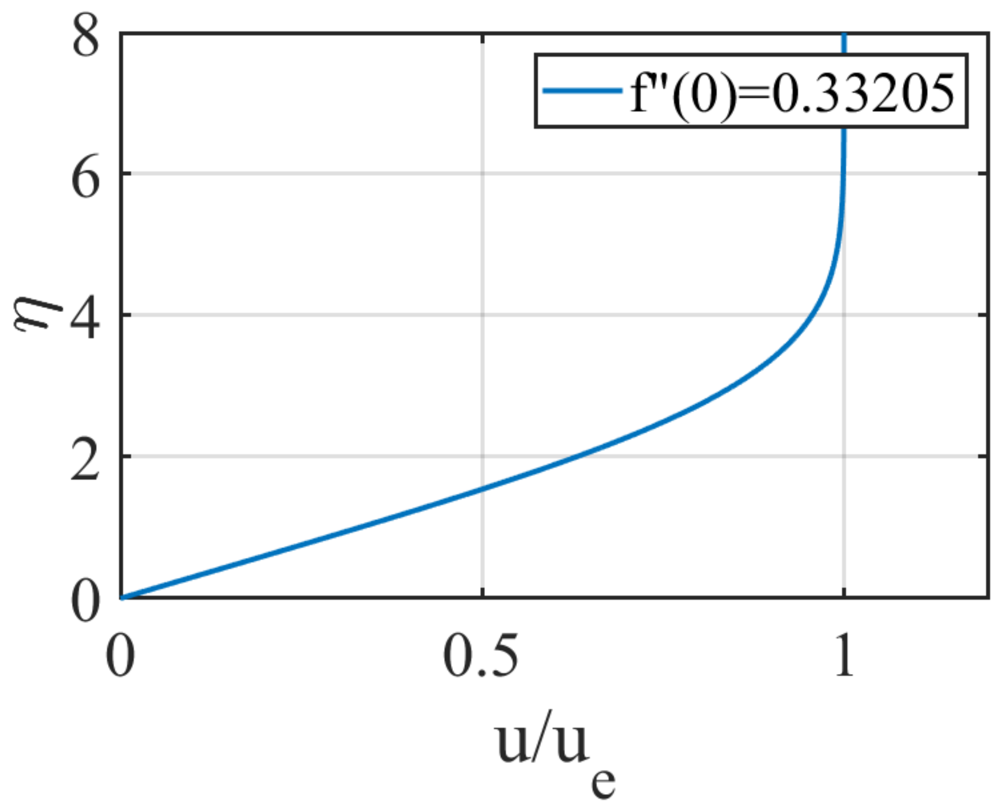
```
[eta,Y]  = ode45(@blasius_system,eta_in,y0);
f        = Y(:,1);
f_prime  = Y(:,2);
f_second = Y(:,3);
f_prime_end = f_prime(end);
U=Y(end,5);
s0=0;
s1=s;
```

```
while and(abs(s1-s0)>epsilon_s,abs(f_prime_end-objective)>epsilon_result)
    s0=s1;
    s1=s1-(f_prime_end-objective)/U;
    y0(3)=s1;
    [eta,Y]  = ode45(@blasius_system,eta_in,y0);
    f        = Y(:,1);
    f_prime  = Y(:,2);
    f_second = Y(:,3);
    f_prime_end = f_prime(end);
    U=Y(end,5);
end
s=s1
```

```
s = 0.3320
```

Tracé de la solution

```
figure(1)
plot(f_prime,eta)
txt=['f"(0)=',num2str(s)];
legend(txt)
set(gca,'fontsize',24,'fontname','times','linewidth',1.5)
ylabel('\eta','fontname','times','fontsize',28)
xlabel('u/u_e','fontname','times','fontsize',28)
set(get(gca,'children'),'linewidth',2)
grid on
xlim([0 1.2])
ylim([0 8])
```



Calcul des grandeurs caractéristiques de couche limite

- Calcul du coefficient d'épaisseur de couche limite δ_{99}/δ par interpolation du profil $f'(\eta)$

```
eta_99 = interp1(f_prime, eta, 0.99, 'spline')
```

```
eta_99 = 4.9101
```

- Calcul du coeff. d'épaisseur de déplacement δ^*/δ

```
coeff_delta_star = trapz(eta,1-f_prime)
```

```
coeff_delta_star = 1.7208
```

La fonction trapz permet de calculer une intégrale par la méthode des trapèzes.

- Calcul du coeff. d'épaisseur de quantité de mouvement θ/δ

```
coeff_theta = trapz(eta,f_prime.*(1-f_prime))
```

```
coeff_theta = 0.6641
```

Reconstruction du champ de vitesse $u(x, y)$

Vitesse externe

```
u_e = 10.0;
```

Viscosité

```
nu = 1.0e-5;
```

Longueur plaque et épaisseur couche limite

```
L = 10e-2;
Re_L = u_e*L/nu;
delta_CL_end = eta_99*L/sqrt(Re_L);
```

Domaine

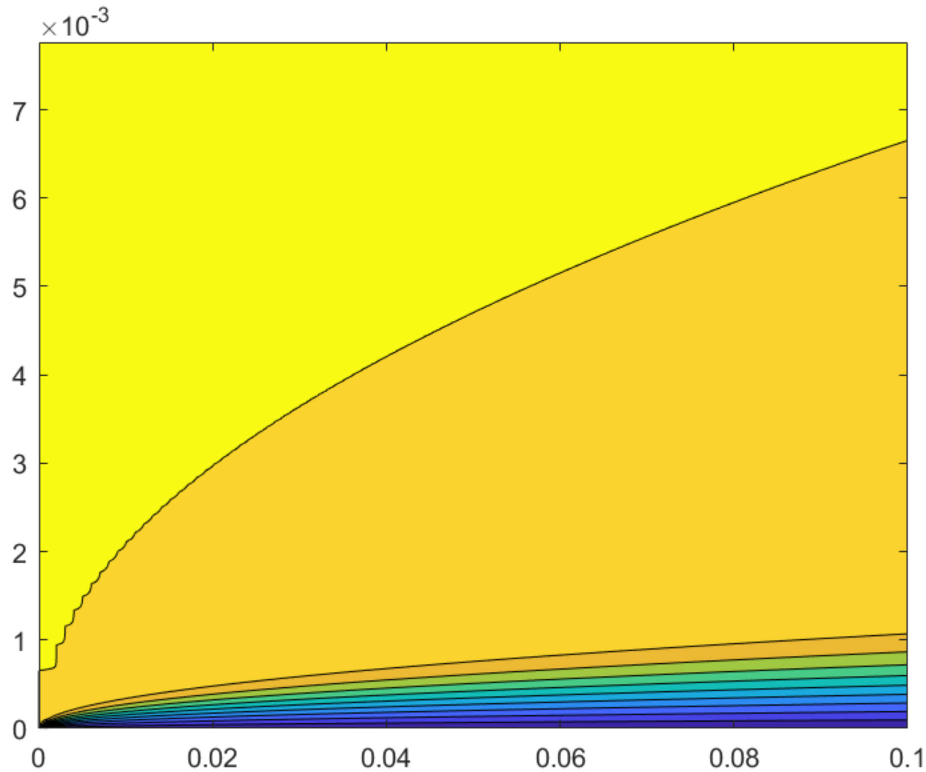
```
nx = 100;
x  = linspace(0,L,nx);

ny = 500;
y  = linspace(0,5*delta_CL_end,ny);
```

Champs dans la Couche limite

```
delta_CL = zeros(1,nx);
delta_CL(2:end) = x(2:end)./sqrt(u_e*x(2:end)/nu);
u=u_e*ones(nx,ny);
for i=2:nx
    my_eta = y(:)/delta_CL(i);
    u(i,:) = u_e*interp1(eta, f_prime, my_eta, 'spline');
end
```

Figure

```
figure(2)
contourf(x,y,u',0:10)
shading interp
```



Définition du système à résoudre

```
function dy = blasius_system(~,y)
m=y(7);
dy = zeros(7,1);
dy(1) = y(2);
dy(2) = y(3);
dy(3) = -(m+1)/2*y(1)*y(3)-m*(1-y(2)^2);
dy(4) = y(5);
dy(5) = y(6);
dy(6) = -(m+1)/2*(y(1)*y(6)+y(4)*y(3))+2*m*y(2)*y(5);
dy(7) = 0;
end
```