

Résolution de l'équation de TD I.4. par la méthode de tir

Cas écoulement potentiel face à une paroi

$$1 + f''' + f f'' - f' f' = 0$$

avec $f(0) = 0$, $f'(0) = 0$ et $f'(\infty) = 1$

```
clc
clear all
close all
```

Résolution numérique

Définition du système à résoudre : voir à la fin

Paramètre de tir $s = f''(0)$ à faire varier pour vérifier $f'(\infty) = 1$

```
s=1.225;
```

Solution initiale

```
y0=zeros(6,1);
y0(1) = 0;
y0(2) = 0;
y0(3) = s;
y0(4) = 0;
y0(5) = 0;
y0(6) = 1;
```

Paramètres de résolution numérique

```
options = odeset('RelTol',1e-6, 'AbsTol',1e-5);
eta_in = 0:0.0001:20; % Valeurs de eta pour lesquelles on souhaite une valeur
epsilon_s=0.00001;
epsilon_result=0.0001;
objective=1;
```

Résolution Numérique par Runge-Kutta et méthode de Newtown

```
[eta,Y] = ode45(@td_system,eta_in,y0);
f = Y(:,1);
f_prime = Y(:,2);
f_second = Y(:,3);
f_prime_end = f_prime(end);
U=Y(end,5);
s0=0;
s1=s;
while and(abs(s1-s0)>epsilon_s,abs(f_prime_end-objective)>epsilon_result)
    s0=s1;
    s1=s1-(f_prime_end-objective)/U;
```

```

y0(3)=s1;
[eta,Y] = ode45(@td_system,eta_in,y0);
f       = Y(:,1);
f_prime = Y(:,2);
f_second = Y(:,3);
f_prime_end = f_prime(end);
U=Y(end,5);
end
s=s1

```

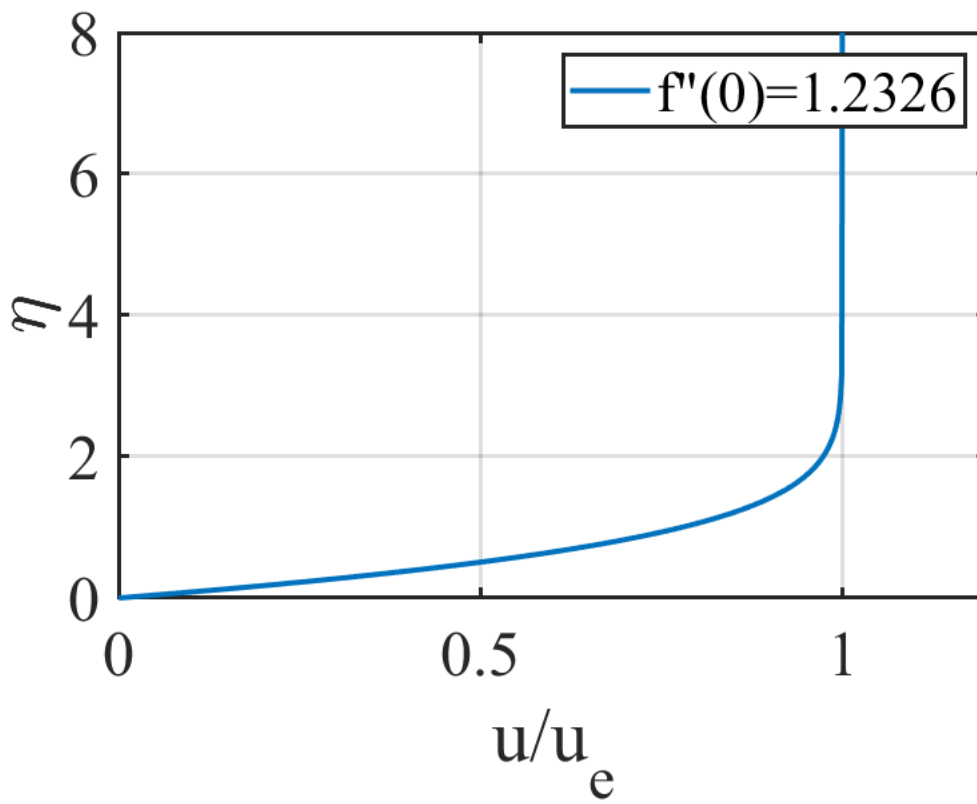
s = 1.2326

Tracé de la solution

```

figure(1)
plot(f_prime,eta)
txt=['f'(0)=',num2str(s)];
legend(txt)
set(gca,'fontsize',24,'fontname','times','linewidth',1.5)
ylabel('\eta','fontname','times','fontsize',28)
xlabel('u/u_e','fontname','times','fontsize',28)
set(get(gca,'children'),'linewidth',2)
grid on
xlim([0 1.2])
ylim([0 8])

```



Calcul des grandeurs caractéristiques de couche limite

- Calcul du coefficient d'épaisseur de couche limite δ_{99}/δ par interpolation du profil $f'(\eta)$

```
eta_99 = interp1(f_prime, eta, 0.99, 'spline')
```

```
eta_99 = 2.3799
```

- Calcul du coeff. d'épaisseur de déplacement δ^*/δ

```
coeff_delta_star = trapz(eta,1-f_prime)
```

```
coeff_delta_star = 0.6479
```

La fonction trapz permet de calculer une intégrale par la méthode des trapèzes.

- Calcul du coeff. d'épaisseur de quantité de mouvement θ/δ

```
coeff_theta = trapz(eta,f_prime.*(1-f_prime))
```

```
coeff_theta = 0.2923
```

- Coefficient de frottement $\frac{c_f}{\left(\frac{\delta}{x}\right)}$

```
cf=2*f_second(1)
```

```
cf = 2.4651
```

Reconstruction du champ de vitesse $u(x, y)$

Vitesse externe

```
Ve = 1.0;
```

Viscosité cinétique

```
nu = 1.0e-4;
```

densité

```
rho=10^(-3);
```

Domaine

```
Lx=0.01;  
Ly=0.01;
```

Calcul de paramètre intermédiaire

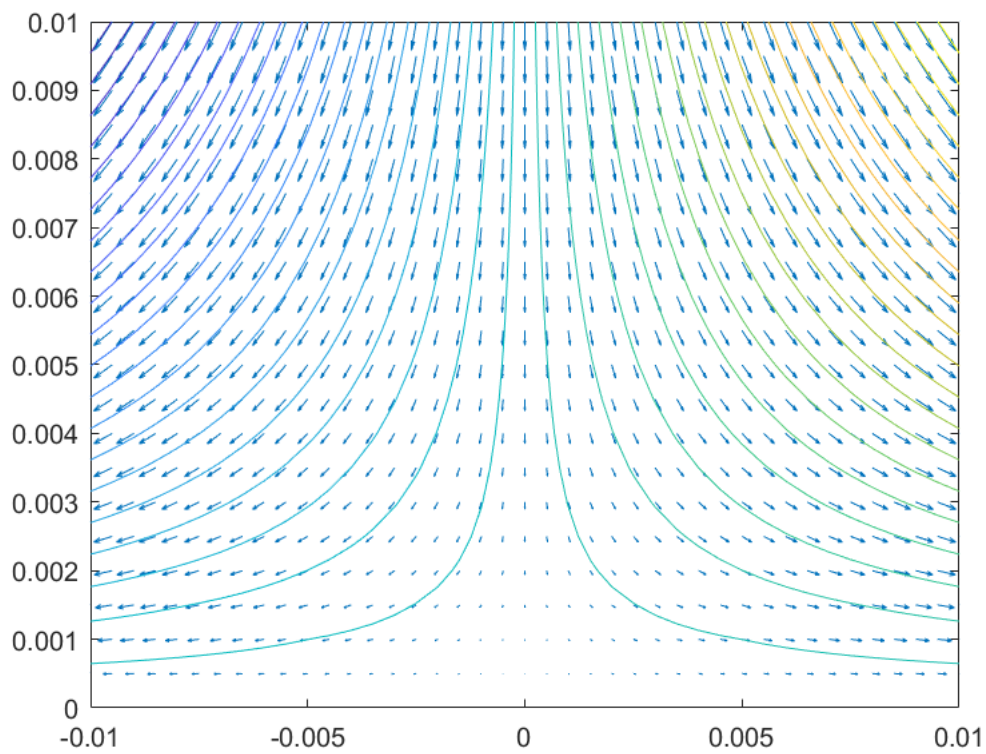
```
a=Ve/Ly;  
delta=sqrt(nu/a);
```

Champs dans la Couche limite

```
[x,y] = meshgrid(-Lx:Lx*0.05:Lx,0:Ly*0.05:Ly);  
my_eta=y/delta;  
v=-a.*delta.*interp1(eta,f,my_eta);  
u=a.*x.*interp1(eta,f_prime,my_eta);  
phi=a.*x.*delta.*interp1(eta,f,my_eta);% ligne de courant
```

Figure

```
figure(2);  
quiver(x,y,u,v)  
hold on;  
contour(x,y,phi,40)  
xlim([-Lx Lx])  
ylim([0 Ly])
```



Définition du système à résoudre

```
function dy = td_system(~,y)
dy = zeros(6,1);
dy(1) = y(2);
dy(2) = y(3);
dy(3) = y(2)*y(2)-y(1)*y(3)-1;
dy(4) = y(5);
dy(5) = y(6);
dy(6) = 2*y(2)*y(5)-y(1)*y(6)-y(4)*y(3);
end
```