

2024 学年第二学期浙南名校联盟期中联考

高一年级数学学科 试题

命题学校：乐清中学

审题学校：永康一中

考生须知：

1. 本卷共 4 页满分 150 分，考试时间 120 分钟。
2. 答题前，在答题卷指定区域填写班级、姓名、考场号、座位号及准考证号并填涂相应数字。
3. 所有答案必须写在答题纸上，写在试卷上无效。
4. 考试结束后，只需上交答题纸。

选择题部分

一. 单选题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一个选项是正确的，请把正确的选项填涂在答题卡相应的位置上.

1. $\sin 300^\circ$ ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

2. $\left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{1}{2}} + \log_8 2$ 的值为 ()

- A. $-\frac{7}{3}$ B. 1 C. $-\frac{10}{3}$ D. $\frac{8}{3}$

3. 若圆台的轴截面为底角为 60° 的等腰梯形，且圆台的上底面半径为 1，下底面半径为 6，则圆台的侧面积为 ()

- A. $35\sqrt{3}\pi$ B. $70\sqrt{3}\pi$ C. 70π D. 140π

4. 已知 l, m 为两条不同的直线， α, β 为两个不同的平面，则下列说法正确的是 ()

- A. 若 $\alpha \cap \beta = l, l \parallel m$ ，则 m 至少与 α, β 中一个平行
- B. 若 $l \parallel m, l \subset \alpha$ ，则 $m \parallel \alpha$
- C. 若 $l \parallel \alpha, \alpha \parallel \beta$ ，则 $l \parallel \beta$
- D. 若 $l \subset \alpha, m \subset \beta, l \parallel m$ ，则 $\alpha \parallel \beta$

5. 若 $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{3}$ ，则 $\cos\left(\frac{2\pi}{3} - 2\alpha\right)$ 的值为 ()

- A. $\frac{2}{9}$ B. $-\frac{2}{9}$ C. $\frac{7}{9}$ D. $-\frac{7}{9}$

6. 已知在 $\square ABCD$ 中， $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{EC}$ ， $\overrightarrow{CF} = 2\overrightarrow{FD}$ ，且 $|\overrightarrow{AE}| = 3$ ， $|\overrightarrow{AF}| = 1$ ，则 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD}$ 的值为 ()

- A. -3 B. -6 C. -9 D. -12

7. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = \frac{\pi}{3}$, $\angle BAC$ 的角平分线 AD 交 BC 于点 D , $\triangle ABD$ 的面积是 $\triangle ADC$ 面积的4倍, 则 $\tan B$ 的值为 ()

- A. $\frac{\sqrt{3}}{7}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{9}$ C. $\frac{8-\sqrt{3}}{61}$ D. $\frac{8+\sqrt{3}}{61}$

8. 水平桌面上放置了4个完全相同的半径为1的小球(不叠起), 四个小球的球心构成正方形, 且相邻的两个小球相切. 用一个半球形

容器(容器壁厚度不计)罩住这四个小球, 则这个半球形容器表面积(不包含底面圆)的最小值为 ()

- A. $(6+4\sqrt{2})\pi$ B. $(8+4\sqrt{3})\pi$ C. $(3+2\sqrt{2})\pi$ D. $(4+2\sqrt{3})\pi$

二、多选题：本题共3小题，每小题6分，共18分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分。

9. 已知 $a > 0$, $b > 0$, $c < 0$, $a, b, c \in \mathbb{R}$, 则下列叙述中正确的是 () 浙考神墙750

- A. 若 $a > b$, 则 $ab < a^2$ B. 若 $a > b$, 则 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

- C. $\frac{b+c}{a+c} > \frac{b}{a}$ D. 若 $a > b$, 则 $a^c > b^c$

10. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 则下列说法正确的有 ()

A. 若 $\triangle ABC$ 为锐角三角形, 则 $\sin A < \cos B$

B. 若 $c = 3$, $A = \frac{\pi}{3}$, $\triangle ABC$ 有两解, 则 $\frac{3\sqrt{3}}{2} < a < 3$

C. 若 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = \overrightarrow{PB} \cdot \overrightarrow{PC} = \overrightarrow{PC} \cdot \overrightarrow{PA}$, 则 P 是 $\triangle ABC$ 的垂心

D. 若 $c = 3$, $b = 4$, O 为 $\triangle ABC$ 的外心, 则 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{BC}$ 的值为 $-\frac{7}{2}$

11. 已知复数 $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$, i 为虚数单位), $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$, 定义: $D(z) = \|z\| = |a| + |b|$,

$D(z_1, z_2) = \|z_1 - z_2\|$. 则下列说法正确的有 ()

A. 若 \bar{z} 是复数 z 的共轭复数, 则 $D(\bar{z}) = D(z)$ 恒成立

B. 对任意 $z \in \mathbb{C}$, 都有 $D(z^2) \leq [D(z)]^2$ 恒成立

C. 存在 $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$, 有 $D(z_1 \cdot z_2) > D(z_1) \cdot D(z_2)$ 成立

D. 对任意 $z_1, z_2, z_3 \in \mathbb{C}$, 都有 $D(z_1, z_3) \leq D(z_1, z_2) + D(z_2, z_3)$ 恒成立

非选择题部分

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

12. 设向量 $\vec{m} = (3, 5)$, $\vec{n} = (-2, a)$, 若 \vec{m} 与 \vec{n} 共线, 则实数 a 的值为_____.

13. 甲船在 B 岛的南偏东 30° 方向 A 处, AB 两地相距 100 千米. 甲船向北偏西 30° 方向航行, 同时乙船自 B 岛出发向北偏东 30° 的方向航行, 两船均以每小时 30 千米的速度航行. 则两小时后, 甲、乙两船的距离为_____千米.

14. 如图1, “折扇”又名“纸扇”, 是一种用竹木或象牙做扇骨, 韧纸或者绫绢做扇面的能折叠的扇子, 其平面图是如图2的扇形 AOB , 其中 $\angle AOB = 150^\circ$, $OA = 3OC = 3OD = 3$, 点 E 在弧 CD 上运动 (包括端点), 记 \vec{OE} 在 \vec{OB} 方向上的投影向量为 \vec{OG} , 则 $\vec{OG} \cdot \vec{BE}$ 的取值范围是_____.



图 1

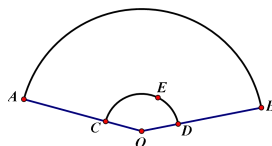


图 2

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

15. (本小题 13 分) 已知复数 $z = m^2 - m - 2 + (m - 2)i$, ($m \in R$), 其中 i 为虚数单位.

(1) 若 z 是纯虚数, 求实数 m 的值;

(2) 若 $m = 3$, 设 $z + i = (a + bi) \cdot (\bar{z} - i)$, ($a, b \in R$), 求 $a + b$ 的值.

16. (本小题 15 分) 已知向量 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角为 120° , 且 $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1$, 若 $\vec{c} = \lambda \vec{a} + \vec{b}$, $\lambda \in R$.

(1) 当 $(\vec{a} - \vec{b}) \perp \vec{c}$ 时, 求实数 λ 的值;

(2) 当 $|\vec{c}|$ 取最小值时, 求向量 \vec{b} 与 \vec{c} 夹角的大小.

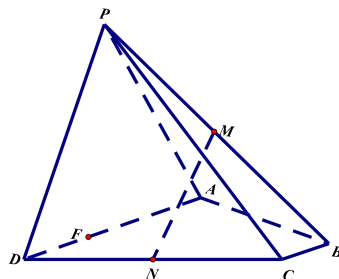
17. (本小题 15 分) 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, M, N 分别是 PB, CD 的中点, $AD = 3BC$, $\vec{PE} = \lambda \vec{ED}$.

(1) 求证: $MN \parallel$ 平面 PAD ;

(2) 若 $PB \parallel$ 平面 ACE , 求 λ 的值;

(3) 当 $\lambda = 2$ 时, 若 $PA = PB = PC = AD = 9$, $CD = 12$,

$\vec{AF} = 2\vec{FD}$, 请在图中作出四棱锥 $P-ABCD$ 过点 B, E, F 的截面 (保留作图痕迹), 并求出截面周长. 浙考神墙750



18. (本小题满分 17 分)

已知 a, b, c 分别为斜 $\triangle ABC$ 三个内角 A, B, C 的对边, 且满足 $b - a \cos C = \sqrt{3}a \sin C - \sqrt{3}c$.

(1) 求角 A 的值;

(2) 记 BC 边上的高为 h ,

(i) 若 $h = \frac{\sqrt{3}}{14}a$, 求 $\sin B : \sin C$ 的值;

(ii) 求 $\frac{\sqrt{3}h}{b} + \frac{h}{c}$ 的取值范围.

19. (本小题满分 17 分) 对集合 A , 若存在实数 k , 使得对于 $\forall x \in A, x \geq k$, 则称集合 A 有下界 k , 实数 k 的最大值为函数的下确界, 记作 $\inf A$.

(1) 记函数 $f(x) = -x^2 + 2x + 1, x \in (0, 3)$ 的值域为 B , 求 $\inf B$;

(2) 已知函数

$$g(x) = \begin{cases} \frac{a^2}{x} - 1, & x > 0, \\ a \cdot 4^x - 2^x, & x \leq 0, \end{cases}$$

(i) 记集合 $C = \{y | y = g(x), x \in R\}$, 若 $\inf C = -1$, 求实数 a 的取值范围;

(ii) 记集合 $P = \{y | y = g(x), x \geq a\}, Q = \{y | y = g(x), x < a\}$, 若 $\inf P = \inf Q$, 求实数 a 的值.