

2024 学年第二学期浙南名校联盟期中联考**高一年级数学学科 试题**

命题学校：乐清中学

审题学校：永康一中

考生须知：

- 本卷共 4 页满分 150 分，考试时间 120 分钟。
- 答题前，在答题卷指定区域填写班级、姓名、考场号、座位号及准考证号并填涂相应数字。
- 所有答案必须写在答题纸上，写在试卷上无效。
- 考试结束后，只需上交答题纸。

选择题部分

一. 单选题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一个选项是正确的，请把正确的选项填涂在答题卡相应的位置上。

1. $\sin 300^\circ$ ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

2. $\left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{1}{2}} + \log_8 2$ 的值为 ()

- A. $-\frac{7}{3}$ B. 1 C. $-\frac{10}{3}$ D. $\frac{8}{3}$

3. 若圆台的轴截面为底角为 60° 的等腰梯形，且圆台的上底面半径为 1，下底面半径为 6，则圆台的侧面积为 ()

- A. $35\sqrt{3}\pi$ B. $70\sqrt{3}\pi$ C. 70π D. 140π

4. 已知 l, m 为两条不同的直线， α, β 为两个不同的平面，则下列说法正确的是 ()A. 若 $\alpha \cap \beta = l, l \parallel m$ ，则 m 至少与 α, β 中一个平行B. 若 $l \parallel m, l \subset \alpha$ ，则 $m \parallel \alpha$ C. 若 $l \parallel \alpha, \alpha \parallel \beta$ ，则 $l \parallel \beta$ D. 若 $l \subset \alpha, m \subset \beta, l \parallel m$ ，则 $\alpha \parallel \beta$ 5. 若 $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{3}$ ，则 $\cos\left(\frac{2\pi}{3} - 2\alpha\right)$ 的值为 ()

- A. $\frac{2}{9}$ B. $-\frac{2}{9}$ C. $\frac{7}{9}$ D. $-\frac{7}{9}$

6. 已知在 $\square ABCD$ 中， $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{EC}$ ， $\overrightarrow{CF} = 2\overrightarrow{FD}$ ，且 $|\overrightarrow{AE}| = 3$ ， $|\overrightarrow{AF}| = 1$ ，则 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD}$ 的值为 ()

- A. -3 B. -6 C. -9 D. -12

7. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = \frac{\pi}{3}$ ， $\angle BAC$ 的角平分线 AD 交 BC 于点 D ， $\triangle ABD$ 的面积是 $\triangle ADC$ 面积的 4 倍，则 $\tan B$ 的值为（ ）

- A. $\frac{\sqrt{3}}{7}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{9}$ C. $\frac{8-\sqrt{3}}{61}$ D. $\frac{8+\sqrt{3}}{61}$

8. 水平桌面上放置了 4 个完全相同的半径为 1 的小球(不叠起)，四个小球的球心构成正方形，且相邻的两个小球相切. 用一个半球形容器(容器壁厚度不计)罩住这四个小球，则这个半球形容器表面积(不包含底面圆)的最小值为（ ）

- A. $(6+4\sqrt{2})\pi$ B. $(8+4\sqrt{3})\pi$ C. $(3+2\sqrt{2})\pi$ D. $(4+2\sqrt{3})\pi$

二、多选题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分.

9. 已知 $a > 0$ ， $b > 0$ ， $c < 0$ ， $a, b, c \in \mathbb{R}$ ，则下列叙述中正确的是()

- A. 若 $a > b$ ，则 $ab < a^2$ B. 若 $a > b$ ，则 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$
 C. $\frac{b+c}{a+c} > \frac{b}{a}$ D. 若 $a > b$ ，则 $a^c > b^c$

10. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，则下列说法正确的有()

- A. 若 $\triangle ABC$ 为锐角三角形，则 $\sin A < \cos B$
 B. 若 $c = 3$ ， $A = \frac{\pi}{3}$ ， $\triangle ABC$ 有两解，则 $\frac{3\sqrt{3}}{2} < a < 3$
 C. 若 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = \overrightarrow{PB} \cdot \overrightarrow{PC} = \overrightarrow{PC} \cdot \overrightarrow{PA}$ ，则 P 是 $\triangle ABC$ 的垂心
 D. 若 $c = 3$ ， $b = 4$ ， O 为 $\triangle ABC$ 的外心，则 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{BC}$ 的值为 $-\frac{7}{2}$

11. 已知复数 $z = a + bi$ ，($a, b \in \mathbb{R}$ ， i 为虚数单位)， $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ ，定义： $D(z) = \|z\| = |a| + |b|$ ，
 $D(z_1, z_2) = \|z_1 - z_2\|$. 则下列说法正确的有()

- A. 若 \bar{z} 是复数 z 的共轭复数，则 $D(\bar{z}) = D(z)$ 恒成立
 B. 对任意 $z \in \mathbb{C}$ ，都有 $D(z^2) \leq [D(z)]^2$ 恒成立
 C. 存在 $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ ，有 $D(z_1 \cdot z_2) > D(z_1) \cdot D(z_2)$ 成立
 D. 对任意 $z_1, z_2, z_3 \in \mathbb{C}$ ，都有 $D(z_1, z_3) \leq D(z_1, z_2) + D(z_2, z_3)$ 恒成立

非选择题部分

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

12. 设向量 $\vec{m} = (3, 5)$, $\vec{n} = (-2, a)$, 若 \vec{m} 与 \vec{n} 共线，则实数 a 的值为_____.

13. 甲船在 B 岛的南偏东 30° 方向 A 处， AB 两地相距 100 千米。甲船向北偏西 30° 方向航行，同时乙船自 B 岛出发向北偏东 30° 的方向航行，两船均以每小时 30 千米的速度航行。则两小时后，甲、乙两船的距离为_____千米。

14. 如图1，“折扇”又名“纸扇”，是一种用竹木或象牙做扇骨，韧纸或者绫绢做扇面的能折叠的扇子，其平面图是如图2的扇形 AOB ，其中 $\angle AOB = 150^\circ$, $OA = 3OC = 3OD = 3$ ，点 E 在弧 CD 上运动（包括端点），记 \overrightarrow{OE} 在 \overrightarrow{OB} 方向上的投影向量为 \overrightarrow{OG} ，则 $\overrightarrow{OG} \cdot \overrightarrow{BE}$ 的取值范围是_____.



图 1

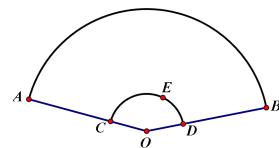


图 2

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

15. (本小题 13 分) 已知复数 $z = m^2 - m - 2 + (m-2)i$, ($m \in R$)，其中 i 为虚数单位.

(1)若 z 是纯虚数，求实数 m 的值；

(2)若 $m = 3$ ，设 $z + i = (a+bi)(\bar{z}-i)$, ($a, b \in R$)，求 $a+b$ 的值.

16. (本小题 15 分) 已知向量 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角为 120° ，且 $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1$ ，若 $\vec{c} = \lambda \vec{a} + \vec{b}, \lambda \in R$.

(1)当 $(\vec{a} - \vec{b}) \perp \vec{c}$ 时，求实数 λ 的值；

(2)当 $|\vec{c}|$ 取最小值时，求向量 \vec{b} 与 \vec{c} 夹角的大小.

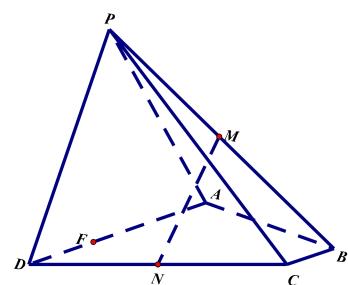
17. (本小题 15 分) 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中， $AD \parallel BC$, M , N 分别是 PB, CD 的中点， $AD = 3BC$, $\overline{PE} = \lambda \overline{ED}$.

(1)求证： $MN \parallel$ 平面 PAD ；

(2)若 $PB \parallel$ 平面 ACE ，求 λ 的值；

(3)当 $\lambda = 2$ 时，若 $PA = PB = PC = AD = 9$, $CD = 12$,

$\overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{FD}$ ，请在图中作出四棱锥 $P-ABCD$ 过点 B, E, F 的截面（保留作图痕迹），并求出截面周长. 浙考神墙750



18. (本小题满分 17 分)

已知 a, b, c 分别为斜 $\triangle ABC$ 三个内角 A, B, C 的对边, 且满足 $b - a \cos C = \sqrt{3}a \sin C - \sqrt{3}c$.

(1) 求角 A 的值;

(2) 记 BC 边上的高为 h ,

(i) 若 $h = \frac{\sqrt{3}}{14}a$, 求 $\sin B : \sin C$ 的值;

(ii) 求 $\frac{\sqrt{3}h}{b} + \frac{h}{c}$ 的取值范围.

19. (本小题满分 17 分) 对集合 A , 若存在实数 k , 使得对于 $\forall x \in A$, $x \geq k$, 则称集合 A 有下界 k , 实数 k 的最大值为函数的下确界, 记作 $\inf A$.

(1) 记函数 $f(x) = -x^2 + 2x + 1, x \in (0, 3)$ 的值域为 B , 求 $\inf B$;

(2) 已知函数

$$g(x) = \begin{cases} \frac{a^2}{x} - 1, & x > 0, \\ a \cdot 4^x - 2^x, & x \leq 0, \end{cases}$$

(i) 记集合 $C = \{y | y = g(x), x \in R\}$, 若 $\inf C = -1$, 求实数 a 的取值范围;

(ii) 记集合 $P = \{y | y = g(x), x \geq a\}, Q = \{y | y = g(x), x < a\}$, 若 $\inf P = \inf Q$, 求实数 a 的值.