2025年4月稽阳联谊学校高三联考
数学试题卷

命题人：浦江中学 朱毅恒　磐安中学 羊健康　萧山中学 郑燕
审题人：诸暨中学 胡皓

考生须知：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

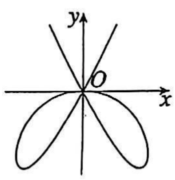
1. 已知全集$U=\{x\in N\mid x\le 3\}$，$A=\{1,2,3\}$，$B=\{x\in N\mid x^2-x\le 2\}$，则$C_U(A\cap B)=$（　　）

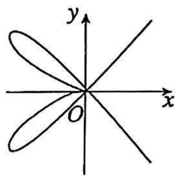
A. $\{0,1,3\}$　　B. $\{0,1\}$　　C. $\{0,3\}$　　D. $\{0,2,3\}$

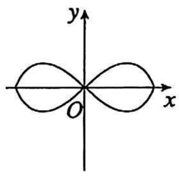
2. 已知i为虚数单位，复数z满足$z(1+i)=(3-i)$，则z的共轭复数$\bar{z}$的模为（　　）

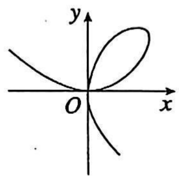
A. $\sqrt{5}$　　B. $2\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{2}$　　D. $2\sqrt{5}$

3. 下列可以作为方程$x^3+y^3=4xy$的图象的是（　　）

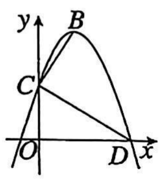
A. 

B. 

C. 

D. 

4. 已知函数$f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$ $(A>0,\omega>0,|\varphi|<\dfrac{\pi}{2})$的部分图象如右图所示，y=f(x)的图象与y轴交于点C，D(5，0)，B(2，A)，且$\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{CD}=0$，则f(4)=（　　）

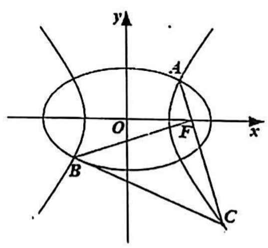


A. 4　　B. $2\sqrt{5}$　　C. $\sqrt{10}$　　D. $4\sqrt{2}$

5. 记数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，若$a_1=1$，$a_{n+1}=2S_n$（$n\in N^*$），则a_3+S_4等于（　　）

A. 33　　B. 46　　C. 49　　D. 42

6. 如右图，椭圆$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$与双曲线$\dfrac{x^2}{m^2}-\dfrac{y^2}{n^2}=1$有共同的右焦点$F$，这两条曲线在第一、三象限的交点分别为$A$、$B$，直线$AF$与双曲线右支的另一个交点为$C$，$\Delta BFC$形成以$BC$为斜边的等腰直角三角形，则该椭圆的离心率为（　　）



A. $\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$　　B. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\dfrac{\sqrt{10}}{4}$　　D. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

7. 已知函数$f(x)$的定义域为$[2,+\infty)$，$f'(x)$为$f(x)$的导函数，满足$f'(x)x\ln x+f(x)=x^2$，且$f(2)=\dfrac{2}{\ln 2}$.已知a与b均为正整数，若$f(a^2)\ge f(b-1)$，则$a^2+\dfrac{2}{b+1}$的最小值（　　）

A. $2\sqrt{2}-2$　　B. $\dfrac{5}{2}$　　C. 1　　D. $\dfrac{4}{3}$

8.有6张卡片，正面分别写有数字1,2,3,4,5,6，且背面均写有数字7.先把这些卡片正面朝上排成一排.规定一次试验：掷一颗均匀的骰子一次，若点数为n，则将向上数字为n的卡片翻面并放置原处；若没有向上数字为n的卡片，则卡片不作翻动.进行上述试验3次，发现卡片朝上的数字之和为偶数，在这一条件下，骰子恰有一次点数为2的概率为（　　）

A. $\dfrac{13}{36}$　　B. $\dfrac{3}{13}$　　C. $\dfrac{11}{39}$　　D. $\dfrac{43}{117}$

二、选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分.

9.下列说法正确的是（　　）

A. 若随机变量X服从正态分布$X\sim N(3,\sigma^2)$，且$P(X\le 4)=0.7$，则$P(3<X<4)=0.2$

B. 数据5,8,10,12,13的第40百分位数是8

C. 在一元线性回归模型中，若决定系数$R^2=1$，则残差的平方和为0

D. x_1，x_2，x_3，x_4和y_1，y_2，y_3，y_4的方差分别为S_1^2和S_2^2，若$x_i+y_i=10$且$x_i<y_i(i=1,2,3,4)$，则$S_1^2<S_2^2$

10.正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的棱长为1，点P、Q分别在线段A_1D、AC上运动（包括端点），则下列结论正确的是（　　）

A. 正方体被经过P、Q两点的平面所截，其截面的形状有可能是六边形

B. PQ不可能与A_1D、AC都垂直

C. PQ有可能与正方体的六个表面所成的角都相等

D. 线段PQ的中点M所围成的区域的面积为$\dfrac{\sqrt{3}}{4}$

11. 设a和b是两个整数，如果a和b除以正整数m所得的余数相同，则称a和b对于模m同余，记作$a \equiv b(\bmod m)$.（　　）

A. 若公比为q的等比数列$\{a_n\}$满足$a_1 \equiv a_2(\bmod q)$，则$S_n \equiv a_n(\bmod q)$

B. 若公比为q的等比数列$\{a_n\}$满足$S_n \equiv a_n(\bmod q)$，则$a_1 \equiv a_2(\bmod q)$

C. 若$\{a_n\}$为等差数列，$a_1=2, a_2=6$，S_n为$\{a_n\}$的前 n 项和，则$S_n \equiv 1(\bmod a_2)$

D.若$\{a_n\}$为公差 d 的等差数列，$a_1, d \in N$，若$T_n=\sum_{i=1}^{n} a_i a_{i+1}$，则$\exists n \in N^*$使$T_n \equiv 0(\bmod d^2)$

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

12.若非零向量$\vec{a}$，$\vec{b}$满足$|\vec{a}|=2|\vec{b}|$，且向量$\vec{b}$在向量$\vec{a}$上的投影向量是$-\frac{\sqrt{3}}{4}\vec{a}$，则向量$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为________.

13.已知 P 是直线 l:x+y-2=0 上的任意一点，若过点 P 作圆 O：$x^2+y^2=1$的两条切线，切点分别记为 A、B,则劣弧 AB 长度的最小值为________.

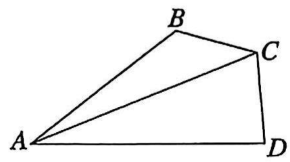
14. 若$e^{ax+1}-x \geq (ax+\ln x+1)(ax-\ln x+1)$恒成立，则实数$a$的取值范围为________.

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15.（满分 13 分）在△ABC 中，内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，BC＝1 且 $b\cos C+\sqrt{3}c\sin B=1+2c$.

(1)求∠B 的大小.

(2)如图所示，D 为△ABC 外一点，∠DCB＝∠B，CD＝$\sqrt{3}$，AC=AD，求 sin ∠BCA 值.



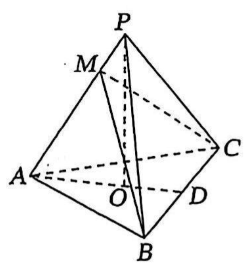
16.（满分 15 分）如图，在三棱锥 P－ABC 中，AB＝AC，D 为 BC 的中点，P 在底面的投影 O 落在线段 AD 上.

(1)证明：AP⊥BC;

(2)若 BC＝8，PO＝4，AO＝3，OD＝2.

M 在线段 AP 上，且满足平面 AMC⊥平面 BMC.

求直线 BM 与直线 CP 夹角的余弦值.



17.（满分 15 分）已知整数数列$\{a_n\}$满足$2a_n=a_{n+1}+a_{n-1}\,(n\geq 2)$，数列$\{b_n\}$是公比大于 1 的等比数列，且$b_1+b_2+b_3=14$，$b_1b_2b_3=64$. 数列$\{c_n\}$满足$a_n=c_nb_n$.数列$\{a_n\}$，$\{c_n\}$前$n$项和分别为$S_n,T_n$，其中$n^2<2S_n<(n+1)^2$.

(1)求S_n和b_n

(2)用$[x]$表示不超过 x 的最大整数，求数列$\{[T_n]\}$的前 2025 项和M_{2025}.

18.（满分 17 分）已知函数$f(x)=a\sin x+\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$.

(1)求曲线$y=f(x)$在点（0，$f(0)$)处的切线方程；

(2)若函数$f(x)$无极值点，求实数a的取值范围；

(3)若x_0为函数$f(x)$的极小值点，证明：$\frac{3}{2}-\sqrt{\frac{1}{4}-\frac{4}{a}}<x_0{}^2<1$.

19.（满分 17 分）位于第一象限的一点$P_1(x_1,y_1)$满足$x_1^2>2y_1$，过P_1作$x^2=2y$的切线，切点为$A_1(x_{A_1},y_{A_1})$，且满足$x_1<x_{A_1}$，设$P_2(x_2,y_2)$为P_1关于A_1的对称点

(1)证明：$x_1^2-2y_1=x_2^2-2y_2$

(2)i. 若过P_2的另一条切线切$x^2=2y$于A_2，设P_3为P_2关于A_2的对称点，如此重复进行下去，若P_{n+1}为P_n关于切点A_n的对称点，设$P_n(x_n,y_n)$，证明：$\{x_n\}$为等差数列。

ii. 由 i 所设且$P_1(1,0)$，求$|P_{2025}P_{2026}|$的值.