

绝密★考试结束前

2024 学年第二学期宁波六校联盟期中联考

高一年级数学学科 试题

考生须知：

1. 本卷共 4 页满分 150 分，考试时间 120 分钟。
2. 答题前，在答题卷指定区域填写班级、姓名、考场号、座位号及准考证号并填涂相应数字。
3. 所有答案必须写在答题纸上，写在试卷上无效。
4. 考试结束后，只需上交答题纸。

第 I 卷（选择部分，共 58 分）

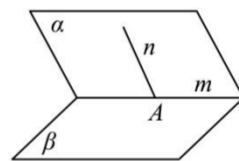
一、选择题（本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每个小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.）

1. 已知复数 z 满足 $z = 2i + 1$ ，则 z^2 的虚部为（ ▲ ）

- A. -3 B. $2i$ C. 4 D. $4i$

2. 如图所示，用符号语言可表达为（ ▲ ）

- A. $\alpha \cap \beta = m, n \subset \alpha, m \cap n = A$
 B. $\alpha \cap \beta = m, n \in \alpha, m \cap n = A$
 C. $\alpha \cap \beta = m, n \subset \alpha, A \subset m, A \subset n$
 D. $\alpha \cap \beta = m, n \in \alpha, A \in m, A \in n$



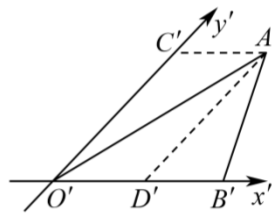
第 2 题

3. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $B = 120^\circ$ ， $AC = \sqrt{19}$ ， $AB = 2$ ，则 $BC =$ （ ▲ ）

- A. 5 B. 3 C. $\sqrt{2}$ D. 1

4. 如图， $\triangle O'A'B'$ 是水平放置的 $\triangle OAB$ 用斜二测画法画出的直观图（图中虚线分别与 x' 轴和 y' 轴平行）， $O'B' = 2O'D' = 6$ ， $O'C' = 8$ ，则 $\triangle OAB$ 的面积为（ ▲ ）

- A. $8\sqrt{2}$ B. $12\sqrt{2}$ C. 24 D. 48



第 4 题

5. 在 $\triangle ABC$ 中，设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$ ， $\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{DC}$ ， $\overrightarrow{AE} = 4\overrightarrow{ED}$ ，则 $\overrightarrow{BE} =$ （ ▲ ）

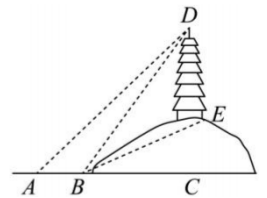
- A. $\frac{11}{15}\vec{a} - \frac{8}{15}\vec{b}$ B. $\frac{1}{3}\vec{a} - \frac{8}{15}\vec{b}$ C. $-\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{8}{15}\vec{b}$ D. $-\frac{11}{15}\vec{a} + \frac{8}{15}\vec{b}$

6. 下面关于空间几何体的叙述：①底面是正多边形的棱锥是正棱锥；②有两个面互相平行，其余各面都是梯形的多面体是棱台；③正四棱柱都是长方体；④直角三角形以其直角边所在直线为轴旋转一周形成的几何体是圆锥；

⑤平行六面体是六棱柱. 其中叙述正确的有（ ▲ ）

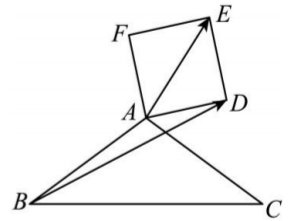
- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

7. 为了测量某一塔 ED 的高，小明在山下 A 处测得塔尖点 D 的仰角为 45° ，再沿 AC 方向前进 24.4 米到达山脚点 B ，测得塔尖点 D 的仰角为 60° ，塔底点 E 的仰角为 30° ，那么此塔高约为 (▲) ($\sqrt{3} \approx 1.7$, $\sqrt{2} \approx 1.4$)



第 7 题

8. 如图， $\triangle ABC$ 中， $\angle C = \frac{\pi}{4}$ ， $AC = 2$, $BC = \sqrt{6} + \sqrt{2}$. 在 $\triangle ABC$ 所在的平面内，有一个边长为 1 的正方形 $ADEF$ 绕点 A 按逆时针方向旋转 (不少于 1 周)，则 $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{DB}$ 的取值范围是 (▲)



第 8 题

A. $[-5, 5]$ B. $[-5, 3]$ C. $[-3, 3]$ D. $[-3, 5]$

二、选择题 (本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分。)

9. 已知 $\vec{a} = (3, -1)$ ， $\vec{b} = (1, 2)$ ，则下列结论中正确的是 (▲)

- A. $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{17}$
 B. \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角余弦值为 $\frac{\sqrt{2}}{5}$
 C. 与 \vec{b} 同向共线的单位向量是 $\left(\frac{\sqrt{5}}{5}, \frac{2\sqrt{5}}{5}\right)$
 D. 向量 \vec{a} 在向量 \vec{b} 上的投影向量为 $\left(\frac{1}{5}, \frac{2}{5}\right)$

10. 在 $\triangle ABC$ 中，内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，下列说法中正确的是 (▲)

- A. 若 $\sin 2A = \sin 2B$ ，则 $\triangle ABC$ 为等腰三角形
 B. 若 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 2$, $a = 2$ ，则 $b^2 + c^2 = 8$
 C. 若 $\triangle ABC$ 为锐角三角形，则 $\sin A > \cos B$
 D. 若 $b = 8$, $c = 10$, $B = \frac{\pi}{3}$ ，则 $\triangle ABC$ 解的个数为 2

浙考神墙750

11. 在意大利，有一座满是“斗笠”的灰白小镇阿尔贝罗贝洛，这些圆锥形屋顶的奇特小屋名叫 Trulli，于 1996 年被收入世界文化遗产名录。现测量一个 Trulli 的屋顶，得到圆锥 SO (其中 S 为顶点， O 为底面圆心)，母线 SA 的长为 6m， C 是母线 SA 上靠近点 S 的三等分点。从点 A 到点 C 绕屋顶侧面一周安装灯光带，灯光带的最小长度为 $2\sqrt{13}$ m。下面说法正确的是 (▲)

- A. 圆锥 SO 的侧面积为 $12\pi \text{m}^2$
 B. 过点 S 的平面截此圆锥所得截面面积最大值为 $8\sqrt{2} \text{m}^2$

C. 圆锥 SO 的外接球的表面积为 $72\pi m^2$

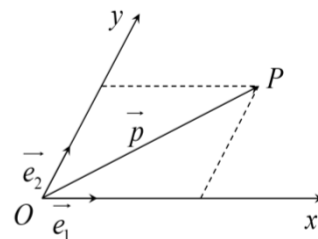
D. 棱长为 $\sqrt{3}m$ 的正四面体在圆锥 SO 内可以任意转动

第 II 卷（非选择题，共 92 分）

三、填空题（本题共 3 小题，每小题 5 分，共计 15 分.）

12. 已知 i 是虚数单位，则 $|2 + i^2 + 2i^3| = \underline{\hspace{2cm} \blacktriangle \hspace{2cm}}$.

13. 如图，设 Ox, Oy 是平面内相交成 60° 角的两条数轴， \vec{e}_1, \vec{e}_2 分别是与 x 轴、 y 轴正方向同向的单位向量. 若向量 $\vec{p} = \overrightarrow{OP} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$ ，则把有序数对 (x, y) 叫做向量 \vec{p} 在斜坐标系 Oxy 中的坐标. 设向量 \vec{a}, \vec{b} 在斜坐标系 Oxy 中的坐标分别为 $(2, 1), (-3, 2)$ ，则 $\vec{a} \cdot \vec{b} = \underline{\hspace{2cm} \blacktriangle \hspace{2cm}}$.



第 13 题

14. 在 $\triangle ABC$ 中，内角 A, B, C 对应的边分别为 a, b, c ，若 $2\sin^2 C = \sin^2 A + \sin^2 B$ ，则 $\frac{a}{b}$ 的取值范围为 $\underline{\hspace{2cm} \blacktriangle \hspace{2cm}}$.

四、解答题（本题共 5 小题，共计 77 分. 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤.）

15. （本题满分 13 分）

已知平面向量 $\vec{a} = (1, -3), \vec{b} = (2, x), \vec{c} = (-3, x+5)$.

(I) 若 $\vec{a} \perp (\vec{a} + \vec{b})$ ，求 $|\vec{b}|$ ；

(II) 若 $(\vec{a} + \vec{b}) \parallel \vec{c}$ ，求向量 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角.

16. （本题满分 15 分）

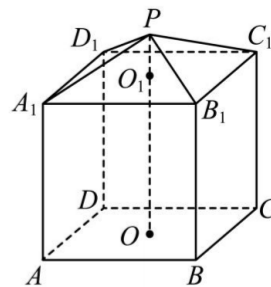
已知复数 $z = 1 + mi$ (i 是虚数单位， $m \in R$)，且 $\bar{z} \cdot (3 + i)$ 为纯虚数.

(I) 设复数 $z_1 = \frac{m+2i}{1-i}$ ，求 $|z_1|$ ；

(II) 设复数 $z_2 = \frac{a-i^{2025}}{z}$ ，且复数 z_2 所对应的点在第一象限，求实数 a 的取值范围.

17. (本题满分 15 分)

现需要设计一个仓库，由上、下两部分组成，如图所示，上部分的形状是正四棱锥 $P-A_1B_1C_1D_1$ ，下部分的形状是正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ ，要求正四棱柱的高 O_1O 是正四棱锥的高 PO_1 的 4 倍.



第 17 题

(I) 若 $AB=6\text{m}$, $PO_1=2\text{m}$, 则仓库的容积 (含上下两部分) 是多少?

(II) 若上部分正四棱锥的侧棱长为 6m , 当 PO_1 为多少时, 下部分的正四棱柱侧面积最大, 最大面积是多少?

18. (本题满分 17 分)

在① $(\sin A - \sin C)\sin(A+B) = \sin^2 A - \sin^2 B$, ② $\sqrt{3}\sin B \cos B - \frac{1}{2}\cos 2B = 1$,

③ $b \cos C = a - \frac{\sqrt{3}}{3}c \sin B$ 这三个条件中任选一个, 补充在下面问题中, 并解答问题.

已知 a, b, c 是 $\triangle ABC$ 的三个内角 A, B, C 的对边, 且_____.

(I) 求 B ;

(II) 若 $b=2$, 求锐角 $\triangle ABC$ 的周长的取值范围.

19. (本题满分 17 分)

对于三维向量 $\vec{a}_k = (x_k, y_k, z_k) (x_k, y_k, z_k \in \mathbb{N}, k=0, 1, 2, \dots)$, 定义“ F 变换”: $\vec{a}_{k+1} = F(\vec{a}_k)$,

其中 $x_{k+1} = |x_k - y_k|, y_{k+1} = |y_k - z_k|, z_{k+1} = |z_k - x_k|$. 记 $\langle \vec{a}_k \rangle = x_k \cdot y_k \cdot z_k$, $\|\vec{a}_k\| = x_k + y_k + z_k$.

(I) 若 $\vec{a}_0 = (3, 1, 2)$, 求 $\langle \vec{a}_2 \rangle$ 及 $\|\vec{a}_2\|$;

(II) 已知 $\vec{a}_1 = (p, 2, q) (q \geq p)$, $\|\vec{a}_1\| = 2024$,

(i) 求 p, q 的值;

(ii) 将 \vec{a}_1 再经过 m 次 F 变换后, $\|\vec{a}_m\|$ 最小, 求 m 的最小值.