

诚信关乎个人一生，公平竞争赢得尊重。

以下行为是严重作弊行为，学校将给予留校察看或开除学籍处分：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.团伙作弊。

中国矿业大学 2019~2020 学年第 二 学期

《高等数学 A4》模拟试卷

考试时间：100 分钟

考试方式：闭 卷

学院_____ 班级_____ 姓名_____ 学号_____

题号	一	二	三	四	总分
得分					
阅卷人					

一、填空题（每小题 5 分，共 20 分）

1、设 L 为 $x^2 + y^2 = 9$ ，则 $\vec{F} = (2xy - 2y)\vec{i} + (x^2 - 4x)\vec{j}$ 按 L 的逆时针方向运动一周所作的功为_____。

2、方程 $x''(t) + 2x'(t) + x(t) = 0$ 的通解为_____。

3、设曲面 Σ 是球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 2z$ ， $\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$ 是 Σ 上的点的外法向量的方向余弦，则 $\oiint_{\Sigma} (x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma) dS =$ _____。

4、将 $f(x) = \frac{1}{(1-2x)(1-3x)}$ 展成 x 的幂级数的收敛半径为_____。

二、选择题（每小题 5 分，共 20 分）

1、设级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛，则必收敛的级数为()

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{u_n}{n}$; (B) $\sum_{n=1}^{\infty} (u_{2n-1} - u_{2n})$; (C) $\sum_{n=1}^{\infty} u_n^2$; (D) $\sum_{n=1}^{\infty} (u_n + u_{n+1})$.

2、设 Σ 为 $z = 2 - (x^2 + y^2)$ 在 xOy 平面上方部分的曲面，则 $\iint_{\Sigma} dS =$ ()

(A) $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\rho} \sqrt{1+4\rho^2} \rho d\rho$; (B) $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^2 \sqrt{1+4\rho^2} \rho d\rho$;
(C) $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^2 (2-\rho^2) \sqrt{1+4\rho^2} \rho d\rho$; (D) $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\sqrt{2}} \sqrt{1+4\rho^2} \rho d\rho$;

3、下列级数中，发散的为 ()

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{[(2n-1)+2]^3}$; (B) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{9^n}$; (C) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n - 2}$; (D) $\sum_{n=1}^{\infty} n \left(\frac{2}{3}\right)^n$.

诚信关乎个人一生，公平竞争赢得尊重。

以下行为是严重作弊行为，学校将给予留校察看或开除学籍处分：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.团伙作弊。

4、对于级数 $\sum_{n=1}^{\infty} [\frac{(-1)^n}{n^p} + \frac{1}{n^{3-p}}]$ ，下列结论正确的是（ ）

- (A) 当 $p > 0$ 时，级数收敛； (B) 当 $p > 1$ 时，级数收敛；
(C) 当 $0 < p < 2$ 时，级数绝对收敛； (D) 当 $1 < p < 2$ 时，级数绝对收敛。

三、计算题（每小题 7 分，共 42 分）

1、计算曲线积分 $\int_L \frac{y^2}{\sqrt{R^2 + x^2}} dx + [4x + 2y \ln(x + \sqrt{R^2 + x^2})] dy$ ，其中 L 为圆周

$x^2 + y^2 = R^2$ ($R > 0$) 上由 $A(R,0)$ 到 $B(-R,0)$ 上半周一段弧。

2、设曲线 $y = f(x)$ 经过原点和点 $M(1,2)$ ，且满足二阶微分方程 $y'' + \frac{2}{1-y}(y')^2 = 0$ ，试求 $f(x)$ 。

3、计算曲面积分 $\iint_{\Sigma} y^2 dS$ ，其中 $\Sigma = \{(x, y, z) | x + y + z = 1, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$ 。

诚信关乎个人一生，公平竞争赢得尊重。

以下行为是严重作弊行为，学校将给予留校察看或开除学籍处分：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.团伙作弊。

4、求级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{x^{2n}}{2n-1}$ 的和函数.

5、设级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ 收敛，证明 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{|a_n|}{n}$ 也收敛

6、设 Σ 为锥面 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ ($0 \leq z \leq 1$) 的下侧，计算 $\iint_{\Sigma} xdydz + 2ydzdx + 3(z-1)dxdy$.

诚信关乎个人一生，公平竞争赢得尊重。

以下行为是严重作弊行为，学校将给予留校察看或开除学籍处分：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.团伙作弊。

四、综合题（本题共 2 小题， 每小题 9 分，满分 18 分）

1、 设函数 $\varphi(y)$ 具有连续导数，在围绕原点的任意分段光滑简单闭曲线 L 上，曲线积分

$\oint_L \frac{\varphi(y)dx + 2xydy}{2x^2 + y^4}$ 的值恒为同一常数.

(1) 证明：对右半平面 $x > 0$ 内任意分段光滑简单闭曲线 C ，有 $\oint_C \frac{\varphi(y)dx + 2xydy}{2x^2 + y^4} = 0$.

(2) 求函数 $\varphi(y)$ 的表达式.

2、设 $f(x)$ 连续，且满足 $f(x) = e^x + \int_0^x t f(t)dt - x \int_0^x f(t)dt$ ，求 $f(x)$ 的表达式.