

# 电工技术与电子技术 (上)

## 第2章 电路的分析方法

中国矿业大学信电学院



## 第2章 电路的分析方法

- 2.1 电阻串并联联接的等效变换
- 2.2\* 电阻 Y- $\Delta$  联接的等效变换
- 2.3 电压源与电流源及其等效变换
- 2.4 支路电流法
- 2.5 结点电压法
- 2.6 叠加原理
- 2.7 戴维宁定理与诺顿定理
- 2.8\* 受控源电路的分析
- 2.9 非线性电阻电路的分析

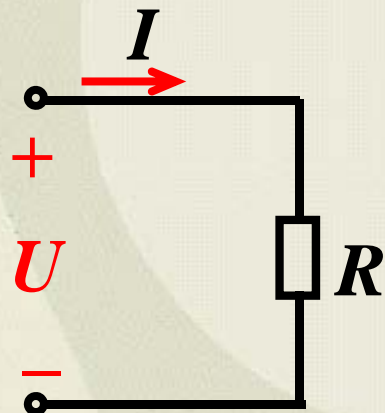
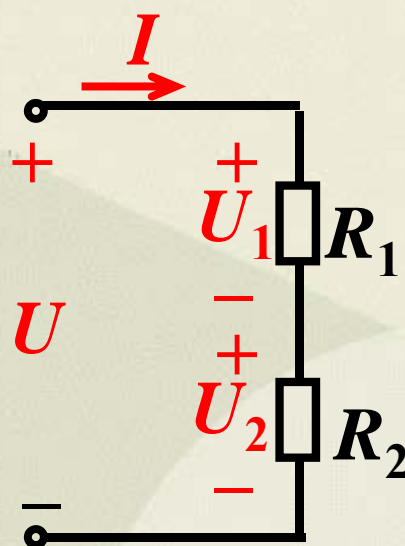
## 第2章 电路的分析方法

要求:

- 1、掌握支路电流法、节点电压法、叠加原理和戴维宁定理等电路的基本分析方法。
- 2、了解实际电源的两种模型及其等效变换。
- 3、了解受控源的概念。

## 2.1 电阻串联与并联

### 2.1.1 电阻的串联



特点:

- 1) 各电阻一个接一个地顺序相联;
- 2) 各电阻中通过同一电流;
- 3) 等效电阻等于各电阻之和。

$$R = R_1 + R_2$$

- 4) 串联电阻上电压的分配与电阻成正比。

两电阻串联时的分压公式:

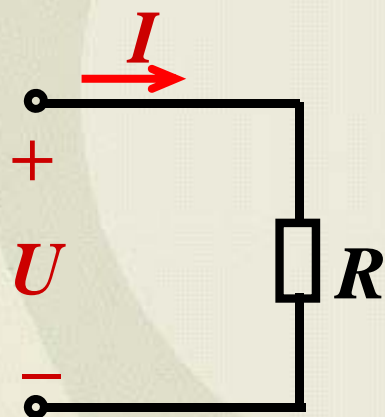
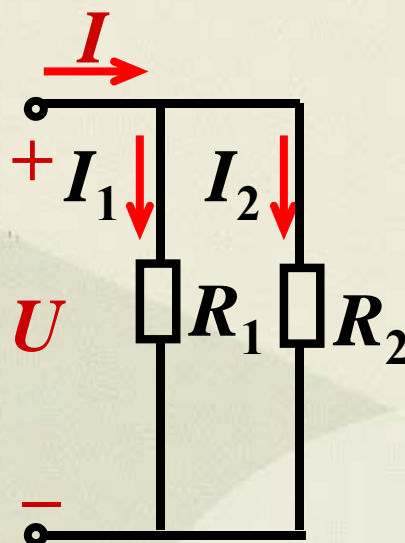
$$U_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U \quad U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U$$

应用: 降压、限流、调节电压等。





## 2.1.2 电阻的并联



特点:

- 1) 各电阻联接在两个公共的结点之间;
- 2) 各电阻两端的电压相同;
- 3) 等效电阻的倒数等于各电阻倒数之和;

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

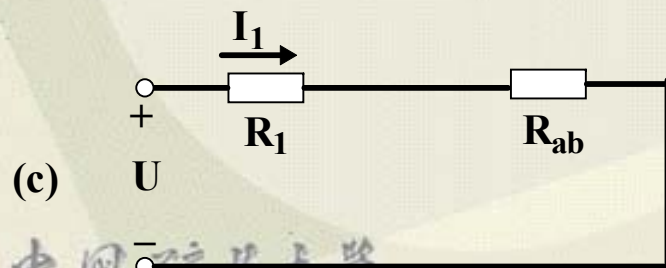
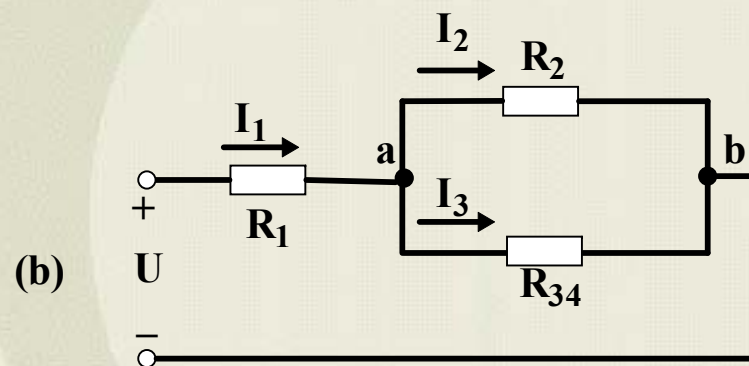
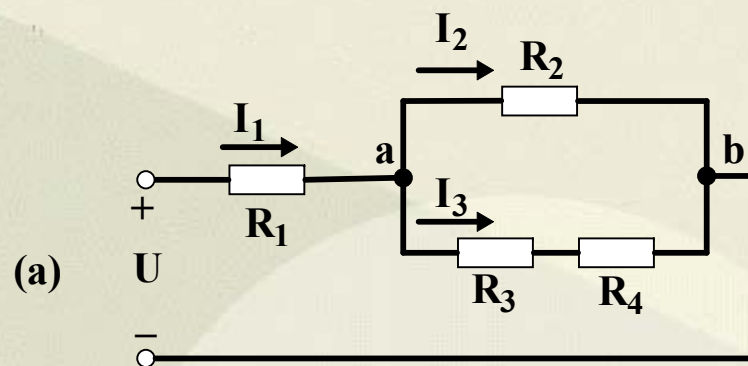
- 4) 并联电阻上电流的分配与电阻成反比。

两电阻并联时的分流公式:

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I \quad I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I$$

应用: 分流、调节电流等。

例1.图 (a) 是一复联 (串联和并联) 电路, 其中  $R_1=10\Omega$ ,  $R_2=5\Omega$ ,  $R_3=2\Omega$ ,  $R_4=3\Omega$ , 电源电压  $U=125V$ , 试求电流  $I_1$ 。

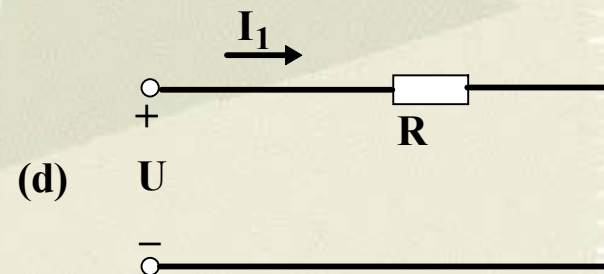


$$(1) R_{34} = R_3 + R_4 = 5\Omega$$

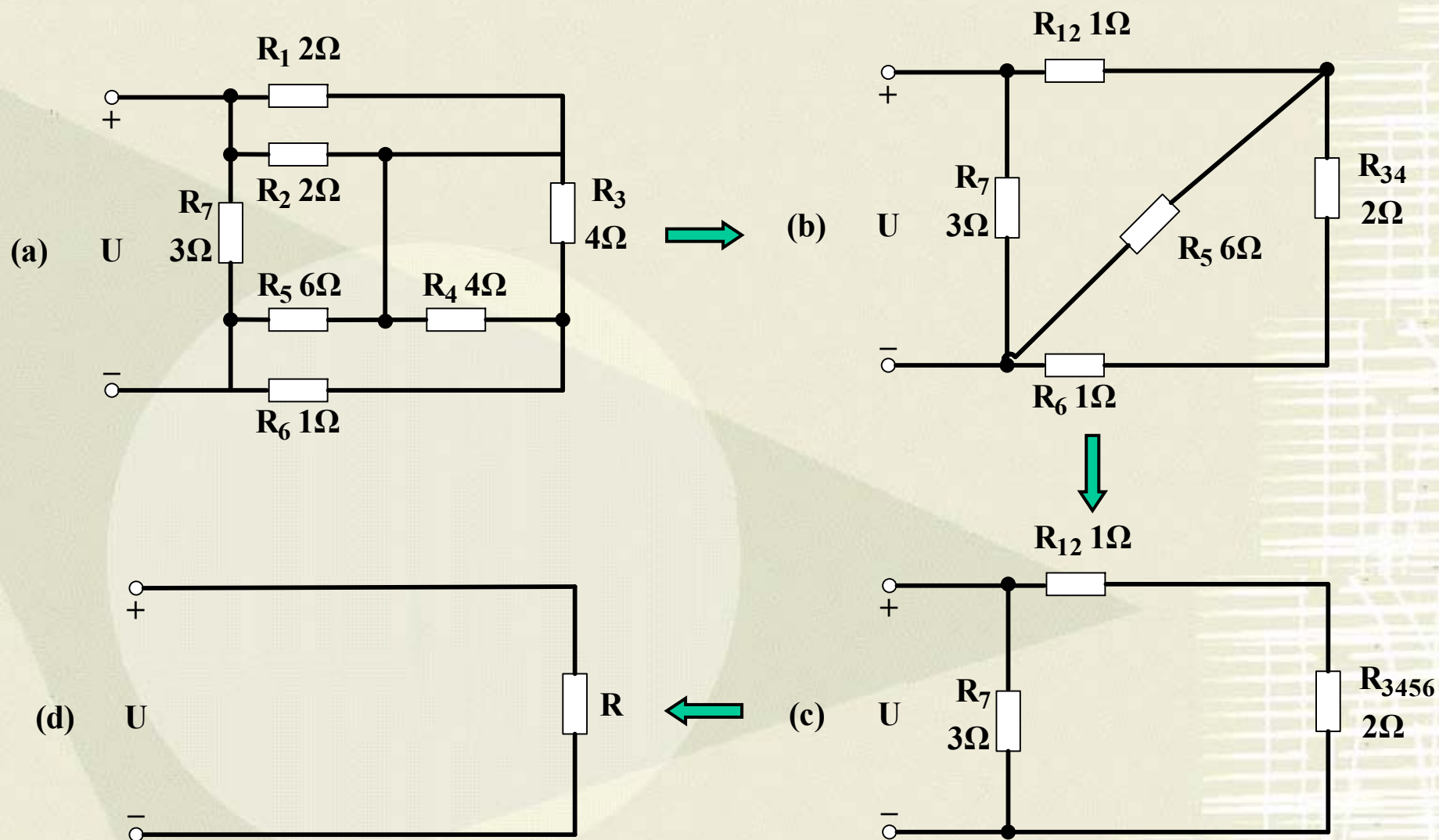
$$(2) R_{ab} = \frac{R_2 R_{34}}{R_2 + R_{34}} = 2.5\Omega$$

$$(3) R = R_1 + R_{ab} = 12.5\Omega$$

$$(4) I_1 = \frac{U}{R} = 10\text{ A}$$

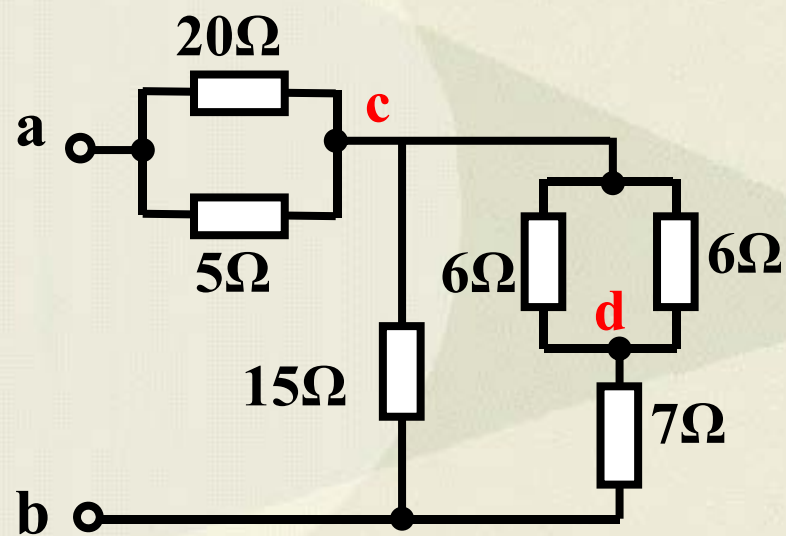
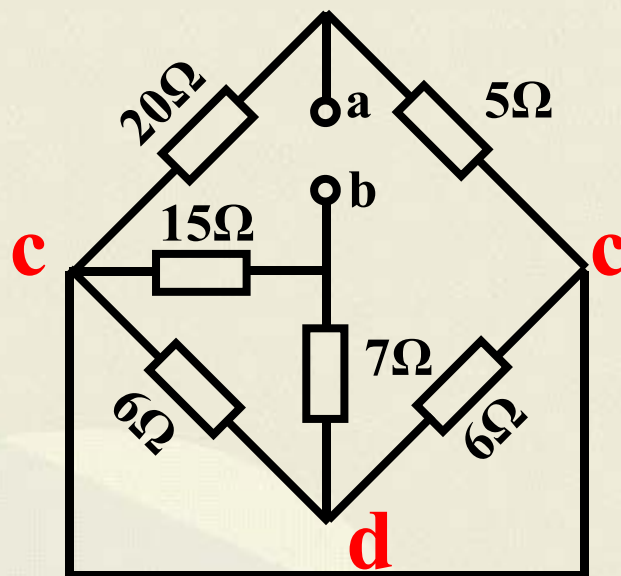


## 例2. 计算图中所示电阻电路的等效电阻 $R$ 。



$$R = 1.5\Omega$$

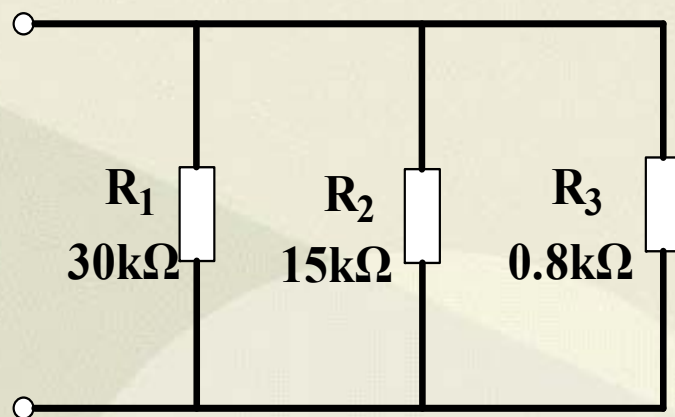
例3. 求 $R_{ab}$



$$R_{ab} = 10\Omega$$



## 例4. 计算图中所示电阻并联电路的等效电阻R。

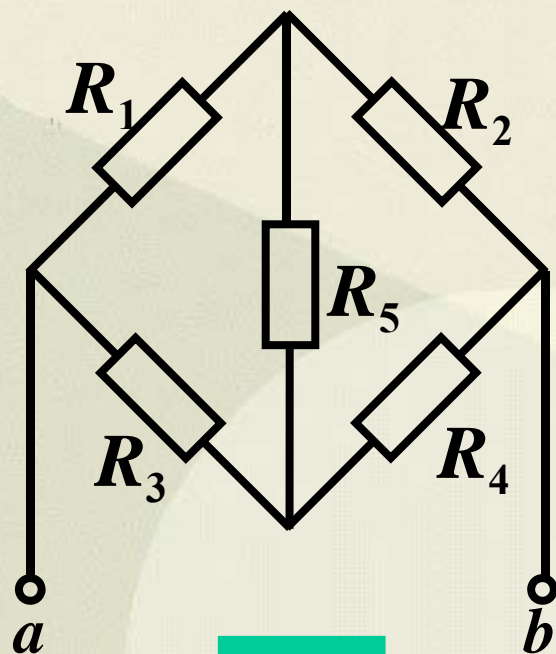


$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = 1.35$$

$$R = \frac{1}{1.35} = 0.74k\Omega \approx 0.8k\Omega$$

有时不需要精确计算，只要求估算。阻值相差很大的两个电阻串联，小电阻的分压作用常可忽略不计；如果是并联，则大电阻的分流作用常可忽略不计。在本例中，因 $R_1 \gg R_3$ ， $R_2 \gg R_3$ ，所以 $R_1$ 和 $R_2$ 的分流作用可忽略不计。可将等效电阻估算为 $0.8k\Omega$ 。

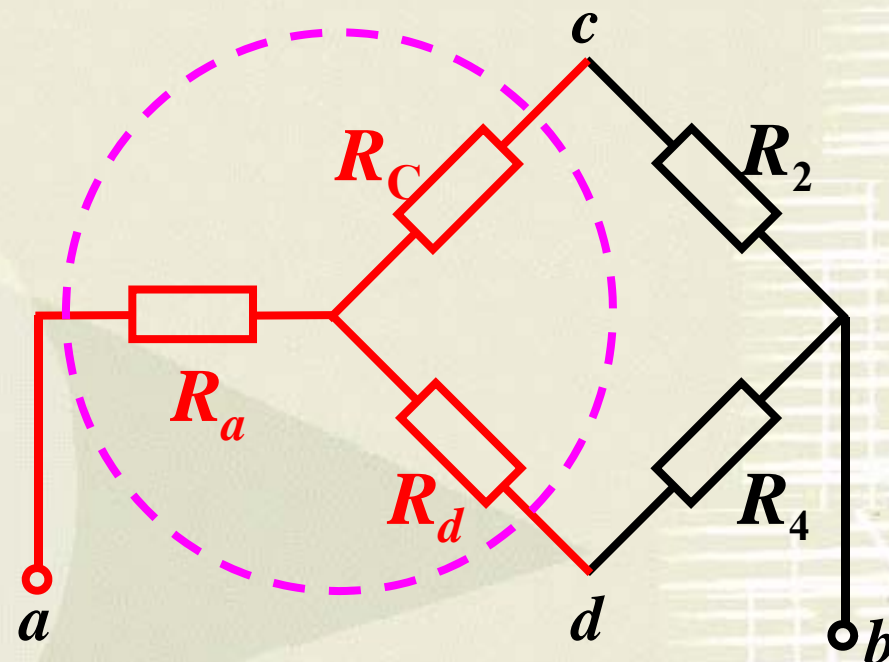
## 2.2 电阻的星形联结与三角形联结的等效变换



如何求 $R_{ab}$ ?

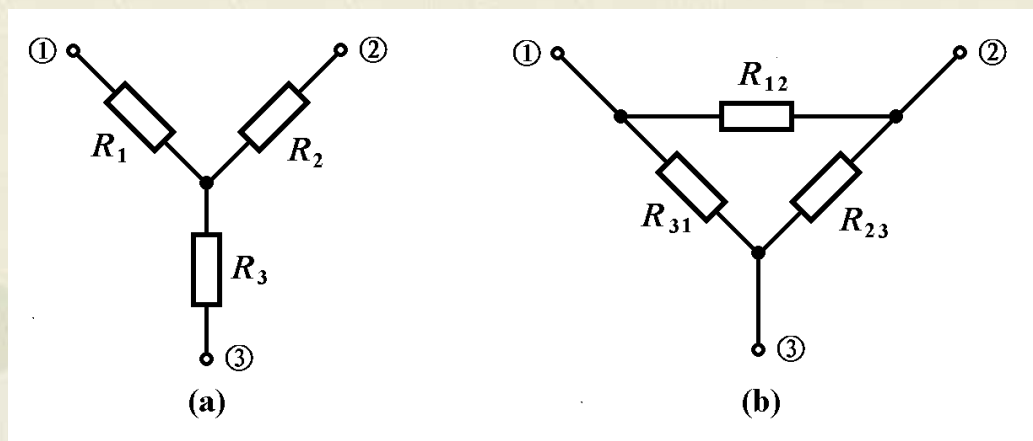


用 $R_a$ 、 $R_c$ 、 $R_d$ 构成的Y  
连接替代 $R_1$ 、 $R_3$ 、 $R_5$ △  
电路，即可求得 $R_{ab}$



或者也可用△替代Y

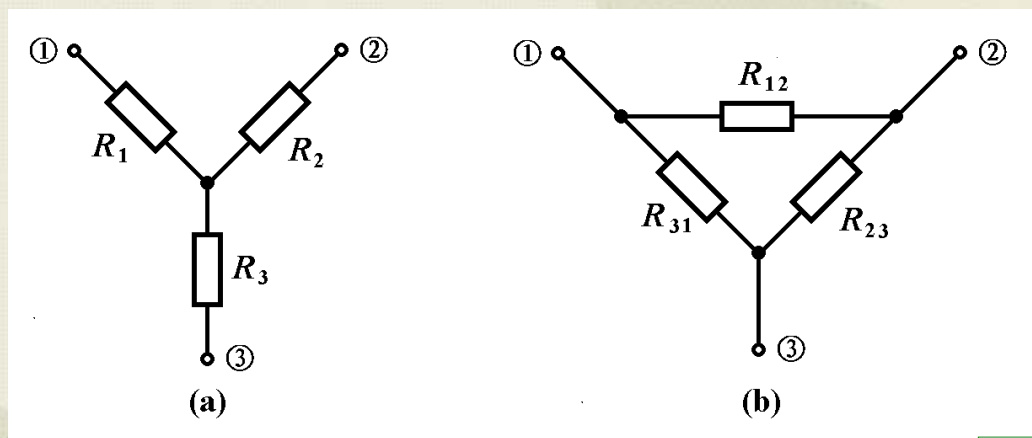
## 2.2 电阻的星形连接与三角形连接的等效变换



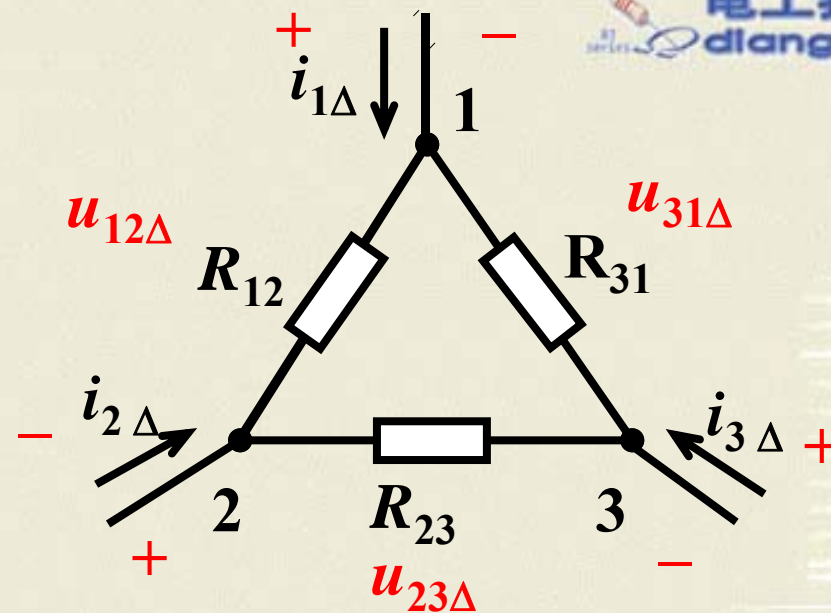
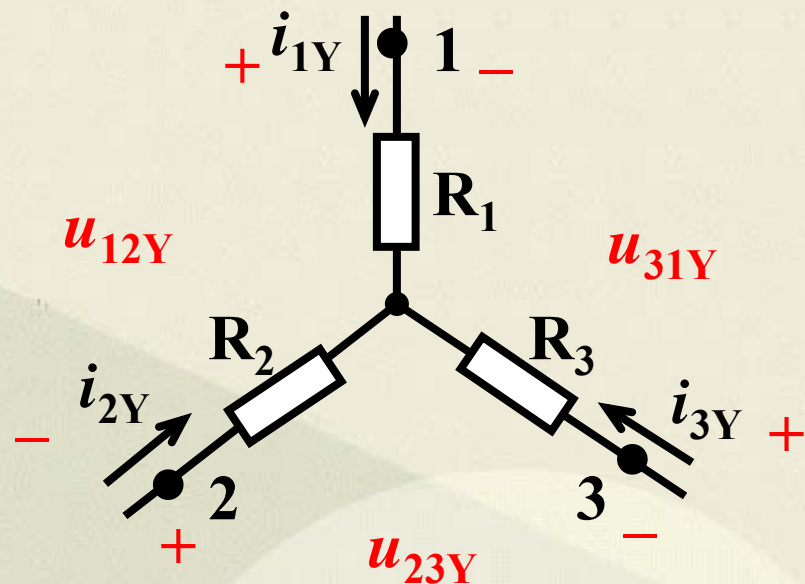
电阻的星形连接:将三个电阻的一端连在一起, 另一端分别与外电路的三个结点相连, 就构成星形连接, 又称为Y形连接, 如图 (a)所示。

电阻的三角形连接:将三个电阻首尾相连, 形成一个三角形, 三角形的三个顶点分别与外电路的三个结点相连, 就构成三角形连接, 又称为 $\Delta$ 形连接, 如图(b)所示。

电阻的星形连接和电阻的三角形连接是一种电阻三端网络，电阻三端网络的特性是由端口电压电流关系来表征的，当两个电阻三端网络的电压电流关系完全相同时，称它们为等效的电阻三端网络。将电路中某个电阻三端网络用它的等效电阻三端网络代替时，不会影响端口和电路其余部分的电压和电流。







## Y-Δ变换的等效条件

等效的条件:

$$i_{1\Delta} = i_{1Y}$$

$$u_{12\Delta} = u_{12Y}$$

$$i_{2\Delta} = i_{2Y}$$

$$u_{23\Delta} = u_{23Y}$$

$$i_{3\Delta} = i_{3Y}$$

$$u_{31\Delta} = u_{31Y}$$

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= \frac{R_{31}R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \\ R_2 &= \frac{R_{12}R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \\ R_3 &= \frac{R_{23}R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \end{aligned} \right\} (2-1)$$

电阻三角形连接等效变换为电阻星形连接的公式为

$$R_i = \frac{\text{接于}i\text{端两电阻之乘积}}{\Delta\text{形三电阻之和}}$$

当 $R_{12}=R_{23}=R_{31}=R_{\Delta}$ 时，有

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_Y = \frac{1}{3} R_{\Delta}$$

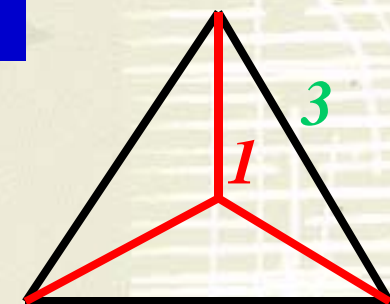
$$\left. \begin{aligned} R_{12} &= \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_3} \\ R_{23} &= \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_1} \\ R_{31} &= \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_2} \end{aligned} \right\} \quad (2-2)$$

电阻星形联结等效变换为电阻三角形联结的公式为

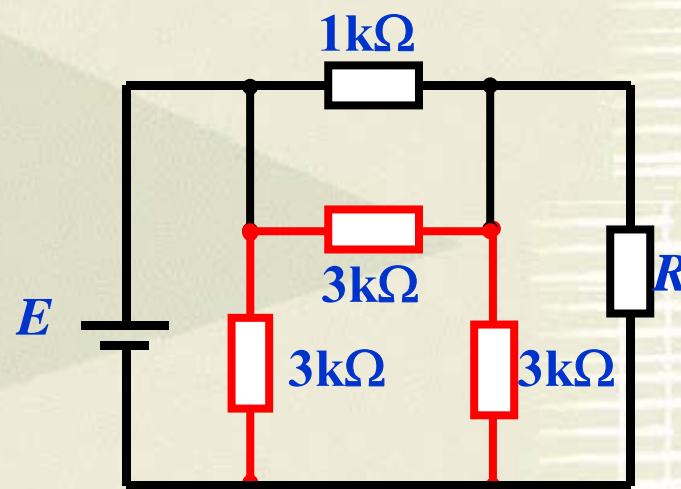
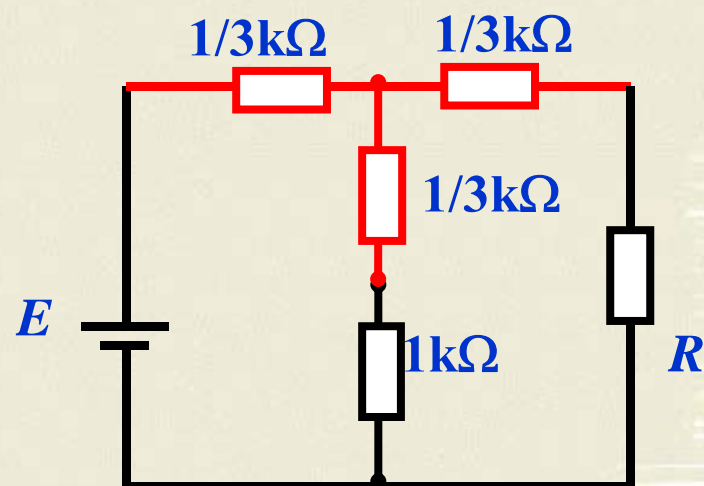
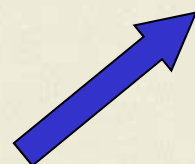
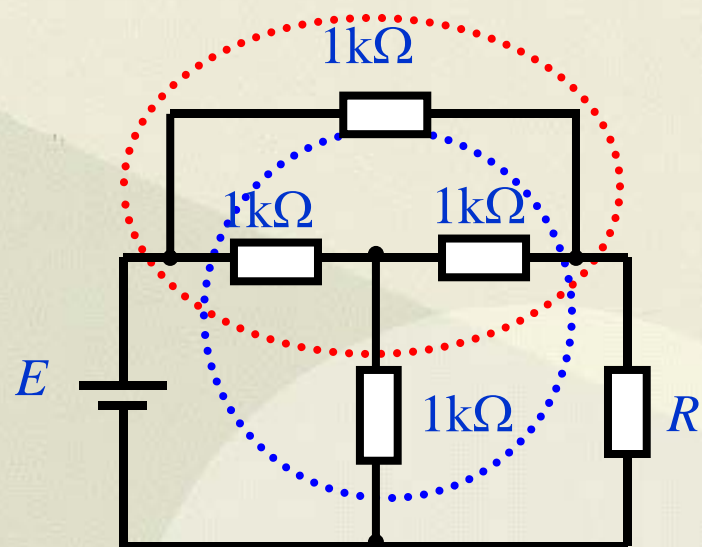
$$R_{mn} = \frac{\text{Y形电阻两两乘积之和}}{\text{不与} mn \text{端相连的电阻}}$$

当 $R_1 = R_2 = R_3 = R_Y$ 时，有

$$R_{12} = R_{23} = R_{31} = R_{\Delta} = 3R_Y$$



# 例. 桥 T 电路

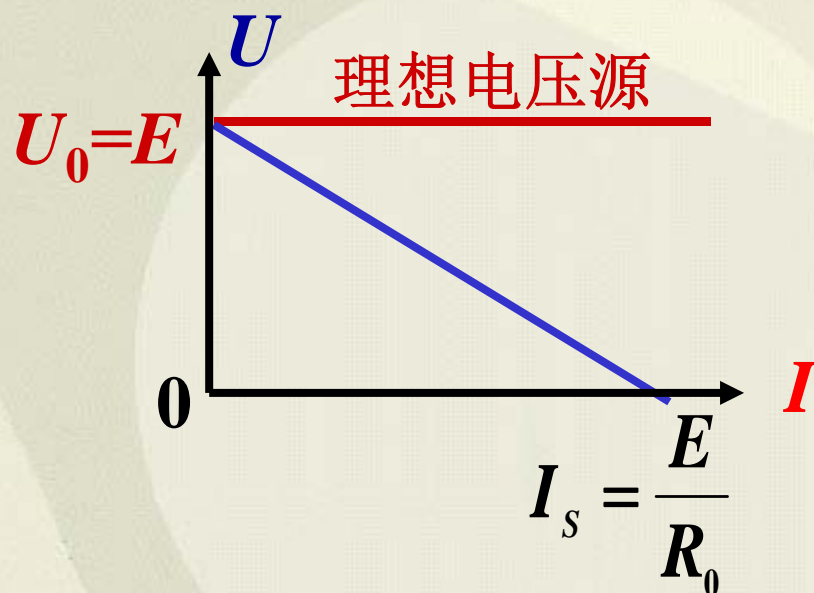




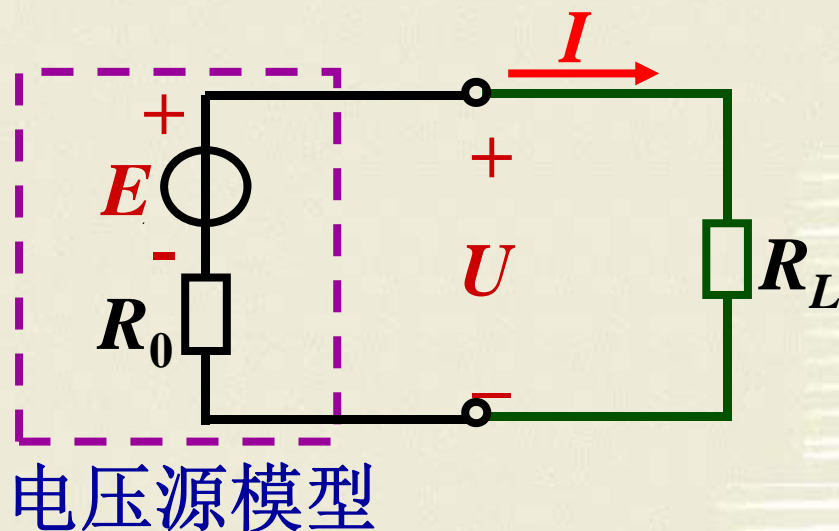
## 2.3 电源的两种模型及其等效变换

### 2.3.1 电压源

电压源是由电动势  $E$  和内阻  $R_0$  串联的电源的电路模型。



电压源的外特性



由上图电路可得:

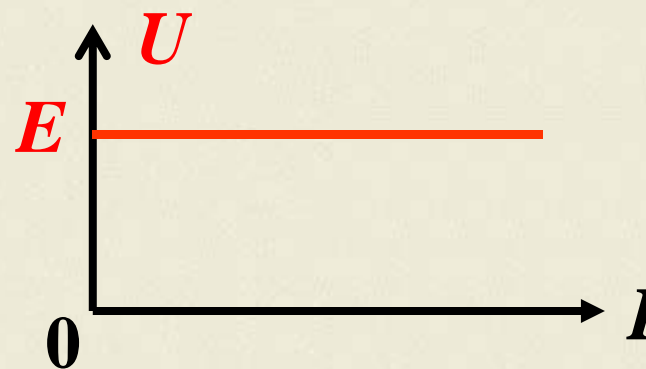
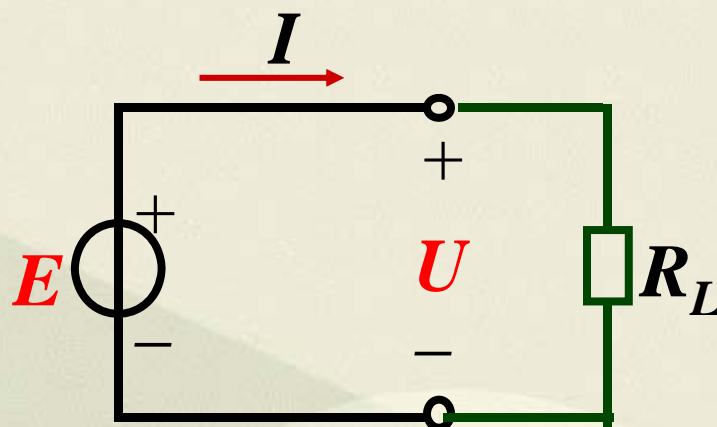
$$U = E - IR_0$$

若  $R_0 = 0$

理想电压源:  $U \equiv E$

若  $R_0 \ll R_L$ ,  $U \approx E$ , 可近似认为是理想电压源。

## 理想电压源（恒压源）



外特性曲线

特点：(1) 内阻  $R_0 = 0$

(2) 输出电压是一定值，恒等于电动势。  
对直流电压，有  $U \equiv E$ 。

(3) 恒压源中的电流由外电路决定。

例1：设  $E = 10 \text{ V}$ ，接上  $R_L$  后，恒压源对外输出电流。

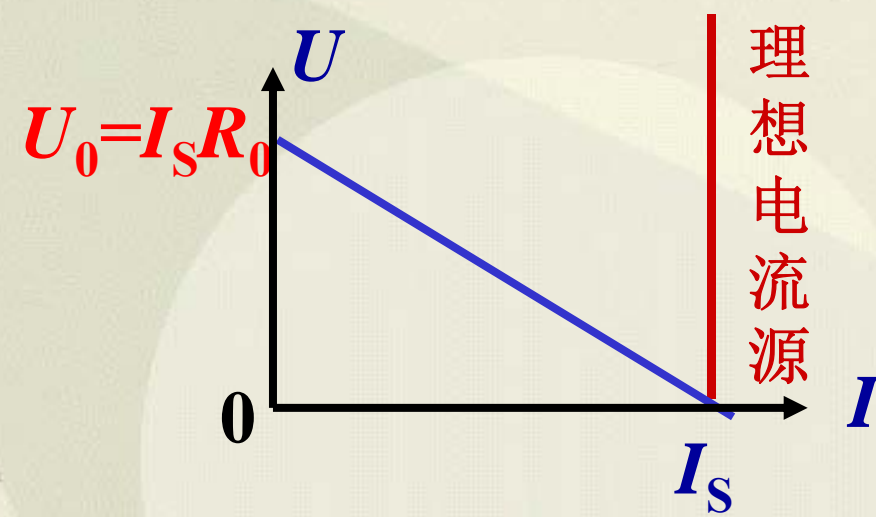
当  $R_L = 1 \Omega$  时，  $U = 10 \text{ V}$ ，  $I = 10 \text{ A}$

当  $R_L = 10 \Omega$  时，  $U = 10 \text{ V}$ ，  $I = 1 \text{ A}$

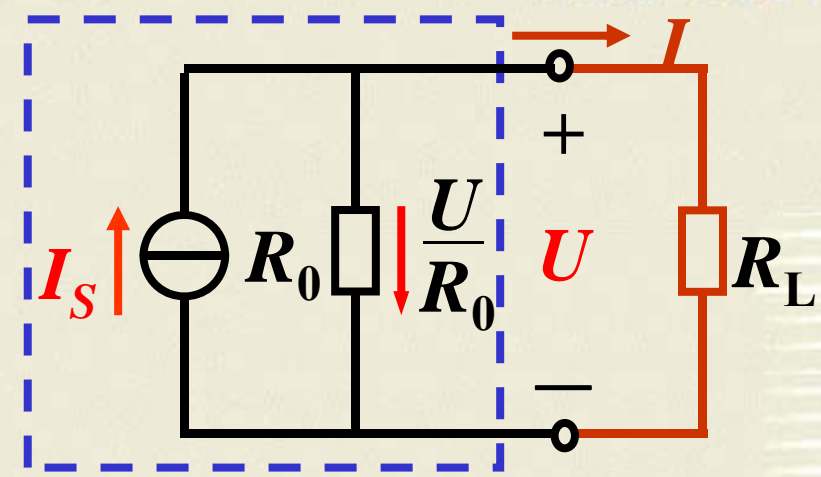
电压恒定，电  
流随负载变化

## 2.3.2 电流源

电流源是由电流  $I_S$  和内阻  $R_0$  并联的电源的电路模型。



电流源的外特性



电流源模型

由上图电路可得：

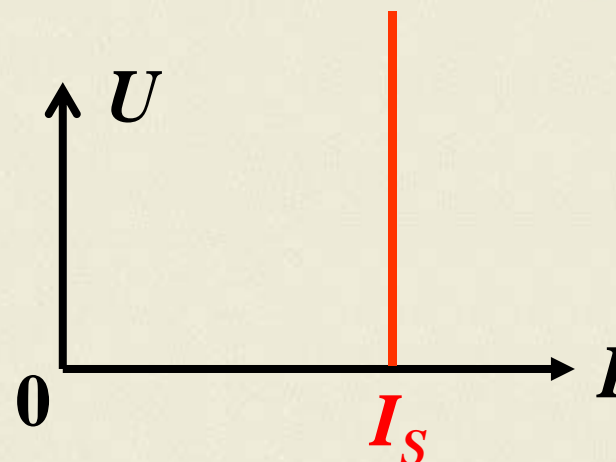
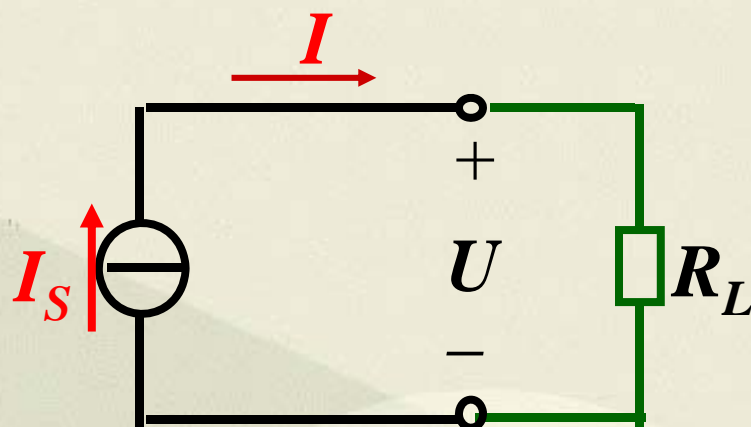
$$I = I_S - \frac{U}{R_0}$$

若  $R_0 = \infty$

理想电流源： $I \equiv I_S$

若  $R_0 \gg R_L$ ， $I \approx I_S$ ，可近似认为是理想电流源。

## 理想电流源（恒流源）



外特性曲线

- 特点：
- (1) 内阻  $R_0 = \infty$  ；
  - (2) 输出电流是一定值，恒等于电流  $I_s$  ；
  - (3) 恒流源两端的电压  $U$  由外电路决定。

设  $I_s = 10 \text{ A}$ ，接上  $R_L$  后，恒流源对外输出电流。

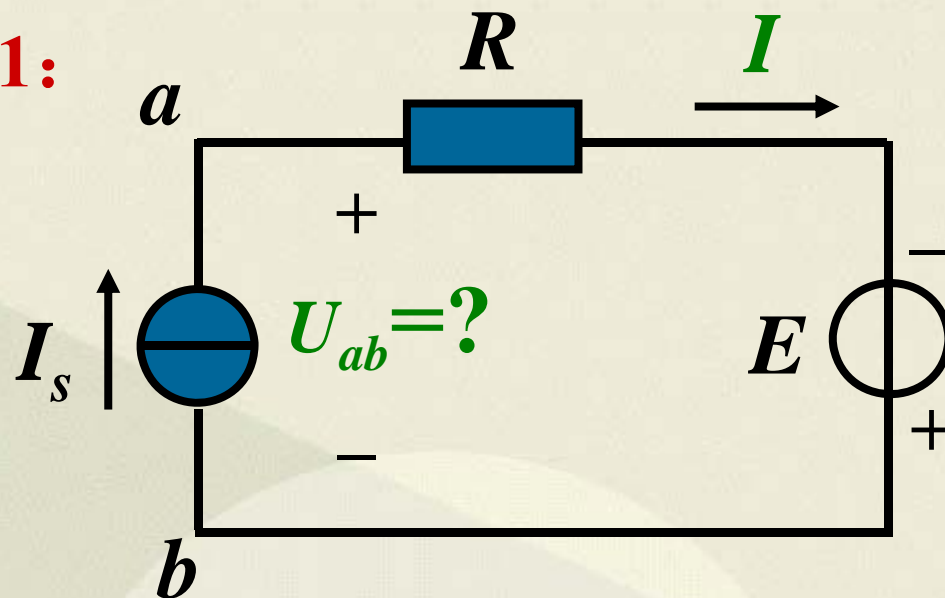
当  $R_L = 1 \Omega$  时，  $I = 10 \text{ A}$ ，  $U = 10 \text{ V}$

当  $R_L = 10 \Omega$  时，  $I = 10 \text{ A}$ ，  $U = 100 \text{ V}$

电流恒定，电压随负载变化。



例1:



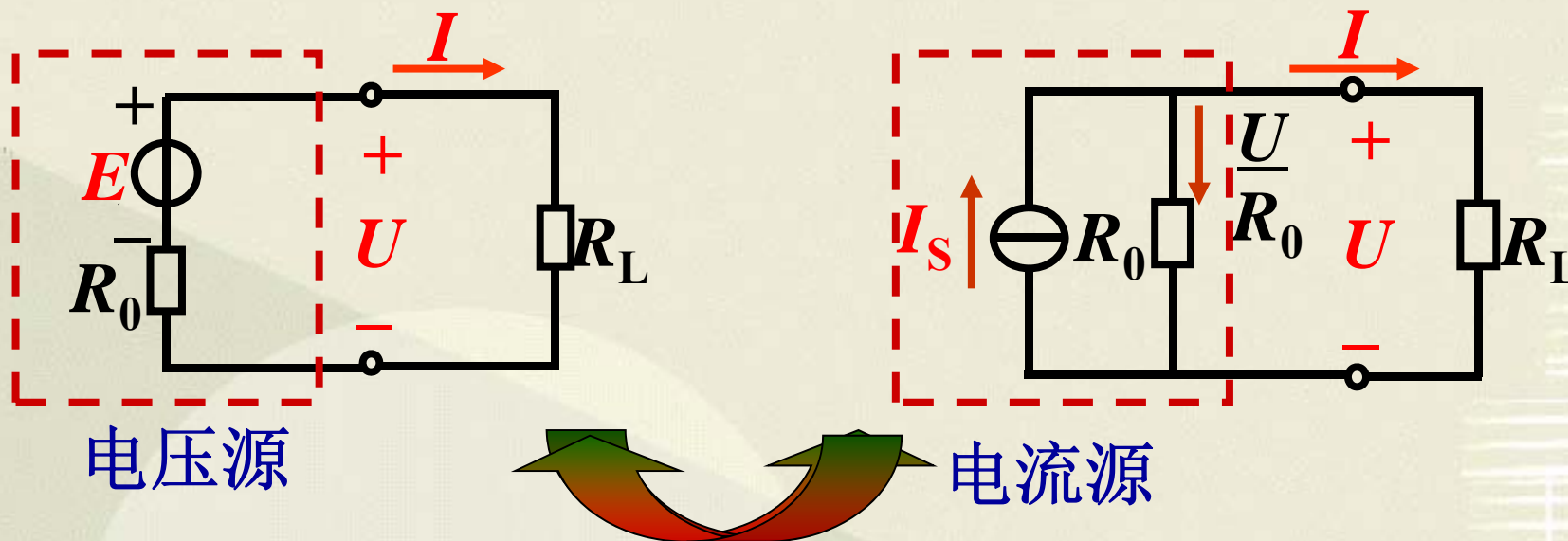
电压源中的电流  
如何决定？电流  
源两端的电压等  
于多少？

原则:  $I_s$  不能变,  $E$  不能变。

电压源中的电流  $I = I_s$

恒流源两端的电压？

### 2.3.3 电压源与电流源的等效变换



由图a:

$$U = E - IR_0$$

由图b:

$$U = I_S R_0 - IR_0$$

等效变换条件:

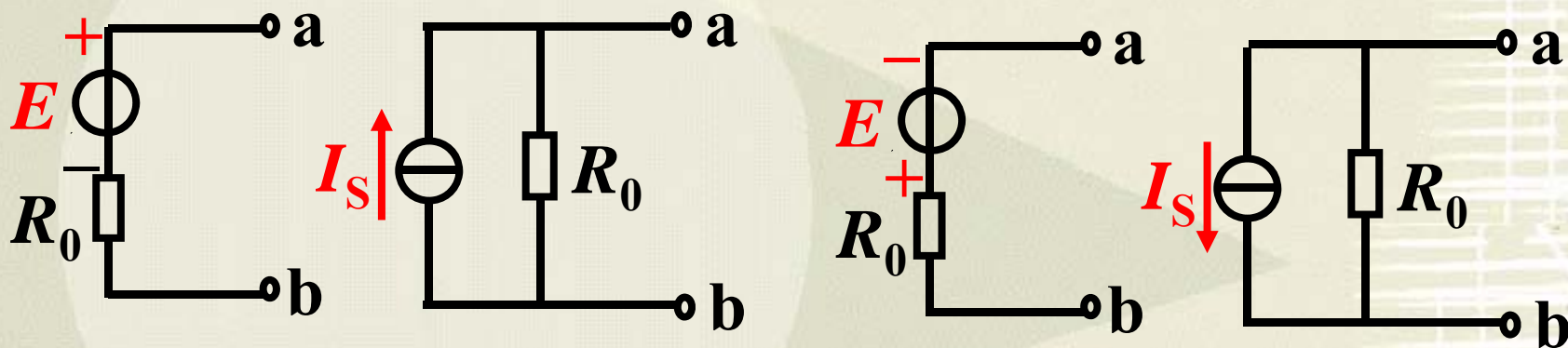
$$\begin{cases} E = I_S R_0 \\ I_S = \frac{E}{R_0} \end{cases}$$

## 注意事项:

1) 等效变换是对外电路等效对内不等效。

例：当 $R_L = \infty$ 时，电压源的内阻 $R_0$ 中不损耗功率，而电流源的内阻 $R_0$ 中则损耗功率。

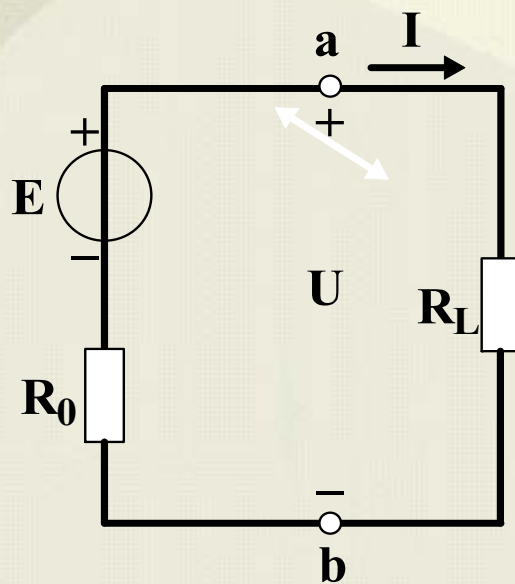
2) 等效变换时，两电源的参考方向要一一对应。



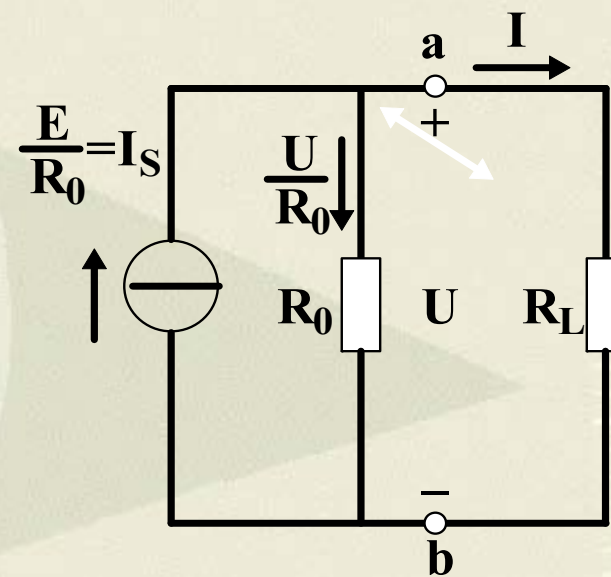
3) 理想电压源与理想电流源之间不能等效。

例1：有一直流发电机， $E=230V$ ， $R_0=1\Omega$ ，当负载电阻 $R_L=22\Omega$ 时，用电源的两种电路模型分别求电压 $U$ 和电流 $I$ ，并计算电源内部的损耗功率和内阻压降，看是否也相等？

解：下图所示的是电压源电路和电流源电路。



(a)



(b)



## (1) 计算电压U和电流I

在图 (a) 中 
$$I = \frac{E}{R_L + R_0} = \frac{230}{22 + 1} = 10\text{A}$$

$$U = R_L I = 22 \times 10 = 220\text{V}$$

在图 (b) 中 
$$I = \frac{R_0}{R_L + R_0} I_s = \frac{1}{22 + 1} \times \frac{230}{1} = 10\text{A}$$

$$U = R_L I = 22 \times 10 = 220\text{V}$$

(2) 计算内阻压降和电源内部的损耗功率。

在图 (a) 中  $R_0 I = 1 \times 10 = 10V$

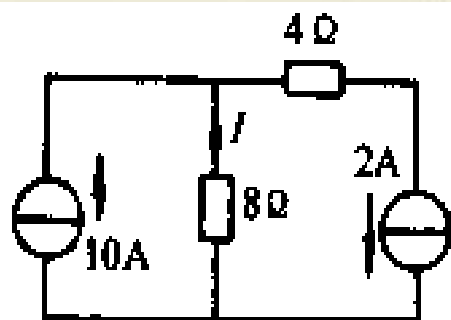
$$\Delta P_0 = R_0 I^2 = 1 \times 10^2 = 100W$$

在图 (b) 中  $\frac{U}{R_0} R_0 = 220V$

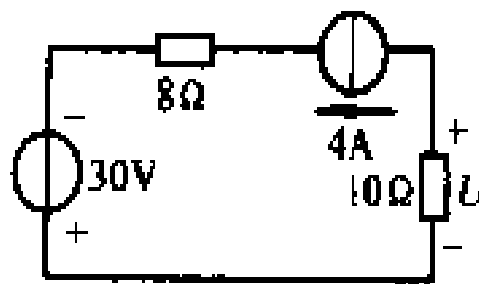
$$\Delta P_0 = \left(\frac{U}{R_0}\right)^2 R_0 = \frac{U^2}{R_0} = \frac{220^2}{1} = 48400W$$

因此，电压源和电流源对外电路讲，相互间是等效的；但对电源内部讲，是不等效的。

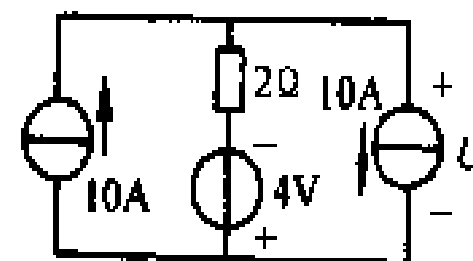
计算图示电路中的 $U$ 和 $I$ 。



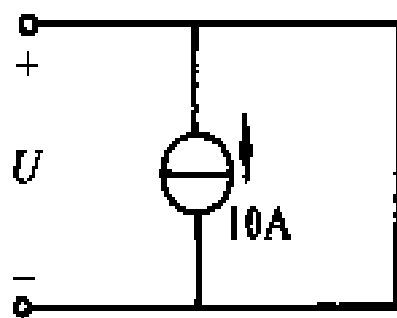
a)



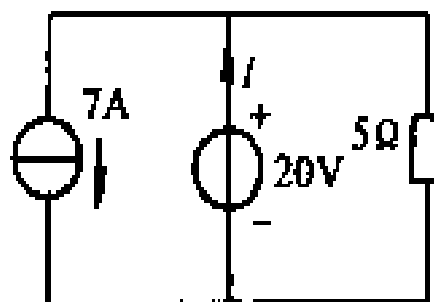
b)



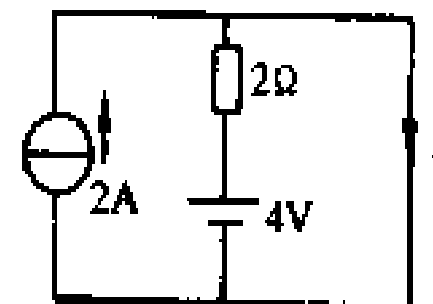
c)



d)

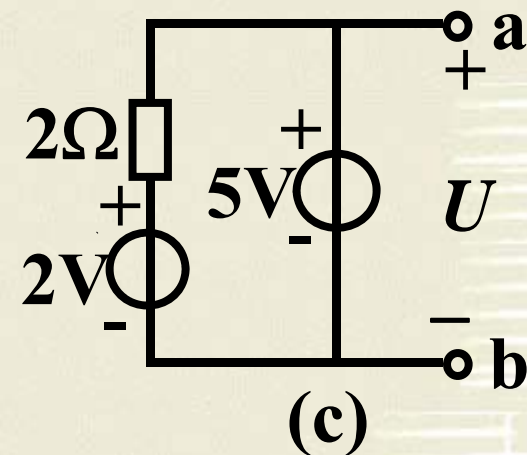
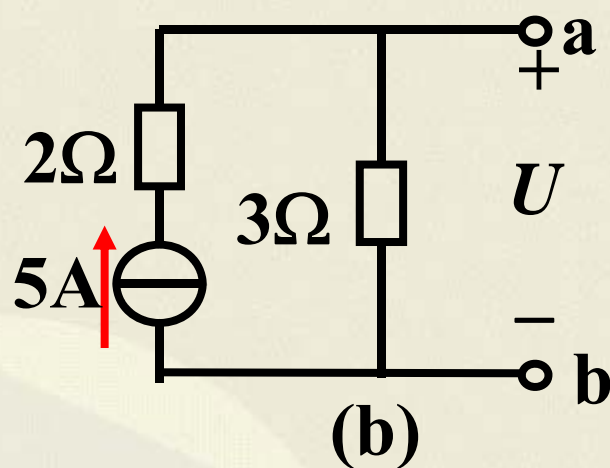
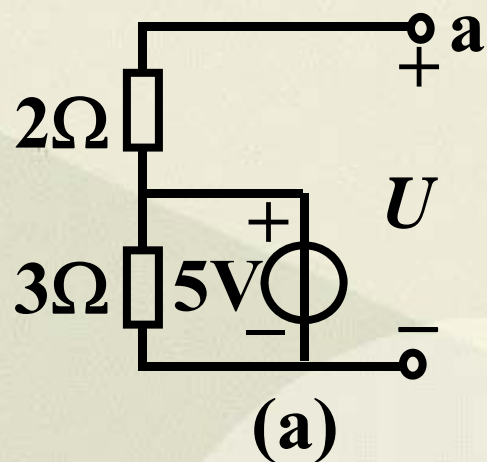


e)

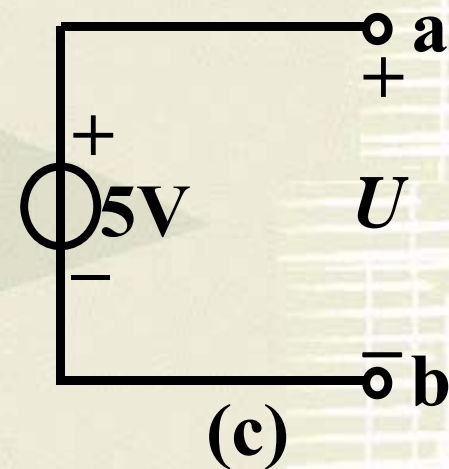
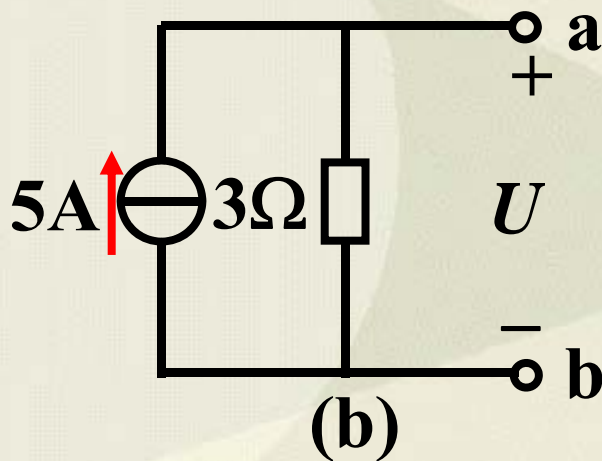
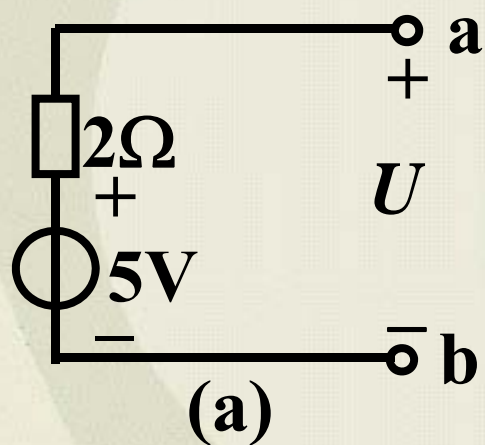


f)

## 例2: 求下列各电路的等效电源

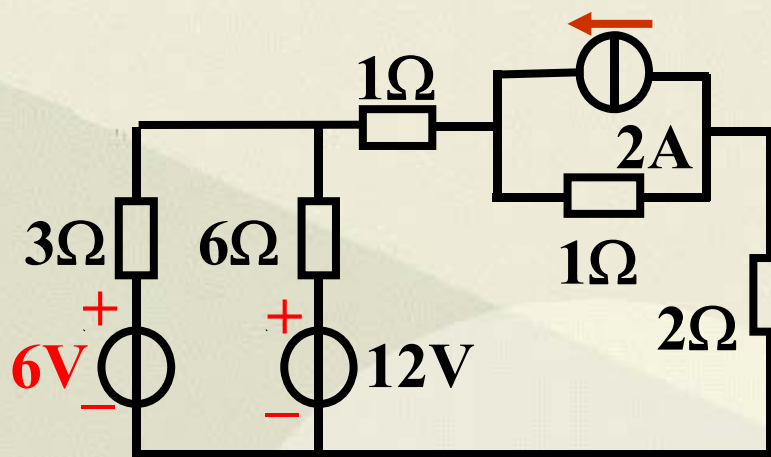


解:



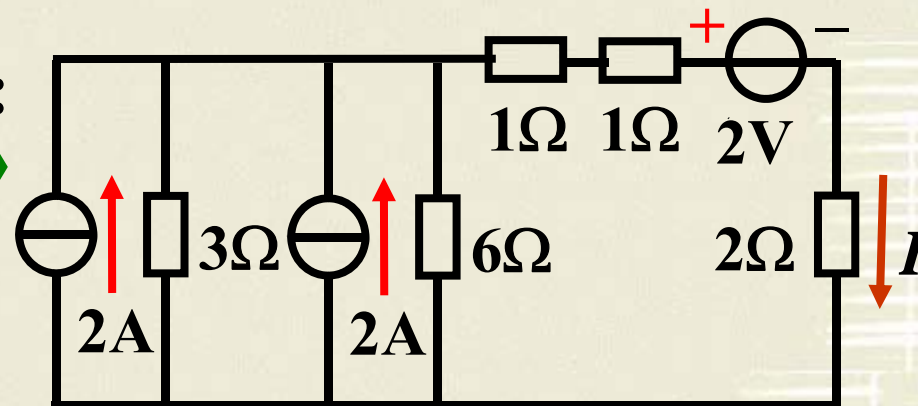


### 例3: 试用电压源与电流源等效变换的方法 计算 $2\Omega$ 电阻中的电流。

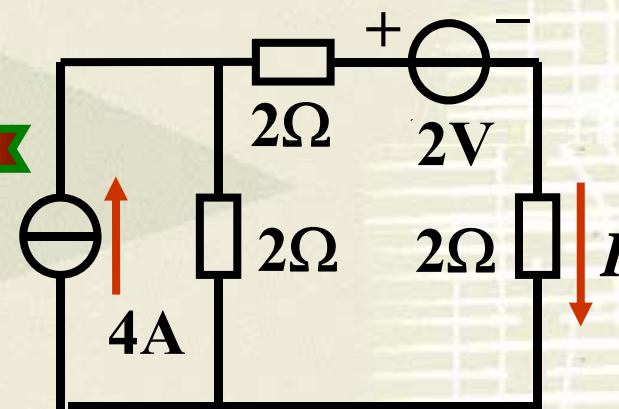


(a)

解:



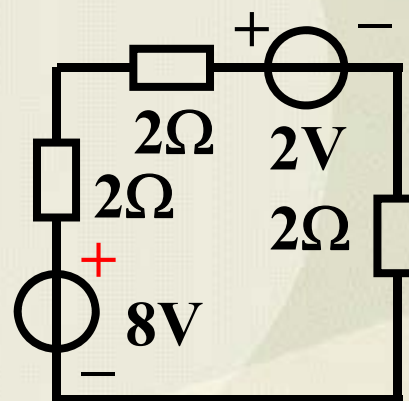
(b)



(c)

由图(d)可得

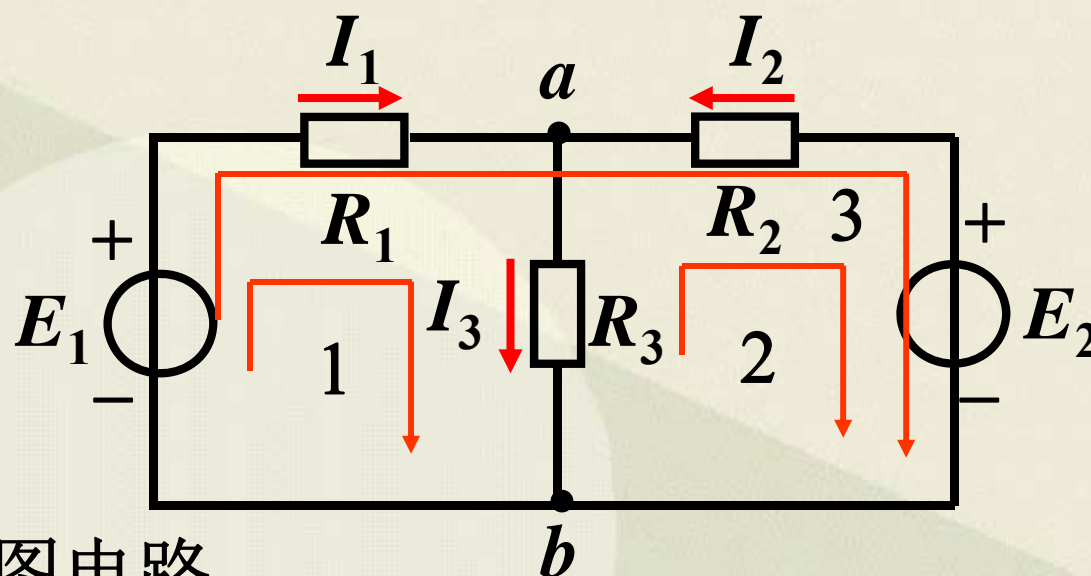
$$I = \frac{8 - 2}{2 + 2 + 2} = 1\text{A}$$



(d)

## 2.4 支路电流法

**支路电流法：**以支路电流为未知量、应用基尔霍夫定律（KCL、KVL）列方程组求解。



对上图电路

支路数：  $b=3$       结点数：  $n=2$

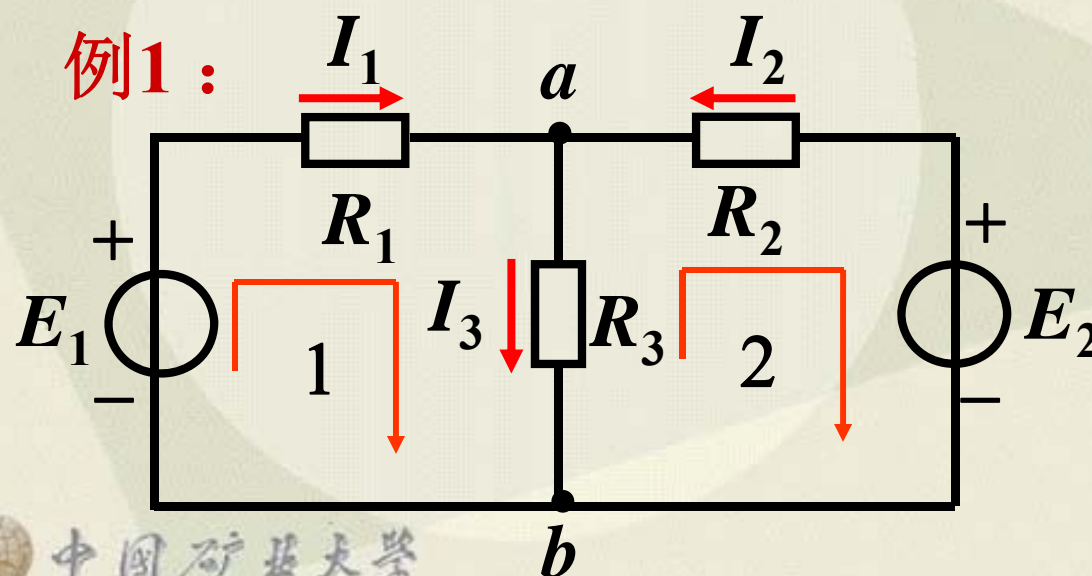
回路数 = 3    单孔回路（网孔）= 2

若用支路电流法求各支路电流应列出三个方程

## 支路电流法的解题步骤:

1. 在图中标出各支路电流的参考方向，对选定的回路标出回路循行方向。
2. 应用 **KCL** 对结点列出  $(n-1)$  个独立的结点电流方程。
3. 应用 **KVL** 对回路列出  $b-(n-1)$  个独立的回路电压方程（通常可取网孔列出）。
4. 联立求解  $b$  个方程，求出各支路电流。

例1:



对结点  $a$ :

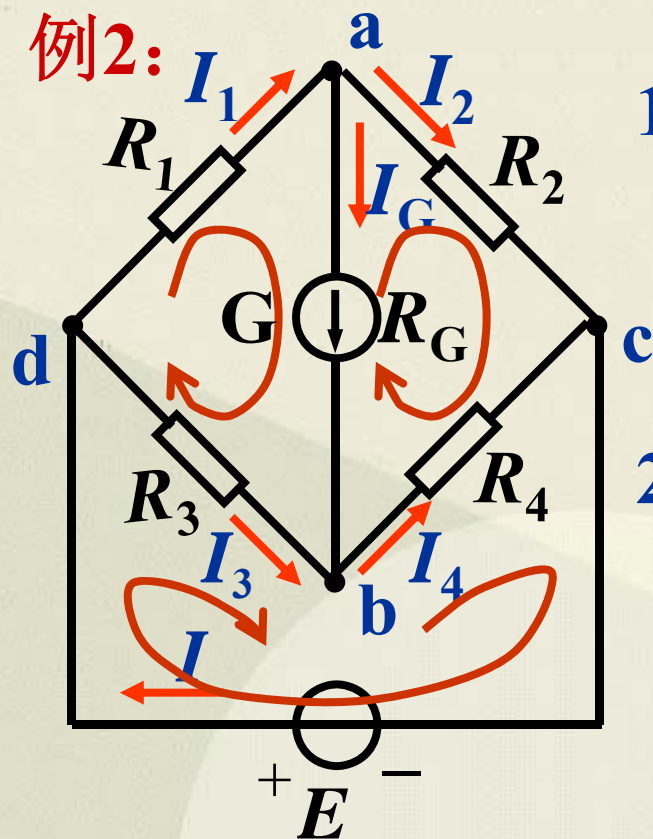
$$I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

对网孔1:

$$I_1 R_1 + I_3 R_3 = E_1$$

对网孔2:

$$I_2 R_2 + I_3 R_3 = E_2$$



试求检流计  
中的电流 $I_G$ 。

因支路数  $b=6$ ,  
所以要列6个方程。

### 1. 应用KCL列 $(n-1)$ 个结点电流方程

对结点 **a**:  $I_1 - I_2 - I_G = 0$

对结点 **b**:  $I_3 - I_4 + I_G = 0$

对结点 **c**:  $I_2 + I_4 - I = 0$

### 2. 应用KVL选网孔列回路电压方程

对网孔**abda**:  $I_G R_G - I_3 R_3 + I_1 R_1 = 0$

对网孔**acba**:  $I_2 R_2 - I_4 R_4 - I_G R_G = 0$

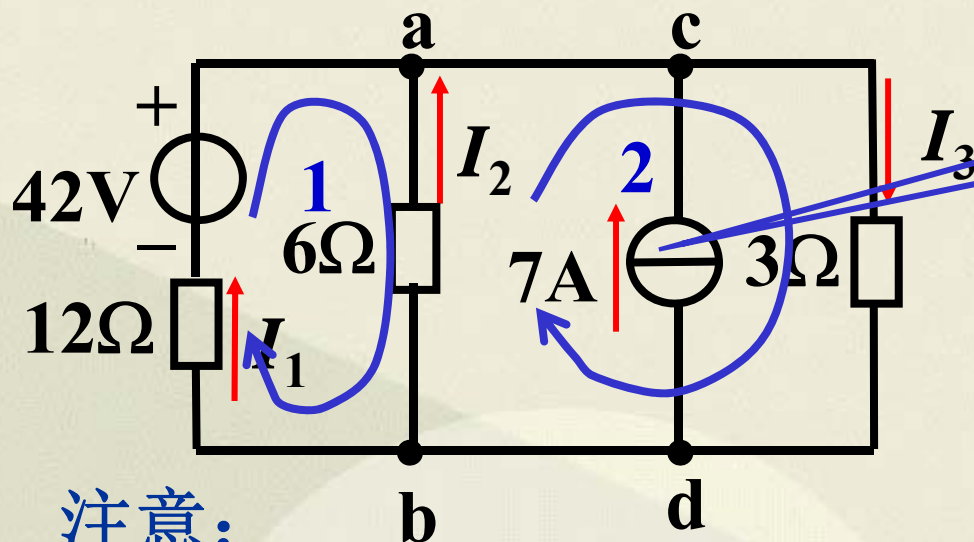
对网孔**bcdb**:  $I_4 R_4 + I_3 R_3 = E$

### 3. 联立解出 $I_G$

支路电流法是电路分析中最基本的方法之一，但当支路数较多时，所需方程的个数较多求解不方便。



**例3：**试求各支路电流。



支路中含有恒流源。

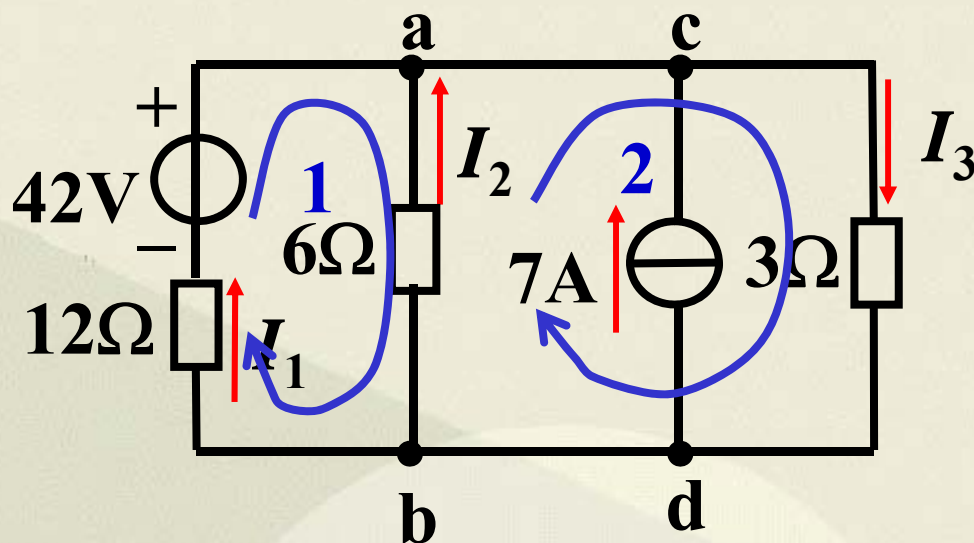
支路数 $b=4$ ，但恒流源支路的电流已知，  
则未知电流只有3个，  
能否只列3个方程？可以。

注意：

1. 当支路中含有恒流源，若在列KVL方程时，所选回路中不包含恒流源支路，这时，电路中有几条支路含有恒流源，则可少列几个KVL方程。

2. 若所选回路中包含恒流源支路，则因恒流源两端的电压未知，所以，有一个恒流源就出现一个未知电压，因此，在此种情况下不可少列KVL方程。

**例3：**试求各支路电流。



支路中含有恒流源。

支路数  $b = 4$ ，但恒流源支路的电流已知，则未知电流只有3个，所以可只列3个方程。

当不需求  $a$ 、 $c$  和  $b$ 、 $d$  间的电流时， $(a, c)$  ( $b, d$ ) 可分别看成一个结点。

1. 应用KCL列结点电流方程

对结点  $a$ :  $I_1 + I_2 - I_3 = -7$

2. 应用KVL列回路电压方程

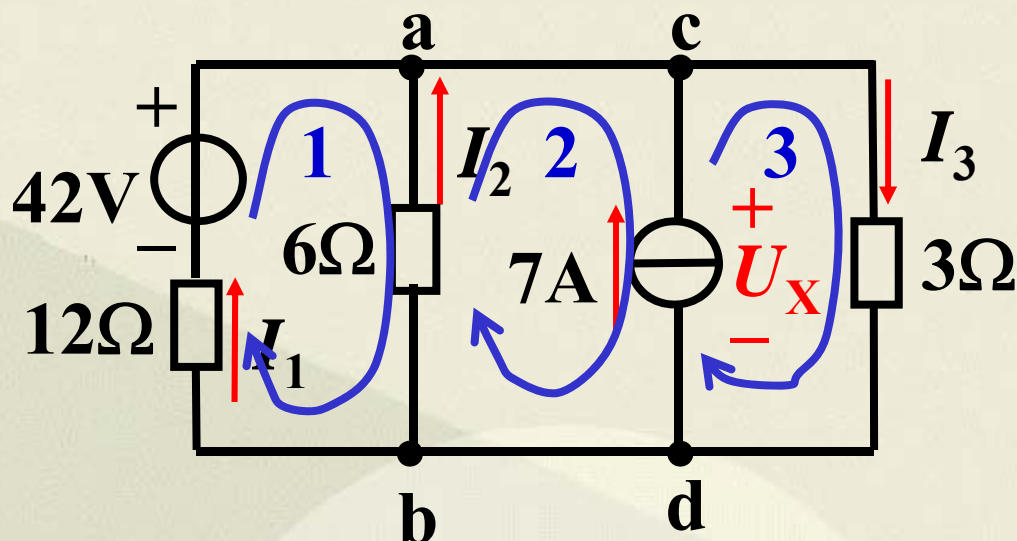
对回路1:  $12I_1 - 6I_2 = 42$

对回路2:  $6I_2 + 3I_3 = 0$

3. 联立解得:  $I_1 = 2A$ ,  $I_2 = -3A$ ,  $I_3 = 6A$

因所选回路不包含恒流源支路，所以，3个网孔列2个KVL方程即可。

**例3：**试求各支路电流。



支路数  $b = 4$ ，且恒流源支路的电流已知。

1. 应用KCL列结点电流方程

对结点 **a**:  $I_1 + I_2 - I_3 = -7$

2. 应用KVL列回路电压方程

对回路**1**:  $12I_1 - 6I_2 = 42$

对回路**2**:  $6I_2 + U_X = 0$

对回路**3**:  $-U_X + 3I_3 = 0$

3. 联立解得:  $I_1 = 2\text{A}$ ,  $I_2 = -3\text{A}$ ,  $I_3 = 6\text{A}$

因所选回路中包含恒流源支路，而恒流源两端的电压未知，所以有3个网孔则要列3个KVL方程。



# 支路电流法小结

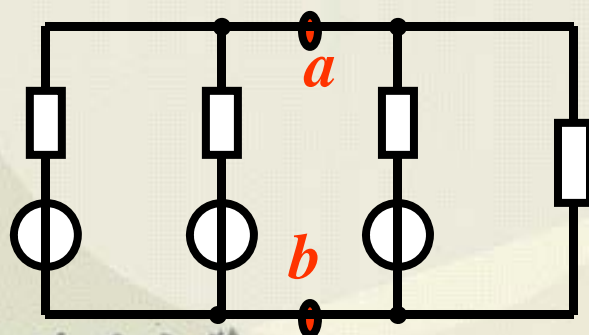
	解题步骤	结论与引申
1	对每一支路假设一未知电流	<p>1. 假设未知数时，正方向可任意选择。</p> <p>2. 原则上，有<math>B</math>个支路就设<math>B</math>个未知数。</p> <p>(恒流源支路除外)</p> <p>例外?</p>
2	列电流方程： 对每个结点有 $\sum I = 0$	<p>若电路有<math>N</math>个结点，</p> <p>则可以列出 <math>(N-1)</math> 个独立方程。</p> <p><math>I_1 \uparrow</math> <math>I_2 \uparrow</math> <math>I_3 \uparrow</math></p>
3	列电压方程： 对每个回路有 $\sum E = \sum U$	<p>1. 未知数=<math>B</math>，已有<math>(N-1)</math>个结点方程，需补足 <math>B - (N-1)</math> 个方程。</p> <p>2. 独立回路的选择：</p> <p><math>\#1</math> <math>\#2</math> <math>\#3</math> 一般按网孔选择</p>
4	解联立方程组	根据未知数的正负决定电流的实际方向。



## 支路电流法的优缺点

**优点：**支路电流法是电路分析中最基本的方法之一。只要根据基尔霍夫定律、欧姆定律列方程，就能得出结果。

**缺点：**电路中支路数多时，所需方程的个数较多，求解不方便。



支路数  $B=4$   
需列4个方程式

## 2.5 结点电压法

结点电压的概念:

任选电路中某一结点为零电位参考点（用  $\perp$  标记），其它各结点对参考点的电压，称为结点电压。

解题思路:

假设一个参考点，令其电位为零，

→ 以其它结点电压为未知数列方程，

→ 解方程求各结点电压，

→ 求各支路的电流或电压。

结点电压法适用于支路数多，结点少的电路。

## 结点电压方程的推导过程(2个结点)

设:

$$V_b = 0 \text{ V}$$

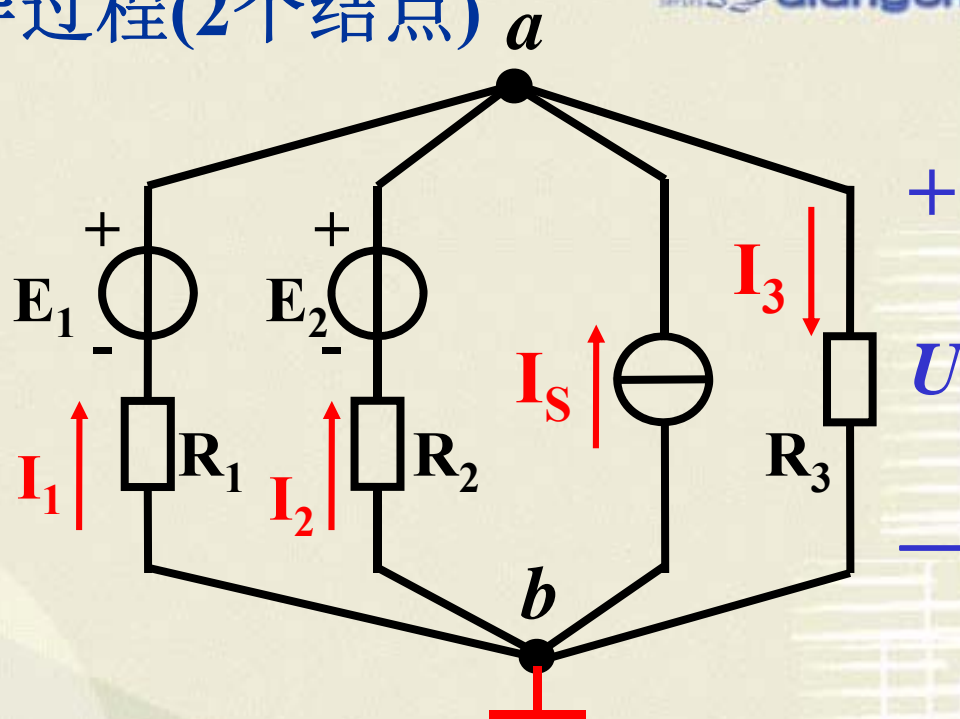
对a 结点列电流方程:

$$I_1 + I_2 + I_S = I_3$$

各支路电流分别为:

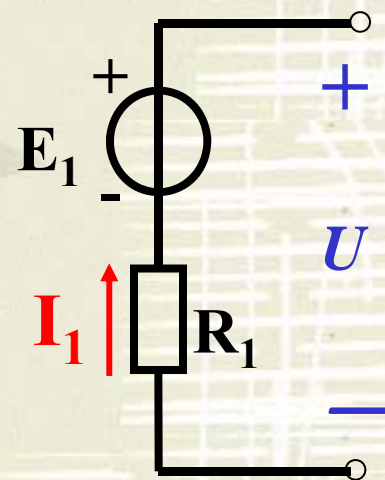
$$I_1 = \frac{E_1 - U}{R_1}$$

$$I_2 = \frac{E_2 - U}{R_2} \quad I_3 = \frac{U}{R_3}$$



$$\because U = E_1 - I_1 R_1$$

$$\therefore I_1 = \frac{E_1 - U}{R_1}$$



## 结点电压方程的推导过程(2个结点)

则有：

$$\frac{E_1 - U}{R_1} + \frac{E_2 - U}{R_2} + I_S = \frac{U}{R_3}$$

整理：

$$\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} + I_S - \left( \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_3} \right) = 0$$

$$\therefore U = \frac{\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} + I_S}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

一般表达式：

$$U = \frac{\sum \frac{E}{R} + \sum I_S}{\sum \frac{1}{R}} \quad (\text{弥尔曼定理})$$



注意:

1. 弥尔曼定理仅适用于两个结点的电路。
2. 实际使用中最好记住方法,而不是公式。



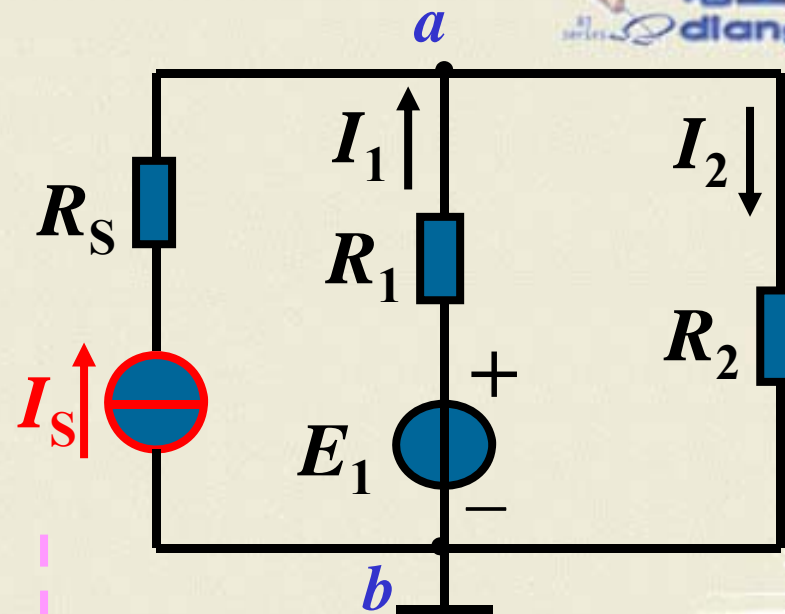
# 结点电压法 应用举例

支路中含恒流源

设:  $V_b = 0$

则:

$$U_{ab} \stackrel{?}{=} \frac{\frac{E_1}{R_1} + I_S}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_S}}$$



$$U_{ab} = \frac{\frac{E_1}{R_1} + I_S}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

分母中不应出现恒流源支路的电导

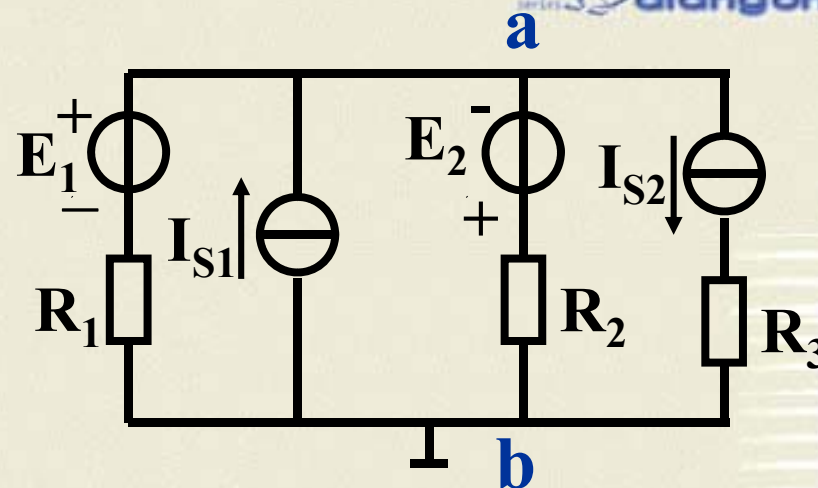
例2: 电路如图:

已知:  $E_1=50\text{ V}$ 、 $E_2=30\text{ V}$

$I_{S1}=7\text{ A}$ 、 $I_{S2}=2\text{ A}$

$R_1=2\ \Omega$ 、 $R_2=3\ \Omega$ 、 $R_3=5\ \Omega$

试求: 结点电压 $U_{ab}$ 和各元件的功率。



解: 1. 应用弥尔曼定理求结点电压  $U_{ab}$

$$U_{ab} = \frac{\frac{E_1}{R_1} - \frac{E_2}{R_2} + I_{S1} - I_{S2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = 24\text{ V}$$

## 2. 求各元件功率

$$I_1 = \frac{E_1 - U_{ab}}{R_1} = 13A$$

$$I_2 = \frac{-E_2 - U_{ab}}{R_2} = -18A$$

或  $I_2 = I_{S2} - I_{S1} - I_1 = -18A$        $U_{S2} = U_{ab} - I_{S2}R_3 = 14V$

$$P_{E1} = -E_1 I_1 = -650W$$

$$P_{E2} = E_2 I_2 = -540W$$

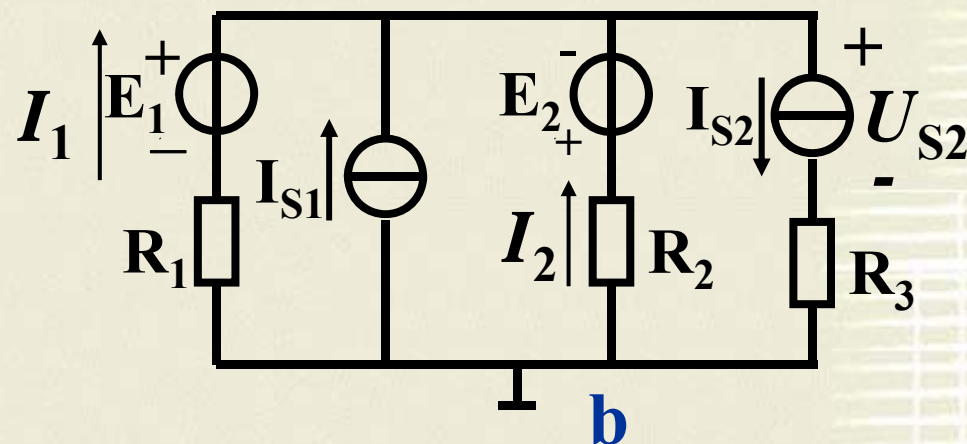
$$P_{I_{S1}} = -U_{ab} I_{S1} = -168W$$

$$P_{R1} = I_1^2 R_1 = 338W$$

$$P_{R2} = I_2^2 R_2 = 972W$$

$$P_{R3} = I_{S2}^2 R_3 = 20W$$

$$P_{I_{S2}} = U_{S2} I_{S2} = 28W$$



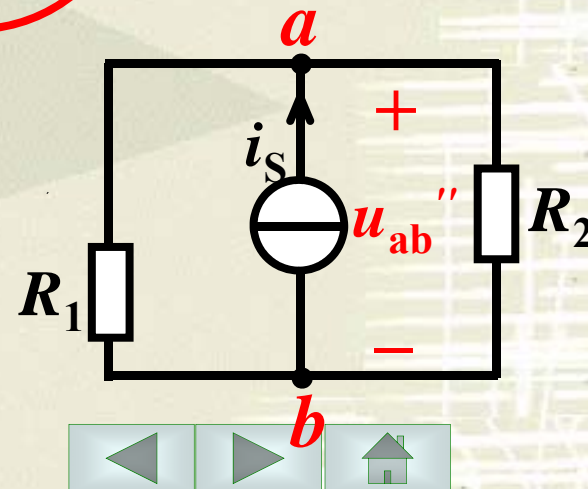
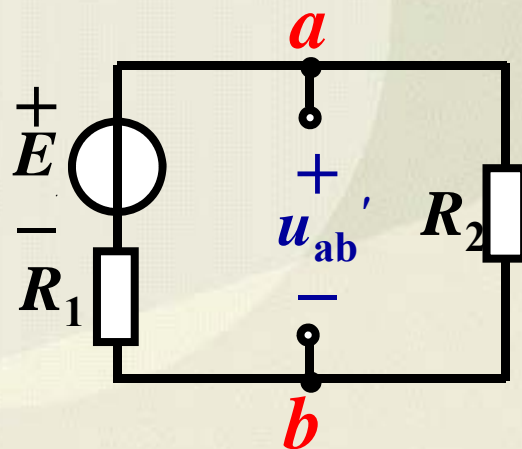
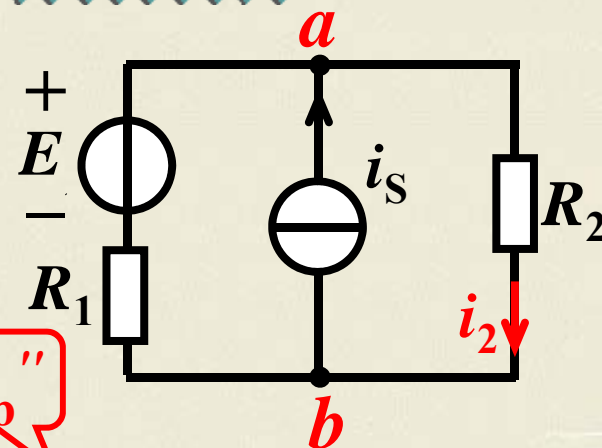


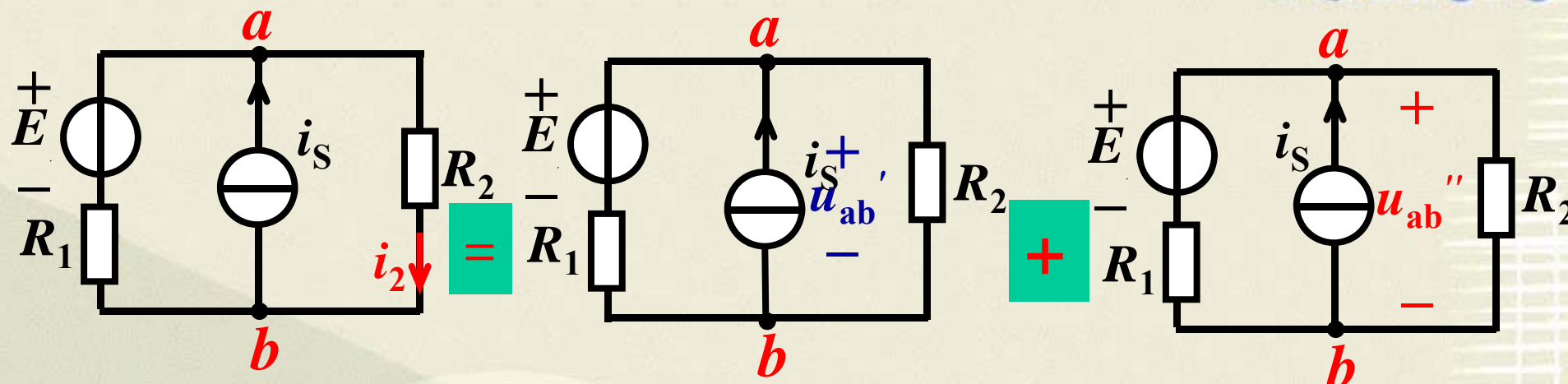
## 2.6 叠加原理

例：图示电路，求  $u_{ab}$ ， $i_2$ 。

解：

$$u_{ab} = \frac{\frac{E}{R_1} + i_s}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = E \frac{R_2}{R_1 + R_2} + i_s \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad u_{ab} = u_{ab}' + u_{ab}''$$





$$u_{ab} = E \frac{R_2}{R_1 + R_2} + i_s \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

求解  $i_2$ :  $i_2 = \frac{u_{ab}}{R_2} = \frac{E}{R_1 + R_2} + \frac{R_1}{R_1 + R_2} i_s$   $i_2 = i_2' + i_2''$

The first term  $\frac{E}{R_1 + R_2}$  is circled in blue and labeled  $i_2'$  in a blue box. The second term  $\frac{R_1}{R_1 + R_2} i_s$  is circled in red and labeled  $i_2''$  in a red box.

## 一. 叠加定理内容

在线性电路中，任一支路电流(或支路电压)是电路中各个独立电源单独作用时，在该支路产生的电流(或电压)的叠加。

## 二. 叠加定理使用注意事项

1. 叠加定理只适用于线性电路；
2. 各个独立电源单独作用（其余独立电源置零）；
  - 电压源置零——用短路替代
  - 电流源置零——用开路替代

3. 电压、电流可以叠加，功率能不能叠加？

$$P_{R_2} = i_2^2 R_2 = (i_2' + i_2'')^2 R_2 \neq i_2'^2 R_2 + i_2''^2 R_2$$

功率不能叠加

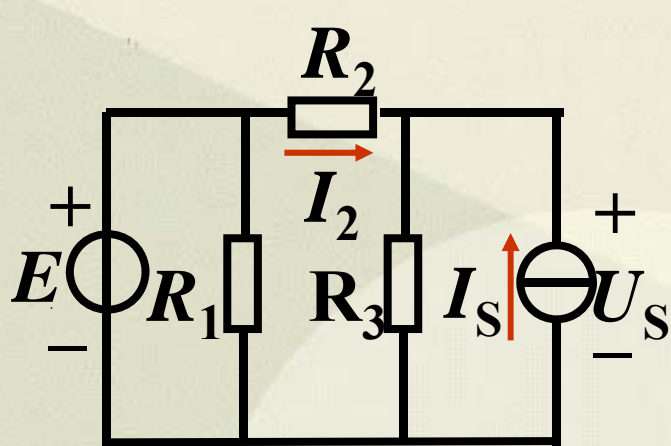
4. 叠加时要注意各分量的方向（代数）。

若分电流、分电压与原电路中电流、电压的参考方向相反时，叠加时相应项前要带负号。

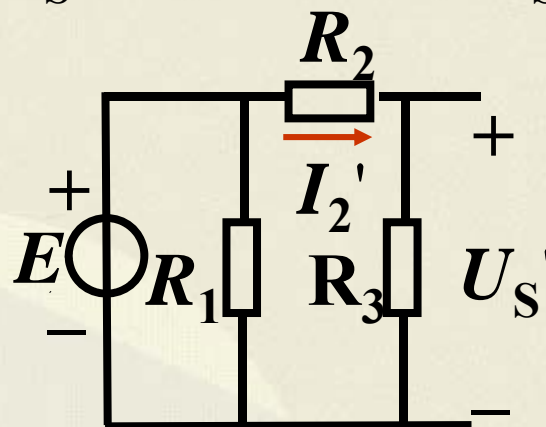
5. 应用叠加原理时可把独立源分组求解，但每个独立源只能在分电路图中出现一次。



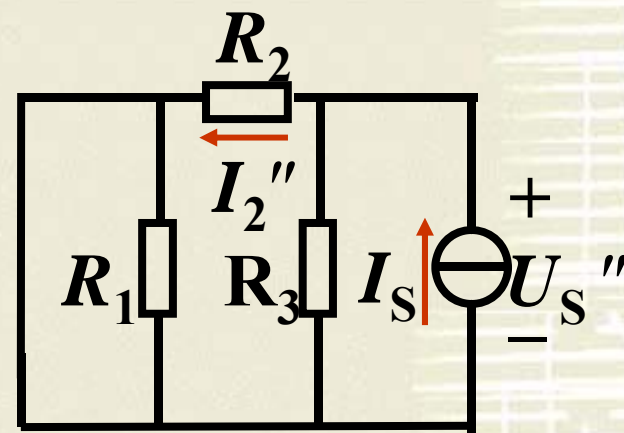
**例1:** 电路如图, 已知  $E=10\text{V}$ 、 $I_S=1\text{A}$ ,  $R_1=10\Omega$   
 $R_2=R_3=5\Omega$ , 试用叠加原理求流过  $R_2$  的电流  $I_2$   
 和理想电流源  $I_S$  两端的电压  $U_S$ 。



(a)



(b)  $E$  单独作用  
 将  $I_S$  断开

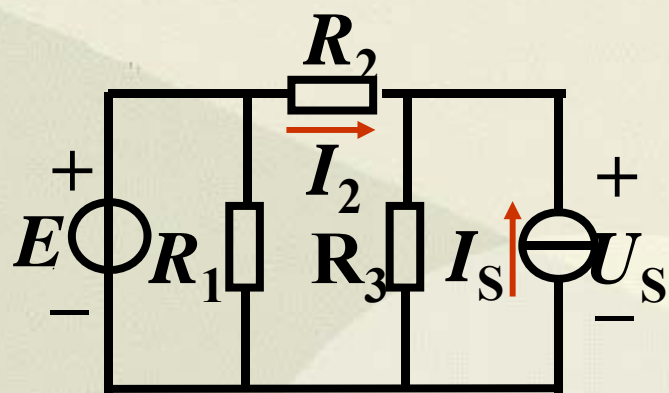


(c)  $I_S$  单独作用  
 将  $E$  短接

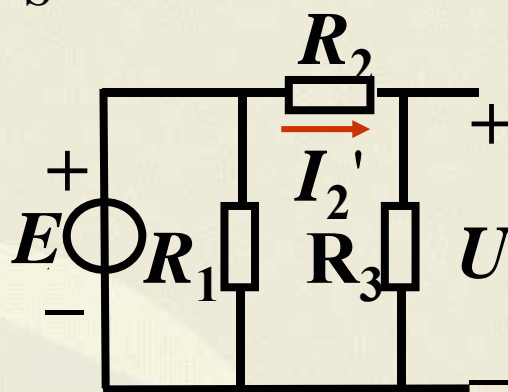
解: 由图 (b) 
$$I_2' = \frac{E}{R_2 + R_3} = \frac{10}{5 + 5} = 1\text{A}$$

$$U_S' = I_2' R_2 = 1 \times 5 = 5\text{V}$$

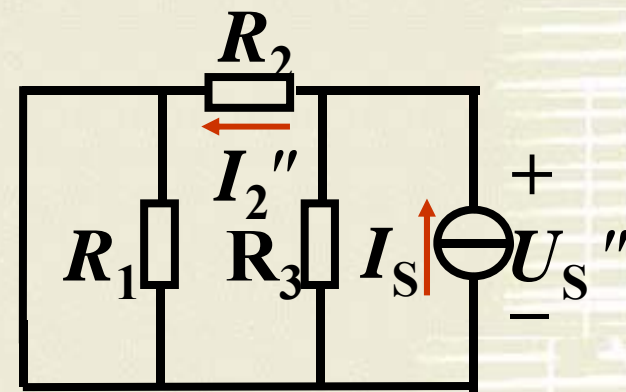
**例1:** 电路如图, 已知  $E=10\text{V}$ 、 $I_S=1\text{A}$ ,  $R_1=10\Omega$   
 $R_2=R_3=5\Omega$ , 试用叠加原理求流过  $R_2$  的电流  $I_2$   
 和理想电流源  $I_S$  两端的电压  $U_S$ 。



(a)



(b)  $E$  单独作用



(c)  $I_S$  单独作用

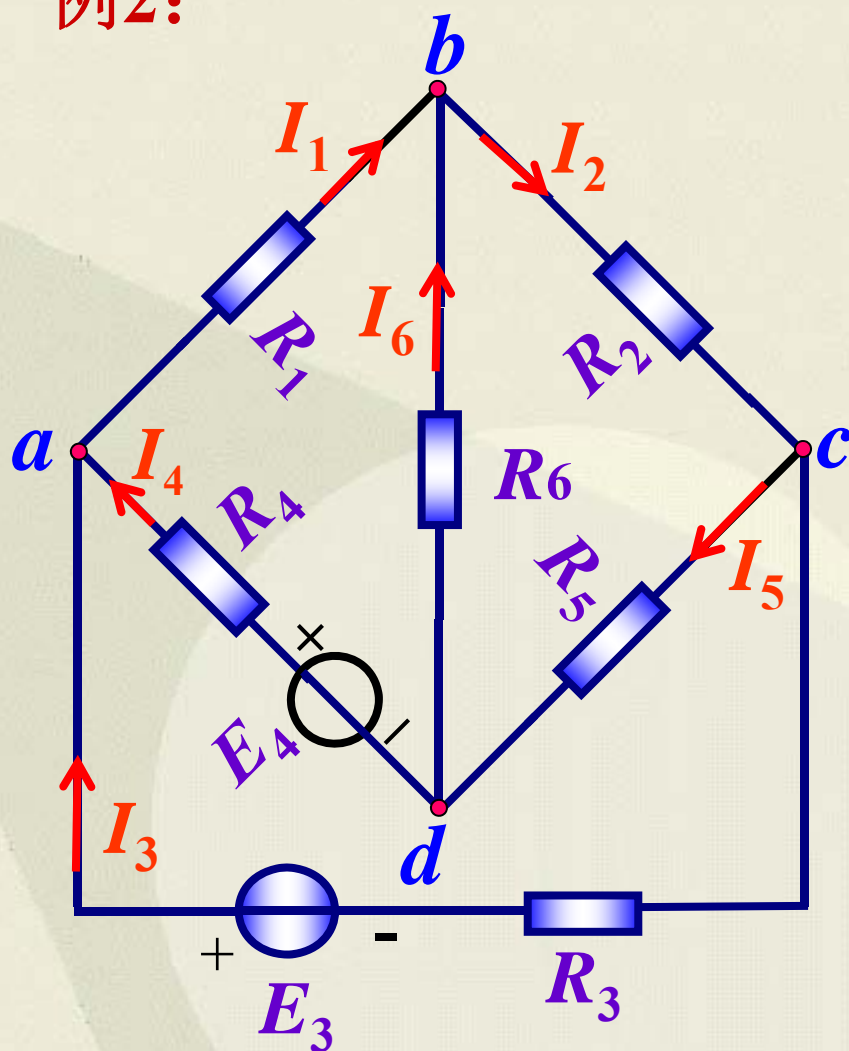
解: 由图(c) 
$$I_2'' = \frac{R_3}{R_2 + R_3} I_S = \frac{5}{5 + 5} \times 1 = 0.5\text{A}$$

$$U_s' = I_2' R_2 = 0.5 \times 5 = 2.5\text{V}$$

$$\therefore I_2 = I_2' - I_2'' = 1 - 0.5 = 0.5\text{A}$$

$$U_S = U_s' + U_s'' = 5 + 2.5 = 7.5\text{V}$$

例2:



已知各  $U_S$  和  $R$ ; 求:  $I_6$ 。

解题方法有: 支路的电流

支路法: 6个方程

叠加原理: 能用但很繁

若只需计算复杂电路中某一条支路的电流时, 可采用戴维宁定理。

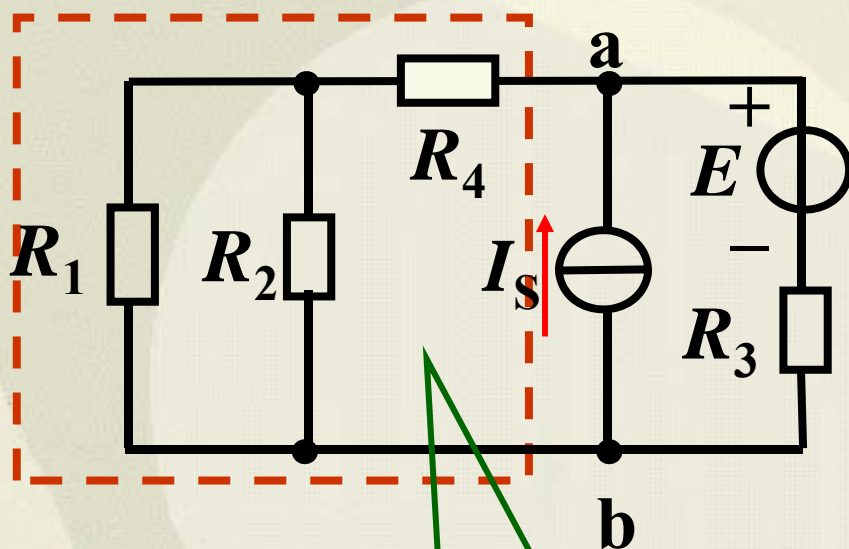
## 2.7 戴维宁定理

二端网络的概念：

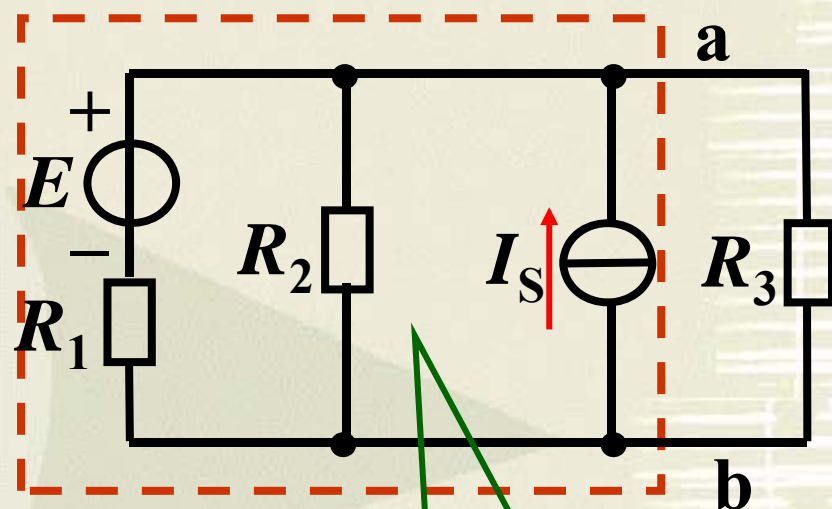
二端网络：具有两个出线端的部分电路。

无源二端网络：二端网络中没有电源。

有源二端网络：二端网络中含有电源。

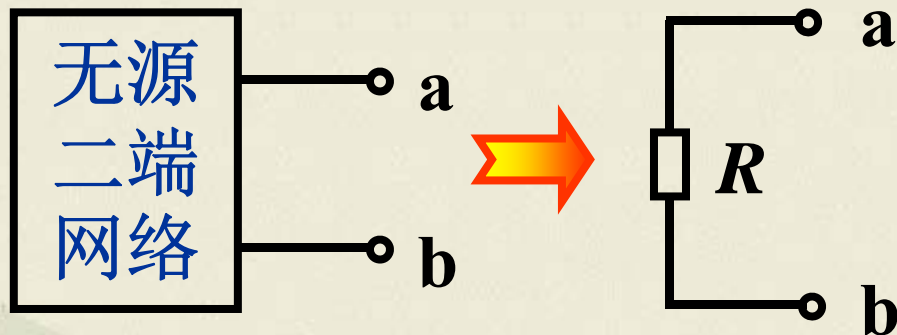


无源二端网络

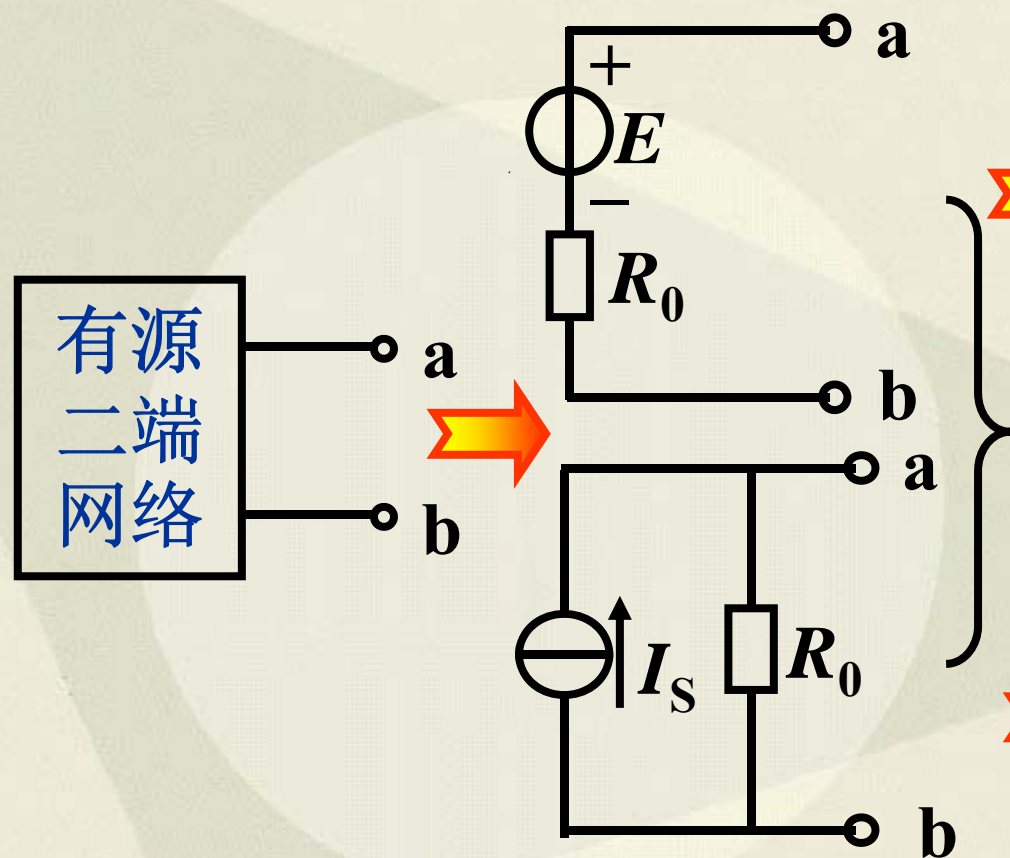


有源二端网络





无源二端网络可  
化简为一个电阻

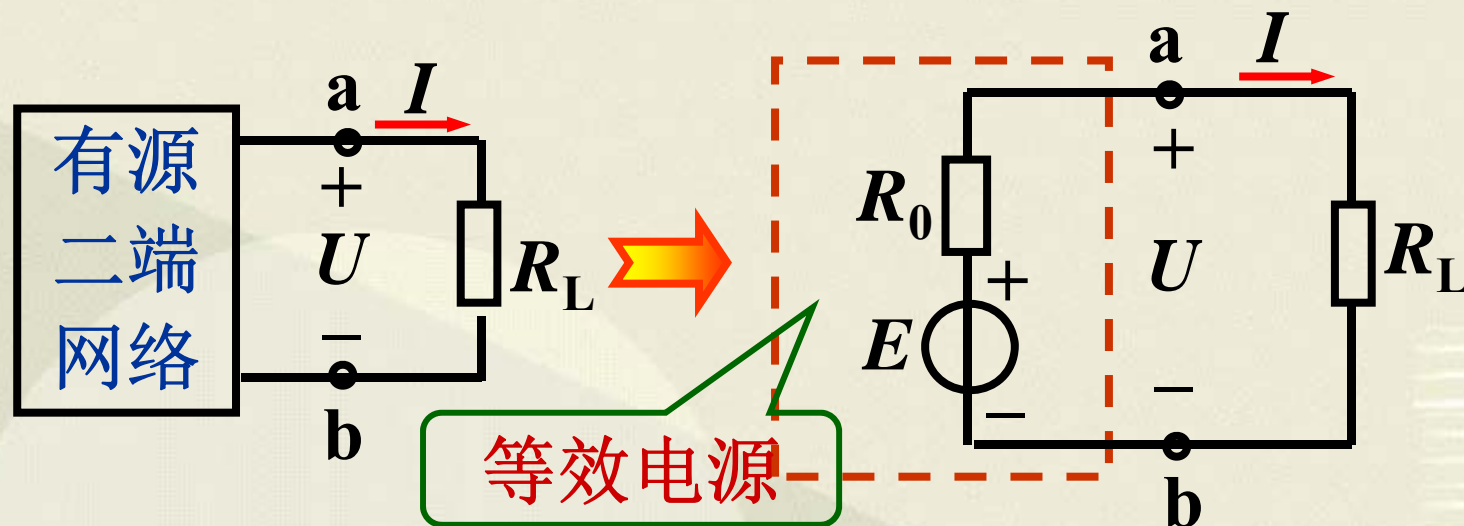


电压源  
(戴维宁定理)

有源二端网络可  
化简为一个电源

电流源  
(诺顿定理)

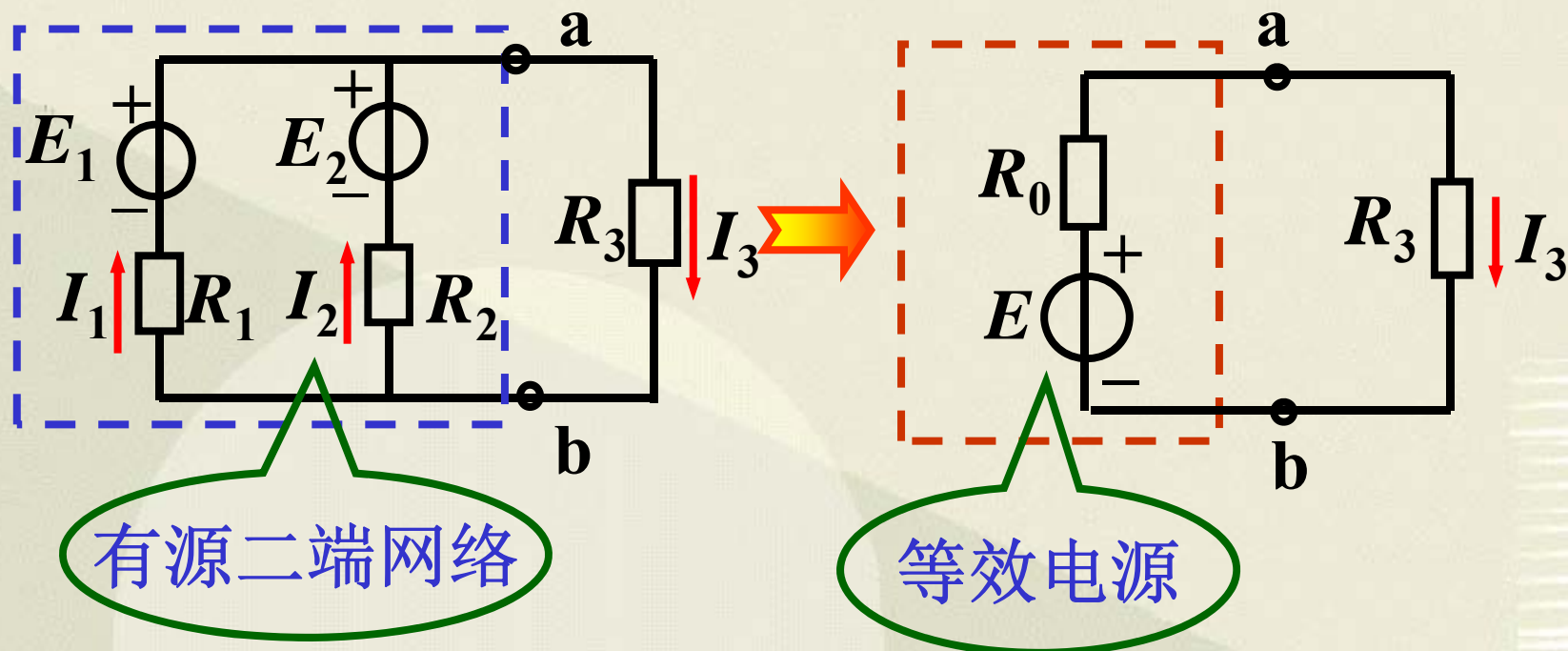
任何一个有源二端线性网络都可以用一个电动势为 $E$ 的理想电压源和内阻 $R_0$ 串联的电源来等效代替。



等效电源的电动势 $E$ 就是有源二端网络的开路电压 $U_0$ ，即将负载断开后 $a$ 、 $b$ 两端之间的电压。

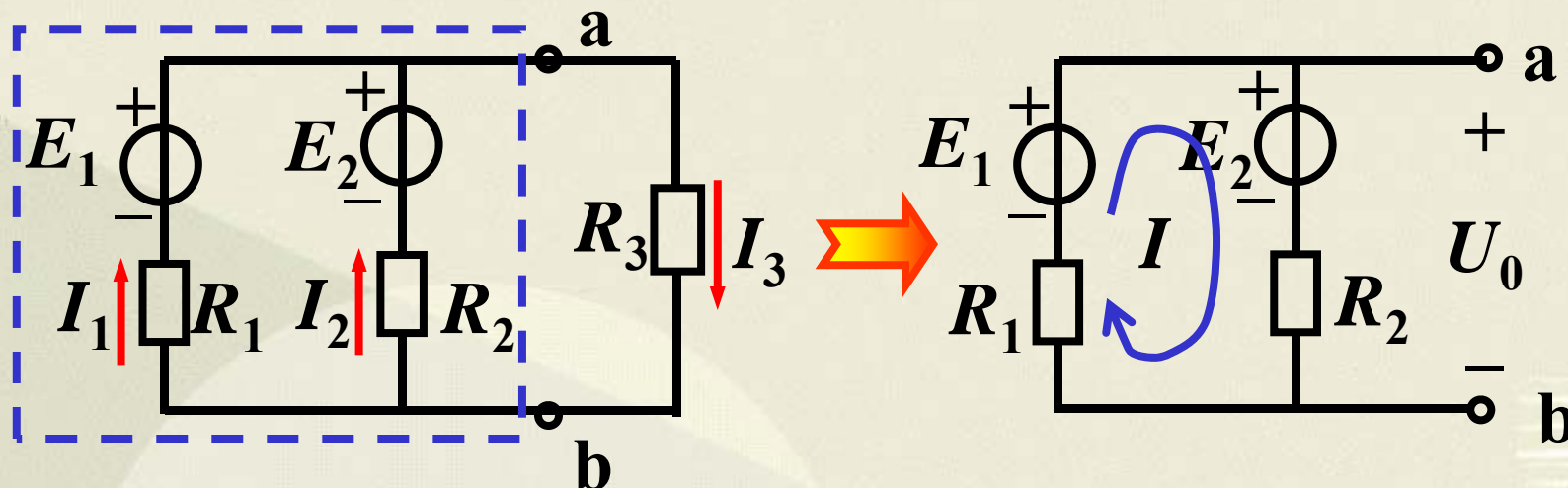
等效电源的内阻 $R_0$ 等于有源二端网络中所有电源均除去（理想电压源短路，理想电流源开路）后所得到的无源二端网络 $a$ 、 $b$ 两端之间的等效电阻。

**例1:** 电路如图, 已知 $E_1=40\text{V}$ ,  $E_2=20\text{V}$ ,  $R_1=R_2=4\Omega$ ,  $R_3=13\Omega$ , 试用戴维宁定理求电流 $I_3$ 。



**注意:** “等效”是指对端口外等效  
即用等效电源替代原来的二端网络后, 待求支路的电压、电流不变。

**例1:** 电路如图, 已知 $E_1=40\text{V}$ ,  $E_2=20\text{V}$ ,  $R_1=R_2=4\Omega$ ,  $R_3=13\Omega$ , 试用戴维宁定理求电流 $I_3$ 。



解: 1. 断开待求支路求等效电源的电动势  $E$

$$I = \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_2} = \frac{40 - 20}{4 + 4} = 2.5 \text{ A}$$

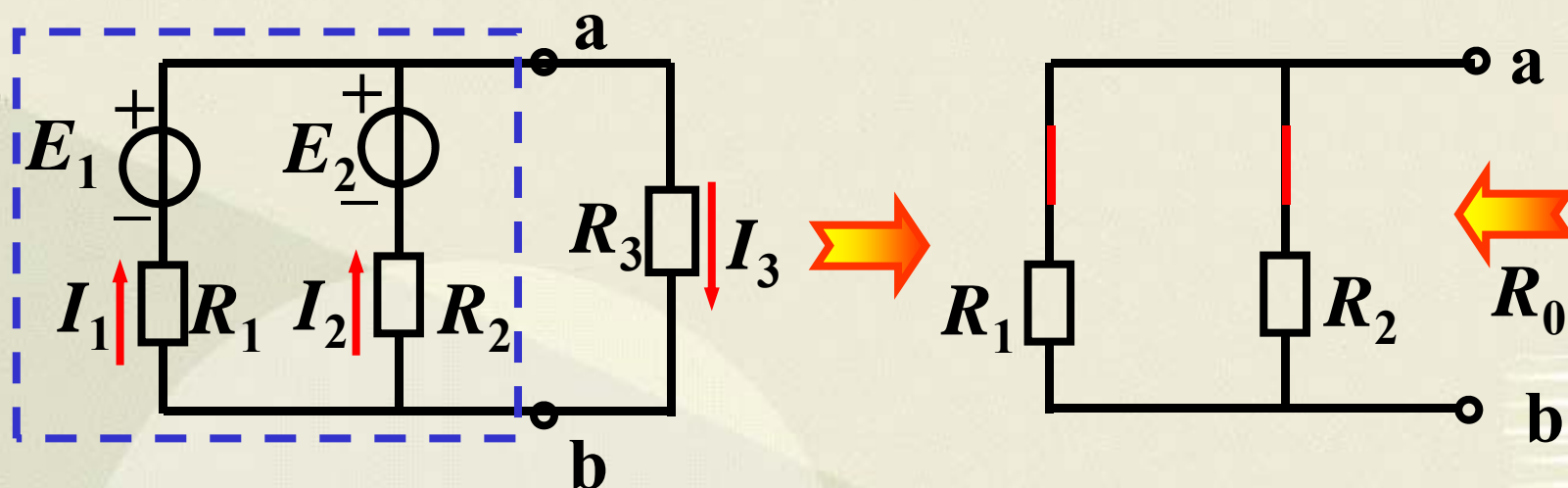
$$E = U_0 = E_2 + I R_2 = 20 + 2.5 \times 4 = 30 \text{ V}$$

$$\text{或: } E = U_0 = E_1 - I R_1 = 40 - 2.5 \times 4 = 30 \text{ V}$$

$E$  也可用叠加原理等其它方法求。



**例1:** 电路如图, 已知 $E_1=40\text{V}$ ,  $E_2=20\text{V}$ ,  $R_1=R_2=4\Omega$ ,  $R_3=13\Omega$ , 试用戴维宁定理求电流 $I_3$ 。



解: 2. 求等效电源的内阻 $R_0$

除去所有电源 (理想电压源短路, 理想电流源开路)

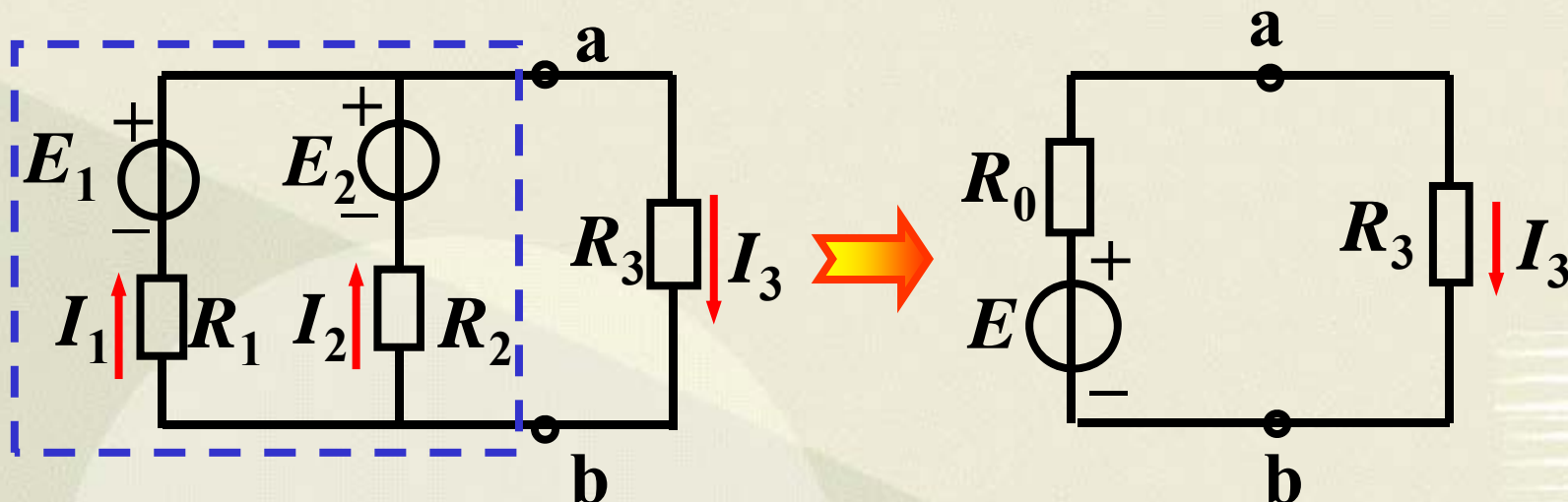
从a、b两端看进去,  $R_1$  和  $R_2$  并联

$$\therefore R_0 = R_1 // R_2 = 4 // 4 = 2\Omega$$

求内阻 $R_0$ 时, 关键要弄清从a、b两端看进去时各电阻之间的串并联关系。



**例1:** 电路如图, 已知 $E_1=40\text{V}$ ,  $E_2=20\text{V}$ ,  $R_1=R_2=4\Omega$ ,  $R_3=13\Omega$ , 试用戴维宁定理求电流 $I_3$ 。

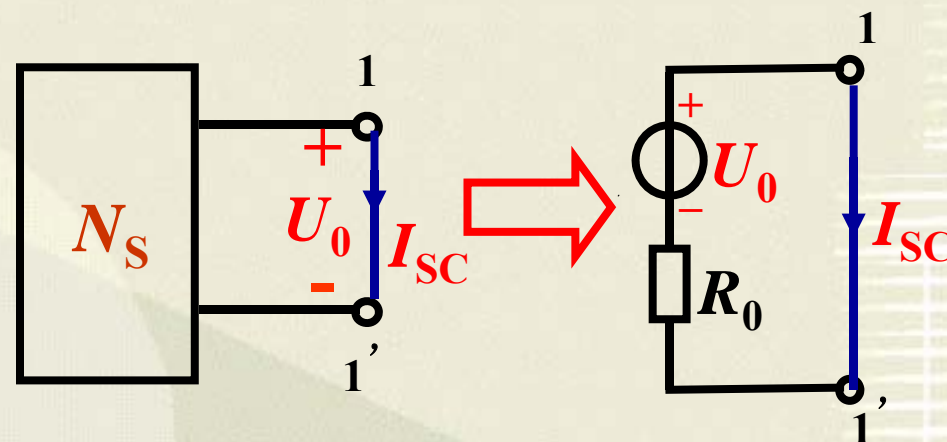


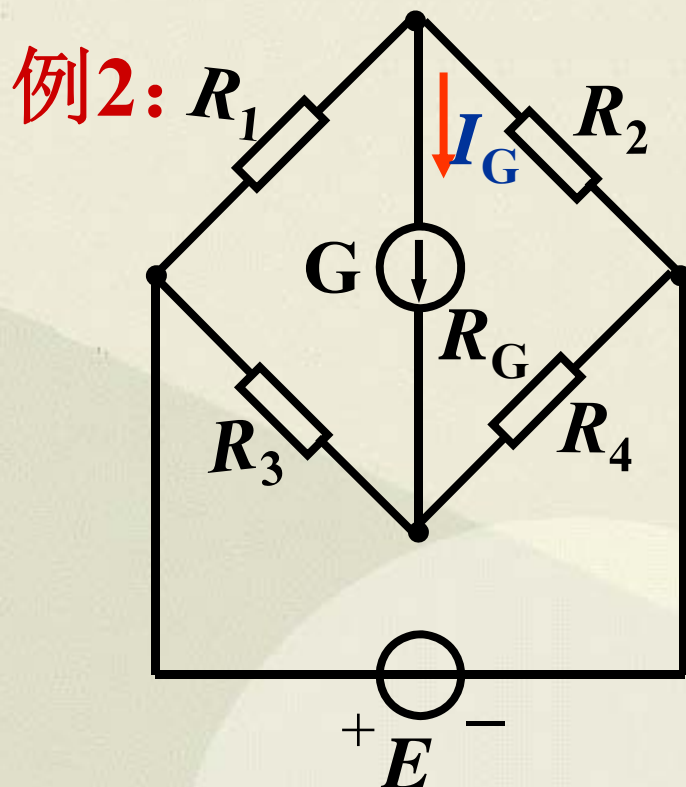
解: 3. 画出等效电路求电流 $I_3$

$$I_3 = \frac{E}{R_0 + R_3} = \frac{30}{2 + 13} = 2 \text{ A}$$

实验法求等效电阻:

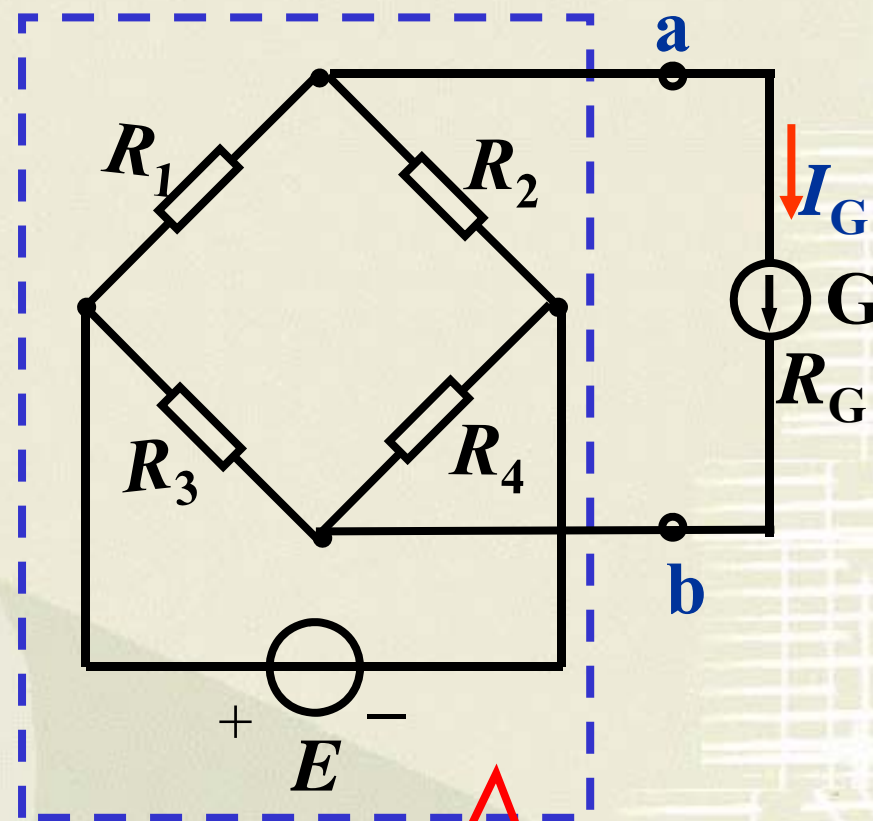
$$R_0 = U_0 / I_{SC}$$





已知:  $R_1=5\ \Omega$ 、 $R_2=5\ \Omega$   
 $R_3=10\ \Omega$ 、 $R_4=5\ \Omega$   
 $E=12\text{V}$ 、 $R_G=10\ \Omega$

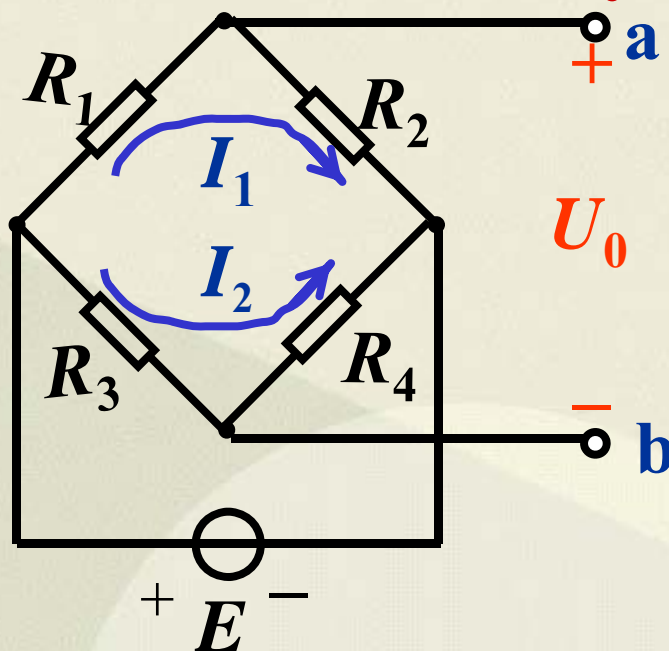
试用戴维宁定理求检流计中的电流 $I_G$ 。



有源二端网络



解: 1. 求开路电压  $U_0$



$$I_1 = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{12}{5 + 5} = 1.2\text{A}$$

$$I_2 = \frac{E}{R_3 + R_4} = \frac{12}{10 + 5} = 0.8\text{A}$$

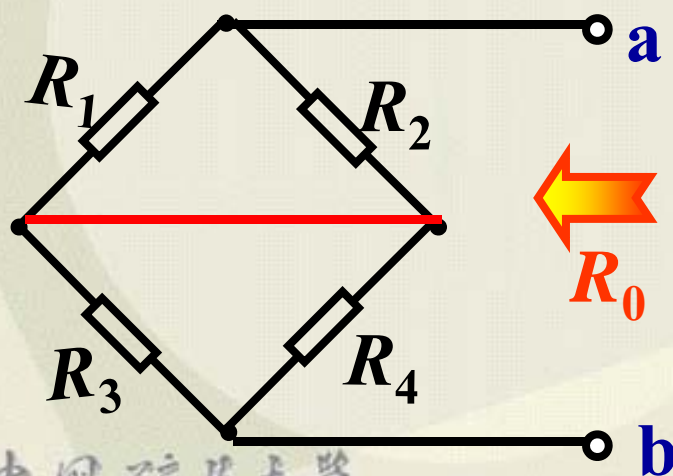
$$E' = U_0 = I_1 R_2 - I_2 R_4$$

$$= 1.2 \times 5 - 0.8 \times 5 = 2\text{V}$$

或:  $E' = U_0 = I_2 R_3 - I_1 R_1$

$$= 0.8 \times 10 - 1.2 \times 5 = 2\text{V}$$

2. 求等效电源的内阻  $R_0$

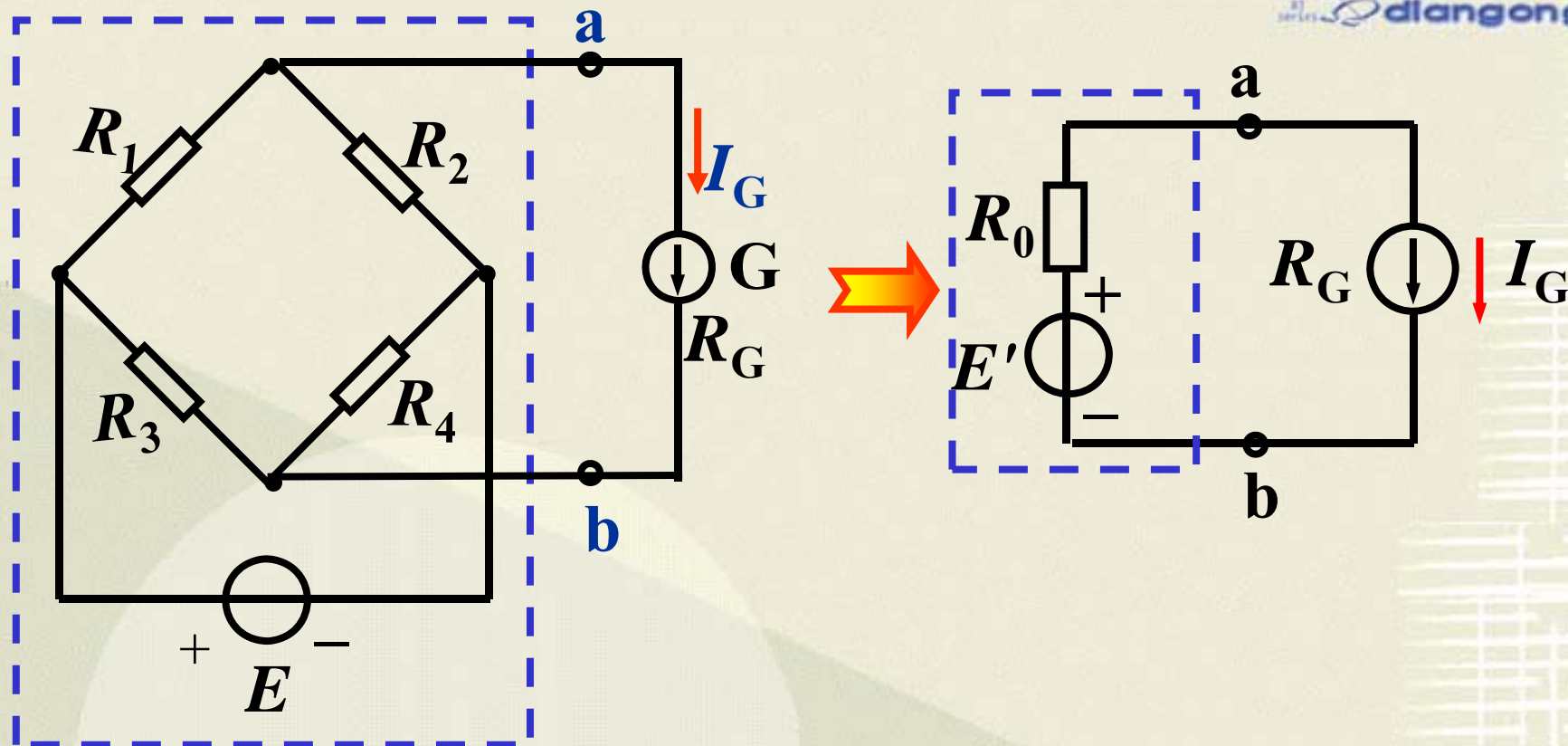


从  $a$ 、 $b$  看进去,  $R_1$  和  $R_2$  并联,  
 $R_3$  和  $R_4$  并联, 然后再串联。

$$\therefore R_0 = (R_1 // R_2) + (R_3 // R_4)$$

$$= (5 // 5) + (10 // 5)$$

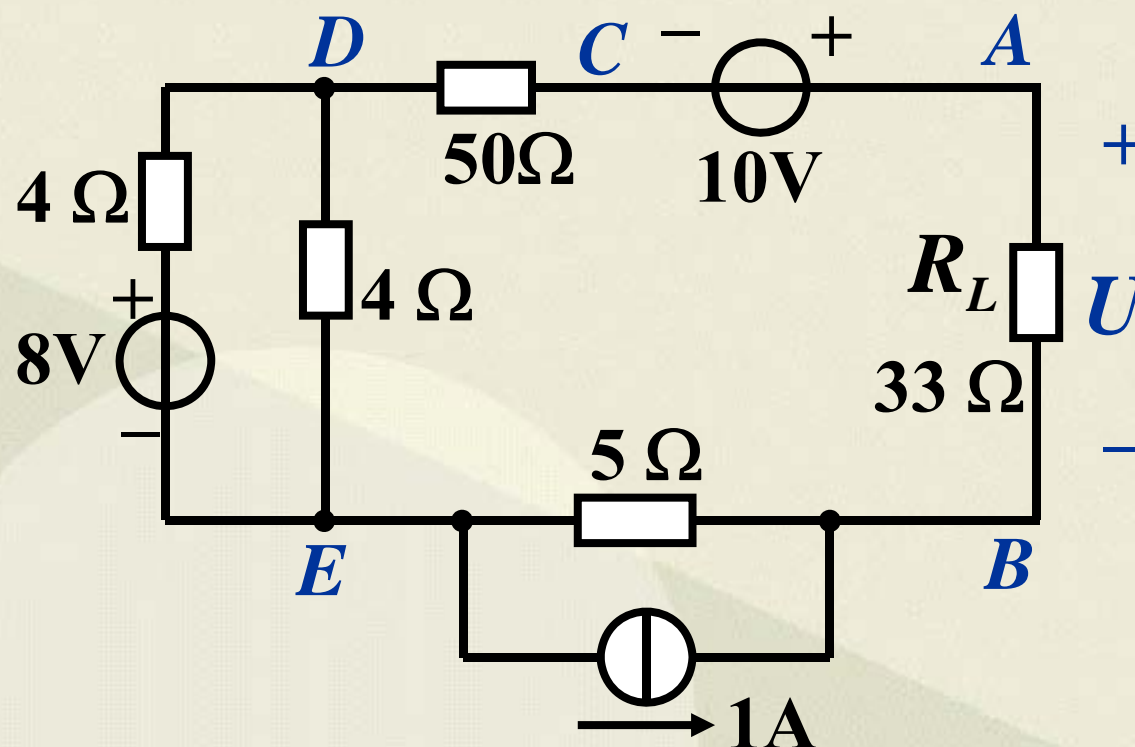
$$= 5.8\Omega$$



解：3. 画出等效电路求检流计中的电流  $I_G$

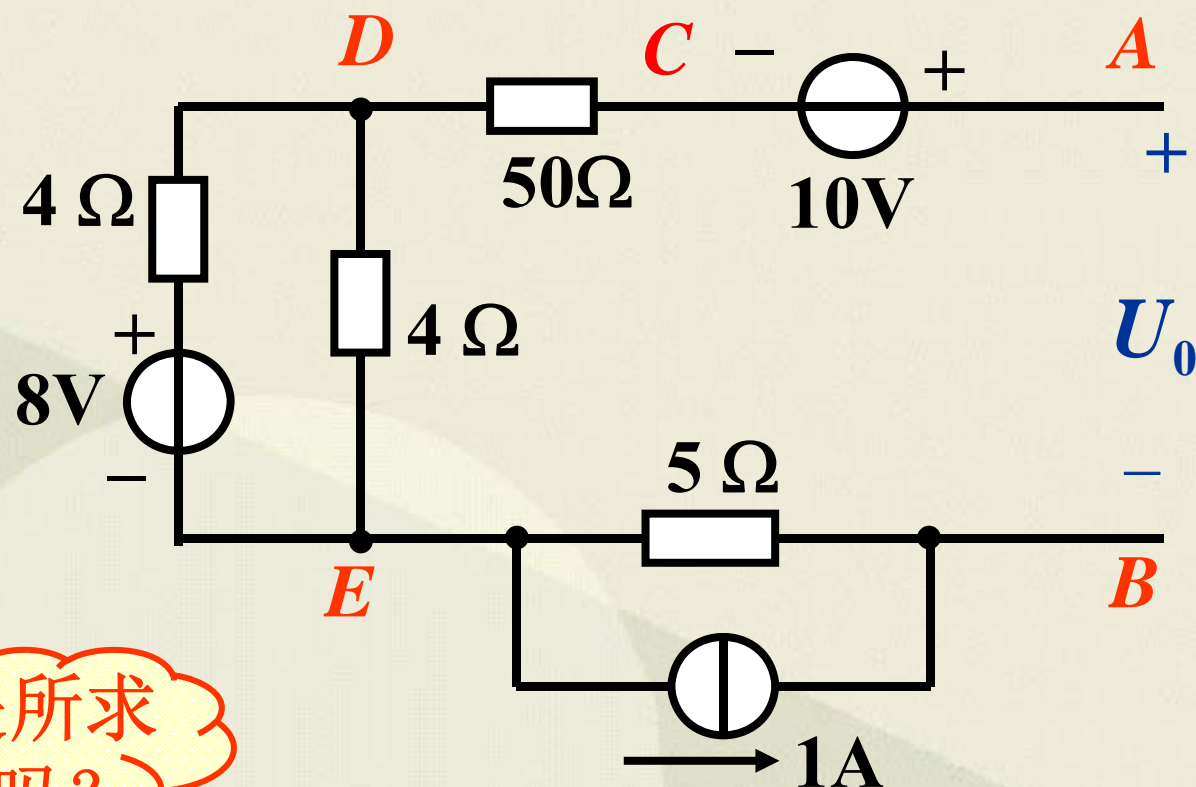
$$I_G = \frac{E'}{R_0 + R_G} = \frac{2}{5.8 + 10} = 0.126 \text{ A}$$

### 例3 (练习)



电路如图，求： $U = ?$

第一步：求开端电压 $U_0$ 。



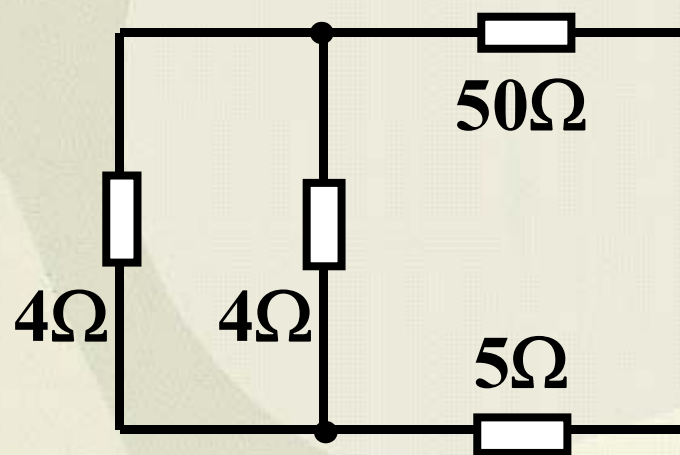
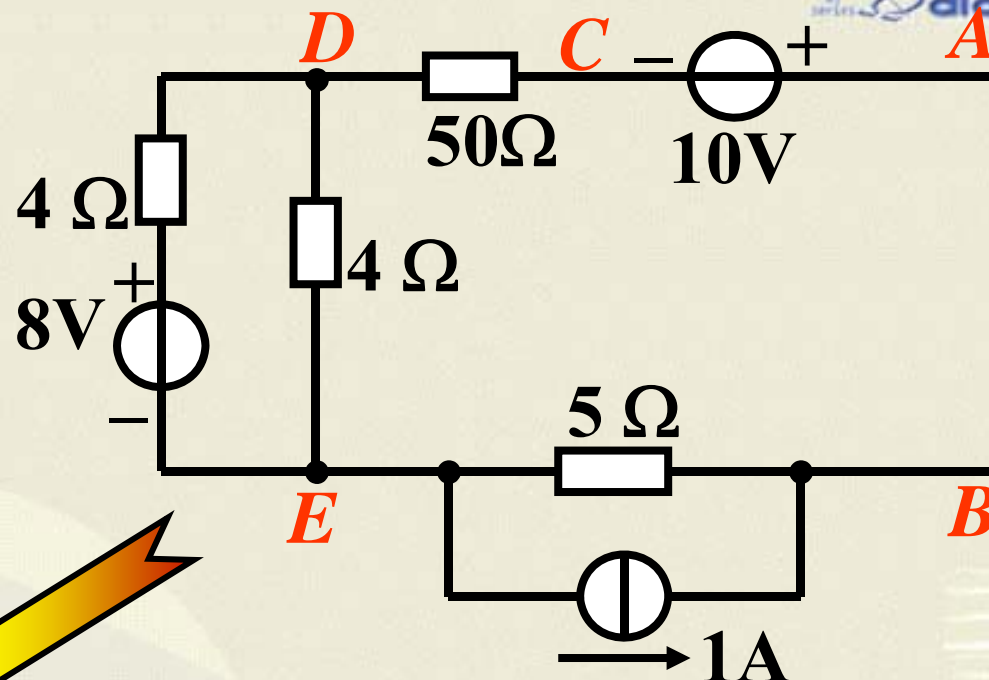
此值是所求  
结果 $U$ 吗？

。。。

$$\begin{aligned}
 U_0 &= U_{AC} + U_{CD} + U_{DE} + U_{EB} \\
 &= 10 + 0 + 4 - 5 \\
 &= 9 \text{ V}
 \end{aligned}$$



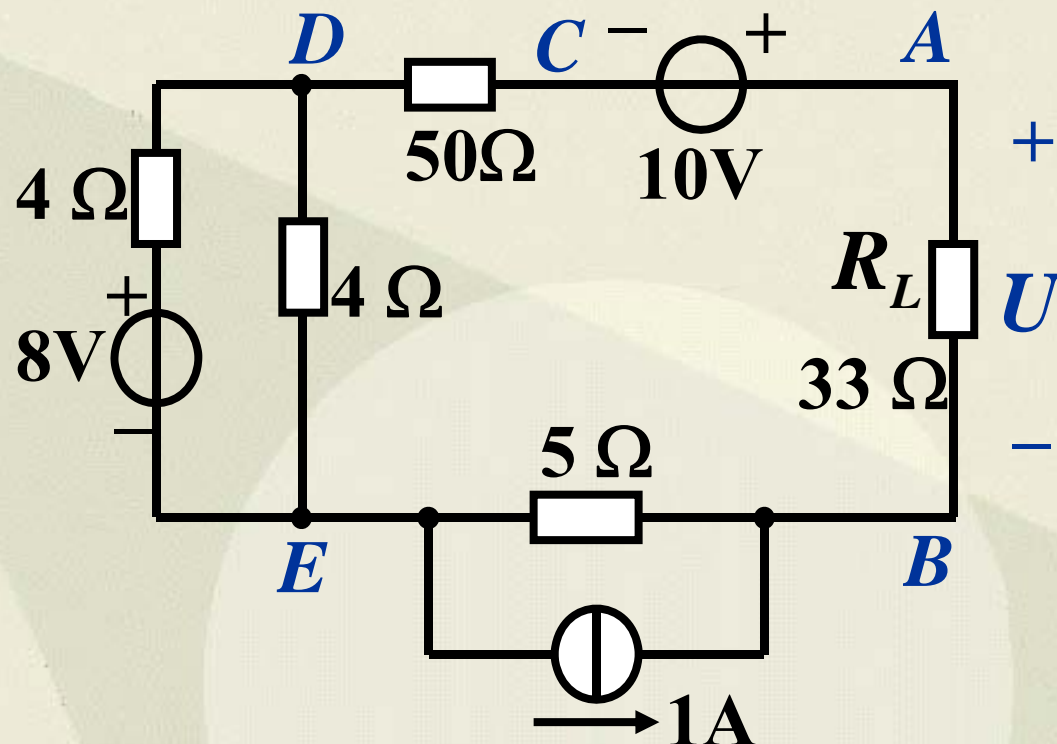
第二步：  
求等效电源  
的内阻  $R_0$



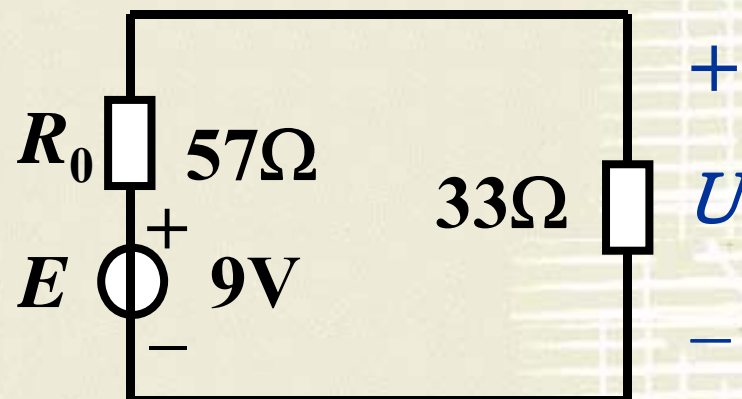
$$R_0 = 50 + 4 // 4 + 5$$

$$= 57 \Omega$$

# 第三步：求解未知电压 $U$



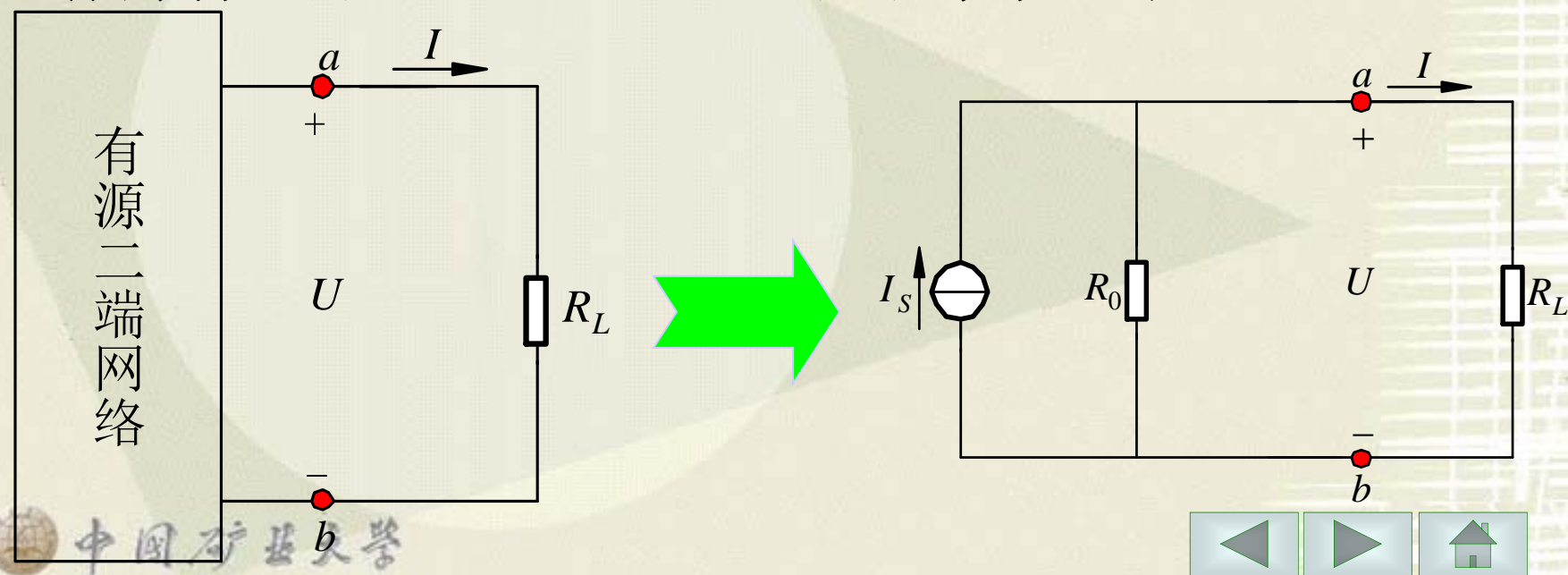
## 等效电路



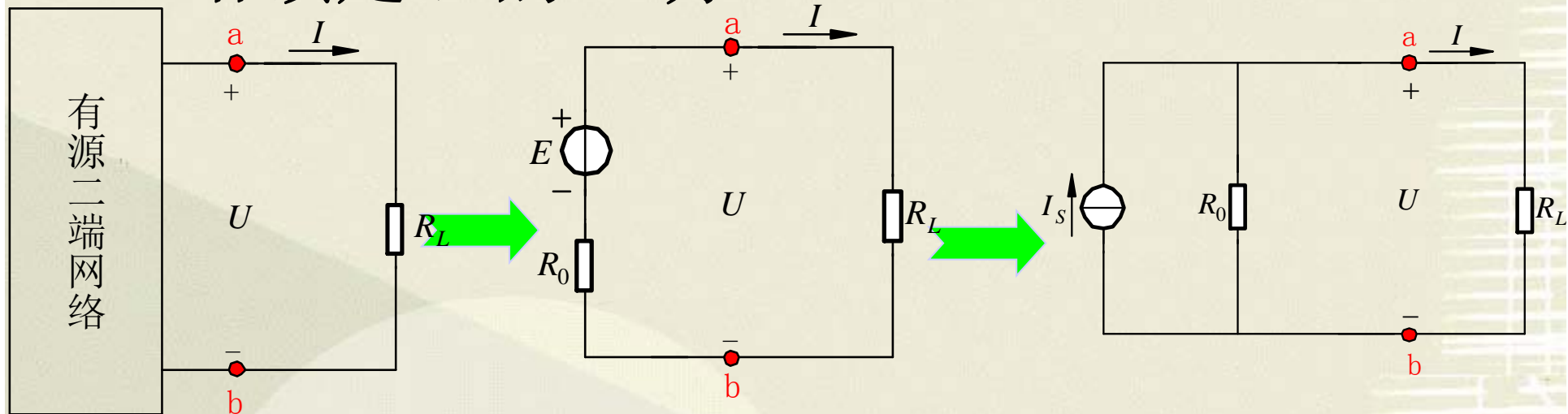
$$U = \frac{9}{57 + 33} \times 33 = 3.3 \text{ V}$$

## 2.7.2 诺顿定理

任何一个有源二端线性网络都可以用一个电流为  $I_s$  的理想电流源和内阻为  $R_0$  并联的电源来代替。理想电流源的电流就是有源二端网络的短路电流，即将 **a**、**b** 两端短接后其中的电流。等效电源的内阻  $R_0$  等于有源二端网络中所有电源均除去后所得无源网络 **a**、**b** 之间的等效电阻。



# 诺顿定理的证明



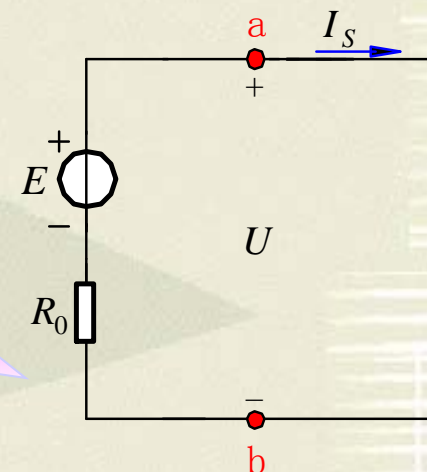
$$U = E - IR_0$$

a、b两端短接后,  $U = 0$

$$0 = E - I_S R_0$$

$$I_S = \frac{E}{R_0}$$

$I_S$  为其中的短路电流

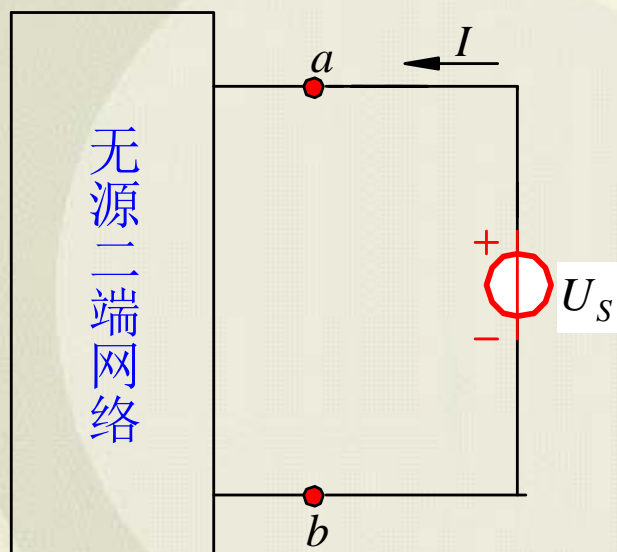




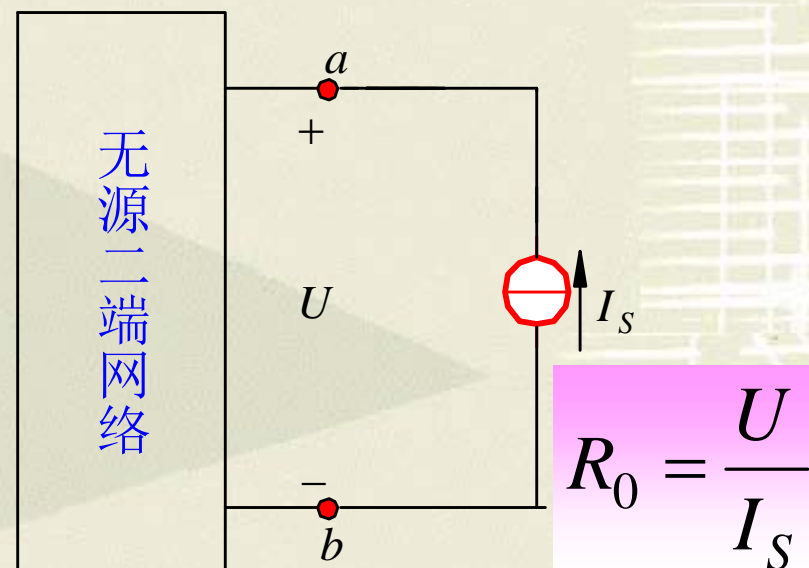
$$I_S = \frac{E}{R_0}$$

$$R_0 = \frac{U_o}{I_S}$$

上式称为计算电阻  $R_0$  方法中的开、短路法  
此外还有外加激励法

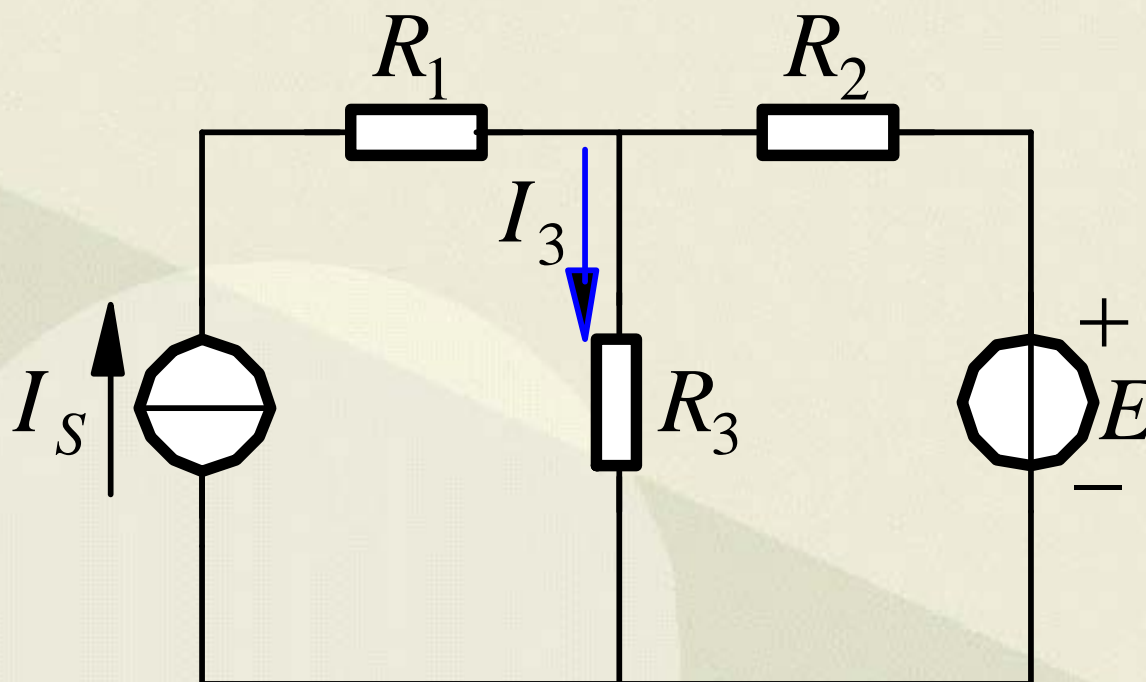


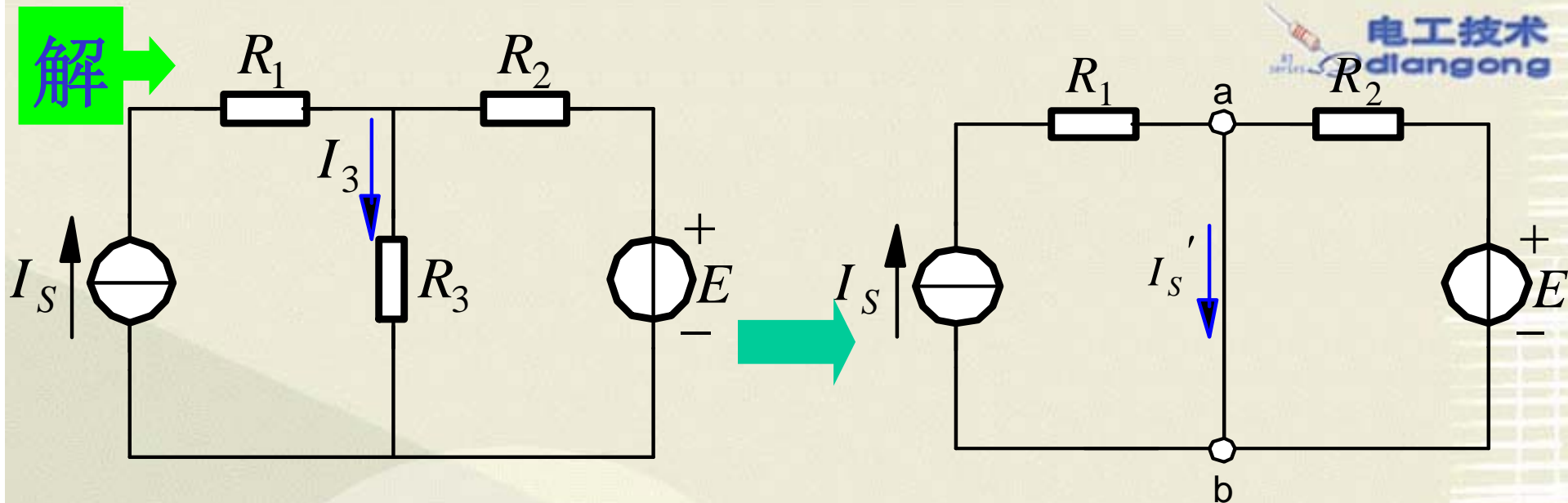
$$R_0 = \frac{U_S}{I}$$



$$R_0 = \frac{U}{I_S}$$

例. 用诺顿定理计算下图中电阻 $R_3$ 上的电流 $I_3$ 。



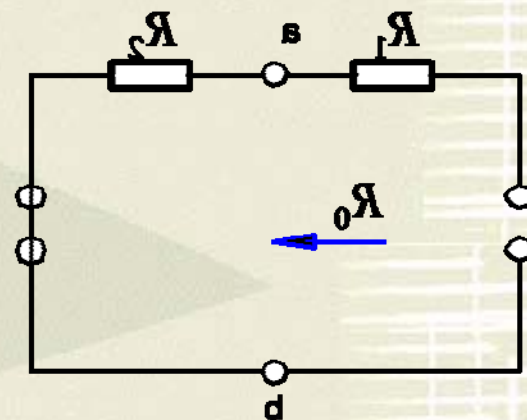


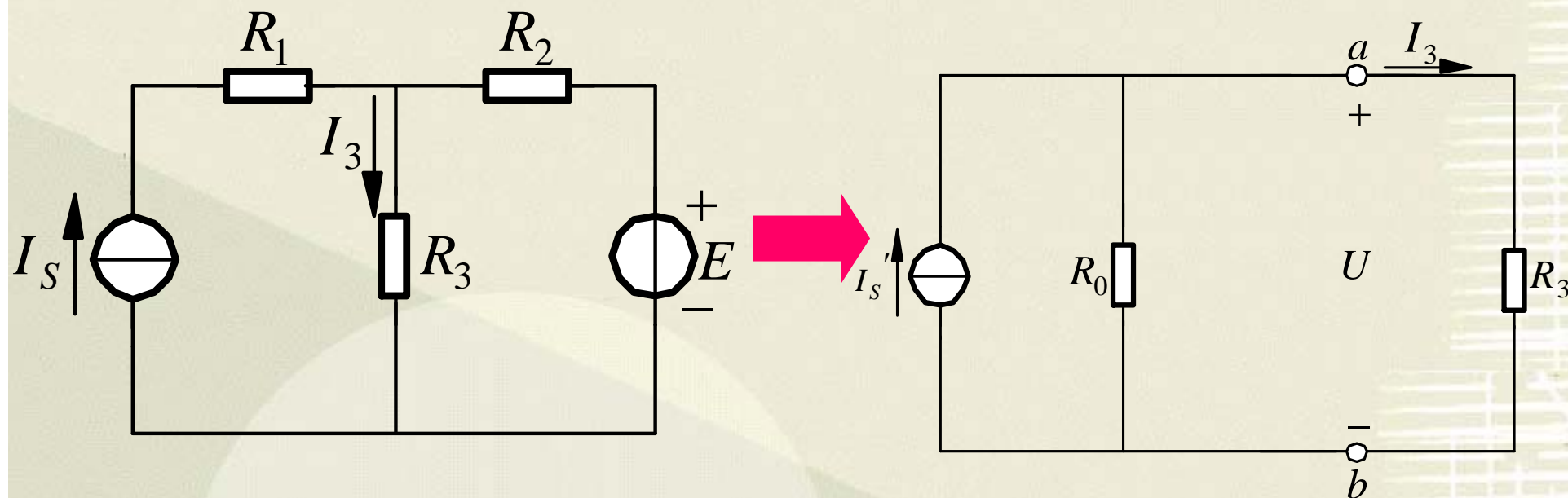
由(a)图计算得到短路电流

$$I_s' = I_s + \frac{E_s}{R_2} = 10 + \frac{6}{2} = 13\text{A}$$

由(b)图得到

$$R_0 = R_2 = 2\Omega$$





$$I_3 = \frac{R_0}{R_0 + R_3} I_S = 5.2 \text{ A}$$



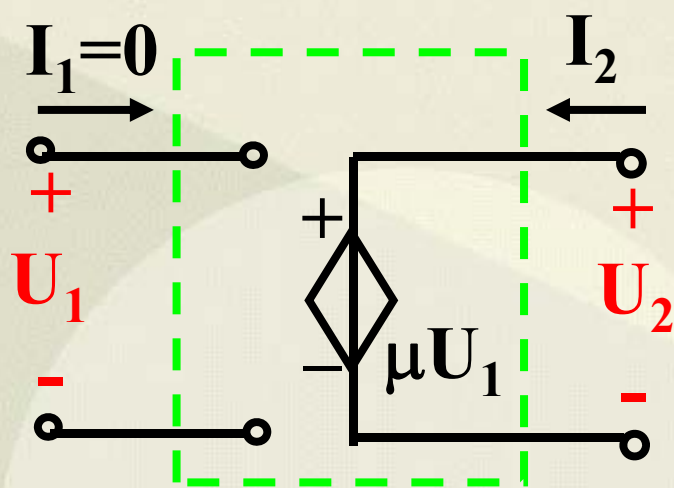
## \*2.8 受控电源电路的分析

如果电压源的电压或电流源的电流不受外电路的控制而独立存在，这样的电源称为**独立电源**。

如果电压源的电压和电流源的电流受其他部分的电流或电压控制，这种电源称为**受控电源**。

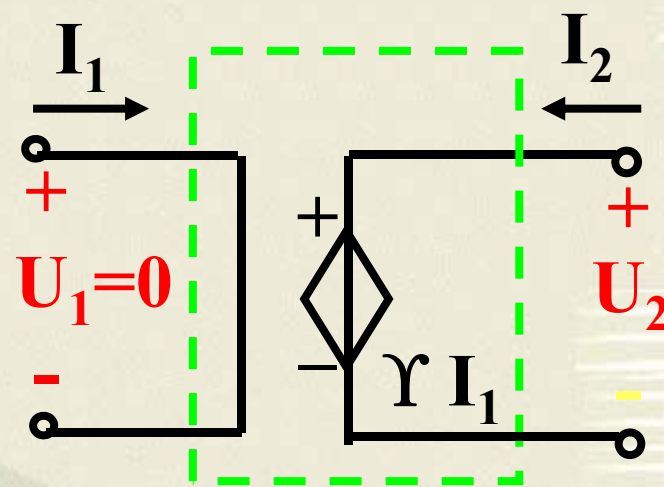
受控电源

## 分类及符号



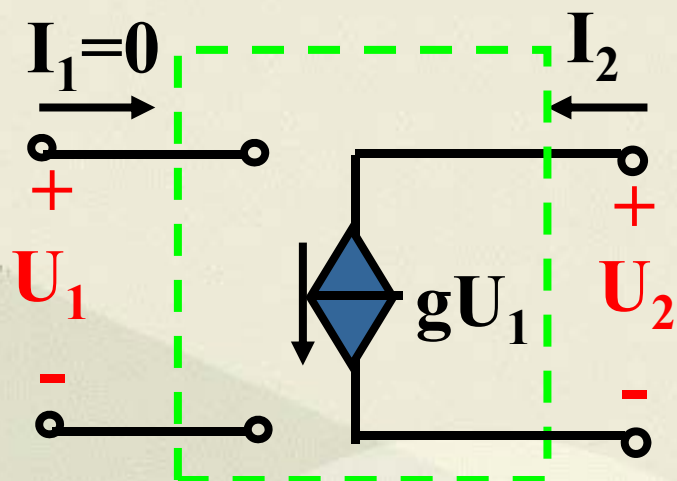
(a) VCVS

比例系数:  $\mu = U_2/U_1$   
电压放大倍数



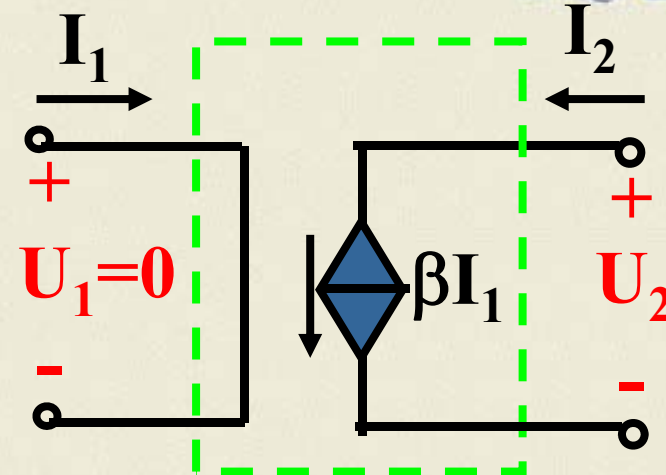
(b) CCVS

$\gamma = U_2/I_1$   
转移电阻



(c) VCCS

比例系数:  $g = I_2 / U_1$   
转移电导



(d) CCCS

$\beta = I_2 / I_1$   
电流放大倍数

注:受控源可象独立源一样进行等效变换

应用:可用于晶体管电路的分析

下面我们将用  
学过的几种方  
法解含有受控  
源的电路问题

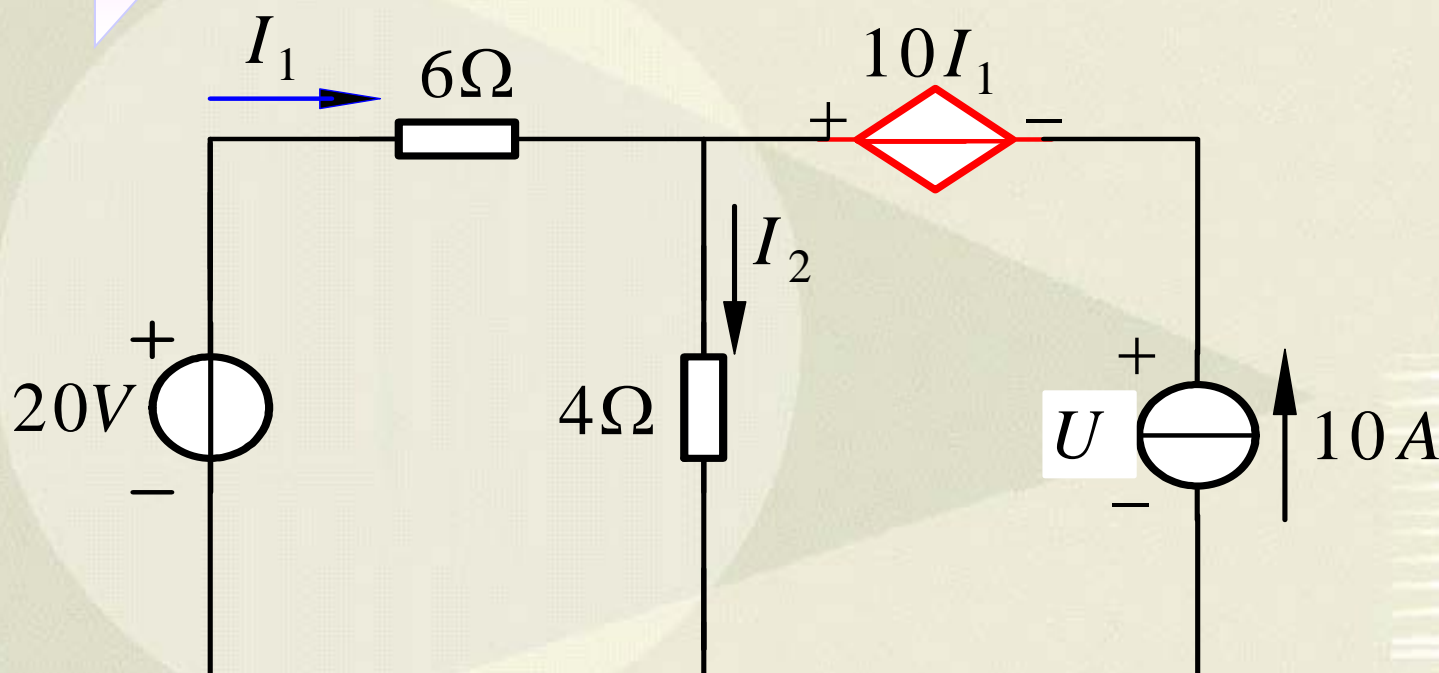


## 例题2.8.1

求图示电路中的电压  $U$

受控电压源

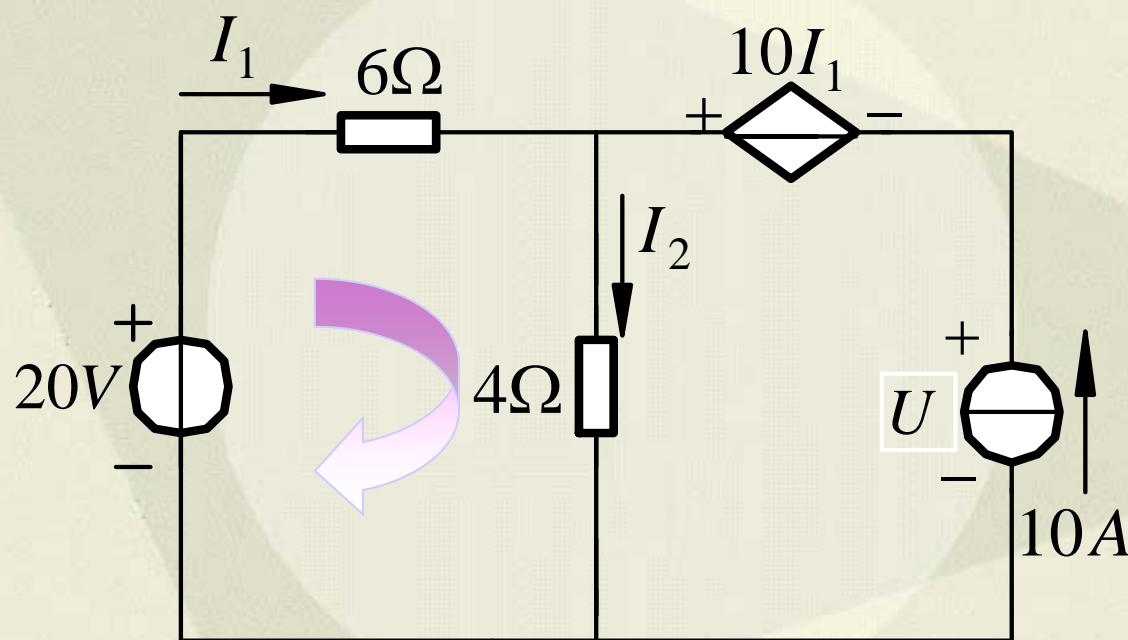
控制量



解 →

# 1 支路电流法

按基尔霍夫定律列出方程



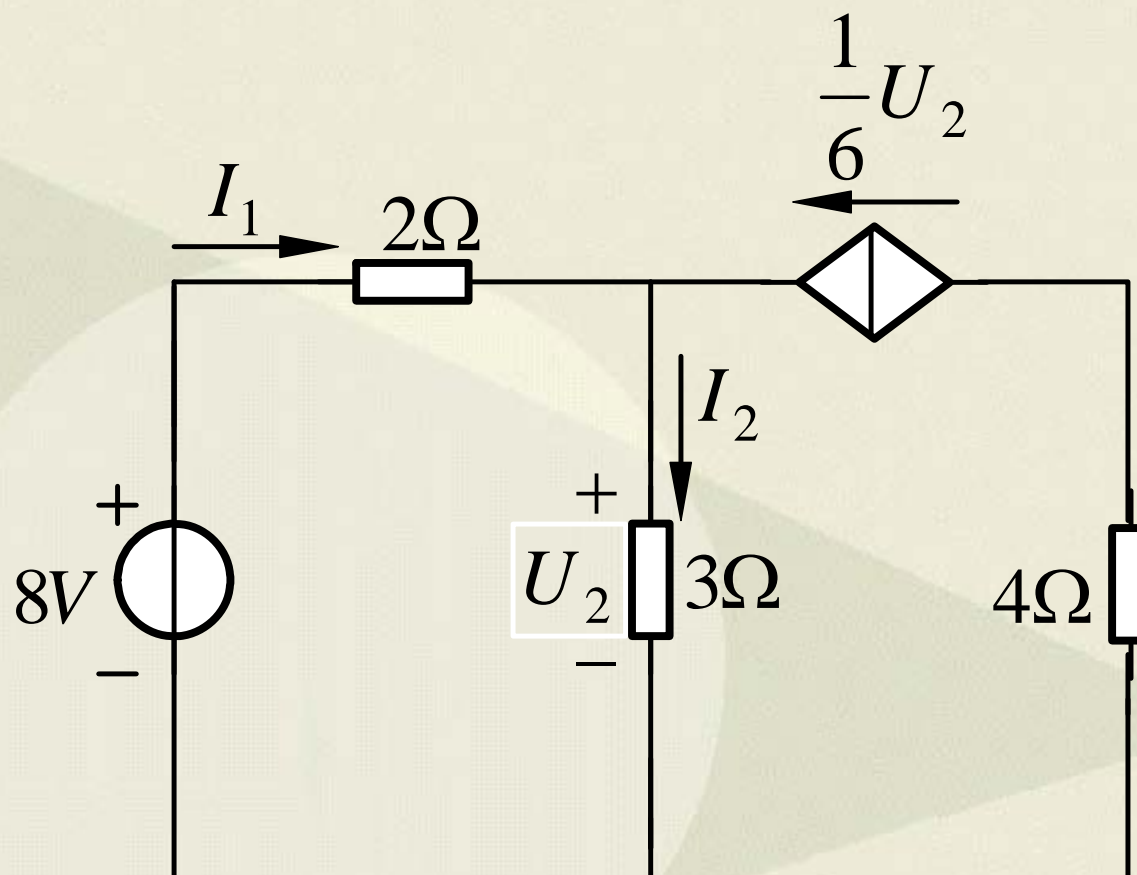
$$\begin{cases} I_1 + 10 = I_2 \\ 6I_1 + 4I_2 = 20 \end{cases}$$

解得  $I_1 = -2$   
 $I_2 = 8$

$$U = -10I_1 + 4I_2 = 52V$$

## 例题2.8.2

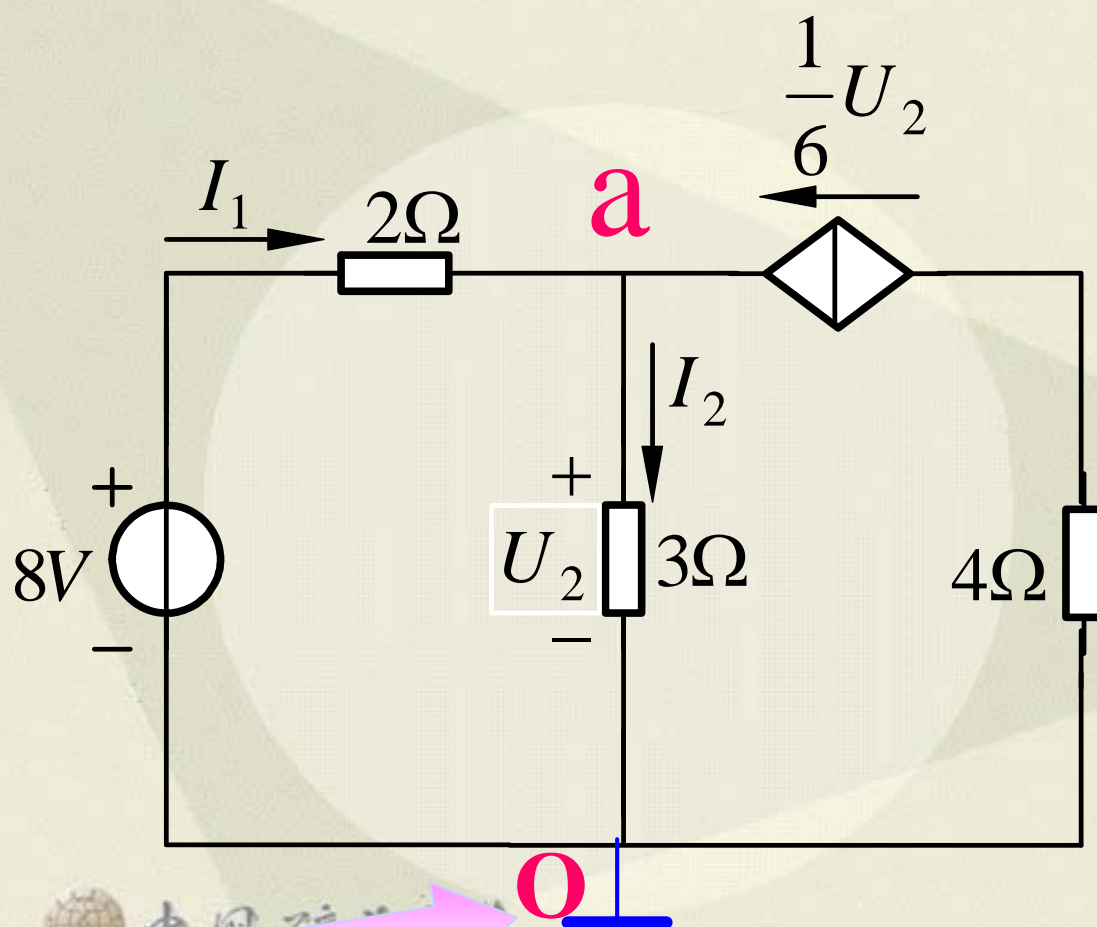
求图示电路中的电压  $U_2$



解

## 2 结点电压法

选O点为零参考电位，列出a点的电压方程



$$U_a \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) = \frac{8}{2} + \frac{1}{6} U_2$$

因  $U_2 = U_a$

解得  $U_2 = 6V$

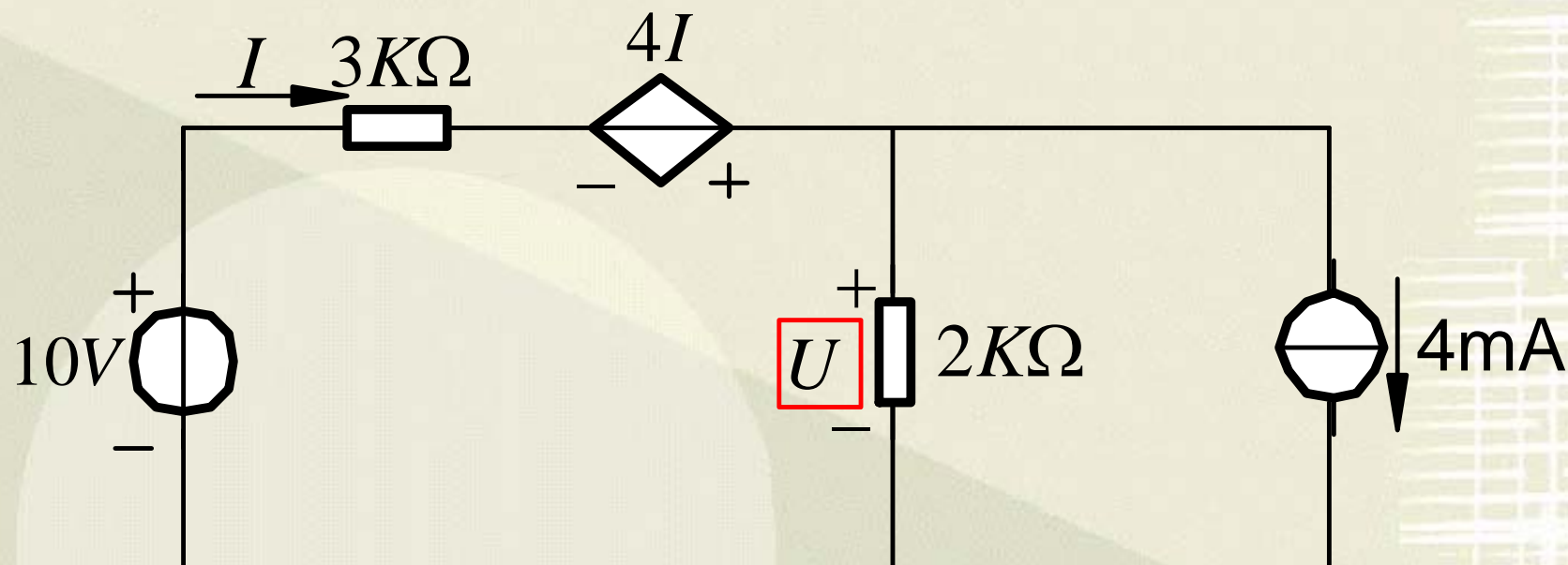


中国



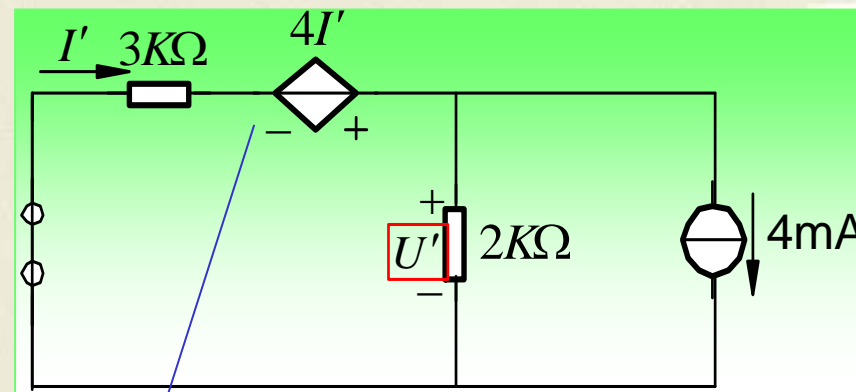
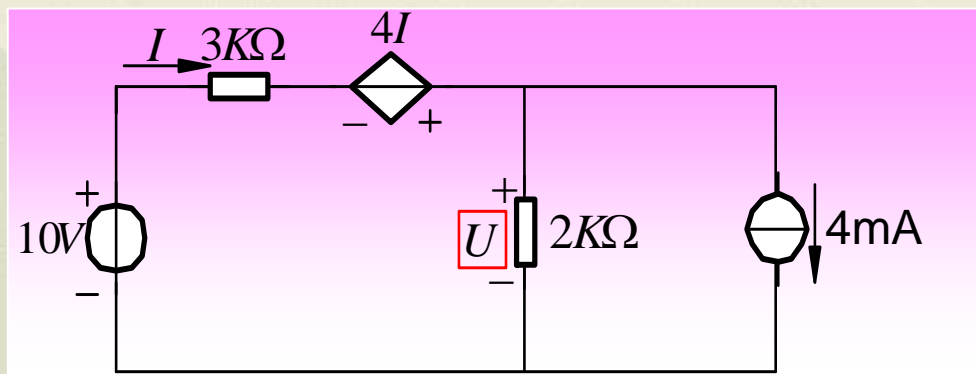
### 例题2.8.3

求所示电路中的电压 $U$ 。



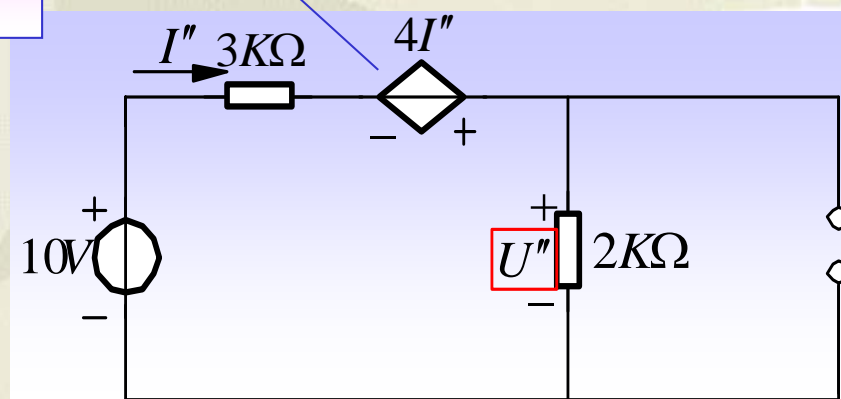
解 →

### 3 叠加原理（简述方法）



受控源需保留

+

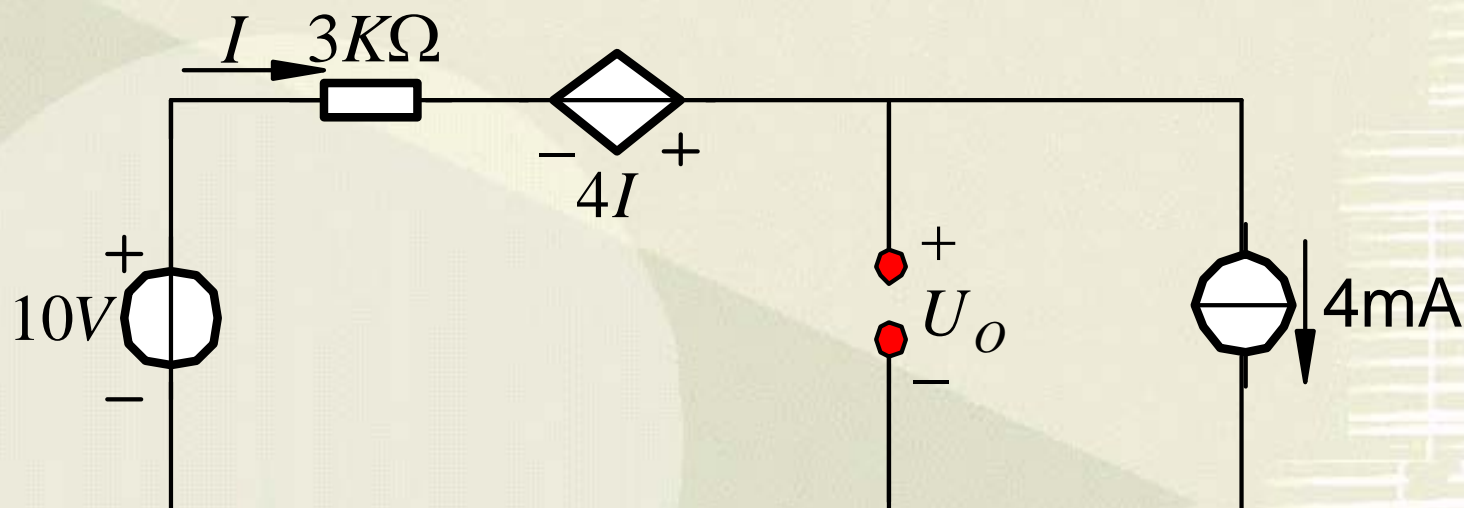


$$U = U' + U''$$

## 例题2.8.4

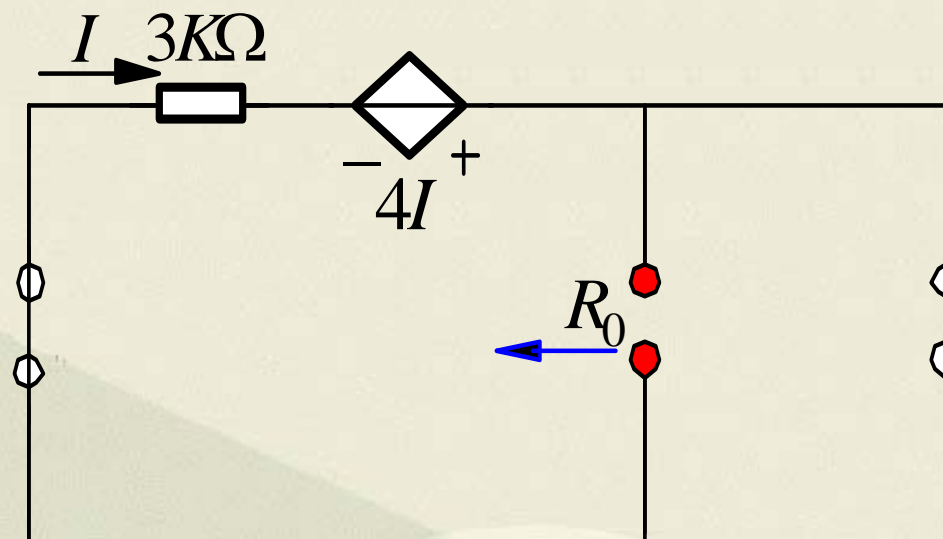
### 4 用戴维宁定理理解例2.8.3

解



$$I = 4\text{mA}$$

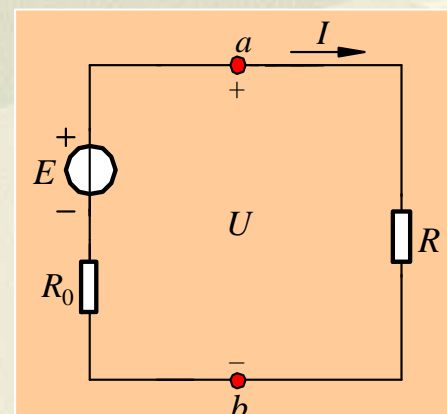
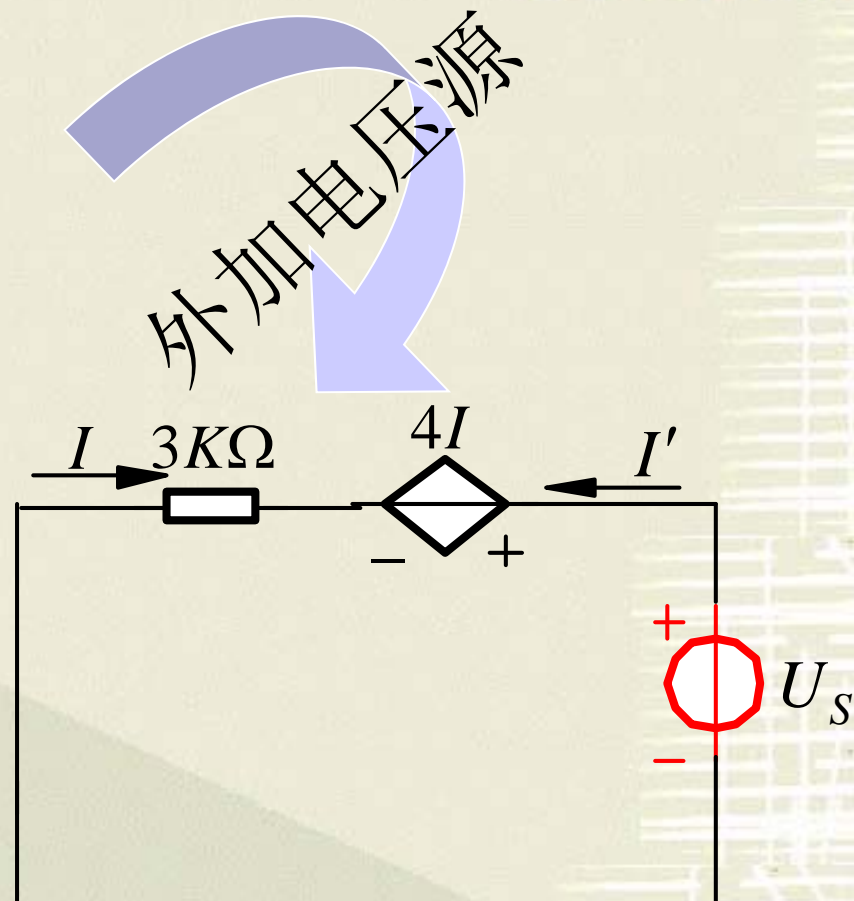
$$U_o = 4I - 3I + 10 = 14\text{V}$$



$$U_S = 4I - 3I = -I'$$

$$R_0 = \frac{U_o}{I'} = -1\text{k}\Omega$$

$$U = \frac{U_o}{R + R_0} R = 14 \times 2 = 28\text{V}$$



返回