电工技术与电子技术

（上）

第4章 正弦交流电路

中国矿业大学信电学院

第4章 正弦交流电路

4.1 正弦电压与电流
4.2 正弦量的相量表示法
4.3 单一参数交流电路
4.4 电阻、电感与电容元件串联交流电路
4.5 阻抗的串联与并联
4.6 正弦交流电路的分析和计算
4.7 交流电路的频率特性（谐振）
4.8 功率因数的提高

第4章 正弦交流电路

本章要求

一、理解正弦量的特征及其各种表示方法。

二、理解电路基本定律的相量形式及复阻抗，熟练掌握计算正弦交流电路的相量分析法。会画相量图。

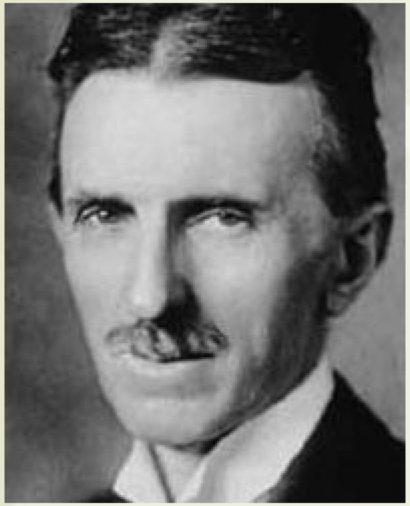
三、掌握有功功率和功率因数的计算，了解瞬时功率、无功功率和视在功率的概念。

四、了解正弦交流电路的频率特性，串、并联谐振的条件及特征。

五、了解提高功率因数的意义和方法。

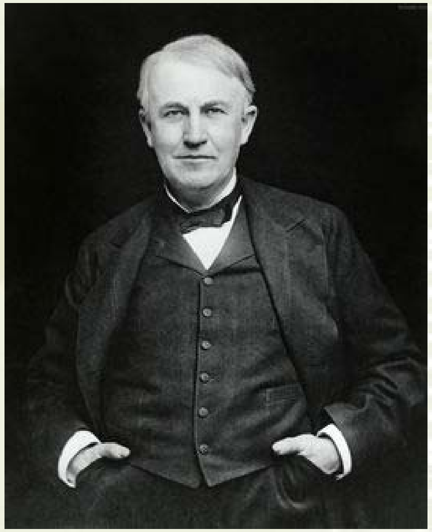
交流电的发明

波利特·皮克西在1832年基于迈克尔·法拉第的原理制造了第一台交流电机



尼古拉·特斯拉

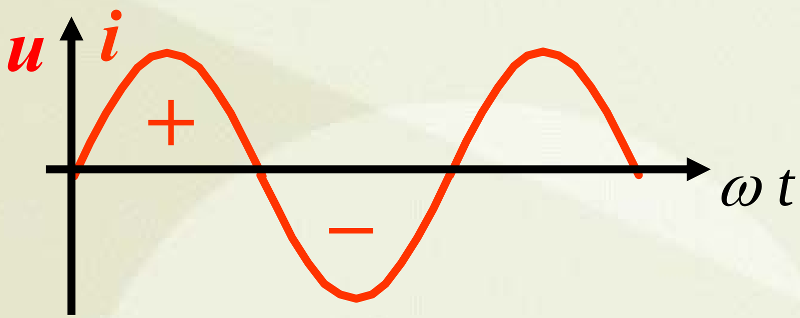
托马斯·阿尔瓦·爱迪生

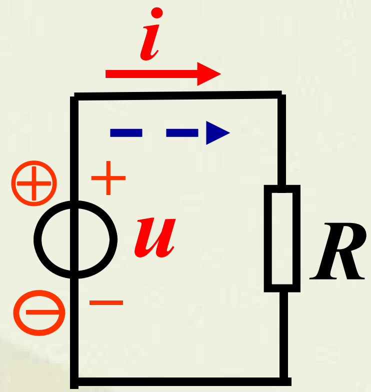


4.1 正弦电压与电流

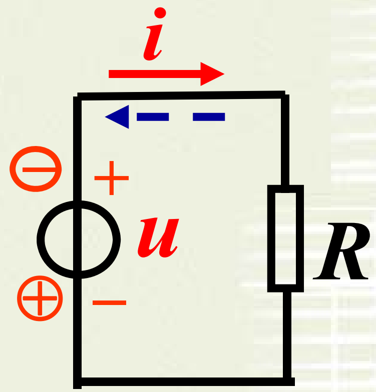
正弦量：

随时间按正弦规律做周期变化的量。





正半周



负半周

正弦交流电的优越性：

便于传输；易于变换

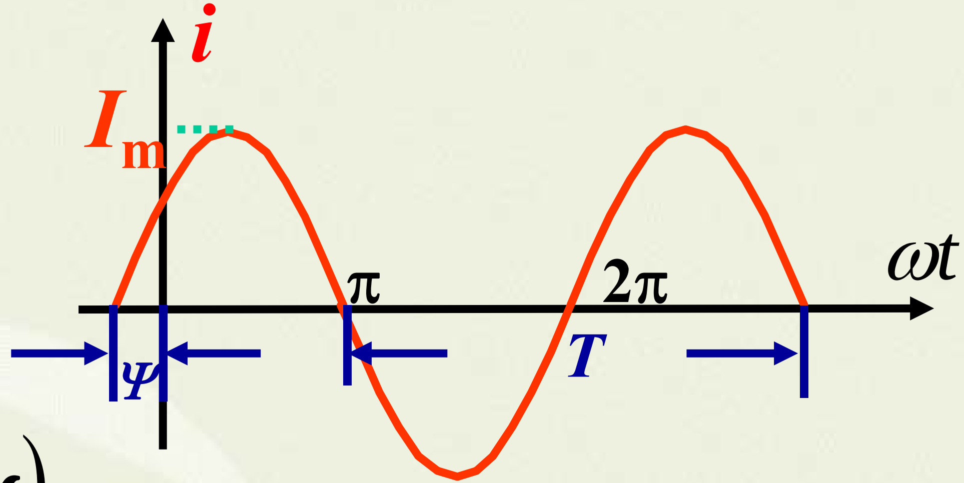
便于运算；

有利于电器设备的运行；

. . . . .

4.1 正弦电压与电流

设正弦交流电流：



$$i = I_m \sin(\omega t + \psi)$$

初相角：决定正弦量起始位置

角频率：决定正弦量变化快慢

幅值：决定正弦量的大小

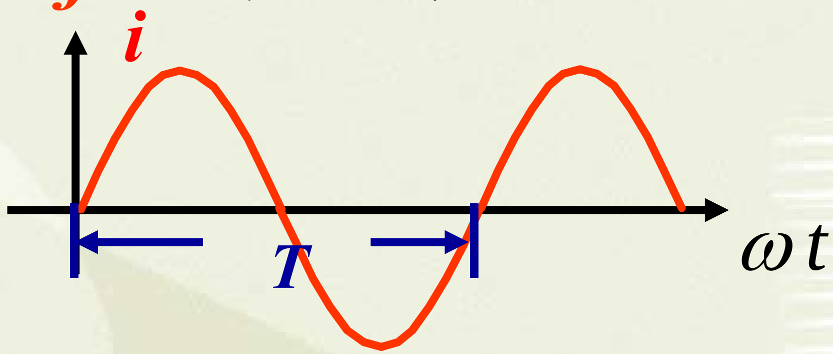
幅值、角频率、初相角成为正弦量的三要素。

4.1.1 频率与周期

周期T：变化一周所需的时间　（s、ms）

频率f：$f = \dfrac{1}{T}$　（Hz、kHz）

角频率：$\omega = \dfrac{2\pi}{T} = 2\pi f$　（rad/s）



* 电网频率：我国 50 Hz ，美国 、日本 60 Hz
* 高频炉频率：200 ~ 300 KHz
* 中频炉频率：500 ~ 8000 Hz
* 无线通讯频率： 30 kHz ~ 3×10^4 MHz

4.1.2 幅值与有效值

幅值：I_m、U_m、E_m

幅值必须大写，下标加 m。

有效值：与交流热效应相等的直流定义为交流电的有效值。

$$\underbrace{\int_0^T i^2 R\,dt}_{\text{交流}} = \underbrace{I^2 R T}_{\text{直流}}$$

则有

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2 dt}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T I_m^2 \sin^2 \omega t\, dt} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

有效值必须大写

同理：$U = \dfrac{U_m}{\sqrt{2}}$　　$E = \dfrac{E_m}{\sqrt{2}}$

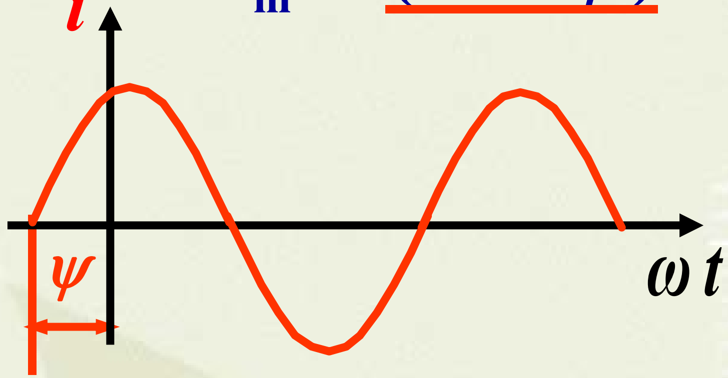
注意：

交流电压、电流表测量数据为有效值

交流设备名牌标注的电压、电流均为有效值

4.1.3初相位与相位差

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi)$$



相位：$\omega t + \psi$

反映正弦量变化的进程。

初相位：表正弦量在 t =0时的相角。

$$\psi = (\omega t + \psi)\Big|_{t=0}$$

ψ：给出了观察正弦波的起点或参考点。

4.1.3 相位差φ：

两同频率的正弦量之间的初相位之差。

如：$u = U_m \sin(\omega t + \psi_1)$

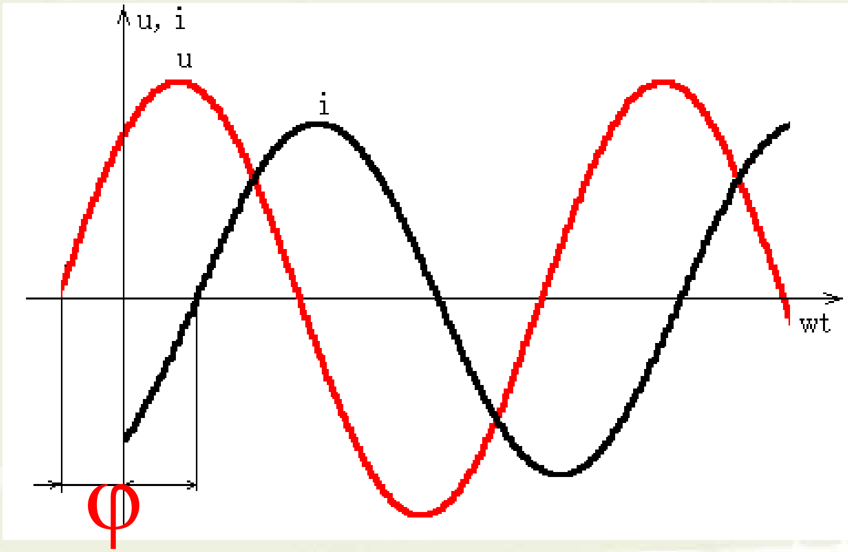
$i = I_m \sin(\omega t + \psi_2)$

$$\varphi = (\omega t + \psi_1) - (\omega t + \psi_2)$$

$$= \psi_1 - \psi_2$$

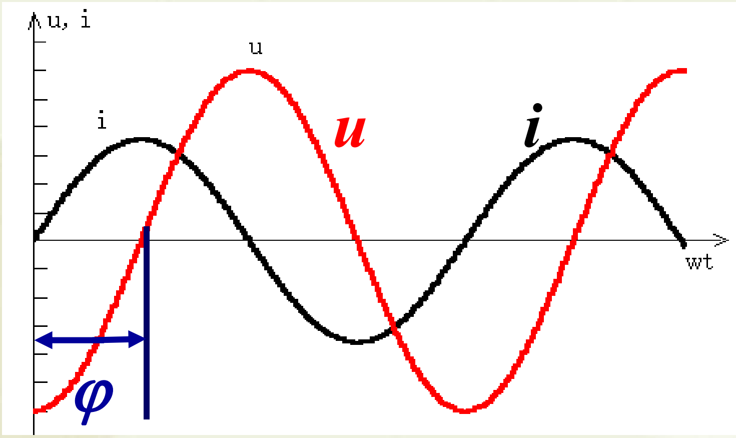
若 $\varphi = \psi_1 - \psi_2 > 0$

电压超前电流φ



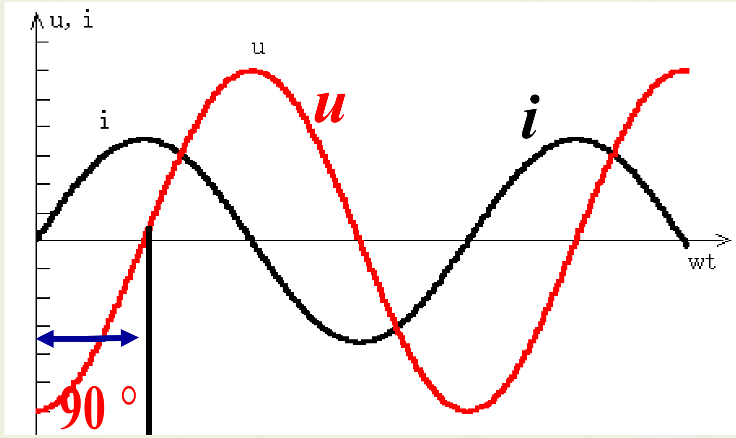
$$\varphi = \psi_1 - \psi_2 < 0$$

电流超前电压 φ



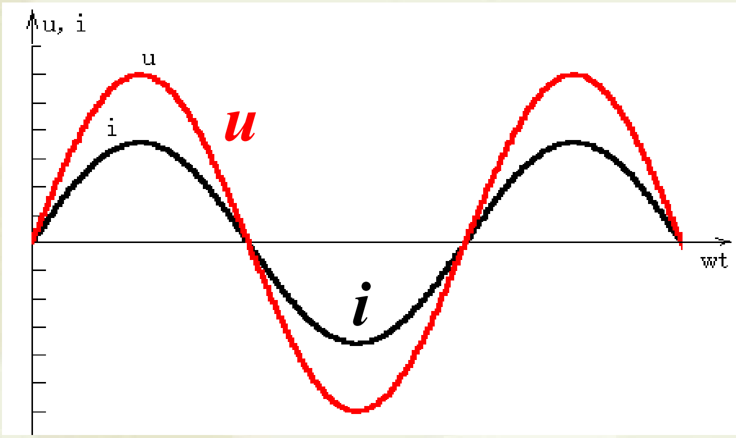
$$\varphi = \psi_1 - \psi_2 = -90°$$

电流超前电压 90°



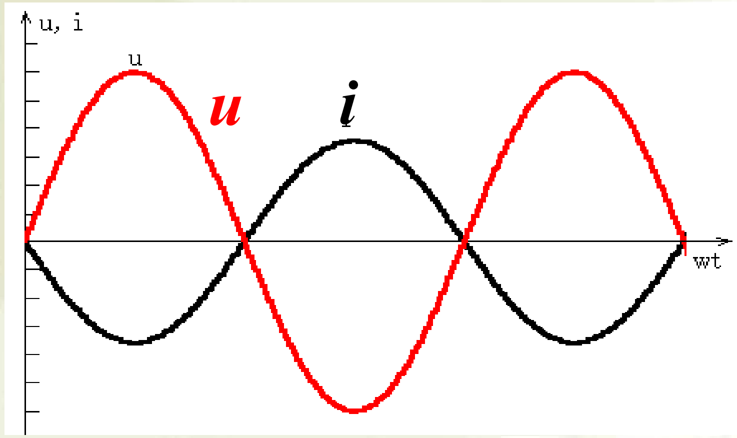
$$\varphi = \psi_1 - \psi_2 = 0$$

电压与电流同相



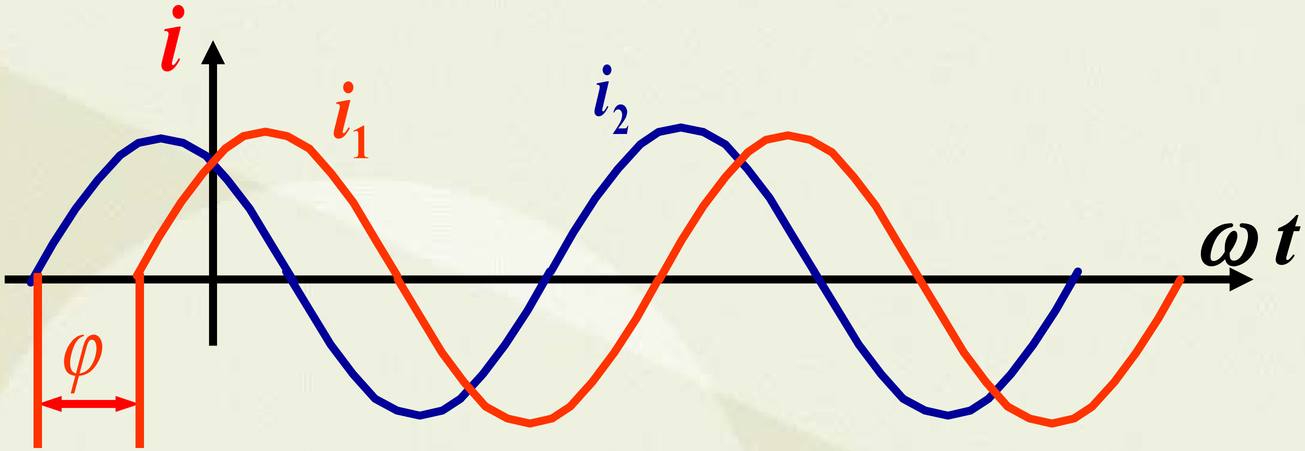
$$\varphi = \psi_1 - \psi_2 = 180°$$

电压与电流反相



注意:

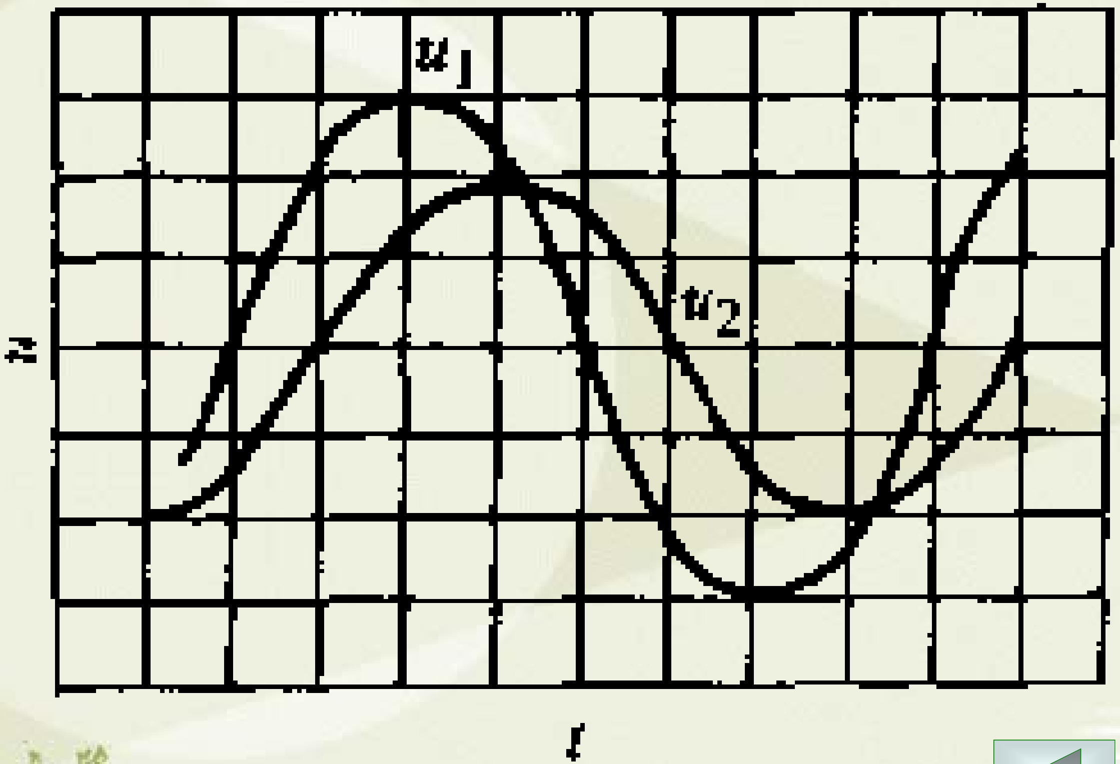
1．两同频率的正弦量之间的相位差为常数，与计时的选择起点无关。



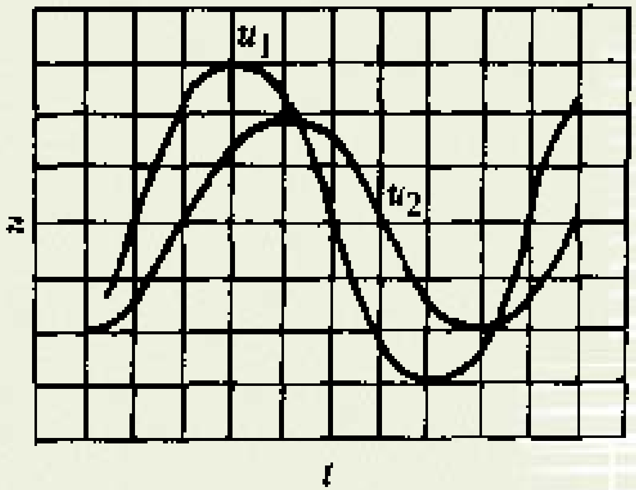
2．不同频率的正弦量比较无意义。

3. 为了分析交流电路方便起见，在选取计时起点时使某一正弦量的初相角为零，称为参考正弦量，对应于参考正弦量的相量称为参考相量。

例：用双踪示波器测得两个同频率的正弦电压的波形如图所示。若这时示波器面板上的“时间选择”旋钮置于“**0.5ms / 格**”档，Y轴坐标旋钮置于“**10V / 格**”档，试写出u_1和u_2的瞬时值函数式，并求出这两个电压的相位差。



解：由图可见，这两个电压的一个周期在屏幕上各占8格，故周期为



$$T = 8\times 0.5ms = 4ms$$

$$f = \frac{1}{T} = 250Hz$$

$$\omega = 2\pi f = 500\pi\ rad/s$$

$$U_{1m} = 3\times 10 = 30V$$

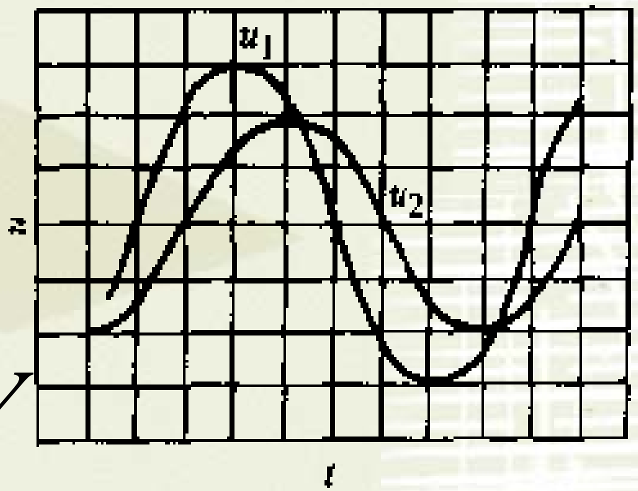
$$U_{2m} = 2\times 10 = 20V$$

在相位上，若以u_1为参考量，设其初相角ψ_1=0，则u_2滞后u_1一个方格，其初相角为

$$\psi_2 = -\frac{1}{8}\times 2\pi = -\frac{1}{4}\pi$$

u_1和u_2相位差为 $\varphi = \psi_1 - \psi_2 = \frac{1}{4}\pi$

u_1和u_2的瞬时值函数式



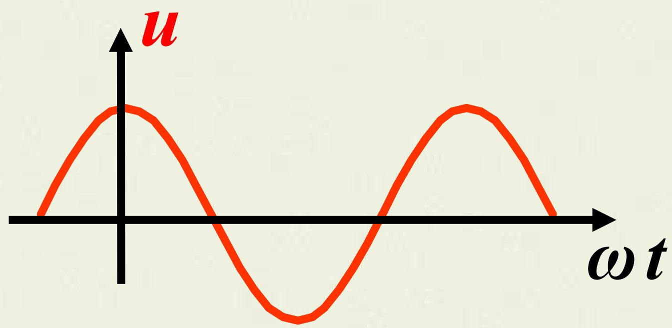
$$u_1 = 30\sin 500\pi t\,V$$

$$u_2 = 20\sin\left(500\pi t - \frac{\pi}{4}\right) V$$

4.2 正弦量的相量表示法

1．正弦量的表示方法：

波形图



瞬时值表达式 $u = U_{\mathrm{m}}\sin(\omega t + \psi)\,\mathrm{V}$

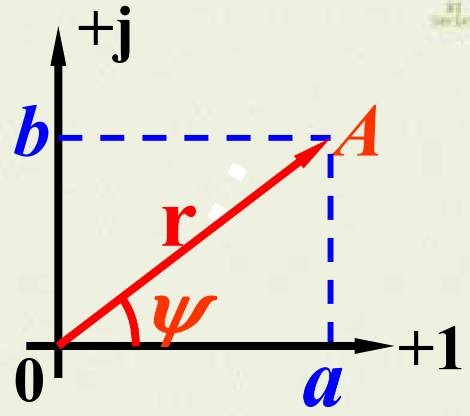
必须小写

相量 $\dot{U} = U\angle\psi\ \mathrm{V}$

重点

为了便于运算，重点介绍相量表示法。

(1) 复数的四种表示形式



设A为复数:

1) 代数式 $A = a + \mathrm{j}b$

式中: $a = r\cos\psi$ $b = r\sin\psi$

$$\begin{cases} r = \sqrt{a^2 + b^2} & \text{复数的模} \\ \psi = \arctan\dfrac{b}{a} & \text{复数的幅角} \end{cases}$$

2) 三角式

$$A = r\cos\psi + \mathrm{j}r\sin\psi = r(\cos\psi + \mathrm{j}\sin\psi)$$

3) 指数式 $A = r\,e^{\mathrm{j}\psi}$

由欧拉公式:

$$e^{j\psi} = \cos\psi + j\sin\psi$$

4) 极坐标式 $A = r\angle\psi$

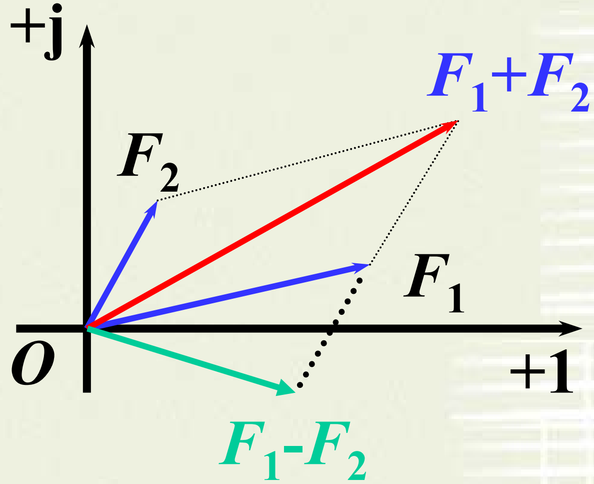
2. 复数运算

$$\boxed{A = a + jb = r\cos\psi + jr\sin\psi = re^{j\psi} = r\angle\psi}$$

(1)加减运算——代数式

若 $F_1=a_1+jb_1$， $F_2=a_2+jb_2$

则 $F_1 \pm F_2=(a_1 \pm a_2)+j(b_1 \pm b_2)$



(2) 乘除运算——三角式

若 $A_1 = r_1\angle\psi_1$, $A_2 = r_2\angle\psi_2$,

则: $A_1 \cdot A_2 = r_1 e^{j\psi_1} \cdot r_2 e^{j\psi_2}$

$$= r_1 r_2 e^{j(\psi_1+\psi_2)} = r_1 r_2 \angle \psi_1 + \psi_2$$

乘法：模相乘，
角相加。

(2) 乘除运算——三角式

若 $A_1 = r_1\angle\psi_1$, $A_2 = r_2\angle\psi_2$,

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{r_1 e^{j\psi_1}}{r_2 e^{j\psi_2}} = \frac{r_1}{r_2} e^{j(\psi_1 - \psi_2)} = \frac{r_1}{r_2}\angle\psi_1 - \psi_2$$

除法：模相除，角相减。

例1. $5\angle 47^\circ + 10\angle -25^\circ = ?$

解: $5\angle 47^\circ + 10\angle -25^\circ = (3.41 + j3.657) + (9.063 - j4.226)$

$= 12.47 - j0.569$

$= 12.48\angle -2.61^\circ$

例2. $220\angle 35^\circ+\dfrac{(17+j9)(4+j6)}{20+j5}=?$

解：$上式=180.2+j126.2+\dfrac{19.24\angle 27.9^\circ\times 7.211\angle 56.3^\circ}{20.62\angle 14.04^\circ}$

$$=180.2+j126.2+6.728\angle 70.16^\circ$$

$$=180.2+j126.2+2.238+j6.329$$

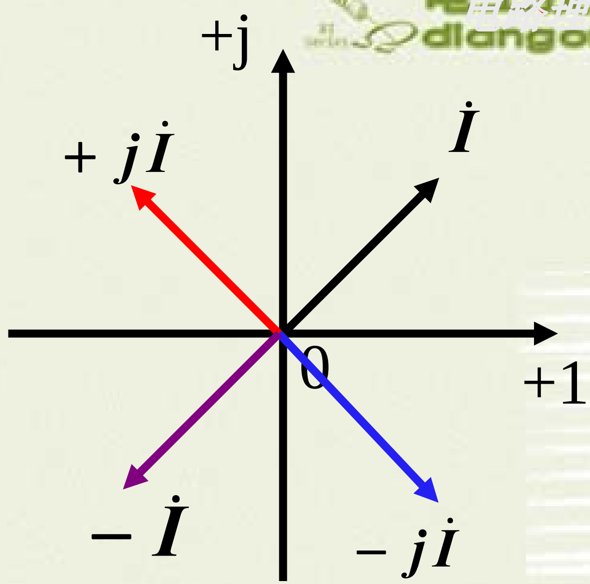
$$=182.5+j132.5=225.5\angle 36^\circ$$

(3) 旋转因子：

复数 $e^{j\theta}=\cos\theta+j\sin\theta=1\angle\theta$

$F\bullet e^{j\theta}$ 相当于F逆时针旋转一个角度θ，而模不变。故把 $e^{j\theta}$ 称为旋转因子。

几种不同θ值时的旋转因子：



$$\theta = \frac{\pi}{2}, \quad e^{j\frac{\pi}{2}} = \cos\frac{\pi}{2} + j\sin\frac{\pi}{2} = +j$$

$$\theta = -\frac{\pi}{2}, \quad e^{j-\frac{\pi}{2}} = \cos(-\frac{\pi}{2}) + j\sin(-\frac{\pi}{2}) = -j$$

$$\theta = \pm\pi, \quad e^{j\pm\pi} = \cos(\pm\pi) + j\sin(\pm\pi) = -1$$

$e^{j\pi/2}=j$, $e^{-j\pi/2}=-j$, $e^{j\pi}=-1$ 故 $+j$, $-j$, -1 都可以看成旋转因子。

3. 正弦量的相量表示

相量： 表示正弦量的复数称相量

设正弦量: $u = U_m \sin(\omega t + \psi)$

相量表示:

$$\dot{U} = U e^{j\psi} = U\angle\psi \begin{cases} \text{相量的模=正弦量的有效值} \\ \text{相量辐角=正弦量的初相角} \end{cases}$$

电压的有效值相量

或:

$$\dot{U}_m = U_m e^{j\psi} = U_m\angle\psi \begin{cases} \text{相量的模=正弦量的最大值} \\ \text{相量辐角=正弦量的初相角} \end{cases}$$

电压的幅值相量

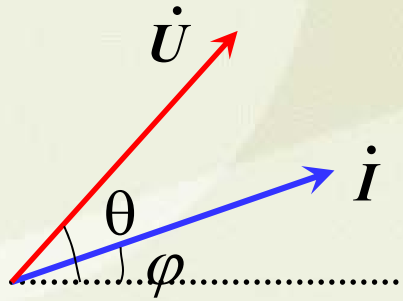
注意:

1. 相量只是表示正弦量，而不等于正弦量。

$$i = I_{\mathrm{m}} \sin(\omega t + \psi) \cancel{=} I_{\mathrm{m}} e^{\mathrm{j}\psi} = I_{\mathrm{m}} \angle \psi$$

2. 只有正弦量才能用相量表示，
非正弦量不能用相量表示。

3. 只有同频率的正弦量才能画在同一相量图上。

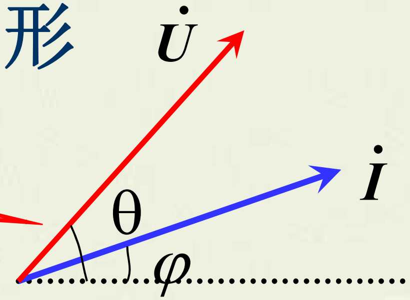


3. 相量的两种表示形式:

相量式: $\dot{U}=Ue^{j\psi}=U\angle\psi=U(\cos\psi+j\sin\psi)$

相量图: 把相量表示在复平面的图形

可不画坐标轴



4. 相量的书写方式

- 模用最大值表示 ，则用符号：$\boxed{\dot{U}_m 、\dot{I}_m}$
- 实际应用中，模多采用有效值，符号：$\boxed{\dot{U} 、\dot{I}}$

如：已知 $u=220\sin(\omega t+45°)\mathrm{V}$

则 $\dot{U}_m=220e^{j45°}V$ 或 $\dot{U}=\frac{220}{\sqrt{2}}e^{j45°}V$

正误判断

1. 已知：

$$u = 220\sin(\omega t + 45°)$$

$$\dot{U} \cancel{=} \frac{220}{\sqrt{2}}\angle 45°$$

有效值

j45°

$$\dot{U}_{m} \cancel{=} 220\, e^{45°}$$

2. 已知：$\dot{I} = 10\angle 60°\,\text{A}$

$$i \cancel{=} 10\sin(\omega t + 60°)\text{A} \;?$$

最大值

3. 已知：

$$\dot{I} = 4\, e^{j30°}$$

复数

$$\cancel{=} 4\sqrt{2}\sin(\omega t + 30°)$$

瞬时值

4. 已知：

$$\dot{U} = 100\angle -15°\text{V}$$

$$U = 100\,\text{V} \quad \checkmark$$

负号

$$\dot{U} \cancel{=} 100\, e^{j15°}\,\text{V}$$

练习1：已知复数A=1+j和B=1-j，求A+B，A-B，AB和A/B。

练习2：已知 $A=10\angle 30^\circ$
和 $B=20\angle 60^\circ$ ，求A+B，A-B，AB和A/B。

例1 将 u_1、u_2 用相量表示

$$u_1 = 220\sqrt{2}\sin(\omega t + 20^\circ)\ \text{V}$$

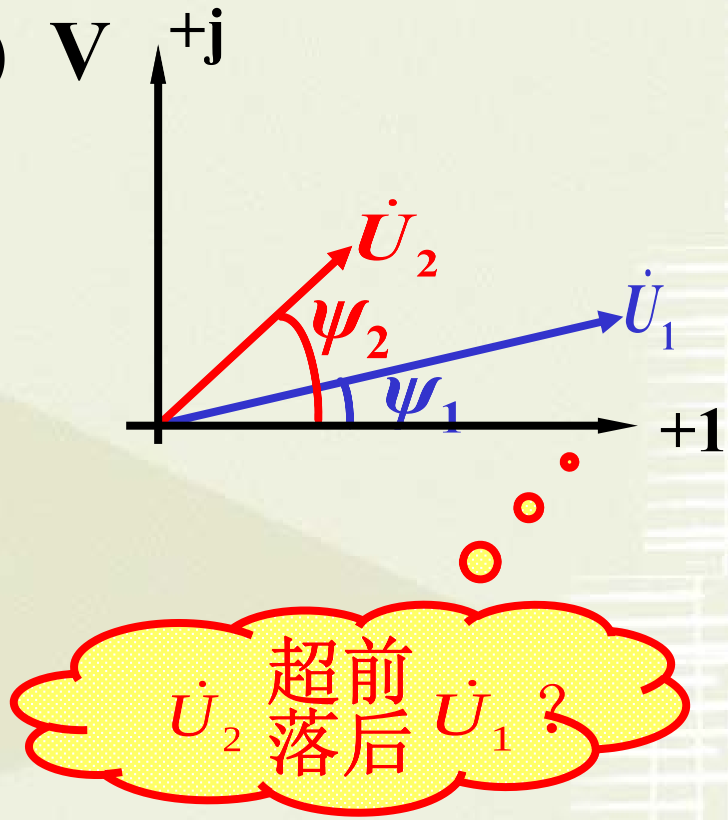
$$u_2 = 110\sqrt{2}\sin(\omega t + 45^\circ)\ \text{V}$$

解: 1) 相量式

$$\dot{U}_1 = 220\angle{+20^\circ}\text{V}$$

$$\dot{U}_2 = 110\angle{+45^\circ}\text{V}$$

2) 相量图



$\boxed{\dot{U}_1 \text{ 落后于 } \dot{U}_2}$

例2 在下列几种情况下，哪些可以用相量进行运算，如何运算？

1. $4\sin 200t + 20\sin(314t + 30°)$;

2. $50\sin 314t - 100\sin(628t + 90°)$;

3. $6\sin(314t + 40°) + 8\sin(314t - 40°)$;

4. $6\sin 1000t - 40\sin(1000t - 60°)$。

同频率正弦量

解：用相量法计算3式:

$$6\angle 40° + 8\angle -40°$$

$$= 6\cos 40° + j6\sin 40° + 8\cos 40° - j8\sin 40°$$

$$= 14\cos 40° - j2\sin 40° = 10.8\angle -6.8°$$

例3 已知

$$i_1 = 12.7\sqrt{2}\sin(314t + 30°)\text{A}$$

$$i_2 = 11\sqrt{2}\sin(314t - 60°)\text{A}$$

求：$i = i_1 + i_2$。

$$\dot{I}_1 = 12.7\angle 30°\text{A}$$

$$\dot{I}_2 = 11\angle -60°\text{A}$$

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 12.7\angle 30° + 11\angle -60°$$

$$= 12.7(\cos 30° + \text{j}\sin 30°) + 11(\cos 60° - \text{j}\sin 60°)$$

$$= 16.5 - \text{j}3.18 = 16.8\angle -10.9°\text{A}$$

$$i = 16.8\sqrt{2}\sin(314t - 10.9°)\text{ A}$$

有效值 $I = 16.8$ A

例4 图示电路是三相四线制电源，已知三个电源的电压分别为：

$$u_A = 220\sqrt{2}\sin 314\,t\ \mathrm{V}$$

$$u_B = 220\sqrt{2}\sin(314\,t - 120°)\mathrm{V}$$

$$u_C = 220\sqrt{2}\sin(314\,t + 120°)\mathrm{V}$$

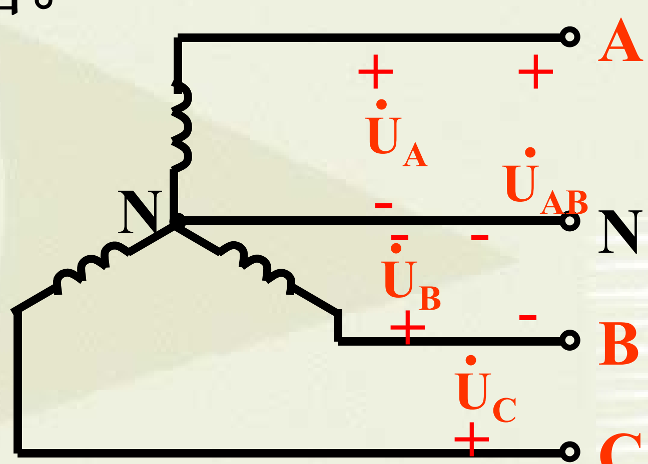
试求u_{AB}，并画出相量图。

解：**1. 用相量法计算：**

$$\dot{U}_A = 220\angle 0°\mathrm{V}$$

$$\dot{U}_B = 220\angle -120°\mathrm{V}$$

$$\dot{U}_C = 220\angle +120°\mathrm{V}$$



由KVL定律可知

$$\dot{U}_{AB}=\dot{U}_{A}-\dot{U}_{B}=220\angle 0^{\circ}-220\angle -120^{\circ}\text{V}$$

$$\dot{U}_{AB}=220-220\left[\cos(-120^{\circ})+\text{j}\sin(-120^{\circ})\right]$$

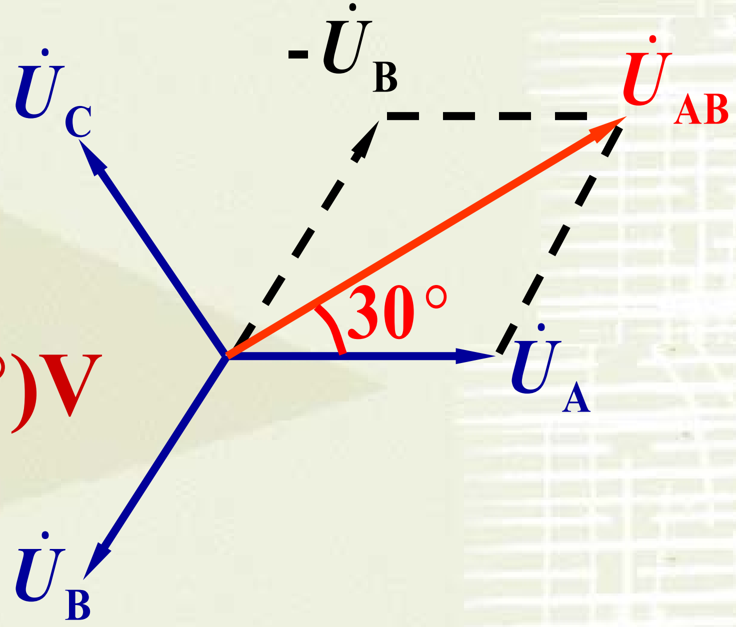
$$=220(1+0.5+\text{j}0.866)$$

$$=220\times 1.73\angle 30^{\circ}$$

$$=380\angle 30^{\circ}\text{V}$$

$$\therefore u_{AB}=380\sqrt{2}\sin(\omega t+30^{\circ})\text{V}$$

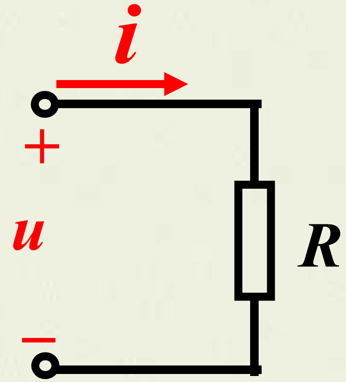
2. 相量图



4.3 单一参数交流电路

4.3.1 电阻元件的交流电路

1. 电压与电流的关系

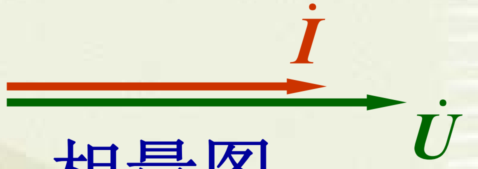


根据欧姆定律: $u = iR$

设 $u = U_{\mathrm{m}} \sin \omega t$

$$i = \frac{u}{R} = \frac{U_{\mathrm{m}} \sin \omega t}{R} = \frac{\sqrt{2} U}{R} \sin \omega t$$

$$= I_{\mathrm{m}} \sin \omega t = \sqrt{2} I \sin \omega t$$



相量图

① 频率相同

② 大小关系: $I = \dfrac{U}{R}$

③ 相位关系 : u、i 相位相同

相位差φ: $\varphi = \psi_u - \psi_i = 0$

相量式:

$\dot{I} = I\angle 0^\circ$

$\dot{U} = U\angle 0^\circ = \dot{I}R$

2. 功率关系

(1) 瞬时功率 p: 瞬时电压与瞬时电流的乘积

$$i=\sqrt{2}I\sin\omega t$$

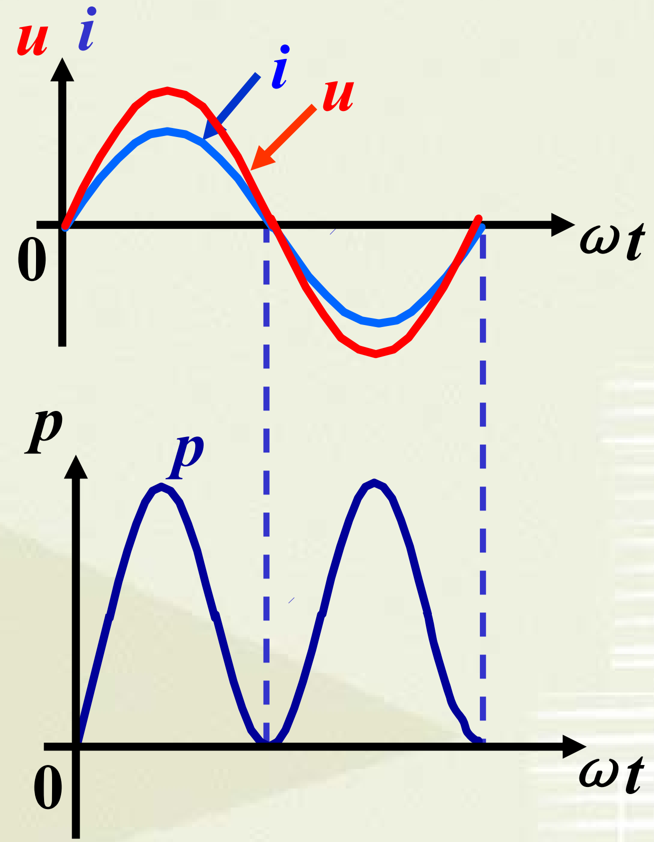
$$u=\sqrt{2}U\sin\omega t$$

小写

$$p = u \cdot i$$

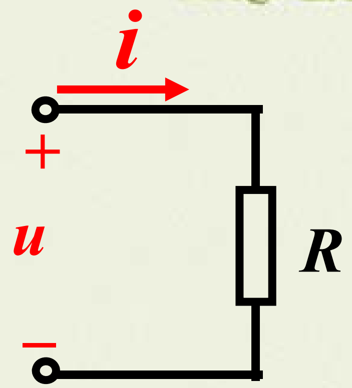
$$= U_m I_m \sin^2 \omega t$$

$$= \frac{1}{2} U_m I_m (1-\cos 2\omega t)$$



结论: $p \geq 0$ （耗能元件），且随时间变化。

(2) 平均功率(有功功率)P



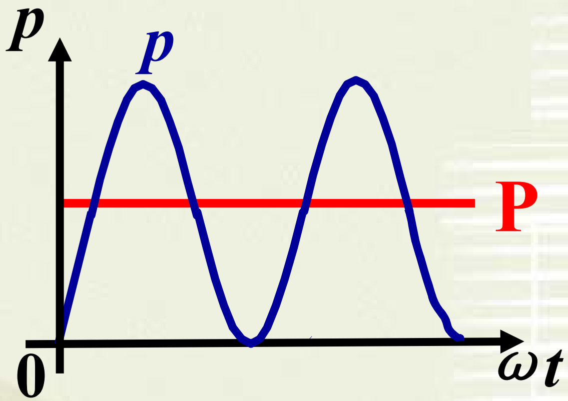
瞬时功率在一个周期内的平均值

$$P=\frac{1}{T}\int_0^T p\,\mathrm{d}t=\frac{1}{T}\int_0^T u\cdot i\,\mathrm{d}t$$

大写

$$=\frac{1}{T}\int_0^T\frac{1}{2}U_{\mathrm{m}}I_{\mathrm{m}}(1-\cos 2\omega t)\mathrm{d}t$$

$$=\frac{1}{T}\int_0^T UI(1-\cos 2\omega t)\mathrm{d}t=UI$$



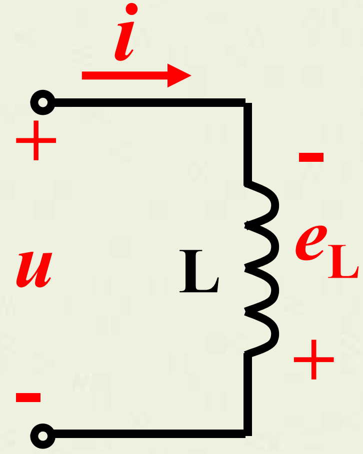
$$P=U\times I=I^2R=\frac{U^2}{R}$$ 单位:瓦（W）

注意：通常铭牌数据或测量的功率均指有功功率。

4.3.2 电感元件的交流电路

1. 电压与电流的关系

基本关系式：$u=-e_L=L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$

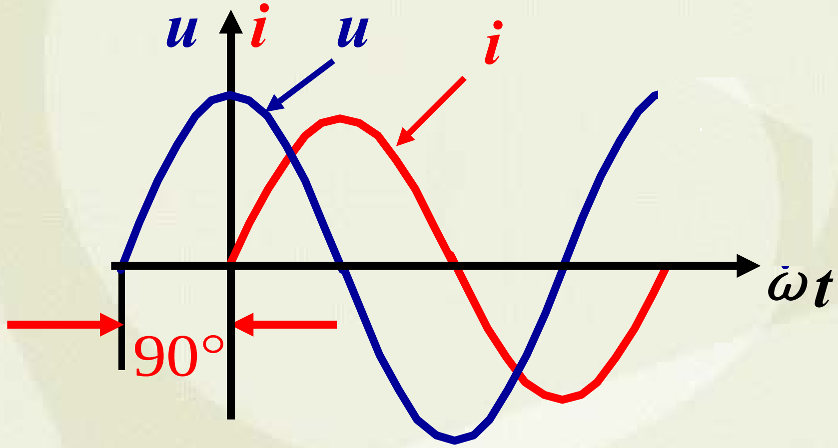


设：$i=\sqrt{2}I\sin\omega t$

$$u=L\frac{\mathrm{d}(I_m\sin\omega t)}{\mathrm{d}t}$$

$$=\sqrt{2}\,\underline{I\omega L}\sin(\omega t+90°)$$

$$=\sqrt{2}\,\underline{U}\sin(\omega t+90°)$$



① 频率相同

② $U=I\omega L$

③ 电压超前电流90°

相位差 $\varphi=\psi_u-\psi_i=90°$

$$\begin{cases} i = \sqrt{2}I \sin \omega t \\ u = \sqrt{2}I\, \underline{\omega L} \cdot \sin(\omega t + 90°) \end{cases}$$

有效值: $U = I \cdot \omega L$ 或 $I = \dfrac{U}{\omega L}$

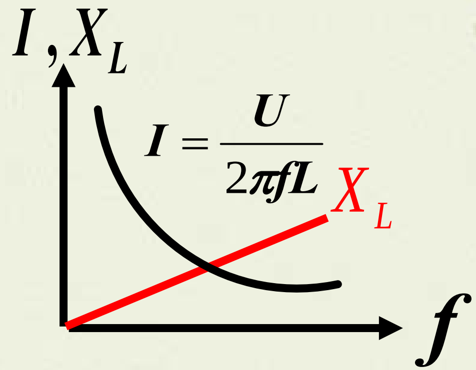
定义: $\boxed{X_L = \omega L = 2\pi f L}$ 感抗(Ω)

则: $\boxed{U = I X_L}$

$X_L = 2\pi f L$
$$\begin{cases} \text{直流：} f = 0,\ X_L = 0，L\text{视为短路} \\ \text{交流：} f \uparrow \longrightarrow X_L \uparrow \end{cases}$$

∴ 电感L具有通直阻交的作用

$$\boxed{X_L = \omega L = 2\pi f L}$$



感抗X_L是频率的函数

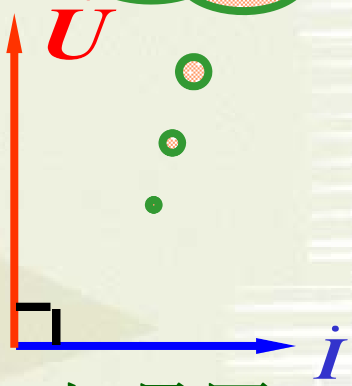
根据：
$$\begin{cases} i = \sqrt{2} I \sin \omega t \\ u = \sqrt{2} I \omega L \cdot \sin(\omega t + 90^\circ) \end{cases}$$

可得相量式：$\dot{I} = I \angle 0^\circ$

$$\dot{U} = U \angle 90^\circ = I \omega L \angle 90^\circ$$

则：
$$\frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{U}{I} \angle 90^\circ = \mathrm{j} \omega L$$

$\dot{U}$ 超前 $\dot{I}$ 90°



相量图

$$\boxed{\dot{U} = \mathrm{j} \dot{I} \omega L = \dot{I} \cdot (\mathrm{j} X_L)}$$

电感电路复数形式的欧姆定律

2. 功率关系

$$\begin{cases} i = \sqrt{2} I \sin \omega t \\ u = \sqrt{2} I \omega L \cdot \sin(\omega t + 90°) \end{cases}$$

(1) 瞬时功率

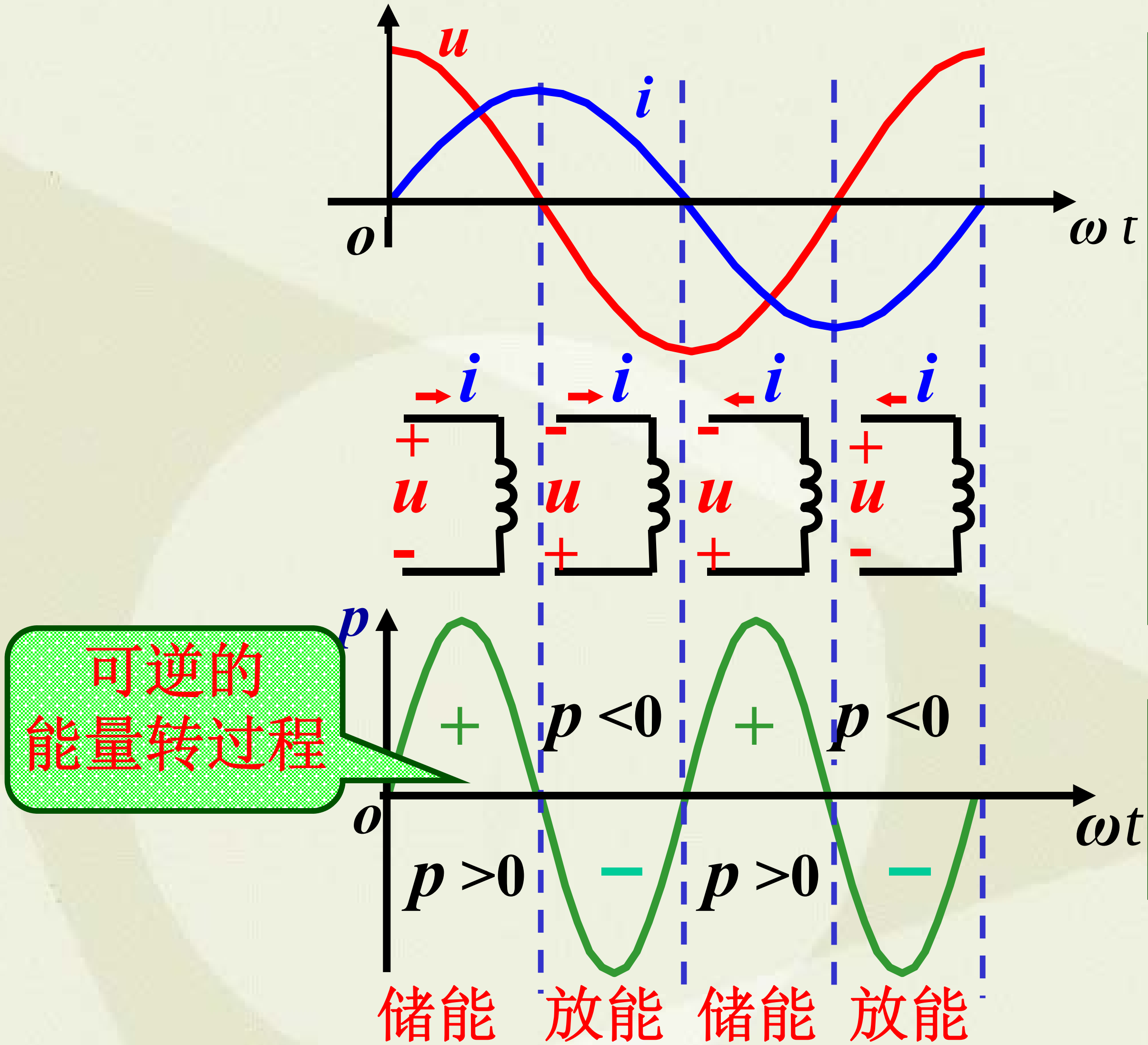
$$p = i \cdot u = U_m I_m \sin \omega t \sin(\omega t + 90°)$$
$$= U_m I_m \sin \omega t \cos \omega t = \frac{U_m I_m}{2} \sin 2\omega t$$
$$= UI \sin 2\omega t$$

(2) 平均功率

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p\,dt$$
$$= \frac{1}{T}\int_0^T UI \sin(2\omega t)\,dt = \underline{0}$$

L是非耗能元件

分析：瞬时功率 ：$p = i \cdot u = UI \sin 2\omega t$



结论：

纯电感不消耗能量，只和电源进行能量交换（能量的吞吐）。

∴ 电感L是储能元件。

(3) 无功功率 Q

用以衡量电感电路中能量交换的规模。用瞬时功率达到的最大值表征，即

瞬时功率 ：$p = i \cdot u = UI \sin 2\omega t$

$$\boxed{Q = UI = I^2 X_L = U^2 / X_L}$$

单位：var、kvar

例4.3.2把一个0.1H的电感接到 f=50Hz, U=10V的正弦电源上，求I，如保持U不变，而电源 f = 5000Hz, 这时I为多少？

解：(1) 当 f = 50Hz 时

$$X_L = 2\pi f L = 2 \times 3.14 \times 50 \times 0.1 = 31.4\Omega$$

$$I = \frac{U}{X_L} = \frac{10}{31.4} = 318\text{mA}$$

（2）当 $f = 5000\text{Hz}$ 时

$$X_L = 2\pi fL = 2 \times 3.14 \times 5000 \times 0.1 = 3140\ \Omega$$

$$I = \frac{U}{X_L} = \frac{10}{3140} = 3.18\text{mA}$$

所以电感元件具有通低频阻高频的特性

例：在电感元件的正弦交流电路中，

L=100mH，f=50Hz，

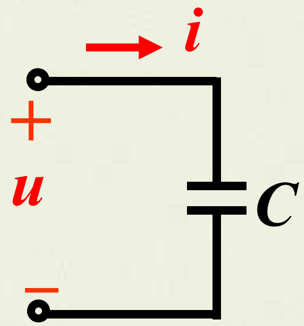
（1）已知 $i = 7\sqrt{2}\sin\omega tA$ ，求u；

（2）已知$\dot{U} = 127\angle - 30°V$，求 $\dot{I}$ ，并画出相量图。

4.3.3 电容元件的交流电路

1. 电流与电压的关系

基本关系式： $i = C\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$

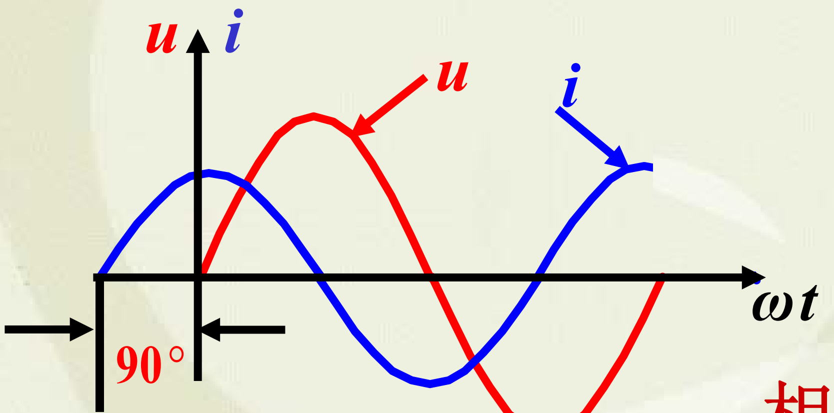


设： $u = \sqrt{2}U\sin\omega t$

则： $i = C\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = \sqrt{2}\,UC\,\omega\cos\omega t$

$= \sqrt{2}\,U\omega C\sin(\omega t + 90°)$

电流与电压的变化率成正比。



① 频率相同

② $I = U\omega C$

③ 电流超前电压90°

相位差 $\varphi = \psi_u - \psi_i = -90°$

$$\begin{cases} u = \sqrt{2}U\sin\omega t \\ i = \sqrt{2}\underline{U\omega C}\cdot\sin(\omega t + 90°) \end{cases}$$

有效值 $I = U\cdot\omega C$ 或 $U = \dfrac{1}{\omega C}I$

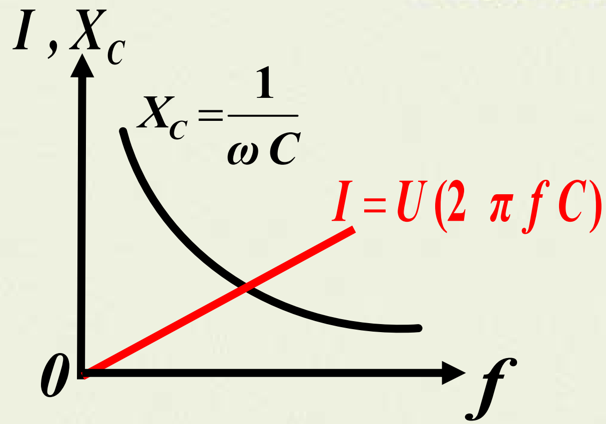
定义: $\boxed{X_C = \dfrac{1}{\omega C} = \dfrac{1}{2\pi f C}}$ 容抗（Ω）

则: $\boxed{U = I X_C}$

$X_C = \dfrac{1}{2\pi f C}$ $\begin{cases} \text{直流}: X_C \to \infty, \text{C视为开路} \\ \text{交流}: f\uparrow — X_C\downarrow \end{cases}$

∴ 电容C隔直耦交

$$\boxed{X_C=\frac{1}{2\pi fC}}$$



容抗X_C是频率的函数

由：
$$\begin{cases} u=\sqrt{2}U\sin\omega t \\ i=\sqrt{2}U\omega C\cdot\sin(\omega t+90^\circ) \end{cases}$$

可得相量式 $\dot{U}=U\angle 0^\circ$

$$\dot{I}=I\angle 90^\circ=\mathrm{j}U\omega C$$

则：

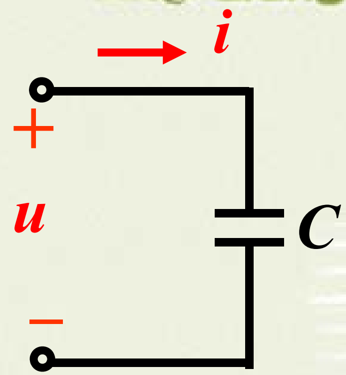
$$\boxed{\dot{U}=-\mathrm{j}\frac{1}{\omega C}\dot{I}=\underline{-\mathrm{j}X_C\dot{I}}}$$

相量图

电容电路中复数形式的欧姆定律

2.功率关系

由 $\begin{cases} u = \sqrt{2}U\sin\omega t \\ i = \sqrt{2}U\omega C \cdot \sin(\omega t + 90°) \end{cases}$



(1) 瞬时功率

$$p = i \cdot u = U_m I_m \sin\omega t \sin(\omega t + 90°)$$

$$= \frac{U_m I_m}{2}\sin 2\omega t = UI\sin 2\omega t$$

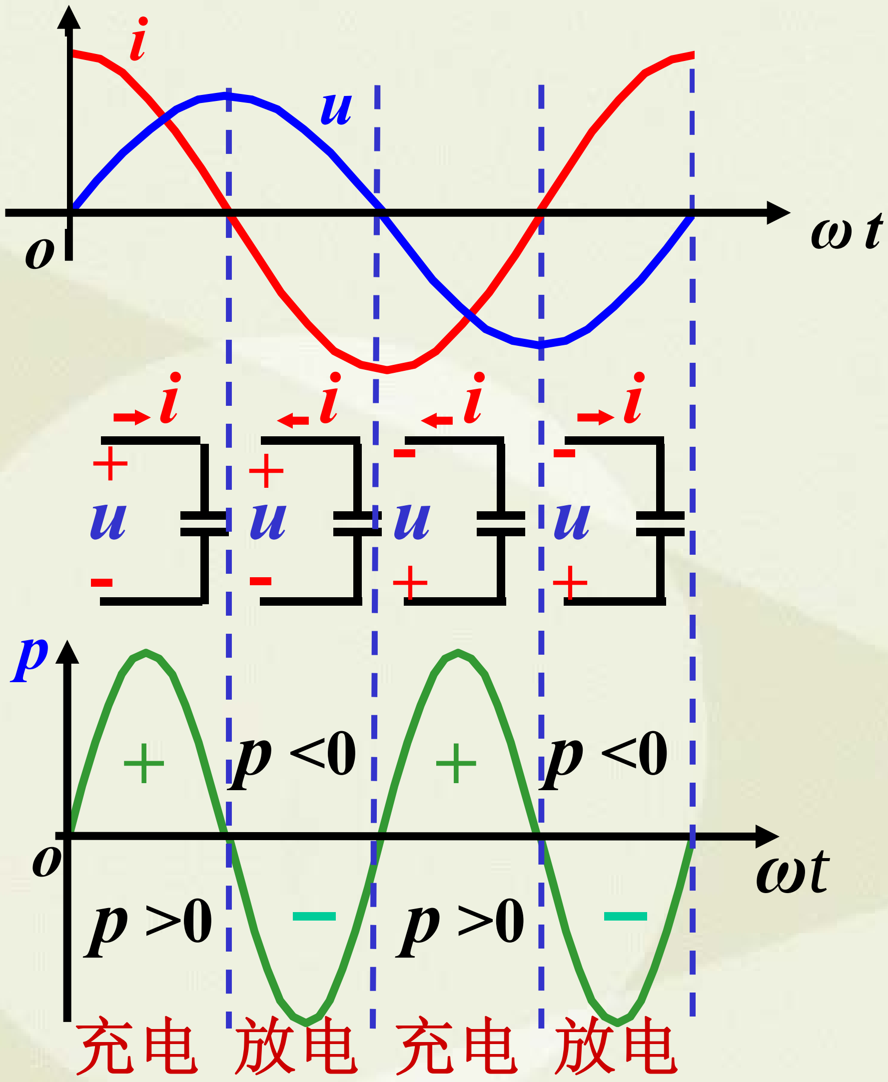
(2) 平均功率 P

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p\,\mathrm{d}t$$

$$= \frac{1}{T}\int_0^T UI\sin(2\omega t)\,\mathrm{d}t = 0$$

C是非耗能元件

瞬时功率 : $p = i \cdot u = UI \sin 2\omega t$



结论:

纯电容不消耗能量，只和电源进行能量交换（能量的吞吐）。

∴ 电容C是储能元件。

(3) 无功功率 Q

为了同电感电路的无功率相比较，这里也设

$$i = \sqrt{2} I \sin \omega t$$

则：$u = \sqrt{2} U \sin(\omega t - 90°)$

$$\therefore \quad p = -UI \sin 2\omega t$$

表明电感吸取(放出)能量时，则电容放出(吸取)量。

同理，无功功率等于瞬时功率达到的最大值。

$$Q = -UI = -I^2 X_C = -\frac{U^2}{X_C}$$

单位：var、kvar

例：在电容元件的正弦交流电路中，

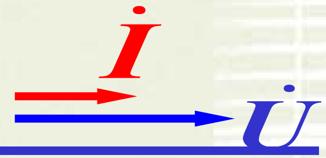
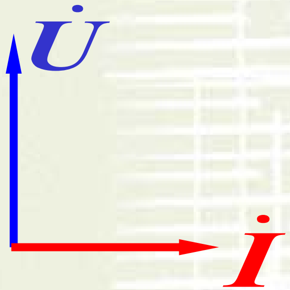
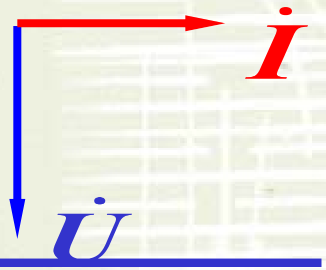
$C=$ 4uF，f=50Hz，

（1）已知 $u = 220\sqrt{2}\sin\omega tV$ ，求i;

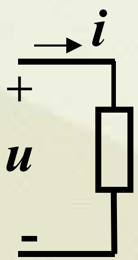
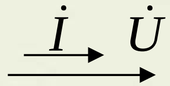
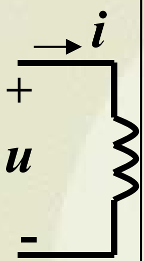
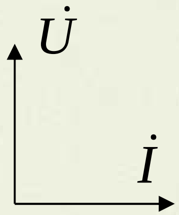
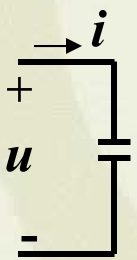
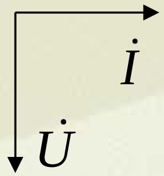
（2）已知 $\dot{I} = 0.1\angle -60^\circ A$，求 $\dot{U}$ ，并画出相量图。

小结

单一参数电路中的基本关系

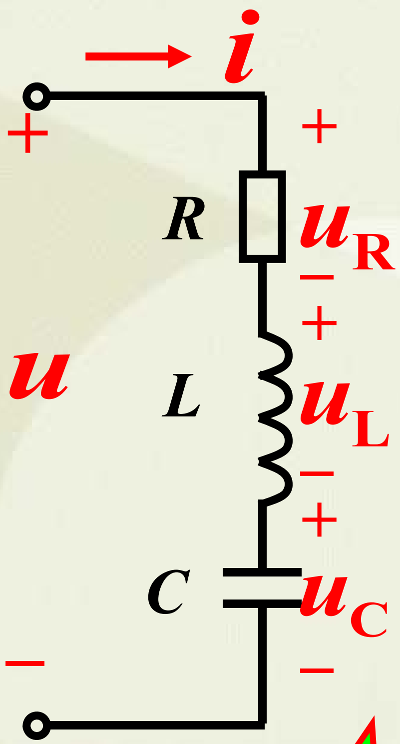
参数	复阻抗	基本关系	相量式	相量图
R	R	$u = iR$	$\dot{U} = \dot{I}R$	
L	$\mathrm{j}X_L = \mathrm{j}\omega L$	$u = L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$	$\dot{U} = \mathrm{j}X_L\dot{I}$	
C	$-\mathrm{j}X_C = -\mathrm{j}\dfrac{1}{\omega C}$	$i = C\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$	$\dot{U} = -\mathrm{j}X_C\dot{I}$	

单一参数正弦交流电路的分析计算小结

电路参数	电路图(正方向)	基本关系	复数阻抗	电压、电流关系 瞬时值	有效值	相量图	相量式	功率 有功功率	无功功率
R		$u=iR$	R	设 $i=\sqrt{2}I\sin\omega t$ 则 $u=\sqrt{2}U\sin\omega t$	$U=IR$	 u、i 同相	$\dot U=\dot I R$	UI I^2R	0
L		$u=L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$	$\mathrm{j}X_L$	设 $i=\sqrt{2}I\sin\omega t$ 则 $u=\sqrt{2}I\omega L\sin(\omega t+90°)$	$U=IX_L$ $X_L=\omega L$	 u超前i 90°	$\dot U=\mathrm{j}\dot I X_L$	0	UI I^2X_L
C		$i=C\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$	$-\mathrm{j}X_C$	设 $i=\sqrt{2}I\sin\omega t$ 则 $u=\sqrt{2}I\dfrac{1}{\omega C}\sin(\omega t-90°)$	$U=IX_C$ $X_C=1/\omega C$	 u落后 i 90°	$\dot U=-\mathrm{j}\dot I X_C$	0	$-UI$ $-I^2X_C$

4.4 电阻、电感与电容串联的交流电路

一、电流、电压的关系



直流电路两电阻串联时

$$U = IR_1 + IR_2$$

RLC串联交流电路中

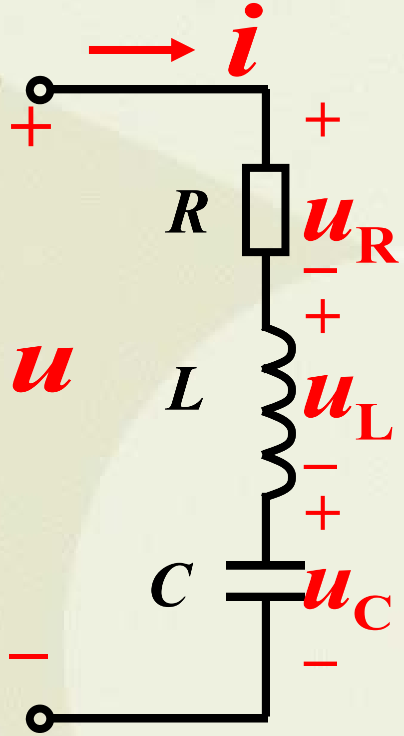
设: $i = \sqrt{2} I \sin \omega t$

$$U \overset{?}{=} IR + I\omega L + I\,1/\omega C$$

交流电路、$\dot{U}$ $\dot{I}$与参数R、L、C、ω 间的关系如何?

4.4 电阻、电感与电容串联的交流电路

一、电流、电压的关系



1. 瞬时值表达式:

根据KVL可得:

$$u = u_R + u_L + u_C$$

$$= iR + L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{C}\int i\mathrm{d}t$$

设: $i = \sqrt{2}I\sin\omega t$

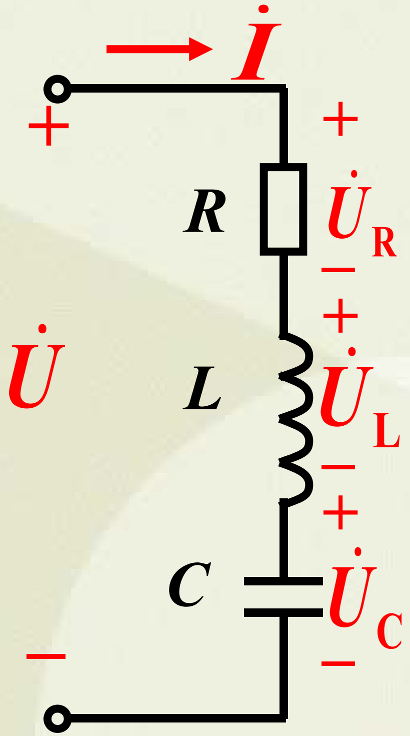
则 $u = \sqrt{2}IR\sin\omega t$

$$+\sqrt{2}I(\omega L)\sin(\omega t + 90°)$$

$$+\sqrt{2}I(\frac{1}{\omega C})\sin(\omega t - 90°)$$

为同频率正弦量

2. 相量法



1) 相量式

$$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C$$

设 $\dot{I} = I\angle 0°$（参考相量）

则 $\dot{U}_R = \dot{I}R$

$$\dot{U}_L = \dot{I}(\mathrm{j}X_L)$$

$$\dot{U}_C = \dot{I}(-\mathrm{j}X_C)$$

$$\boxed{\begin{aligned}\dot{U} &= \dot{I}R + \dot{I}(\mathrm{j}X_L) + \dot{I}(-\mathrm{j}X_C)\\ &= \dot{I}\left[R + \mathrm{j}\left(X_L - X_C\right)\right]\end{aligned}}$$

总电压与总电流的相量关系式

根据 $\dot{U} = \dot{I}[R + \mathrm{j}(X_L - X_C)]$

令 $Z = R + \mathrm{j}(X_L - X_C)$ 复阻抗

则 $\dot{U} = \dot{I}Z$ 复数形式的欧姆定律

$$Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{U\angle\psi_u}{I\angle\psi_i} = |Z|\angle\varphi = \frac{U}{I}\angle\psi_u - \psi_i$$

Z 的模表示 u、i 的大小关系，辐角（阻抗角）为 u、i 的相位差。

注意 Z 是一个复数，不是相量，上面不能加点。

$$\boxed{Z = |Z|\angle\varphi = R + \mathrm{j}(X_L - X_C)}$$

阻抗模：$|Z| = \dfrac{U}{I} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$

阻抗角：$\varphi = \psi_u - \psi_i = \arctan\dfrac{X_L - X_C}{R} = \arctan\dfrac{\omega L - 1/\omega C}{R}$

★ φ 由电路参数决定。

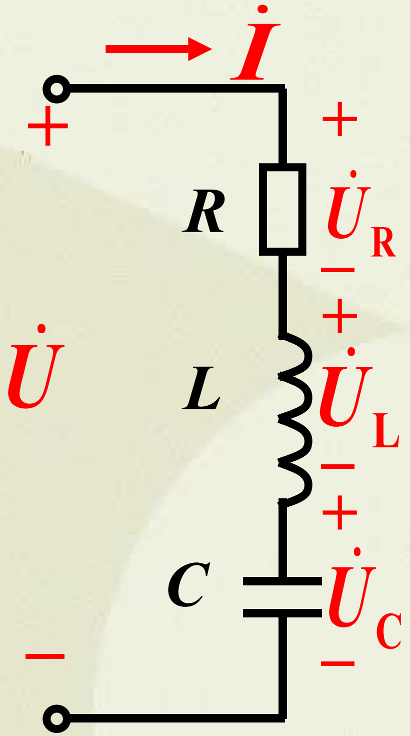
电路参数与电路性质的关系：

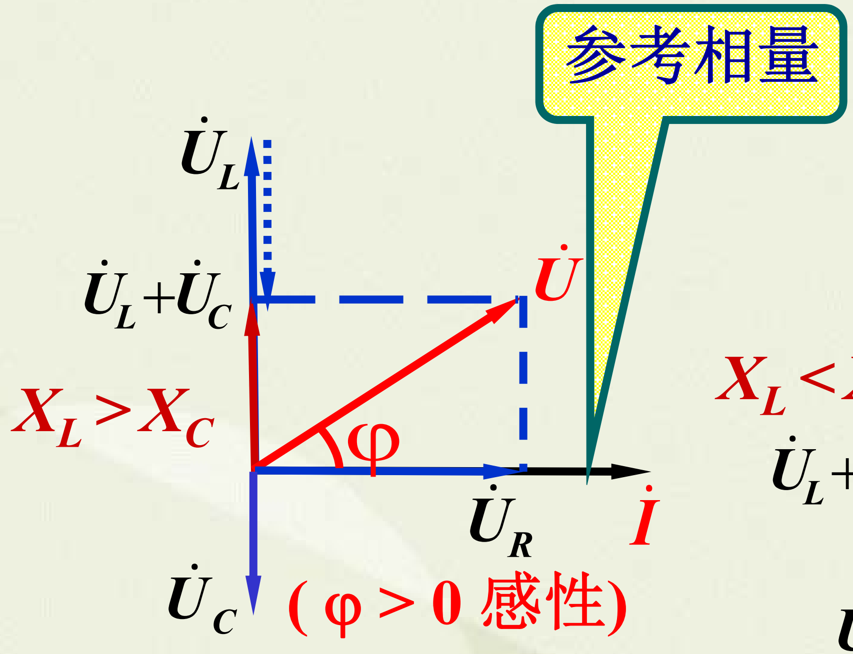
当 $X_L > X_C$ 时， φ > 0， *u* 超前 *i* ——电路呈感性

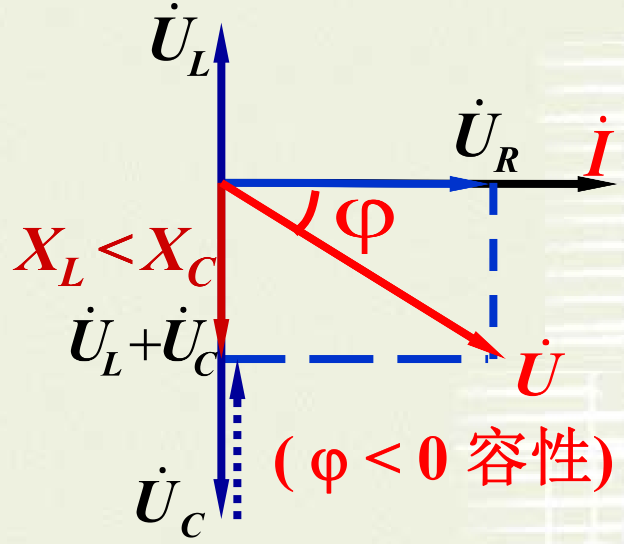
当 $X_L < X_C$ 时， φ < 0， *u* 滞后 *i* ——电路呈容性

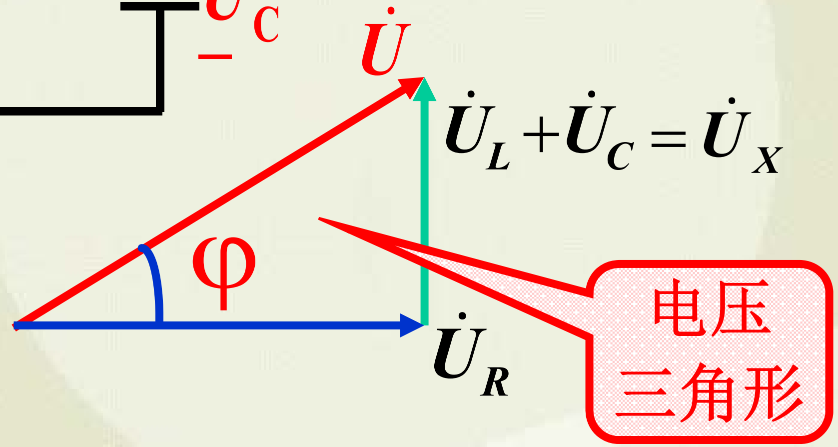
当 $X_L = X_C$ 时， φ = 0， *u*. *i* 同相——电路呈电阻性

2）相量图





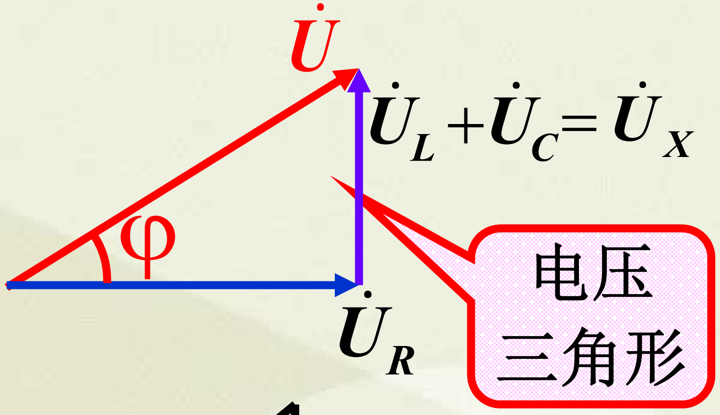


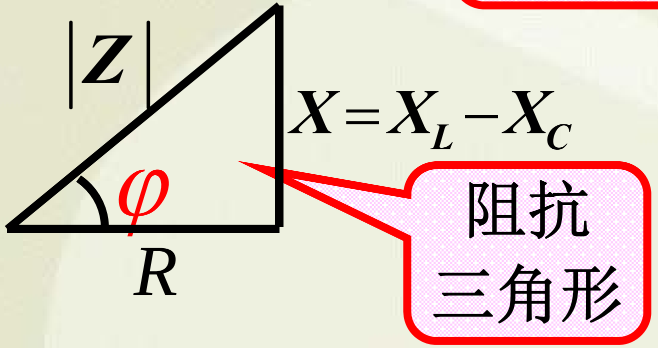


由电压三角形可得:

$$U_R = U\cos\varphi$$
$$U_x = U\sin\varphi$$

2) 相量图





由阻抗三角形:

$$R=|Z|\cos\varphi$$

$$X=|Z|\sin\varphi$$

由相量图可求得:

$$U=\sqrt{U_R{}^2+(U_L-U_C)^2}$$

$$=I\sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2}$$

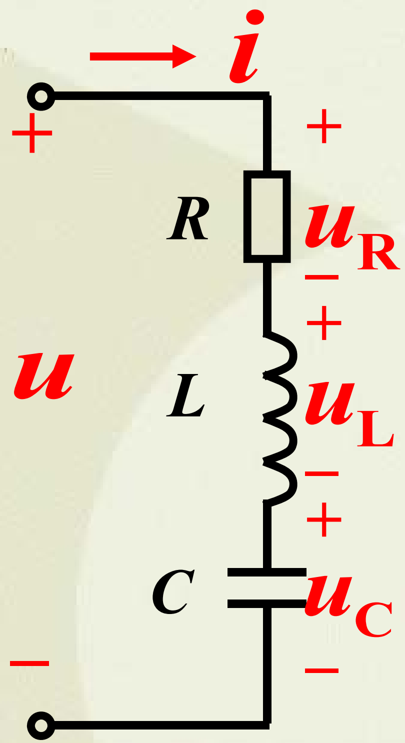
$$=I\sqrt{R^2+X^2}$$

$$=I|Z|$$

$$|Z|=\sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2}$$

$$\varphi=\arctan\frac{X_L-X_C}{R}$$

二、功率关系



1. 瞬时功率

设：$i = I_m \sin\omega t$

$$u = U_m \sin(\omega t + \varphi)$$

$$p = u \cdot i = U_m \sin(\omega t + \varphi) \cdot I_m \sin\omega t$$

$$= \underline{U_m I_m \cos\varphi \sin^2 \omega t} + \underline{UI \sin\varphi \ \sin 2\omega t}$$

耗能元件上的瞬时功率　　　储能元件上的瞬时功率

在每一瞬间,电源提供的功率一部分被耗能元件消耗掉,一部分与储能元件进行能量交换。

2. 平均功率P（有功功率）

$$P=\frac{1}{T}\int_0^T p\mathrm{d}t$$

$$=\frac{1}{T}\int_0^T [UI\cos\varphi-UI\cos(2\omega t+\varphi)\mathrm{d}t$$

$$=UI\cos\varphi$$ 单位：w、kw

$$\therefore P=UI\cos\varphi$$

总电压

总电流

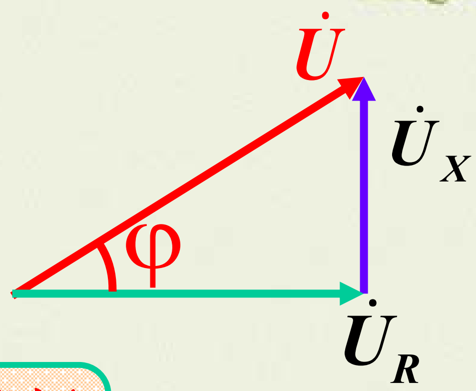
u 与 i 的夹角

$\cos\varphi$称为功率因数，用来衡量对电源的利用程度。

根据电压三角形可得：

$$\boxed{P = UI\cos\varphi = U_R I = I^2 R}$$

电阻消耗的电能



3. 无功功率Q

$$\boxed{Q = U_L I - U_C I = (U_L - U_C)I = I^2(X_L - X_C)}$$

电感和电容与电源之间的能量互换

根据电压三角形可得：

$$\boxed{Q = UI\sin\varphi}$$

单位：var、kvar

总电压

总电流

u 与 i 的夹角

4. 视在功率 *S*

电路中总电压与总电流有效值的乘积。

$$\boxed{S = UI = |Z|I^2}$$

单位：VA、kVA

注：$S_N = U_N I_N$ 称为发电机、变压器 等供电设备的容量，可用来衡量发电机、变压器可能提供的最大有功功率。

$$\boxed{S = \sqrt{P^2 + Q^2}}$$

$$S \cancel{=} P + Q$$

♣ P、Q、S 都不是正弦量，不能用相量表示。

阻抗三角形、电压三角形、功率三角形

将电压三角形的有效值同除*I*得到阻抗三角形

将电压三角形的有效值同乘*I*得到功率三角形

$$U=\sqrt{U_R^{\,2}+(U_L-U_C)^2}$$

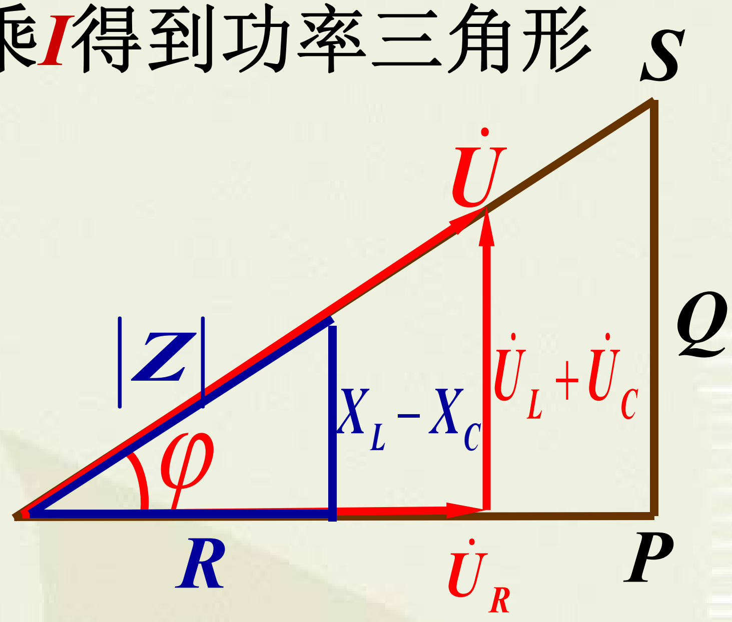
$$U_R=U\cos\varphi$$

$$U_X=U\sin\varphi$$

$$|Z|=\sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2}$$

$$R=|Z|\cos\varphi$$

$$X=|Z|\sin\varphi$$

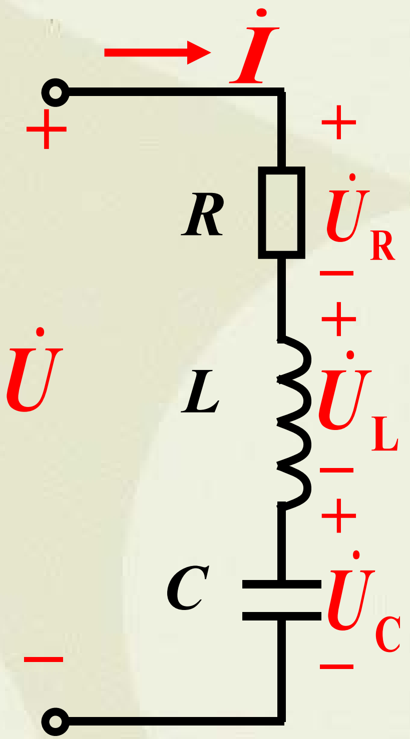


$$S=\sqrt{P^2+Q^2}$$

$$P=S\cos\varphi$$

$$Q=S\sin\varphi$$

思考



1.假设*R*、*L*、*C* 已确定，电路性质能否确定？阻性？感性？容性？

2.*RLC*串联电路的$\cos\varphi$是否一定小于1？

3.*RLC*串联电路中的是会出现 $U_R > U$ $U_L > U, U_C > U$ 的情况？

4.在*RLC*串联电路中当*L*>*C*时，*u*超前*i*，当*L*<*C*时，*u*滞后*i*，这样分析对吗？

正误判断

在RLC串联电路中，

$I = \dfrac{U}{|Z|}$ √

$\dot{I} = \dfrac{\dot{U}}{Z}$ √

$I = \dfrac{U}{Z}$ ✗

$i = \dfrac{u}{|Z|}$ ✗

$\dot{I} = \dfrac{\dot{U}}{|Z|}$ ✗

设 $\dot{I} = I\angle 0^\circ$

$\varphi = \arctan\dfrac{U_L - U_C}{U_R}$ √

$\varphi = \arctan\dfrac{X_L - X_C}{R}$ √

$\varphi = \arctan\dfrac{\omega L - \omega C}{R}$ ✗

$\varphi = \arctan\dfrac{U_L - U_C}{U}$ ✗

$I = \dfrac{U}{R + X_L + X_C}$ ✗

$U = U_R + U_L + U_C$ ✗

$u = u_R + u_L + u_C$ √

$Z = R + X_L + X_C$ ✗

$Z = R + \mathrm{j}(X_L + X_C)$ ✗

例1: 已知：在RLC串联交流电路中，

$$R = 30\Omega,\ L = 127\text{mH},\ C = 40\mu\text{ F}$$

$$u = 220\sqrt{2}\sin(314t + 20^{\circ})\text{V}$$

求:(1)电流的有效值I与瞬时值 i ;(2)各部分电压的有效值与瞬时值；(3)作相量图；(4)功率P、Q和S。

解：
$$X_L = \omega L = 314 \times 127 \times 10^{-3} = 40\Omega,$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{314 \times 40 \times 10^{-6}} = 80\Omega,$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{30^2 + (40 - 80)^2} = 50\Omega,$$

方法1:

（1）: $I=\dfrac{U}{|Z|}=\dfrac{220}{50}=4.4\text{A}$

$$\varphi=\arctan\frac{X_L-X_C}{R}=\arctan\frac{40-80}{30}=-53°$$

$$\because \varphi=\psi_u-\psi_i=-53° \quad \therefore \psi_i=73°$$

$$i=4.4\sqrt{2}\sin(314t+73°)\text{A}$$

（2）: $U_R=IR=4.4\times 30=132\text{V}$

$$u_R=132\sqrt{2}\sin(314t+73°)\text{V}$$

$$U_L=IX_L=4.4\times 40=176\text{V}$$

$$u_L=176\sqrt{2}\sin(314t+163°)\text{V}$$

方法1：

$$U_C = IX_C = 4.4 \times 80 = 352\text{V}$$

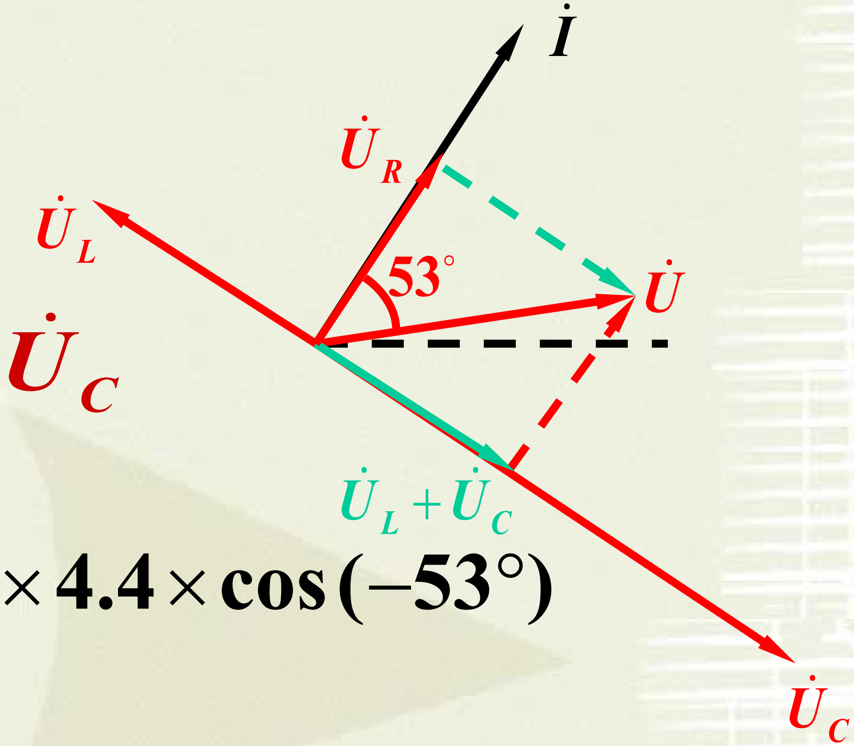
$$u_C = 352\sqrt{2}\sin\ (314t - 17°)\text{V}$$

通过计算可看出：

$$U \neq U_R + U_L + U_C$$

而是 $\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C$

（3）：相量图



（4）：$P = UI\cos\varphi = 220 \times 4.4 \times \cos(-53°)$

$$= 580.8\text{W}$$

或：$P = U_R I = I^2 R = 580.8\text{W}$

（4）: $Q = UI\sin\varphi = 220 \times 4.4 \times \sin(-53°)$

$= -774.4\text{var}$ 呈容性

或: $Q = (U_L - U_C)I = I^2(X_L - X_C) = -774.4\text{var}$

方法2：复数运算

解: $\dot{U} = 220\angle 20°\text{V}$

$$Z = R + \text{j}(X_L - X_C) = 30 - \text{j}40 = 50\angle -53°\Omega$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{220\angle 20°}{50\angle -53°} = 4.4\angle 73°\text{A}$$

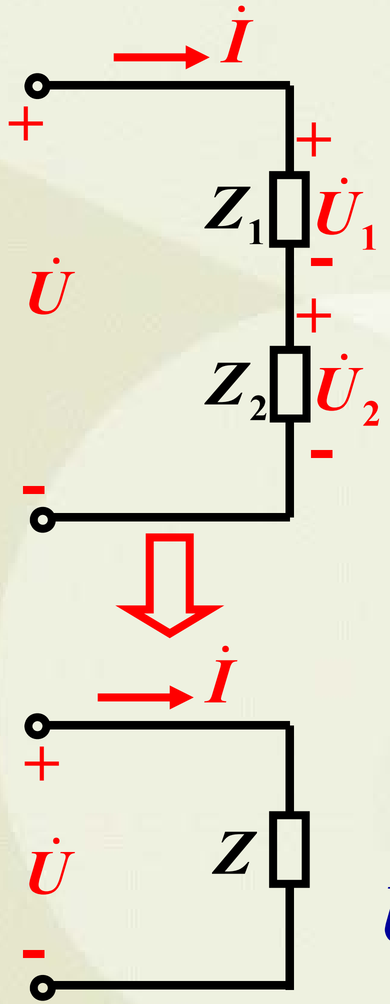
$$\dot{U}_R = \dot{I}R = 4.4\angle 73° \times 30 = 132\angle 73°\text{V}$$

$$\dot{U}_L = \text{j}\dot{I}X_L = \text{j}4.4 \times 40\angle 73° = 176\angle 163°\text{V}$$

$$\dot{U}_C = -\text{j}\dot{I}X_C = -\text{j}4.4 \times 80\angle 73° = 352\angle -17°\text{V}$$

4.5 阻抗的串联与并联

4.5.1阻抗的串联



$$\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2 = Z_1\dot{I} + Z_2\dot{I}$$

$$= (Z_1 + Z_2)\dot{I}$$

$$Z = Z_1 + Z_2 \qquad \dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z}$$

通式: $Z = \sum Z_k = \sum R_k + j\sum X_k$

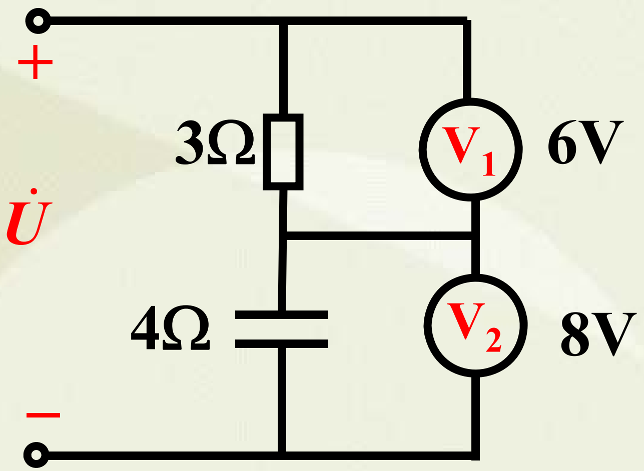
注意对于阻抗模一般 $|Z| \neq |Z_1| + |Z_2|$

分压公式:

$$\dot{U}_1 = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2}\dot{U} \qquad \dot{U}_2 = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2}\dot{U}$$

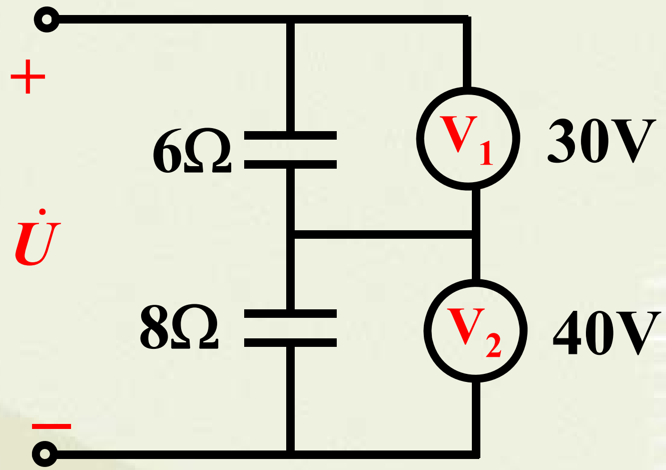
思考

下列各图中给定的电路电压、阻抗是否正确?



(a)

$|Z| = 7\Omega$ U=14V ?



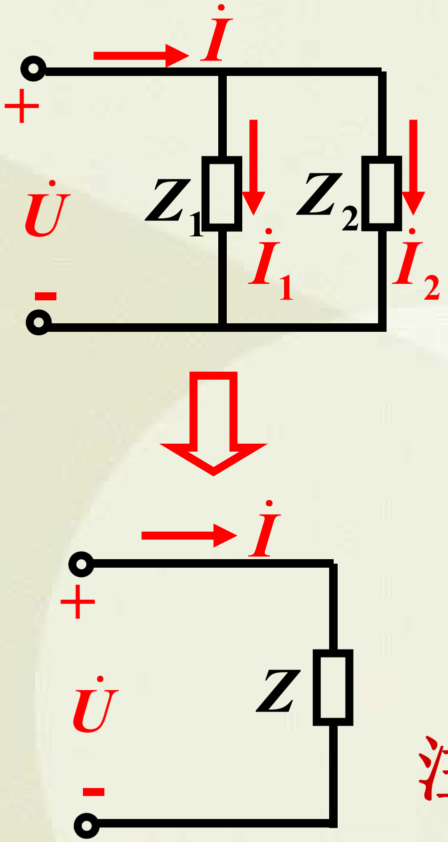
(b)

$|Z| = 10\Omega$ U=70V ?

两个阻抗串联时,在什么情况下:

$|Z| = |Z_1| + |Z_2|$ 成立。

4.5.2 阻抗并联



$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = \frac{\dot{U}}{Z_1} + \frac{\dot{U}}{Z_2}$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z} \qquad \frac{1}{Z} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}$$

$$Z = \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

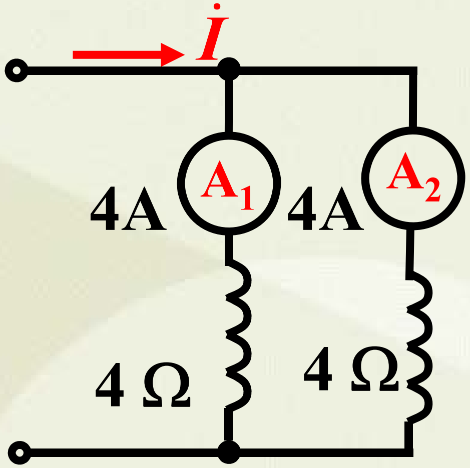
通式：$\dfrac{1}{Z} = \sum \dfrac{1}{Z_k}$

注意：对于阻抗模一般 $\dfrac{1}{|Z|} \neq \dfrac{1}{|Z_1|} + \dfrac{1}{|Z_2|}$

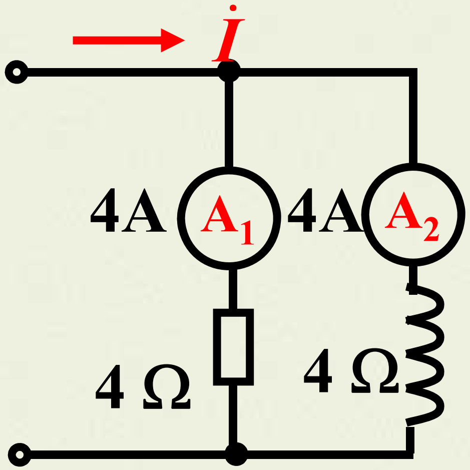
分流公式：$\dot{I}_1 = \dfrac{Z_2}{Z_1 + Z_2}\dot{I} \qquad \dot{I}_2 = \dfrac{Z_1}{Z_1 + Z_2}\dot{I}$

思考

下列各图中给定的电路电流、阻抗是否正确?



(c)



(d)

$|Z| = 2\Omega$　I=8A ?

$|Z| = 2\Omega$　I=8A ?

两个阻抗并联时,在什么情况下:

$$\frac{1}{|Z|} = \frac{1}{|Z_1|} + \frac{1}{|Z_2|}$$ 成立。

4.6 复杂正弦交流电路的分析与计算

同第2章计算复杂直流电路一样,支路电流法、结点电压法、叠加原理、戴维宁等方法也适用于计算复杂交流电路。所不同的是电压和电流用相量表示，电阻、电感、和电容及组成的电路用阻抗或导纳来表示，采用相量法计算。下面通过举例说明。

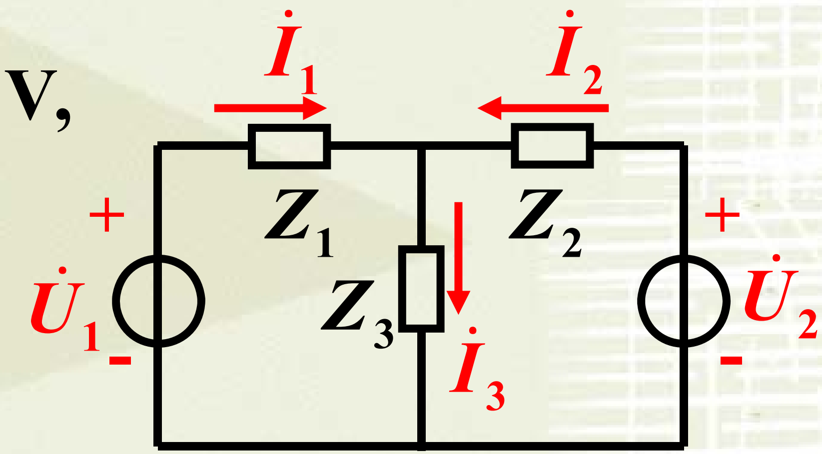
例4.6.1: 图示电路中，已知

$\dot{U}_1 = 230\angle 0°\text{V},\ \dot{U}_2 = 227\angle 0°\text{V},$

$Z_1 = Z_2 = 0.1 + \text{j}0.5\,\Omega,$

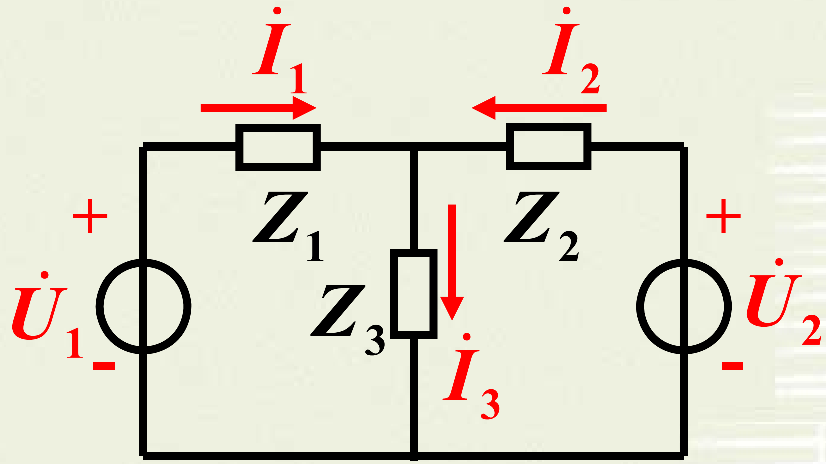
$Z_3 = 5 + \text{j}5\Omega$

试用支路电流法求电流 I_3。



解：应用基尔霍夫定律列出相量表示方程

$$\begin{cases} \dot{I}_1 + \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0 \\ Z_1\dot{I}_1 + Z_3\dot{I}_3 = \dot{U}_1 \\ Z_2\dot{I}_2 + Z_3\dot{I}_3 = \dot{U}_2 \end{cases}$$



代入已知数据，可得：

$$\begin{cases} \dot{I}_1 + \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0 \\ (0.1 + \mathrm{j}0.5)\dot{I}_1 + (5 + \mathrm{j}5)\dot{I}_3 = 230\angle 0^\circ \\ (0.1 + \mathrm{j}0.5)\dot{I}_2 + (5 + \mathrm{j}5)\dot{I}_3 = 227\angle 0^\circ \end{cases}$$

解之，得： $\dot{I}_3 = 31.3\angle\text{-}41.6^\circ\,\mathrm{A}$

例4.6.2 应用叠加原理计算上例。

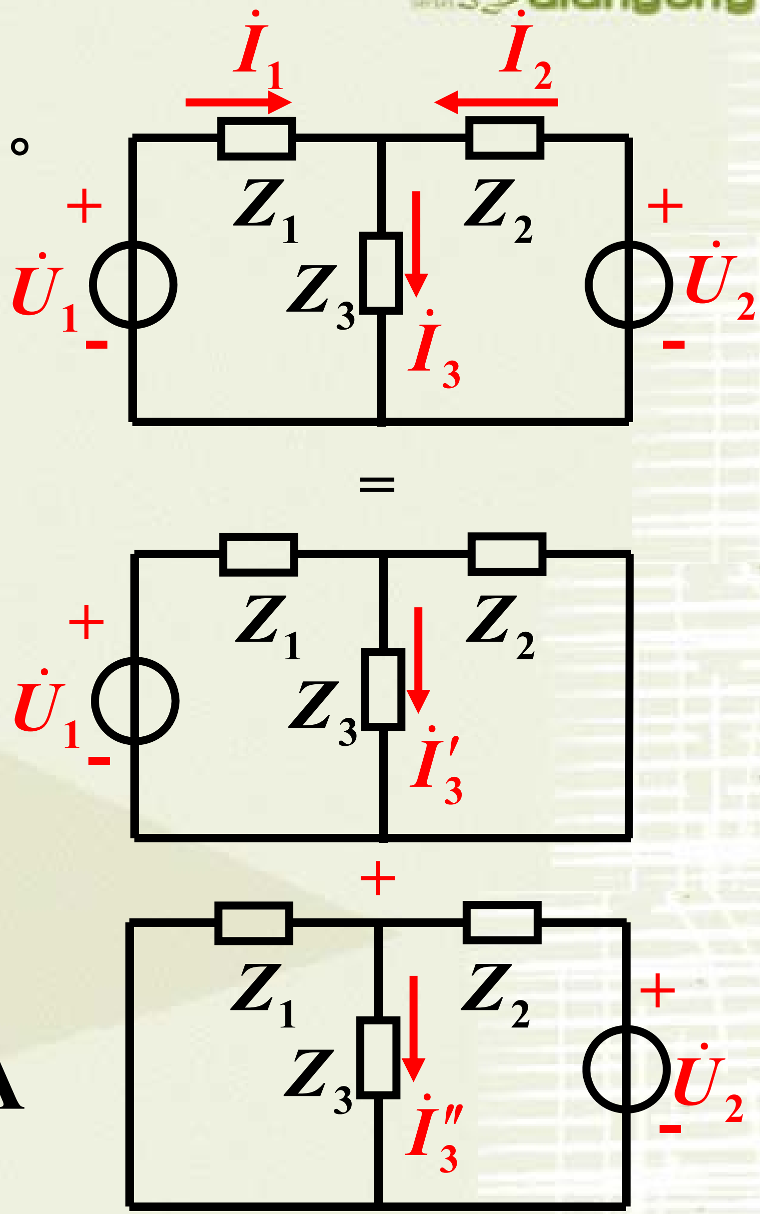
解：（1）当 $\dot{U}_1$ 单独作用时

$$\dot{I}_3' = \frac{\dot{U}_1}{Z_1 + Z_2 // Z_3} \times \frac{Z_2}{Z_2 + Z_3}$$

同理（2）当 $\dot{U}_2$ 单独作用时

$$\dot{I}_3'' = \frac{\dot{U}_2}{Z_2 + Z_1 // Z_3} \times \frac{Z_1}{Z_1 + Z_3}$$

$$\dot{I}_3 = \dot{I}_3' + \dot{I}_3'' = 31.3\angle -41.6° \text{A}$$

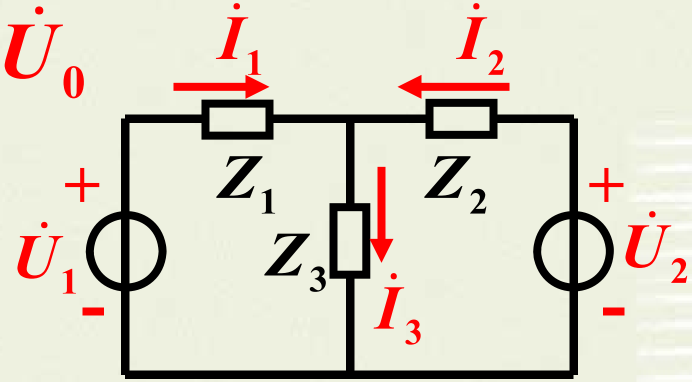


例4.6.3 应用戴维宁计算上例。

解：(1)断开Z_3支路，求开路电压$\dot{U}_0$

$$\dot{U}_0=\frac{\dot{U}_1-\dot{U}_2}{Z_1+Z_2}\times Z_2+\dot{U}_2$$

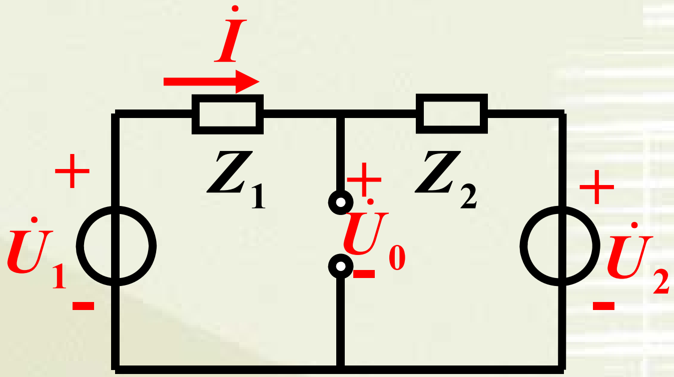
$$=228.85\angle 0°\text{V}$$



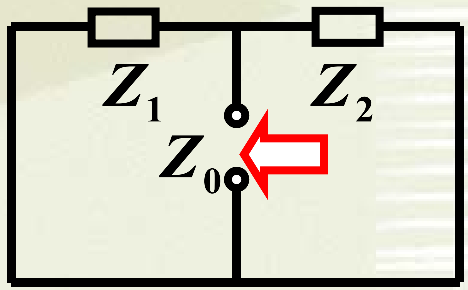
(2)求等效内阻抗Z_0

$$Z_0=\frac{Z_1Z_2}{Z_1+Z_2}=\frac{Z_1}{2}$$

$$=0.05+\text{j}0.25\Omega$$



(3) $$\dot{I}_3=\frac{\dot{U}_0}{Z_0+Z_3}=31.3\angle -46.1°\text{A}$$



正弦交流电路的分析和计算(总结)

若正弦量用相量 $\dot{U}$、$\dot{I}$ 表示，电路参数用复数阻抗 $(R \to R$、$L \to \mathrm{j}\omega L$、$C \to -\mathrm{j}\dfrac{1}{\omega C})$ 表示，则直流电路中介绍的基本定律、定理及各种分析方法在正弦交流电路中都能使用。

相量（复数）形式的欧姆定律

电阻电路	纯电感电路	纯电容电路	一般电路
$\boxed{\dot{U} = \dot{I}R}$	$\boxed{\dot{U} = \dot{I}(\mathrm{j}X_L)}$	$\boxed{\dot{U} = \dot{I}(-\mathrm{j}X_C)}$	$\boxed{\dot{U} = \dot{I}Z}$

相量形式的基尔霍夫定律

KCL $\sum \dot{I} = 0$　　KVL $\sum \dot{U} = 0$

有功功率 P

有功功率等于电路中各电阻有功功率之和，或各支路有功功率之和。

$$P=\sum_{1}^{i} I_i^2 R_i \quad 或 \quad P=UI\cos\varphi$$

φ 为$\dot{U}$ 与$\dot{I}$ 的相位差

无功功率 Q

无功功率等于电路中各电感、电容无功功率之和，或各支路无功功率之和。

$$Q=\sum_{1}^{i} I_i^2 (X_{Li}-X_{Ci}) \quad 或 \quad Q=UI\sin\varphi$$

一般正弦交流电路的解题步骤

1、根据原电路图画出相量模型图(电路结构不变)

$$R \to R \quad L \to \mathrm{j}X_L \quad C \to -\mathrm{j}X_C$$

$$u \to \dot{U} \quad i \to \dot{I} \quad e \to \dot{E}$$

2、根据相量模型列出相量方程式或画相量图

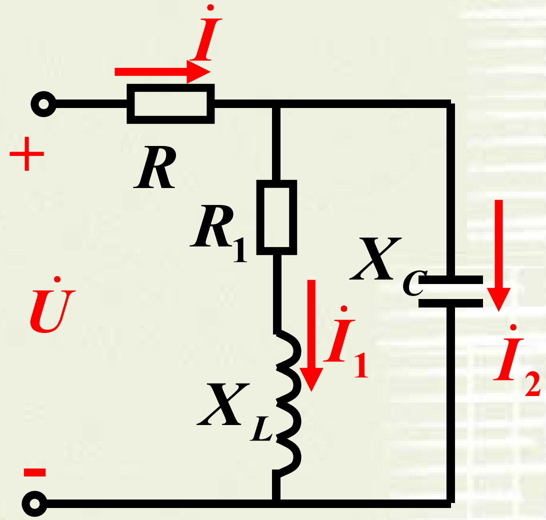
3、用相量法或相量图求解

4、将结果变换成要求的形式

例1：已知： $u = 220\sqrt{2}\sin \omega t$ V

$R = 50\ \Omega, R_1 = 100\ \Omega, X_L = 200\ \Omega, X_C = 400\ \Omega$

求：i, i_1, i_2



分析题目：

已知电源电压和电路参数，电路结构为串并联。求电流的瞬时值表达式。

一般用相量式计算：

1) Z_1、$Z_2 \rightarrow Z \rightarrow \dot{I} \rightarrow i$

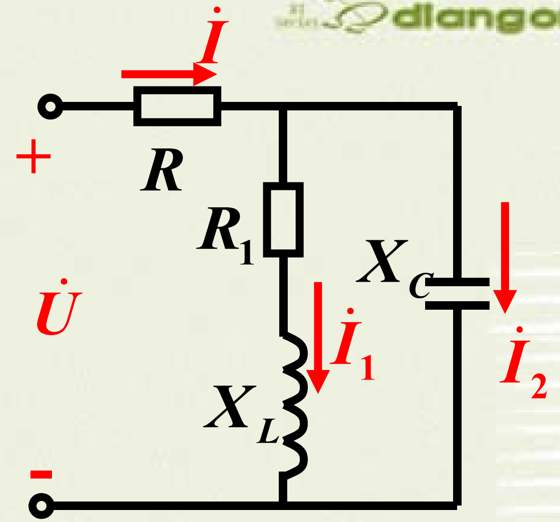
2) $\dot{I} \rightarrow \dot{I}_1$、$\dot{I}_2 \rightarrow i_1, i_2$

解：用相量式计算

$$\dot{U}=220\angle 0°\ \mathrm{V}$$

$$Z_1=R_1+\mathrm{j}X_L=100+\mathrm{j}200\ \Omega$$

$$Z_2=-\mathrm{j}X_C=-\mathrm{j}400\Omega$$



$$Z=50+\frac{(100+\mathrm{j}200)(-\mathrm{j}400)}{100+\mathrm{j}200-\mathrm{j}400}=50+320+\mathrm{j}240=440\angle 33°\Omega$$

$$\dot{I}=\frac{\dot{U}}{Z}=\frac{220\angle 0°}{440\angle 33°}=0.5\angle -33°\mathrm{A}$$

$$\dot{I}_1=\frac{Z_2}{Z_1+Z_2}\dot{I}=\frac{-\mathrm{j}400}{100+\mathrm{j}200-\mathrm{j}400}\times 0.5\angle -33°$$

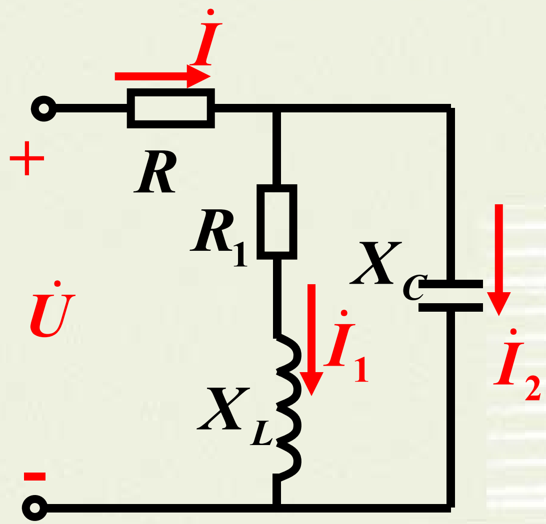
$$=0.89\angle -59.6°\mathrm{A}$$

同理：

$$\dot{I}_2 = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2}\dot{I}$$

$$= \frac{100 + j200}{100 + j200 - j400} \times 0.5\angle -33^\circ$$

$$= 0.5\angle 93.8^\circ \text{A}$$

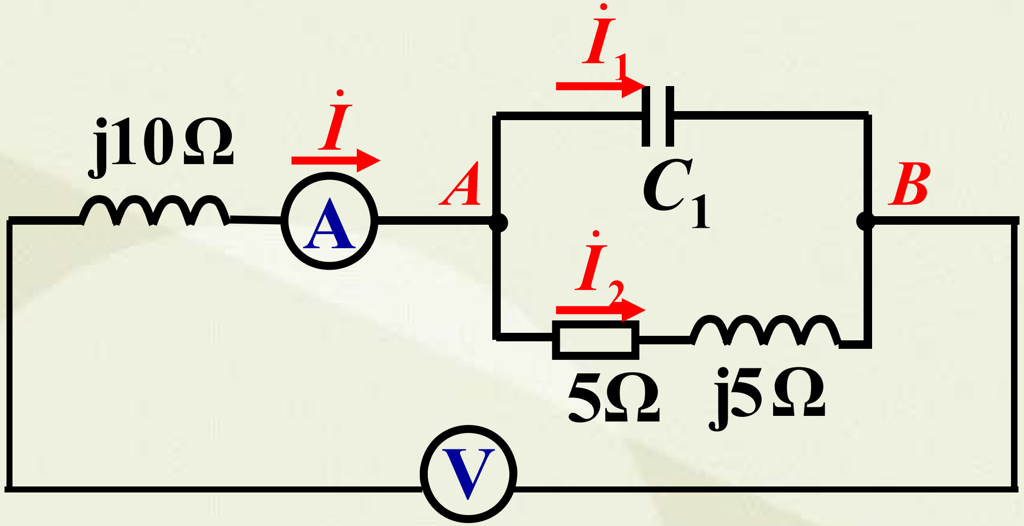


$$\therefore\ i = 0.5\sqrt{2}\sin(\omega t - 33^\circ)\text{A}$$

$$i_1 = 0.89\sqrt{2}\sin(\omega t - 59.6^\circ)\text{A}$$

$$i_2 = 0.5\sqrt{2}\sin(\omega t + 93.8^\circ)\text{A}$$

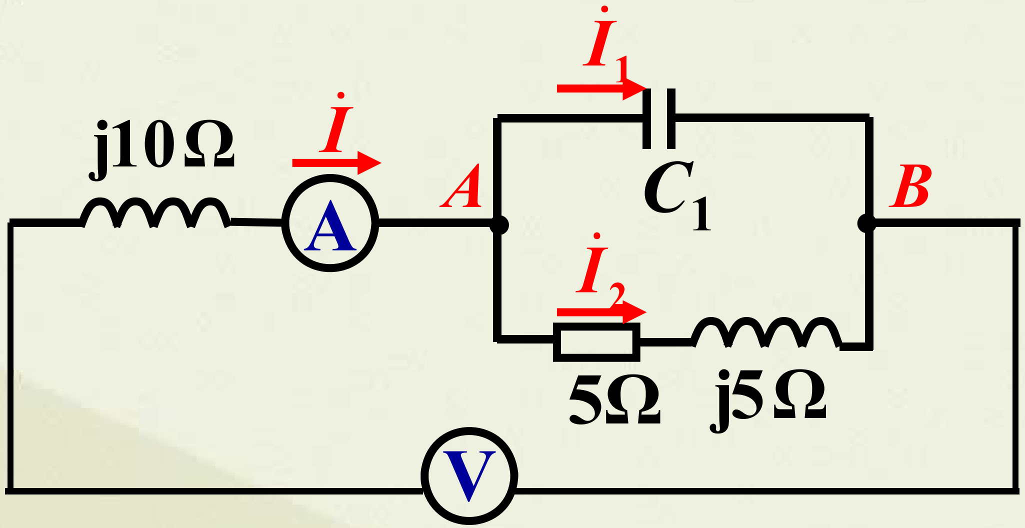
例2：下图电路中已知：I_1=10A、U_{AB}=100V，求：总电压表和总电流表的读数。



分析：已知电容支路的电流、电压和部分参数求总电流和电压

解题方法有两种：1.用相量（复数）计算

2.利用相量图分析求解



已知：I_1= 10A、
U_{AB} =100V，

求：A、V 的读数

解法1：用相量计算

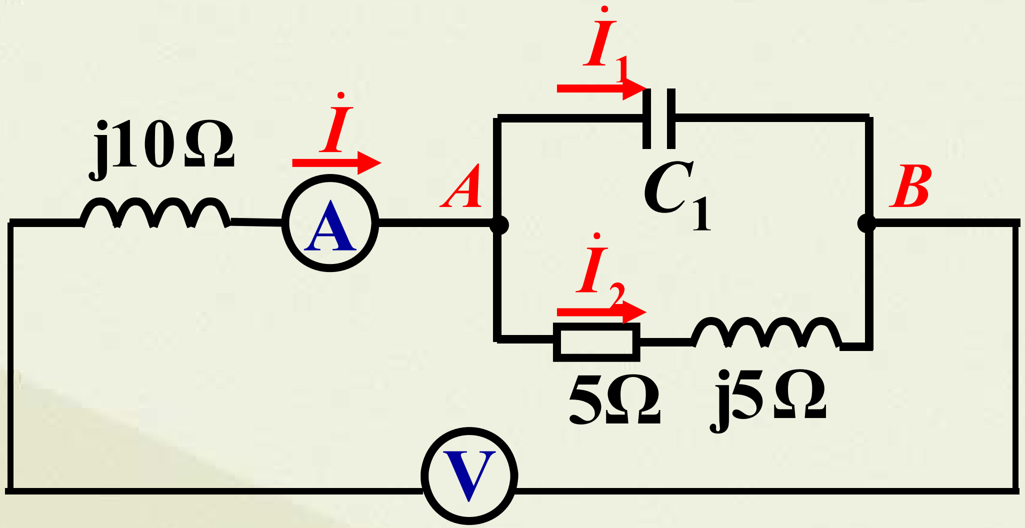
设：$\dot{U}_{AB}$为参考相量，即:$\dot{U}_{AB} = 100\angle 0°$ V

则： $\dot{I}_2 = 100 / (5 + \text{j}5) = 10\sqrt{2}\angle -45°$A

$$\dot{I}_1 = 10\angle 90° = \text{j}10 \ \text{A}$$

$$\boxed{\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 10\angle 0° \ \text{A}}$$

∴ A读数为 10安



已知：I_1=10A、
U_{AB}=100V，

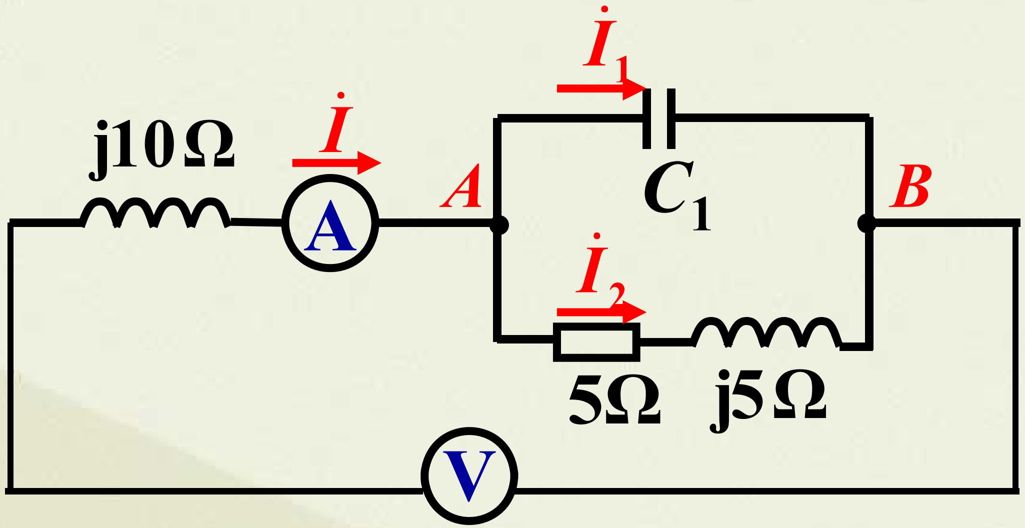
求：A、V 的读数

$$\because \ \dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 10\angle 0^\circ \ \text{A}$$

$$\therefore \ \dot{U}_L = \dot{I}(\text{j}10) = \text{j}100 \ \ \text{V}$$

$$\boxed{\begin{aligned}\dot{U} &= \dot{U}_L + \dot{U}_{AB} = 100 + \text{j}100 \\ &= 100\sqrt{2}\angle 45^\circ \ \ \text{V}\end{aligned}}$$

∴ V 读数为141V



已知：I_1=10A、
U_{AB} =100V，

求：A、V 的读数

解法2：利用相量图分析求解

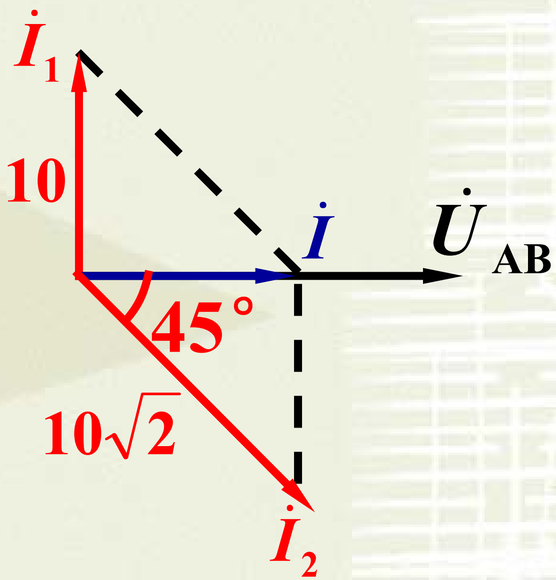
设 $\dot{U}_{AB}$为参考相量,

$I_1 = 10\text{A}$　$\dot{I}_1$超前$\dot{U}_{AB}$ 90°

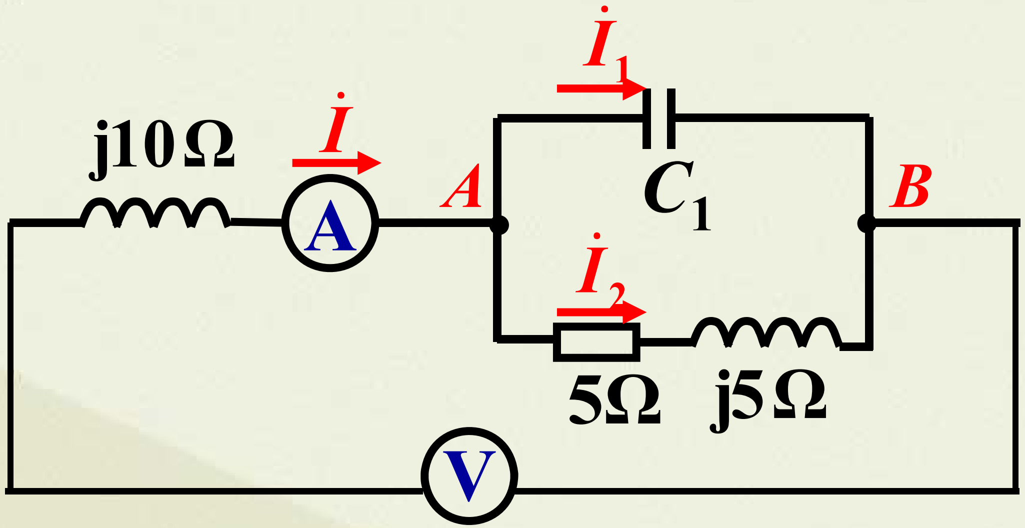
$$I_2 = \frac{100}{\sqrt{5^2+5^2}} = 10\sqrt{2}\text{A},$$

$\dot{I}_2$滞后$\dot{U}_{AB}$ 45°

画相量图如下：



由相量图可求得：　$I = 10$ A



已知：I_1=10A、
U_{AB} =100V，

求：A、V 的读数

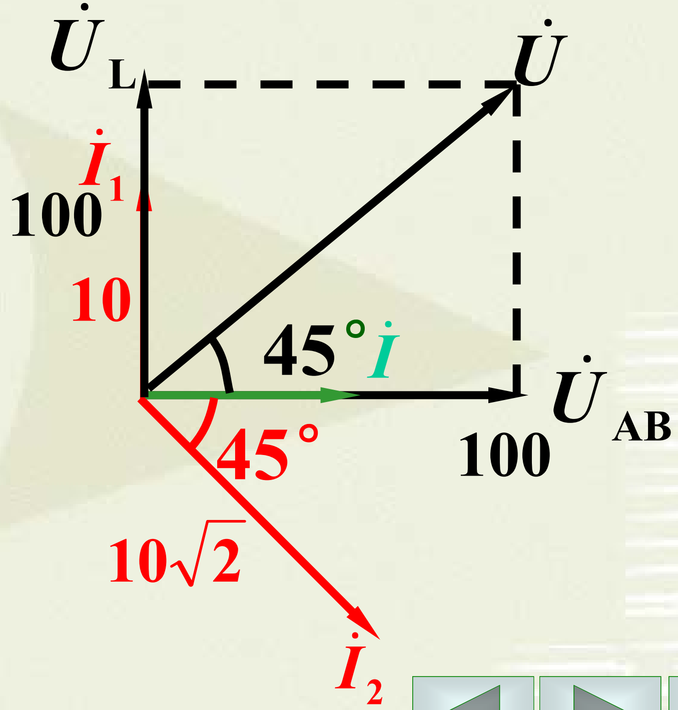
设 $\dot{U}_{AB}$为参考相量，

$U_L = I\,X_L$ =100V

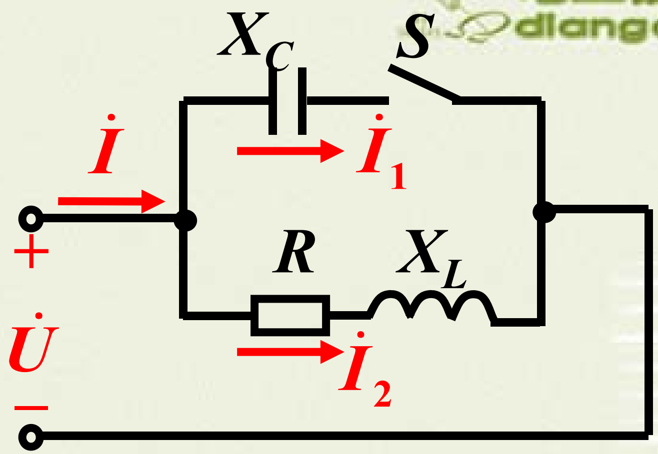
$\dot{U}_L$超前$\dot{I}$ 90°

由相量图可求得：

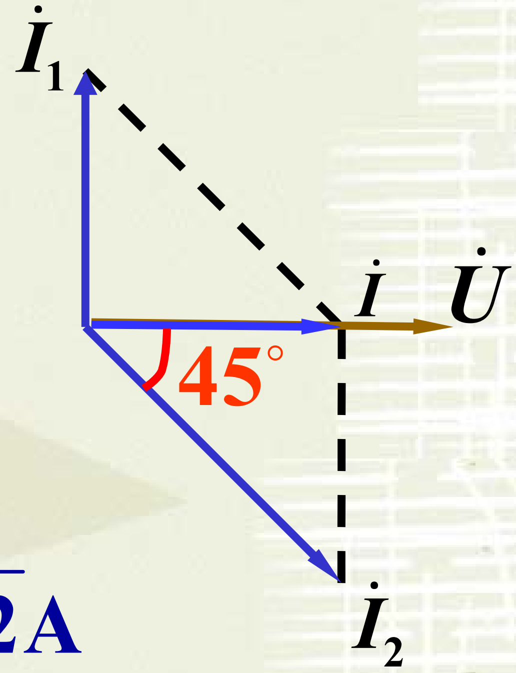
$\boxed{V = 141V}$



例3: 已知 $U=200\,\text{V}$, $R=X_L$,
开关闭合前 $I=I_2=10\,\text{A}$,
开关闭合后 u, i 同相。
求: I, R, X_L, X_C。



解: 1）开关闭合前后I_2的值不变。



$$I_2=\frac{U}{|Z|}=\frac{200}{\sqrt{R^2+X_\text{L}^2}}=\frac{200}{\sqrt{2}R}=10\,\text{A}$$

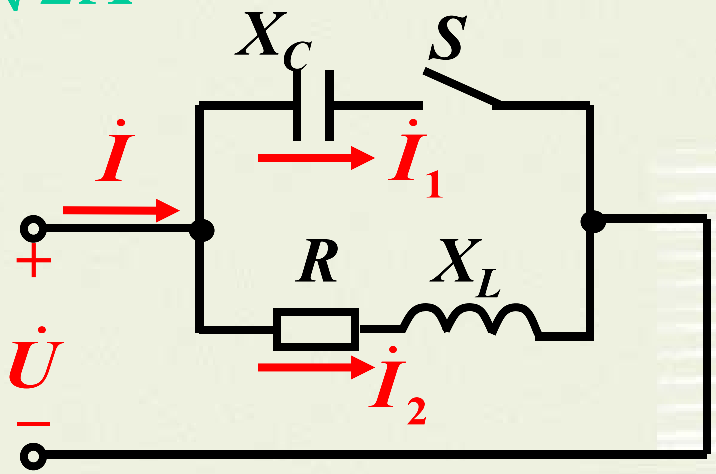
$$\therefore R=X_L=\frac{200}{10\sqrt{2}}=10\sqrt{2}\,\Omega$$

由相量图可求得: $I=I_2\cos 45^\circ=5\sqrt{2}\text{A}$

$$I_1=I_2\sin 45^\circ=10\times\sin 45^\circ=5\sqrt{2}\text{A}$$

$$I_1 = I_2 \sin 45° = 10 \times \sin 45° = 5\sqrt{2}\text{A}$$

$$X_C = \frac{U}{I_1} = \frac{200}{5\sqrt{2}} = 20\sqrt{2}\ \Omega$$



解：2）用相量计算

设: $\dot{U} = 200\angle 0°\text{V}$,

$\because R = X_L, \therefore \dot{I}_2 = 10\angle -45°\text{A}$

$$Z_2 = \dot{U}/\dot{I}_2 = 220\angle 0° / 10\angle -45° = 22\angle 45°\Omega$$

∵开关闭合后 u，i 同相，$\therefore \dot{I} = I\angle 0°\text{A}$

$\because \dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 \quad \therefore I\angle 0° = I_1\angle 90° + 10\angle -45°$

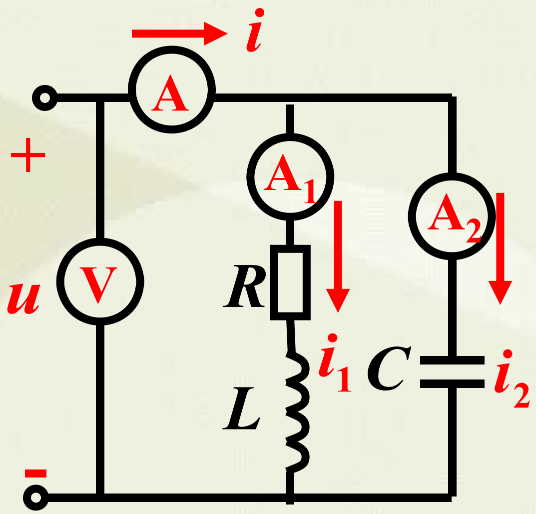
由实部相等可得 $I = I_2 \cos 45°\text{A}$

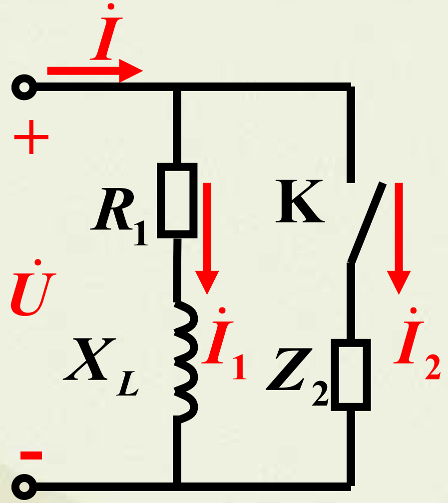
由虚部相等可得 $I_1 = I_2 \sin 45°\text{A}$

例4. (1)图示电路中已知 $u = 220\sqrt{2}\sin 314t$ V

: $i_1 = 22\sin(314t - 45°)$ A　$i_2 = 11\sqrt{2}\sin(314t + 90°)$ A

试求: 各表读数及参数 R、L 和 C。





(2) 图示电路中,已知:U=220 V，f=50Hz,分析下列情况:

1) K 打开时，P=3872W、I=22A，求：I_1、U_R、U_L。

2) K 闭合后发现P不变，总电流减小，试说明Z_2是什么性质的负载？求出 I_2，并画出此时的相量图。

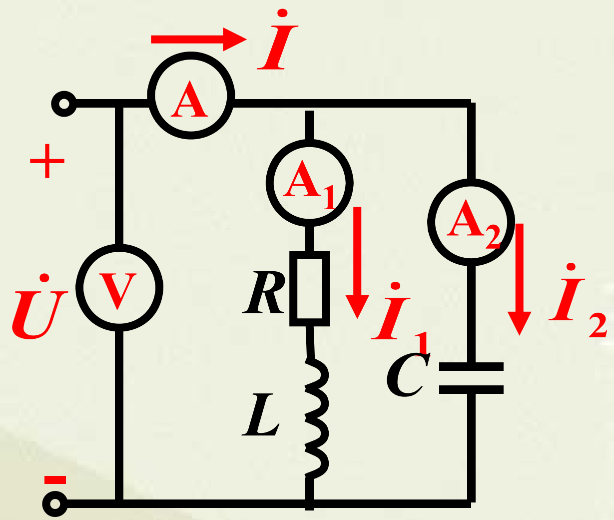
例4. (1)图示电路中已知 $u = 220\sqrt{2}\sin 314t$ V

: $i_1 = 22\sin(314t - 45°)$ A　$i_2 = 11\sqrt{2}\sin(314t + 90°)$ A

试求: 各表读数及参数 R、L 和 C。

解：求各表读数

1）复数计算



$$U = 220\ \text{V}$$

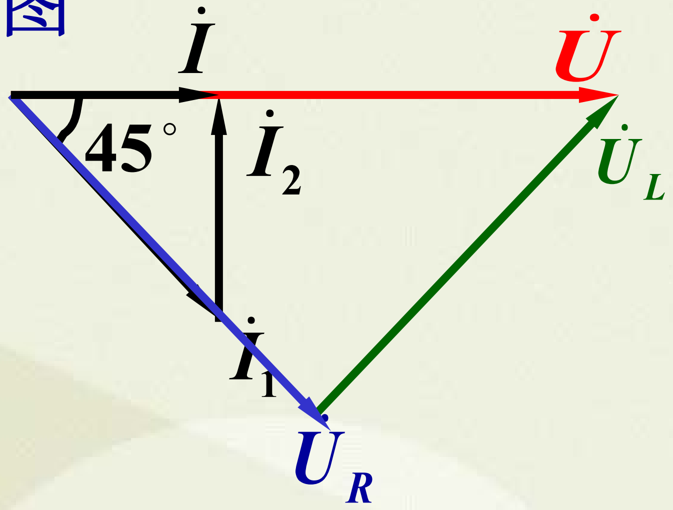
$$I_1 = \frac{22}{\sqrt{2}} = 15.6\ \text{A}$$

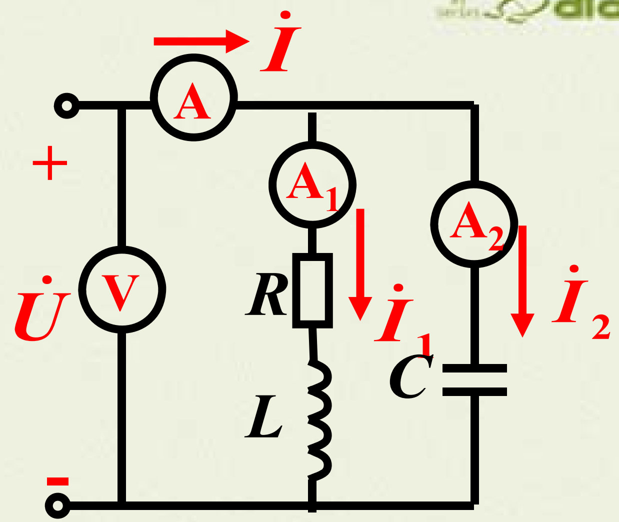
$$I_2 = 11\ \text{A}$$

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 15.6\angle -45° + 11\angle 90° = 11\ \text{A}$$

$$\therefore I = 11\ \text{A}$$

2) 相量图





根据相量图可得：$I=\sqrt{15.6^2-11^2}=11\ \mathrm{A}$

求参数 R、L、C

方法1：

$$Z_1=\frac{\dot{U}}{\dot{I}_1}=\frac{220\angle 0^\circ}{15.6\angle -45^\circ}=14.1\angle 45^\circ=10+\mathrm{j}10\ \Omega$$

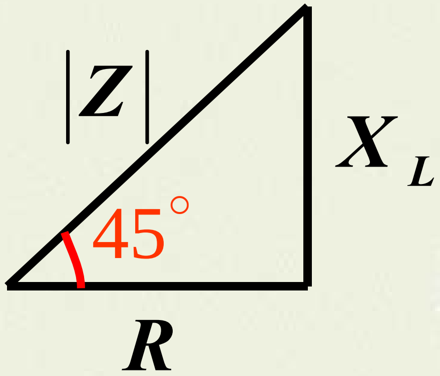
$$\therefore R=X_L=10\ \Omega \qquad L=\frac{X_L}{\omega}=0.0318\ \mathrm{H}$$

$$Z_2=\frac{\dot{U}}{\dot{I}_2}=\frac{220\angle 0^\circ}{11\angle 90^\circ}=20\angle -90^\circ\,\Omega \qquad \therefore X_C=20\,\Omega$$

$$C=\frac{1}{\omega X_C}=\frac{1}{314\times 20}=159\,\mu\text{F}$$

方法2:

$$|Z_1|=\frac{U}{I_1}=14.1\,\Omega$$



$$\begin{cases} R=|Z_1|\cos 45^\circ=10\,\Omega \\ X_L=|Z_1|\sin 45^\circ=10\,\Omega \end{cases} \qquad L=\frac{X_L}{\omega}=0.0318\,\text{H}$$

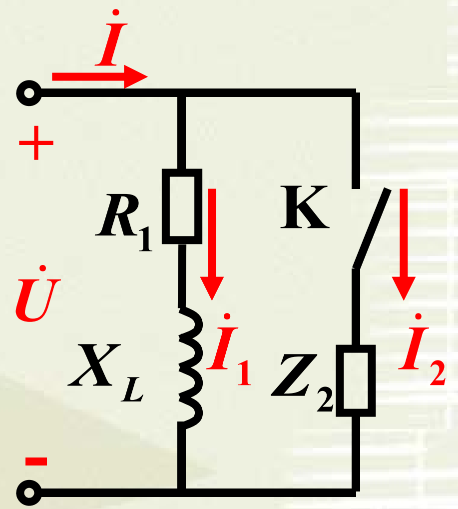
$$|Z_2|=\frac{U}{I_2}=20\,\Omega$$

即：$X_C=20\Omega$ $\quad C=\frac{1}{\omega X_C}=\frac{1}{314\times 20}=159\,\mu\text{F}$

2): 图示电路中,已知:U=220 V,f=50Hz,分析下列情况:

(1) K打开时,P=3872W、I=22A，求：I_1、U_R、U_L

(2) K闭合后发现P不变，但总电流减小，试说明Z_2是什么性质的负载？并画出此时的相量图。



解: 1) K打开时: $I_1 = I = 22\text{A}$

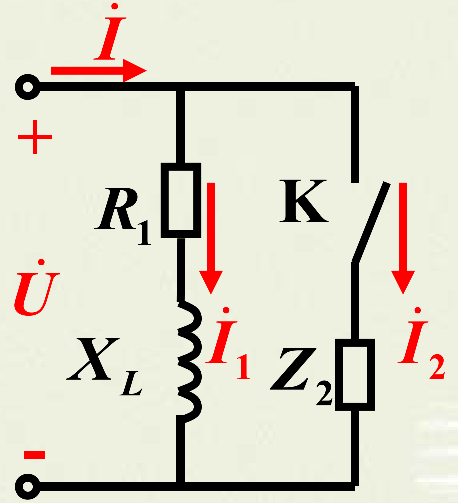
$$P = UI\cos\varphi$$

$$\cos\varphi = \frac{P}{UI} = \frac{3872}{220\times 22} = 0.8$$

$$\therefore U_R = U\cdot\cos\varphi = 220\times 0.8 = 176\ \text{V}$$

$$U_L = U\cdot\sin\varphi = 220\times 0.6 = 132\ \text{V}$$

方法2: $I_1 = I = 22\text{A}$ $|Z| = \dfrac{U}{I} = 10\Omega$



$$R = \frac{P}{I^2} = \frac{3872}{22^2} = 8\Omega$$

$$X_L = \sqrt{|Z|^2 - R^2} = 6\Omega$$

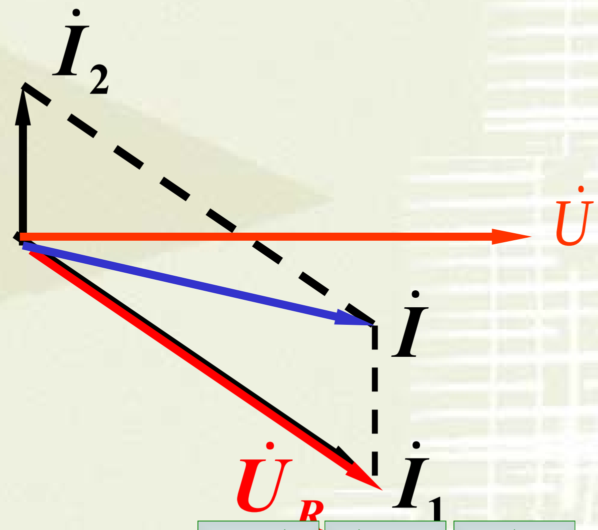
$$\therefore U_R = IR = 22 \times 8 = 176\ \text{V}$$

$$U_L = IX_L = 22 \times 6 = 132\ \text{V}$$

2) 当合K后P不变 I 减小,

说明Z_2为纯电容负载

相量图如图示:



4.7 交流电路的频率特性

4.7.2 谐振电路

谐振的概念：

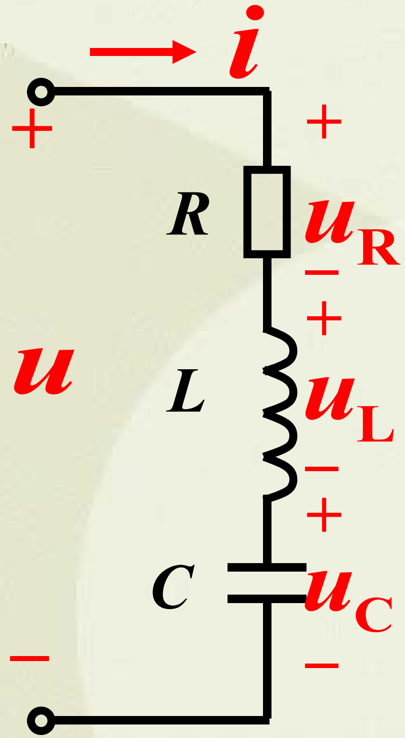
在同时含有L 和C 的交流电路中，如果总电压和总电流同相，称电路处于谐振状态。此时电路与电源之间不再有能量的交换，电路呈电阻性。

$$\begin{cases} \text{串联谐振：} L \text{ 与 } C \text{ 串联时 } u\text{、}i \text{ 同相} \\ \text{并联谐振：} L \text{ 与 } C \text{ 并联时 } u\text{、}i \text{ 同相} \end{cases}$$

研究谐振的目的，就是一方面在生产上充分利用谐振的特点，(如在无线电工程、电子测量技术等许多电路中应用)。另一方面又要预防它所产生的危害.

4.7.2(1) 串联谐振

串联谐振电路



1. 谐振条件

由定义，谐振时：$\dot{U}$、$\dot{I}$ 同相

即 $$\varphi = \arctan\frac{X_L - X_C}{R} = 0$$

谐振条件： $$X_L = X_C$$

或： $$\boxed{\omega_o L = \frac{1}{\omega_o C}}$$

谐振时的角频率

2. 谐振频率

根据谐振条件：$\omega_o L = \dfrac{1}{\omega_o C}$

2. 谐振频率

或： $2\pi f_0 L = \dfrac{1}{2\pi f_0 C}$ 可得谐振频率为：

$$\boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}} \quad \text{或} \quad \boxed{f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}}$$

电路发生谐振的方法：

1）电源频率 f 一定，调参数L、C 使 $f_o = f$；

2）电路参数LC 一定，调电源频率 f，使 $f = f_o$

3. 串联谐振特征

1) 阻抗最小

$$|Z| = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = R$$

2) 电流最大

当电源电压一定时：$I = I_0 = \dfrac{U}{R}$

3) $\dot{U}$、$\dot{I}$ 同相

$$\varphi = \arctan\frac{X_L - X_C}{R} = 0$$

电路呈电阻性，能量全部被电阻消耗，Q_L和Q_C相互补偿。即电源与电路之间不发生能量互换。

4）电压关系

电阻电压：$U_R = I_o R = U$

电容、电感电压：$\dot{U}_L = -\dot{U}_C$

大小相等、相位相差180°

$$\boxed{U_L = I_0 X_L = U_C = I_0 X_C}$$

当 $X_L = X_C >> R$ 时：

有：$U_L = U_C >> U_R = U$

U_C 、U_L 将大于电源电压 U

由于 $U_L = U_C >> U$ 可能会击穿线圈或电容的绝缘，因此在电力系统中一般应避免发生串联谐振，但在无线电工程上，又可利用这一特点达到选择信号的作用。

令：

$$\boxed{Q = \frac{U_L}{U} = \frac{U_C}{U} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 RC}}$$

Q 品质因数，表征串联谐振电路的谐振质量

有： $U_L = U_C = QU$

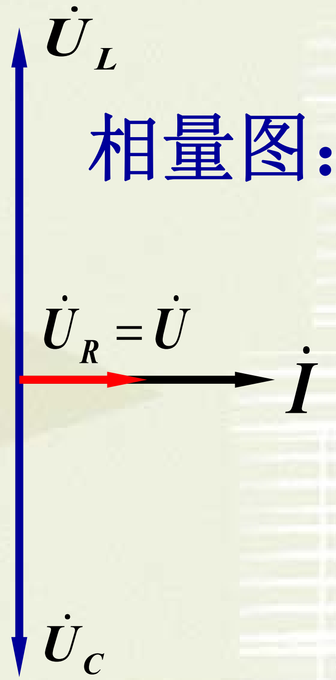
$\therefore$ 串联谐振又称为电压谐振。

注意

谐振时: $\dot{U}_L$与$\dot{U}_C$相互抵消，但其本身不为零，而是电源电压的Q倍。

$$\begin{cases} U_L = I_0 X_L = \dfrac{\omega_0 L}{R} U = QU \\ U_C = I_0 X_C = \dfrac{1}{\omega_0 C R} U = QU \end{cases}$$

相量图：



如Q=100,U=220V,则在谐振时

$$U_L = U_C = QU = 22000\text{V}$$

所以电力系统应避免发生串联谐振。

4. 谐振曲线

1) 串联电路的阻抗频率特性

阻抗随频率变化的关系。

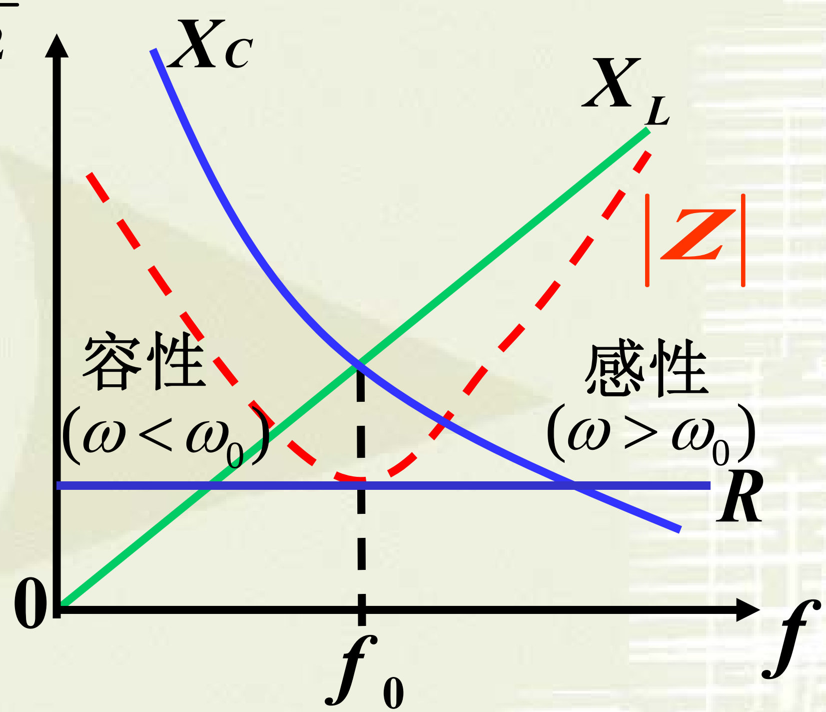
$$X_L = 2\pi f L$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi f c}$$

$$Z = R + \mathrm{j}(X_L - X_C)$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - {}^{1}\!/_{\omega C}\right)^2}$$

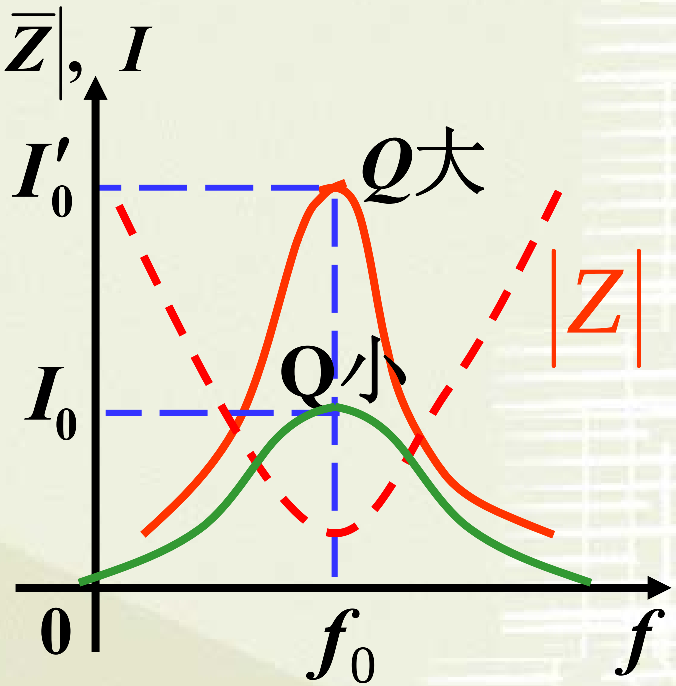
$$\begin{cases} \omega < \omega_0 \Rightarrow |Z| \uparrow \\ \omega = \omega_0 \Rightarrow |Z| = R \\ \omega > \omega_0 \Rightarrow |Z| \uparrow \end{cases}$$



2) 谐振曲线

电流随频率变化的关系曲线。

$$I(\omega)=\frac{U}{|Z|}=\frac{U}{\sqrt{R^2+(\omega L-1/\omega C)^2}}$$



谐振电流 $I_0=\dfrac{U}{R}$

分析：

$$R\downarrow\rightarrow\begin{cases}I_0\uparrow\\ Q\uparrow=\dfrac{\omega_0 L}{R\downarrow}\end{cases}$$

电路具有选择最接近谐振频率附近的电流的能力——称为选择性。

*Q*值越大，曲线越尖锐，选择性越好。

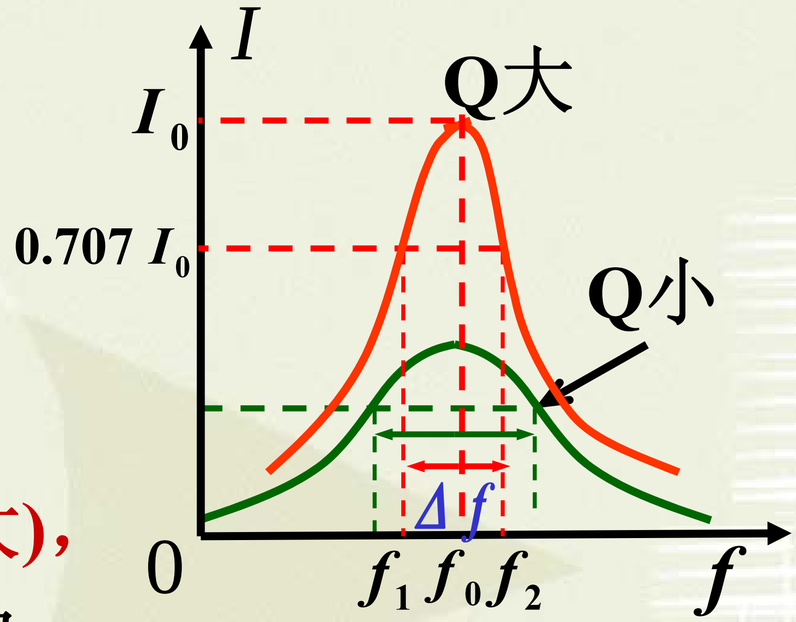
通频带：

当电流下降到$0.707I_0$时所对应的上下限频率之差，称**通频带**。即：$\triangle f = f_2 - f_1$

f_0：谐振频率

f_1：下限截止频率

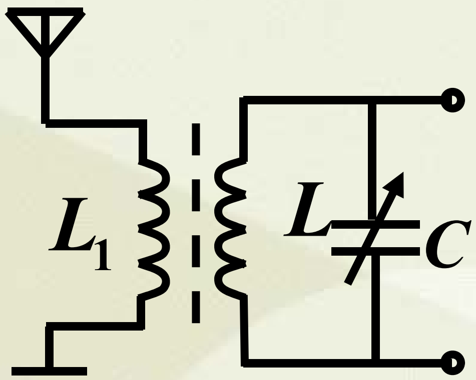
f_2：上限截止频率



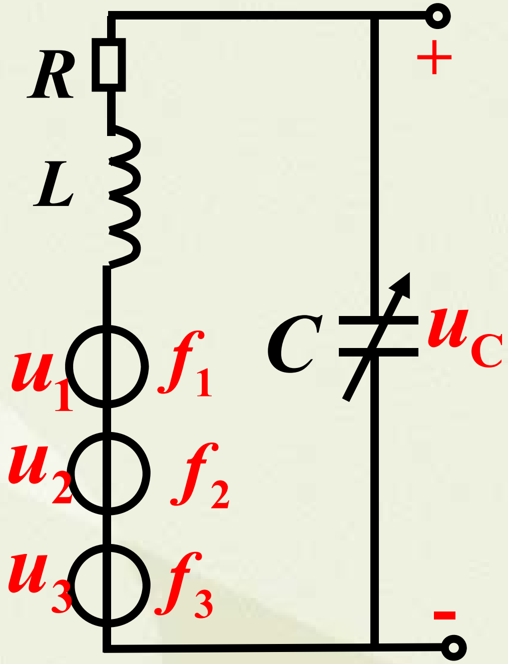
通频带宽度越小(Q值越大)，选择性越好，抗干扰能力越强。

5.串联谐振应用举例

接收机的输入电路



电路图



等效电路

调C，对所需信号频率产生串联谐振

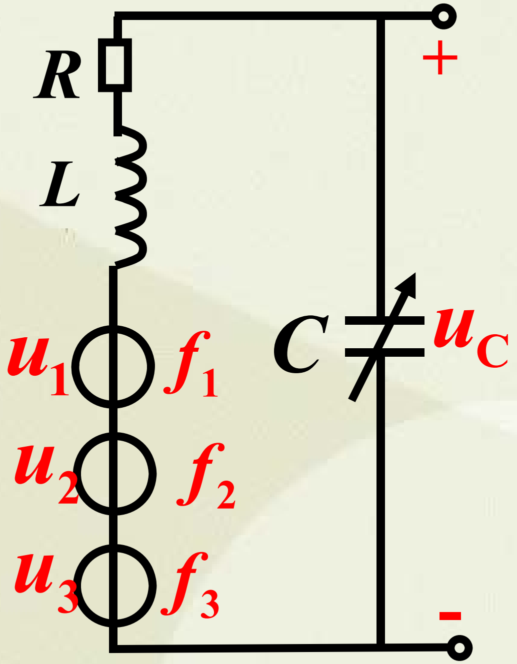
则$I_0 = I_{max} \Rightarrow$

$U_C = QU$

L_1：接收天线

LC：组成谐振电路

u_1、u_2、u_3为来自3个不同电台(不同频率)的电动势信号；



(1) 若要收听 u_1节目，C 应配多大？

已知：$L = 0.3\text{mH}$、$R = 16\Omega$

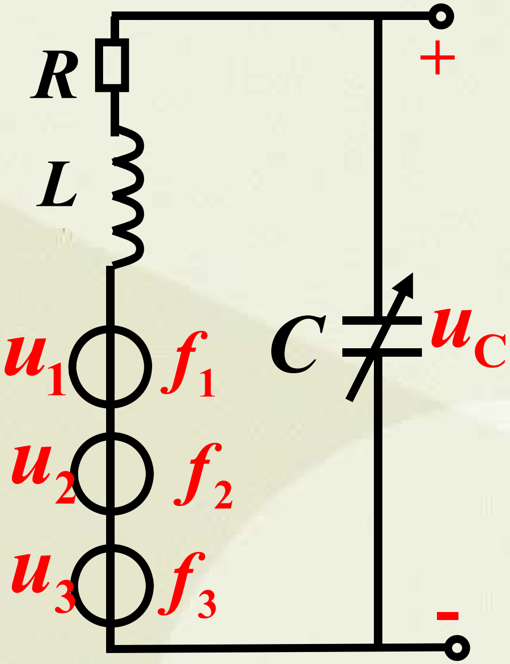
$f_1 = 640\text{kHz}$

解：$f_0 = f_1 = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

则：$C = \dfrac{1}{(2\pi f_0)^2 L}$

$$C = \frac{1}{(2\pi \times 640 \times 10^3)^2 \times 0.3 \times 10^{-3}} = 204\text{pF}$$

结论：当 C 调到 204 pF 时，可收听到 u_1的节目。



(2)u_1信号在电路中产生的电流 有多大？在 C 上 产生的电压是多少？

已知： $U_1 = 2\ \mu V$

解：已知电路在 $f_1 = 640kHz$ 时产生谐振

这时 $I = U_1 / 16 = 0.13\mu A$

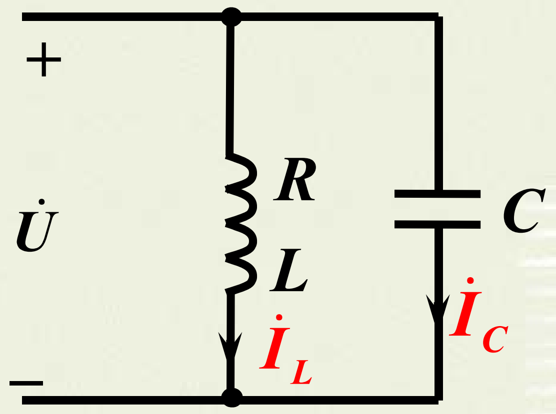
所需信号被放大了78倍

$$X_L = X_C = \omega L = 2\pi f_1 L = 1200\,\Omega$$

$$U_C = I X_C = 156\,\mu V \qquad Q = \frac{U_C}{U_1} = \frac{156}{2} = 78$$

4.7.2（2） 并联谐振

并联谐振条件：



电路的等效阻抗为：

$$Z=\frac{\frac{1}{j\omega C}(R+j\omega L)}{\frac{1}{j\omega C}+(R+j\omega L)}=\frac{R+j\omega L}{1+j\omega RC-\omega^2 LC}$$

线圈的电阻很小，在谐振时$\omega L>>R$，上式可写成：

$$Z\approx\frac{j\omega L}{1+j\omega RC-\omega^2 LC}=\frac{1}{\frac{RC}{L}+j\left(\omega C-\frac{1}{\omega L}\right)}$$

$$\boxed{\omega C-\frac{1}{\omega L}\approx 0}$$

并联谐振频率：

$$\boxed{f_0 \approx \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}}$$

并联谐振特征：

(1) 电路的阻抗模最大，电流最小。

$$\boxed{|Z_0| = |Z|_{\max} = \frac{1}{\frac{RC}{L}} = \frac{L}{RC}}$$

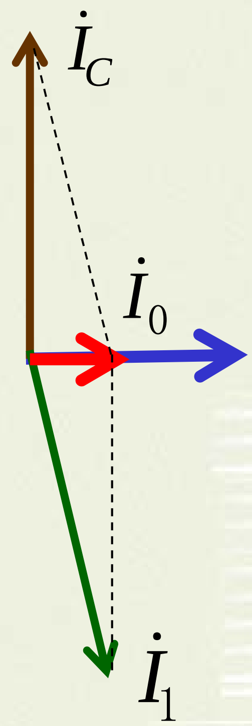
在电源电压不变的情况下，电路中的电流达到最小值：

$$\boxed{I = I_0 = I_{\min} = \frac{U}{|Z_0|}}$$

(2) 电压与电流同相，电路对外呈电阻性。

(3) 两并联支路电流近于相等，且比总电流大许多倍。

$$I_1 = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (2\pi f_0 L)^2}} \approx \frac{U}{2\pi f_0 L} \qquad I_C = \frac{U}{2\pi f_0 C}$$



$$|Z_0| = \frac{L}{RC} = \frac{2\pi f_0 L}{R(2\pi f_0 C)} \approx \frac{(2\pi f_0 L)^2}{R}$$

当 $2\pi f_0 L >> R$ 时

$$2\pi f_0 L \approx \frac{1}{2\pi f_0 C} << \frac{(2\pi f_0 L)^2}{R}$$

并联谐振时两并联支路的电流近于相等且比总电流大许多倍。因此并联谐振又称为电流谐振。

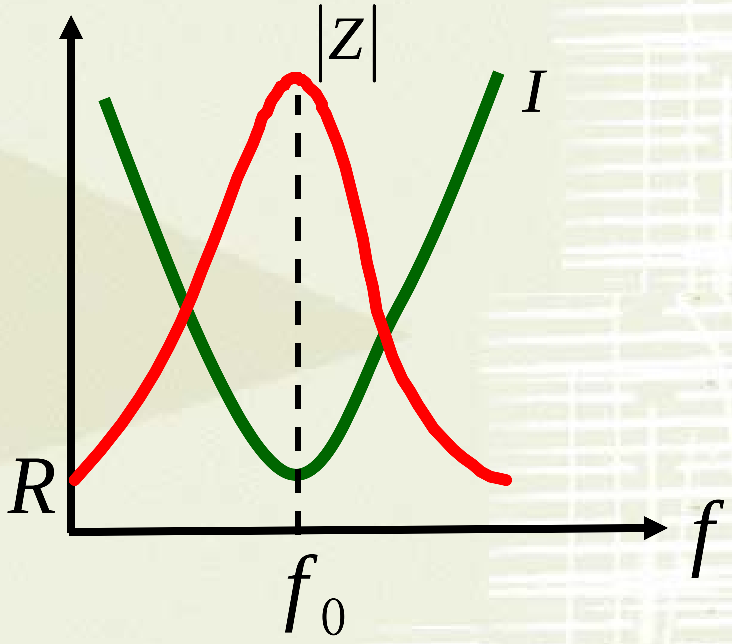
品质因数--Q

并联谐振时支路的电流和总电流的比值。

$$Q=\frac{I_1}{I_0}=\frac{2\pi f_0 L}{R}=\frac{\omega_0 L}{R}=\frac{1}{\omega_0 CR}$$

并联谐振特性曲线

Q值越大谐振曲线越尖锐，
电路的频率选择性越强。



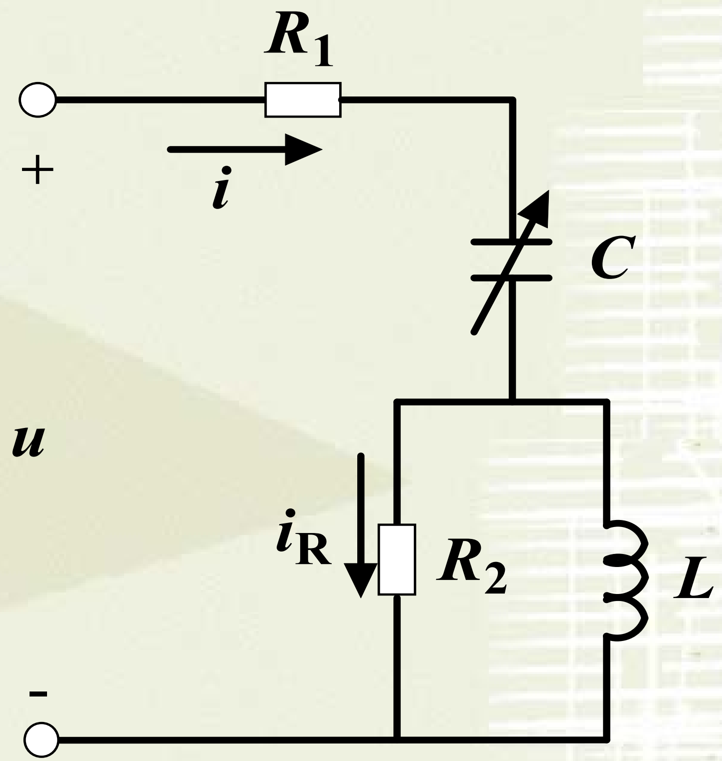
例：图示电路中已知: $i = 5\sqrt{2}\sin(\omega t + 45°)\text{mA}$

$\omega=10^6$rad/s, R_2=2kΩ, L=2mH, R_1=1kΩ

试求:（1）当电容C的值为多少时，i与u同相;

（2）此时电路中的u_{ab}，i_R及u;

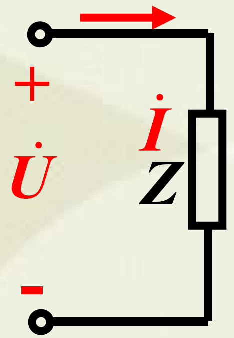
（3）电阻R_2消耗的功率P_2。

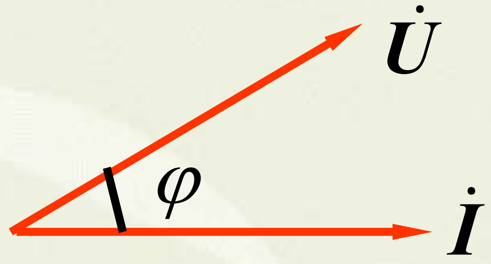


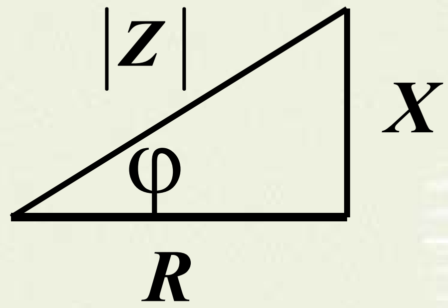
4.8 功率因数的提高

功率因数 $\cos\varphi$:对电源利用程度的衡量。

φ的意义：电压与电流的相位差，阻抗的辐角







$$Z = R + jX$$

当$\cos\varphi < 1$ 时,电路中发生能量互换,出现无功功率 $Q = UI\sin\varphi$ 这样引起两个问题:

1、电源设备的容量不能充分利用

$$S_N = U_N \cdot I_N = 1000\ \mathrm{kV \cdot A}$$

若用户：$\cos\varphi = 1$则电源可发出的有功功率为：

$$P = U_N I_N \cos\varphi = 1000\mathrm{kW}$$

无需提供的无功功率。

若用户：$\cos\varphi = 0.6$ 则电源可发出的有功功率为：

$$P = U_N I_N \cos\varphi = 600\mathrm{kW}$$

而需提供的无功功率为: $Q = U_N I_N \sin\varphi = 800\mathrm{kvar}$

$\therefore$ 提高 $\cos\varphi$ 可使发电设备的容量得以充分利用

2. 增加线路和发电机绕组的功率损耗

设输电线和发电机绕组的电阻为 r ：

要求: $P=UI\cos\varphi$ (P、 U定值)时

$$I\uparrow=\frac{P}{U\cos\varphi\downarrow}\quad\begin{cases}\Delta P\uparrow=I^2\uparrow r & \text{(费电)}\\ I\uparrow\longrightarrow S\uparrow & \text{(导线截面积)}\end{cases}$$

∴ 提高 $\cos\varphi$ 可减小线路和发电机绕组的损耗。

∴ 要求提高电网的功率因数对国民经济的发展有重要的意义。

一、功率因数cos φ低的原因:

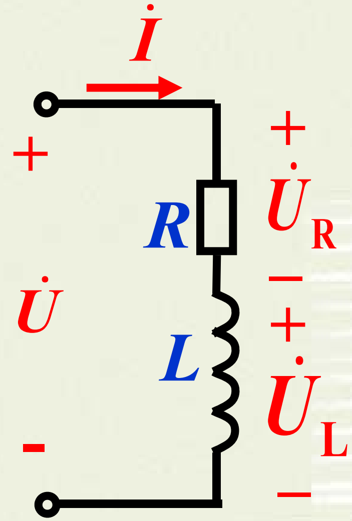
日常生活中多为感性负载---如电动机、日光灯，其等效电路及相量关系如下图。

$L\uparrow \rightarrow \omega L\uparrow \rightarrow \varphi\uparrow \rightarrow \cos\varphi\downarrow \rightarrow I\uparrow$

例 40W220V白炽灯 $\boxed{\cos\varphi = 1}$

$$P = U I \cos\varphi$$

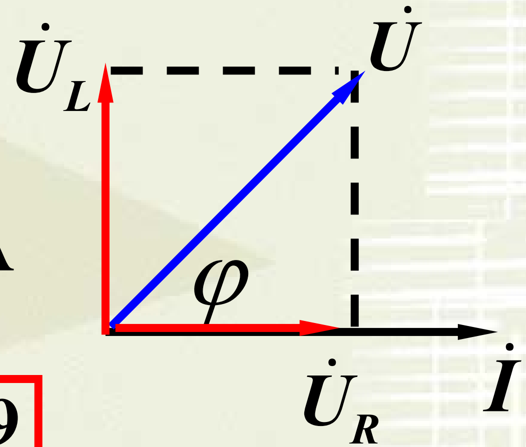
$$I = \frac{P}{U} = \frac{40}{220} = 0.182\ \text{A}$$



感性等效电路

40W220V日光灯 $\boxed{\cos\varphi = 0.5}$

$$I = \frac{P}{U\cos\varphi} = \frac{40}{220 \times 0.5} = 0.364\ \text{A}$$



相量图

供电局一般要求用户的 $\boxed{\cos\phi > 0.9}$ 否则受处罚。

常用电路的功率因数

纯电阻电路	$\cos\varphi = 1 \quad (\varphi = 0)$
纯电感电路或 纯电容电路	$\cos\varphi = 0 \quad (\varphi = \pm 90°)$
R-L-C串联电路	$1 > \cos\varphi > 0$ $(-90° < \varphi < +90°)$
电动机 空载 电动机 满载	$\cos\varphi = 0.2 \sim 0.3$ $\cos\varphi = 0.7 \sim 0.9$
日光灯 （*R-L*串联电路）	$\cos\varphi = 0.5 \sim 0.6$

二. 功率因数的提高

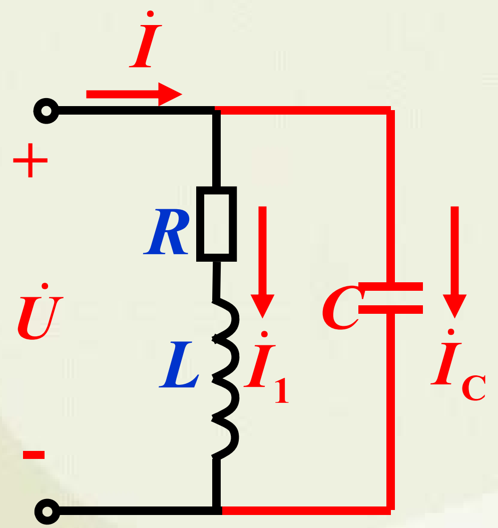
1. 提高功率因数的原则:

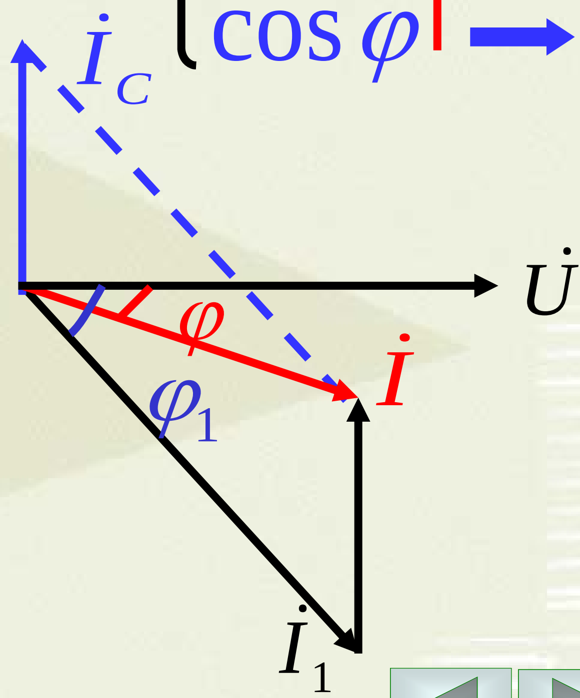
必须保证原负载的工作状态不变。即:加至负载上的电压和负载的有功功率不变。

2. 提高功率因数的措施:

$$\begin{cases} \varphi\downarrow \longrightarrow \cos\varphi\uparrow \\ \cos\varphi\uparrow \longrightarrow I\downarrow \end{cases}$$

$\boxed{\text{在感性负载两端并电容}}$





结论 并联电容C后:

1) 电路的总电流 $I\downarrow$ ，电路总功率因数 $\cos\varphi\uparrow$

电路总视在功率 $S\downarrow$

2）原感性支路的工作状态不变:

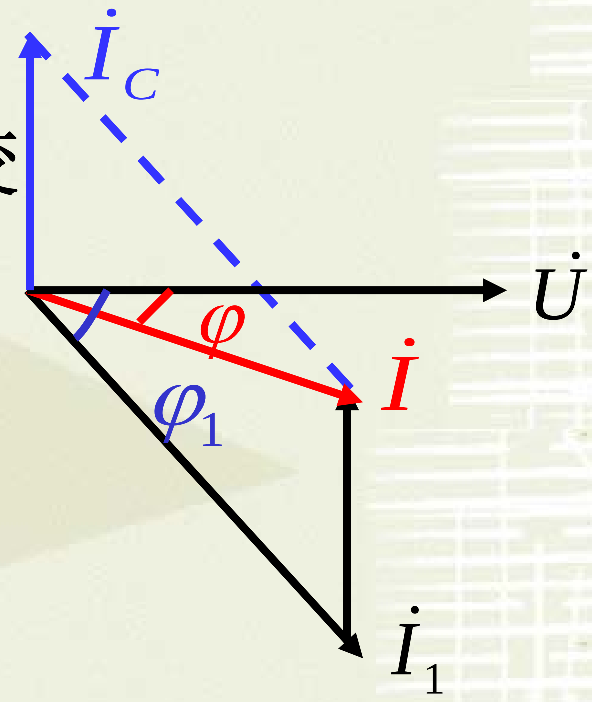
感性支路的功率因数 $\cos\varphi_1$ 不变

感性支路的电流 I_1 不变

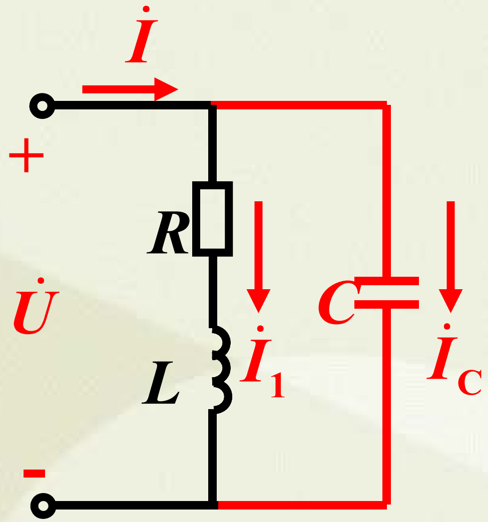
3) 电路总的有功功率不变

因为电路中电阻没有变,

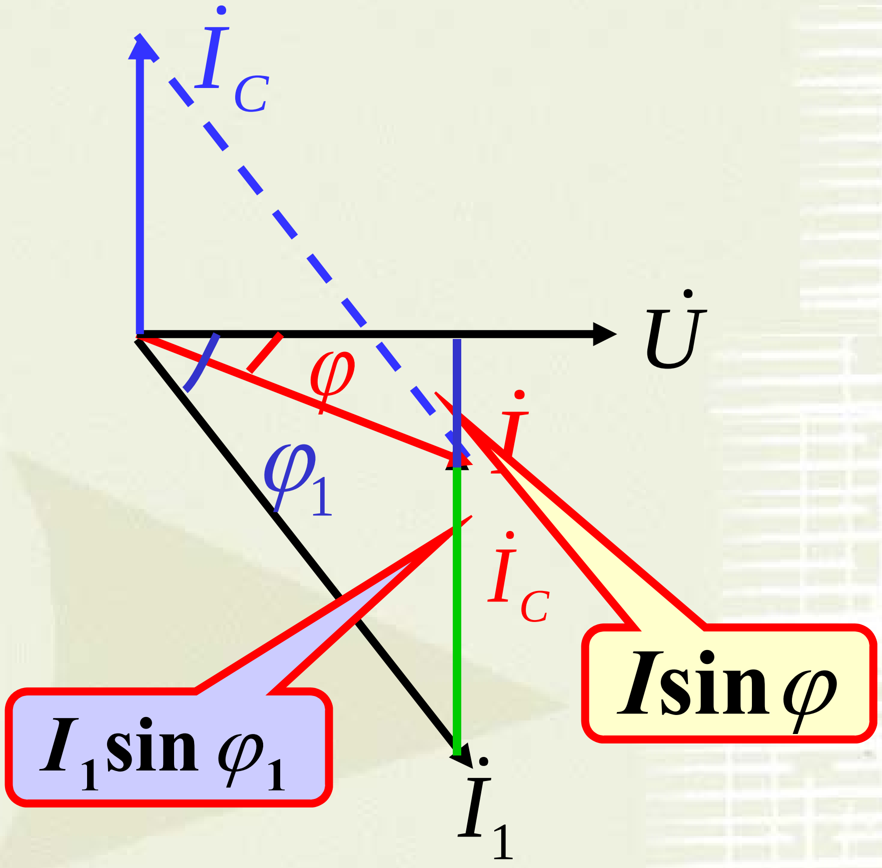
所以消耗的功率也不变。



3. 并联电容值的计算



相量图:



$$\because I_C = U\omega C$$

又由相量图可得:

$$I_C = I_1 \sin\varphi_1 - I\sin\varphi$$

即: $U\omega C = I_1\sin\varphi_1 - I\sin\varphi$

$$U\omega C=\frac{P}{U\cos\varphi_1}\sin\varphi_1-\frac{P}{U\cos\varphi}\sin\varphi$$

$$\boxed{C=\frac{P}{\omega U^2}(\tan\varphi_1-\tan\varphi)}$$

思考题:

1.电感性负载采用串联电容的方法是否可提高功率因数,为什么?

2.原负载所需的无功功率是否有变化,为什么?

3.电源提供的无功功率是否有变化,为什么?

例4.8.1:

一感性负载,其功率P=10kW, $\cos\varphi = 0.6$,
接在电压U=220V，f=50Hz的电源上。

（1）如将功率因数提高到 $\cos\varphi = 0.95$,需要并多大的电容C,求并C前后的线路的电流。

（2）如将 $\cos\varphi$ 从0.95提高到1，试问还需并多大的电容C。

解: (1) $$C = \frac{P}{\omega U^2}(\tan\varphi_1 - \tan\varphi)$$

$\cos\varphi = 0.6$ 即 $\varphi = 53°$

$\cos\varphi = 0.95$ 即 $\varphi = 18°$

$$\therefore C = \frac{10\times10^3}{314\times220^2}(\tan53° - \tan18°) = 656\ \mu\text{F}$$

求并C前后的线路电流

并C前：$$I_1=\frac{P}{U\cos\varphi_1}=\frac{10\times10^3}{220\times0.6}=75.6\ \text{A}$$

并C后：$$I=\frac{P}{U\cos\varphi}=\frac{10\times10^3}{220\times0.95}=47.8\ \text{A}$$

(2) $\cos\varphi$ 从0.95提高到1时所需增加的电容值

$$C=\frac{10\times10^3}{314\times220^2}=(\tan18°-\tan0°)=213.6\ \mu\text{F}$$

可见：cos φ≈1时再继续提高，则所需电容值很大（不经济），∴一般不必提高到1。

例4.8.2:

已知电源U_N=220V，f=50Hz，S_N=10kVA向P_N=6kW, U_N=220V, $\cos\varphi_N = 0.5$的感性负载供电，

(1) 该电源供出的电流是否超过其额定电流？

(2) 如并联电容将$\cos\varphi$提高到0.9，电源是否还有富裕的容量？

解：(1)电源需提供的电流为

$$I = \frac{P}{U\cos\varphi} = \frac{6\times10^3}{220\times0.5} = 54.54\text{A}$$

电源的额定电流为：

$$I_N = \frac{S_N}{U_N} = \frac{10\times10^3}{220} = 45.45\text{A}$$

例4.8.2:

$$\therefore I > I_N$$

该电源供出的电流超过其额定电流。

（2）如将$\cos\varphi$提高到0.9后，电源提供的电流为：

$$I = \frac{P}{U\cos\varphi} = \frac{6\times10^3}{220\times0.9} = 30.3\text{A}$$

$$\therefore I < I_N$$

该电源还有富裕的容量。即还有能力再带负载；所以提高电网功率因数后，将提高电源的利用率。

图示为正弦交流电路，已知电流表A_1、A_2 的读数均为10A， $Z = 10 + j10\sqrt{3}\Omega$

求：总电流表A 的读数；电阻R ；电路的功率因数。