电工技术与电子技术

第3章 电路的暂态分析

第3章 电路的暂态分析

第3章 电路的暂态分析

本章要求：

1. 了解电阻元件、电感元件与电容元件的特征;
2. 理解电路的暂态和稳态、零输入响应、零状态响应、全响应的概念，以及时间常数的物理意义;
3. 掌握换路定则及初始值的求法;
4. 掌握一阶线性电路分析的三要素法。

第3章 电路的暂态分析

稳定状态：

在指定条件下电路中电压、电流已达到稳定值。

暂态过程：

电路从一种稳态变化到另一种稳态的过渡过程。

研究暂态过程的实际意义

1. 利用电路暂态过程产生特定波形的电信号

如锯齿波、三角波、尖脉冲等，应用于电子电路。

2. 控制、预防可能产生的危害

暂态过程开始的瞬间可能产生过电压、过电流使电气设备或元件损坏。

第3章 电路的暂态分析

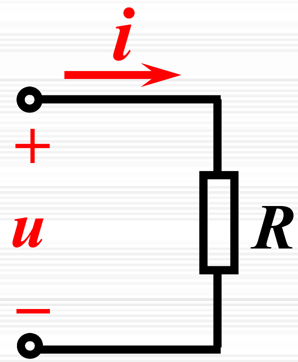
3.1 电阻元件、电感元件与电容元件

3.1.1 电阻元件

描述消耗电能的性质

线性电阻

根据欧姆定律： $u = iR$



电阻元件

即电阻元件上的电压与通过的电流成线性关系

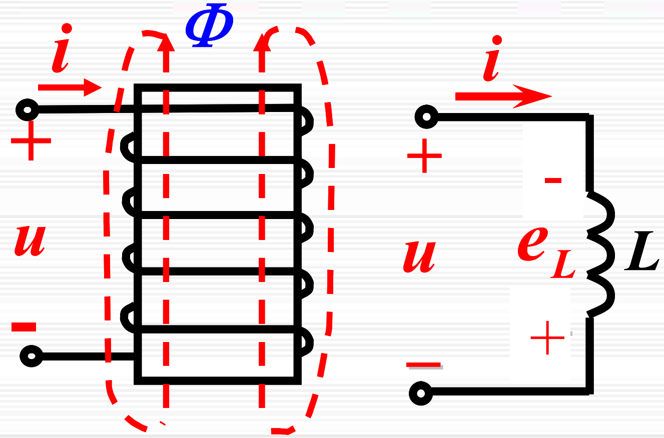
金属导体的电阻与导体的尺寸及导体材料的电性能有关，表达式为： $R = \rho \dfrac{l}{S}$

电阻的能量 $W = \int_0^t ui\,\mathrm{d}t = \int_0^t Ri^2\,\mathrm{d}t \geq 0$

表明电能全部消耗在电阻上，转换为热能散发。

3.1.2 电感元件

描述线圈通有电流时产生磁场、储存磁场能量的性质。



电感元件

1. 物理意义

电流通过一匝线圈产生 $\longrightarrow \Phi$(磁通)

电流通过N匝线圈产生 $\longrightarrow \psi = N\Phi$(磁链)

电感: $L = \dfrac{\psi}{i} = \dfrac{N\Phi}{i}$ (H)

线性电感: L为常数; 非线性电感: L不为常数

2. 自感电动势: $e_L = -\dfrac{d\psi}{dt} = -L\dfrac{di}{dt}$

中国矿业大学

章目录 上一页 下一页 返回 退出

3. 电感元件储能

根据基尔霍夫定律可得： $u = -e_L = L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$

将上式两边同乘上 i，并积分，则得：

$$\int_0^t ui\,\mathrm{d}t = \int_0^i Li\,\mathrm{d}i = \frac{1}{2}Li^2$$

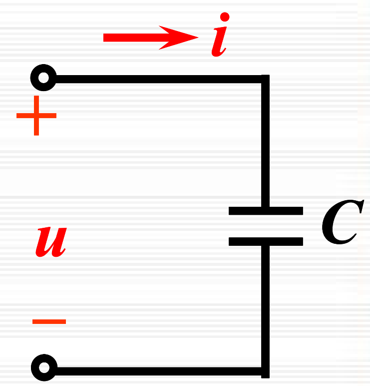
磁场能

$$W = \frac{1}{2}Li^2$$

即电感将电能转换为磁场能储存在线圈中，当电流增大时，磁场能增大，电感元件从电源取用电能；当电流减小时，磁场能减小，电感元件向电源放还能量。

3.1.3 电容元件

描述电容两端加电源后，其两个极板上分别聚集起等量异号的电荷，在介质中建立起电场，并储存电场能量的性质。



电容元件

电容： $C = \dfrac{q}{u}$ (F)

当电压u变化时，在电路中产生电流：

$$i = C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$$

电容元件储能

将上式两边同乘上 u，并积分，则得：

$$\int_0^t u i\,\mathrm{d}t = \int_0^u Cu\mathrm{d}u = \frac{1}{2}Cu^2$$

电容元件储能

电场能

$$W=\frac{1}{2}Cu^2$$

即电容将电能转换为电场能储存在电容中，当电压增大时，电场能增大，电容元件从电源取用电能；当电压减小时，电场能减小，电容元件向电源放还能量。

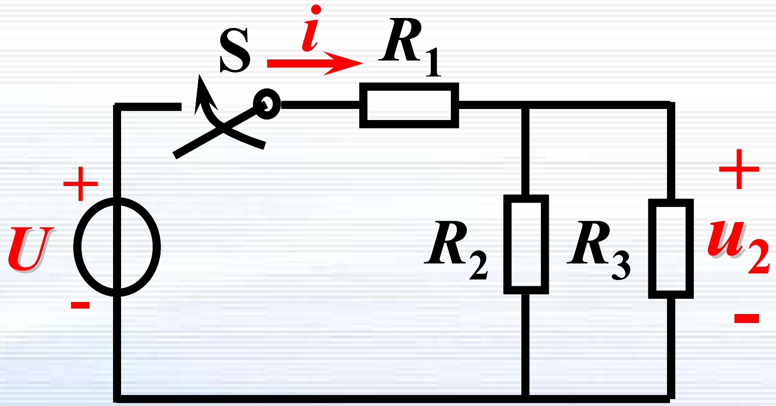
本节所讲的均为线性元件，即R、L、C都是常数。

第3章 电路的暂态分析

3.2 储能元件和换路定则

1. 电路中产生暂态过程的原因

例：



(a)

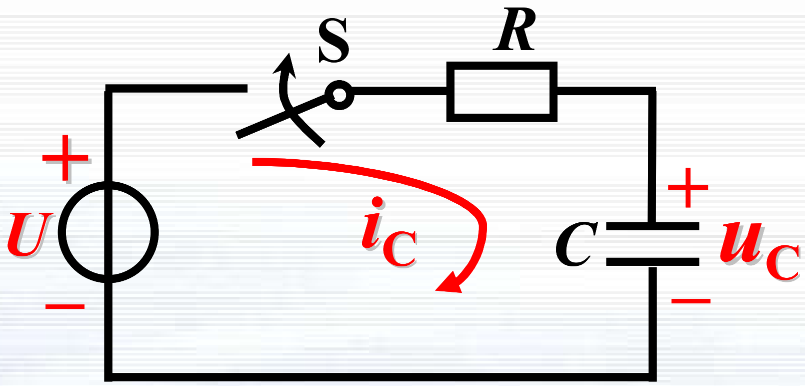
图(a)：

合S前：$i=0 \quad u_{R1}=u_{R2}=u_{R3}=0$

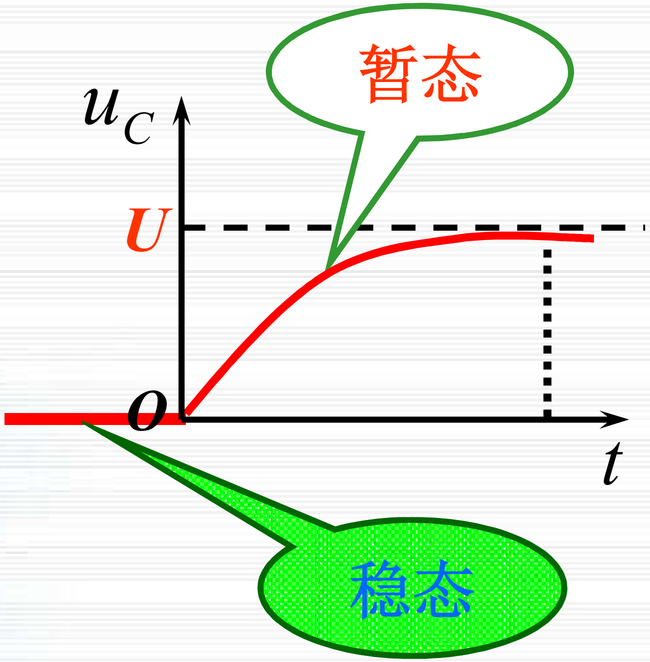
合S后：电流 i 随电压 u 比例变化。

所以电阻电路不存在暂态过程 (R耗能元件)。

3.2 储能元件和换路定则



(b)



图(b)

合S前：$i_C = 0$，$u_C = 0$

合S后：u_C由零逐渐增加到U

所以电容电路存在暂态过程(C储能元件)

产生暂态过程的必要条件：

(1) 电路中含有储能元件 (内因)

(2) 电路发生换路 (外因)

换路： 电路状态的改变。如：

电路接通、切断、 短路、电压改变

若 u_C 发生突变，

则 $i_C = \dfrac{du_C}{dt} \Rightarrow \infty$

一般电路不可能！

产生暂态过程的原因：

由于物体所具有的能量不能跃变而造成

在换路瞬间储能元件的能量也不能跃变

$\because$ C 储能： $W_C = \dfrac{1}{2} C u_C^2$ $\quad$ $\therefore u_C$ 不能突变

$\because$ L 储能： $W_L = \dfrac{1}{2} L i_L^2$ $\quad$ $\therefore i_L$ 不能突变

2. 换路定则

设：t=0 — 表示换路瞬间 (定为计时起点)

$t=0_-$— 表示换路前的终了瞬间

$t=0_+$—表示换路后的初始瞬间（初始值）

电感电路： $i_L(0_+) = i_L(0_-)$

电容电路： $u_C(0_+) = u_C(0_-)$

注：换路定则仅用于换路瞬间来确定暂态过程中 u_C、i_L初始值。

3. 初始值的确定

初始值：电路中各 u、i 在 $t=0_+$ 时的数值。

求解要点：

(1) $u_C(0_+)$、$i_L(0_+)$ 的求法。

1) 先由 $t=0_-$ 的电路求出 $u_C(0_-)$、$i_L(0_-)$；

2) 根据换路定律求出 $u_C(0_+)$、$i_L(0_+)$。

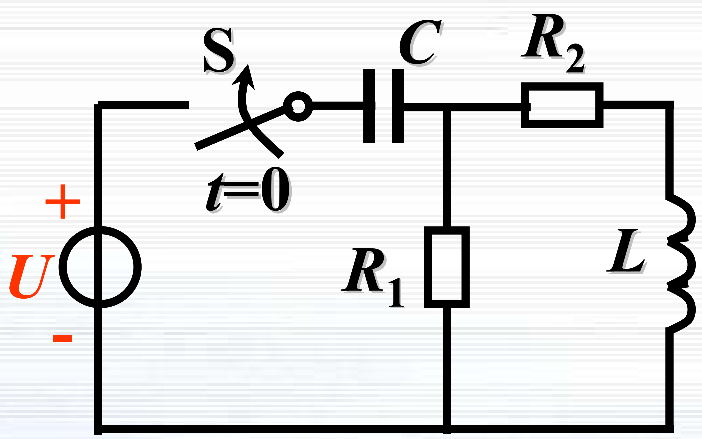
(2)其它电量初始值的求法。

1) 由 $t=0_+$ 的电路求其它电量的初始值；

2) 在 $t=0_+$ 时的电压方程中 $u_C=u_C(0_+)$、

$t=0_+$ 时的电流方程中 $i_L=i_L(0_+)$。

例1. 暂态过程初始值的确定



(a)

已知：换路前电路处稳态，C、L 均未储能。

试求：电路中各电压和电流的初始值。

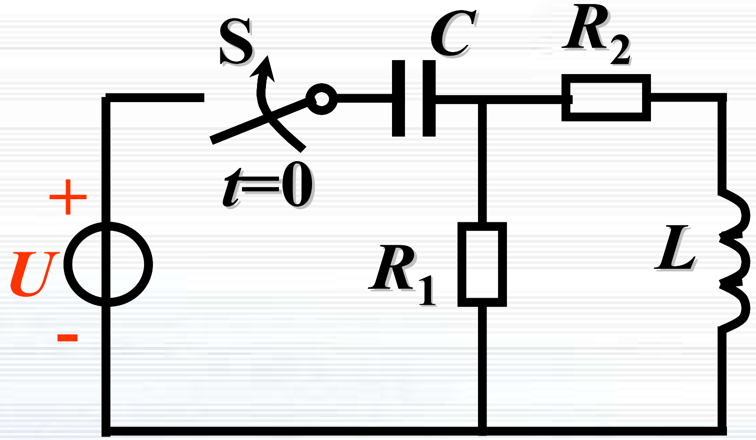
解：(1)由换路前电路求 $u_C(0_-)$, $i_L(0_-)$

由已知条件知 $u_C(0_-) = 0,\ i_L(0_-) = 0$

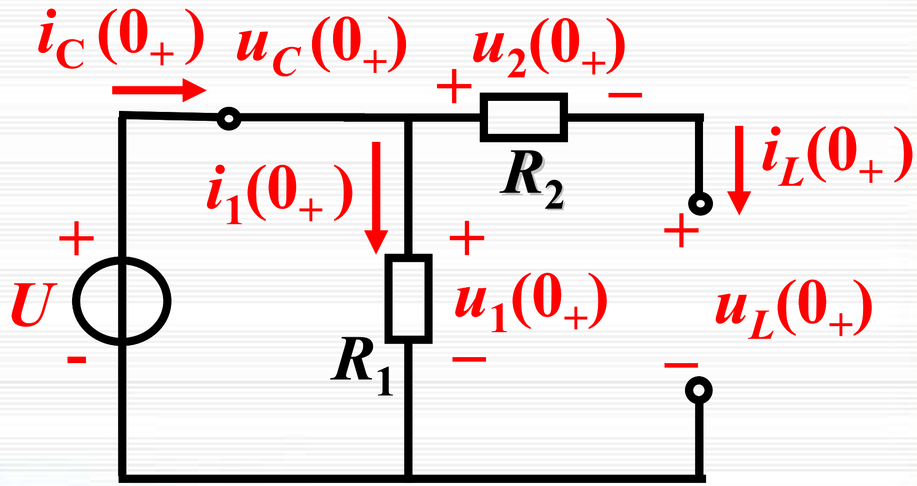
根据换路定则得： $u_C(0_+) = u_C(0_-) = 0$

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = 0$$

例1: 暂态过程初始值的确定



(a)



(b) t = 0+等效电路

(2) 由t=0$_+$电路，求其余各电流、电压的初始值

$u_C(0_-)=0$，换路瞬间，电容元件可视为短路。

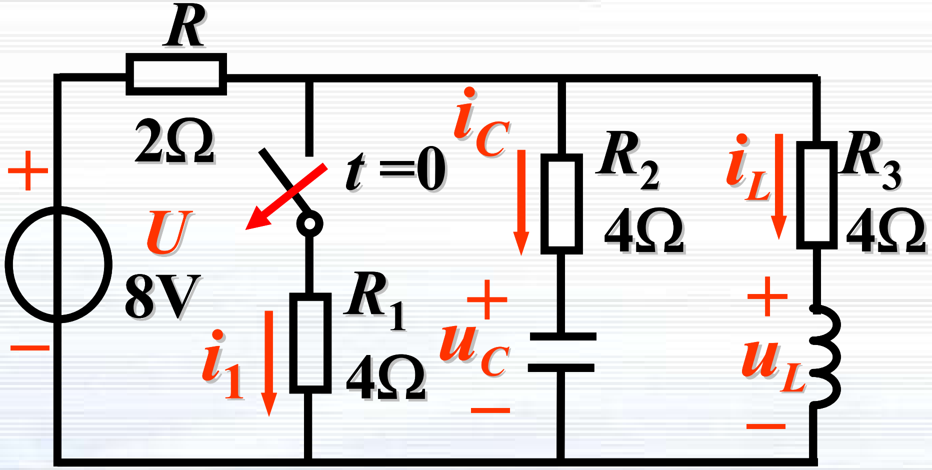
$i_L(0_-)=0$，换路瞬间，电感元件可视为开路。

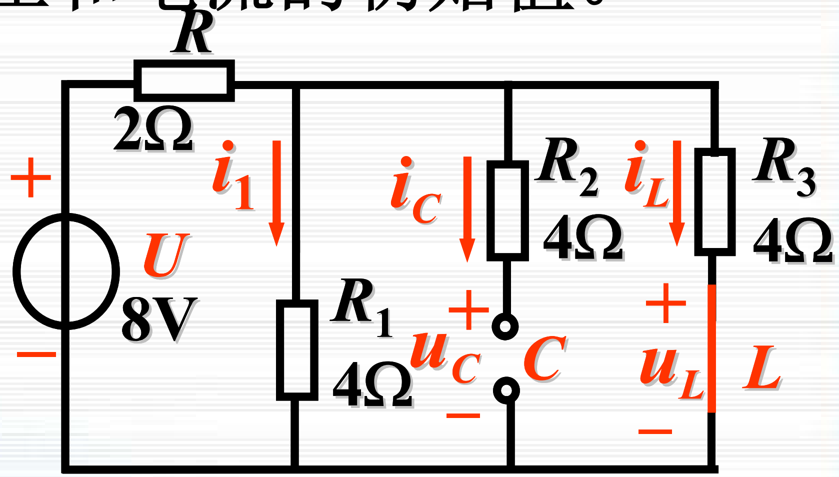
$$i_C(0_+)=i_1(0_+)=\frac{U}{R} \qquad (i_C(0_-)=0)$$

i_C、u_L产生突变

$$u_L(0_+)=u_1(0_+)=U \qquad (u_L(0_-)=0) \qquad u_2(0_+)=0$$

例2：换路前电路处于稳态。
试求图示电路中各个电压和电流的初始值。





$t=0_-$等效电路

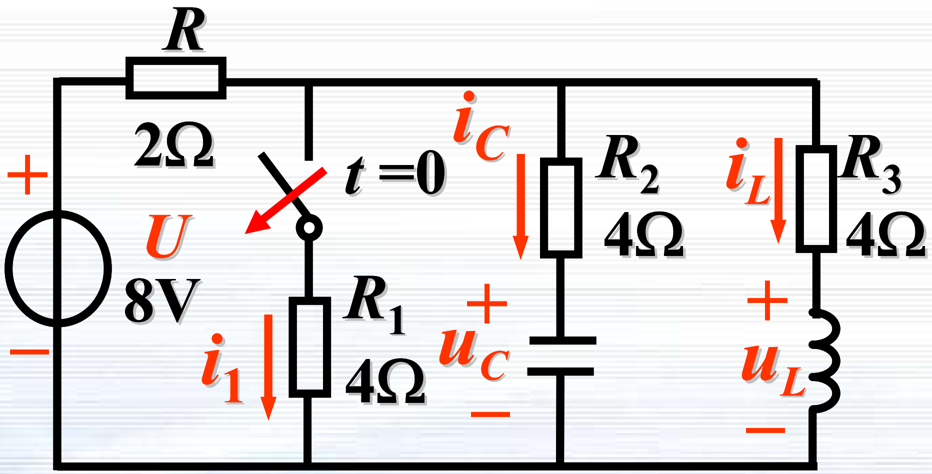
解：(1) 由$t=0_-$电路求 $u_C(0_-)$、$i_L(0_-)$

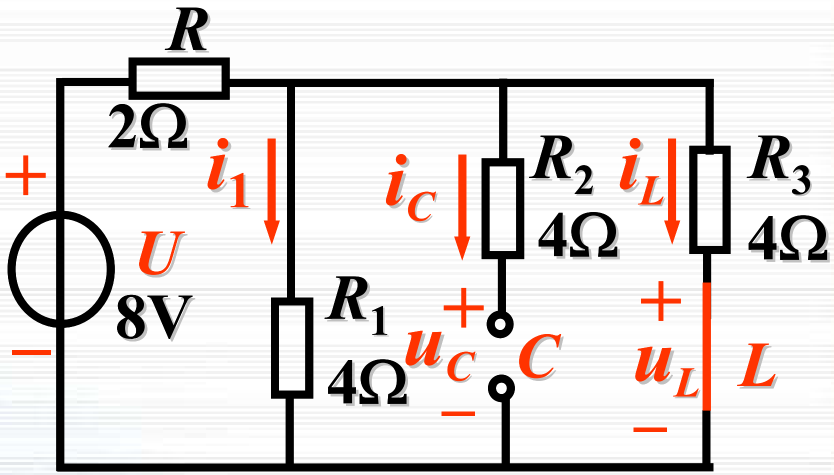
换路前电路已处于稳态：电容元件视为开路；

由$t=0_-$电路可求得：　　电感元件视为短路。

$$i_L(0_-)=\frac{R_1}{R_1+R_3}\times\frac{U}{R+\dfrac{R_1R_3}{R_1+R_3}}=\frac{4}{4+4}\times\frac{U}{2+\dfrac{4\times4}{4+4}}=1\,\mathrm{A}$$

例2：换路前电路处于稳态。
试求图示电路中各个电压和电流的初始值。





$t = 0_-$ 等效电路

解：(1) $i_L(0_-) = 1\,\mathrm{A}$

$$u_C(0_-) = R_3 i_L(0_-) = 4 \times 1 = 4\,\mathrm{V}$$

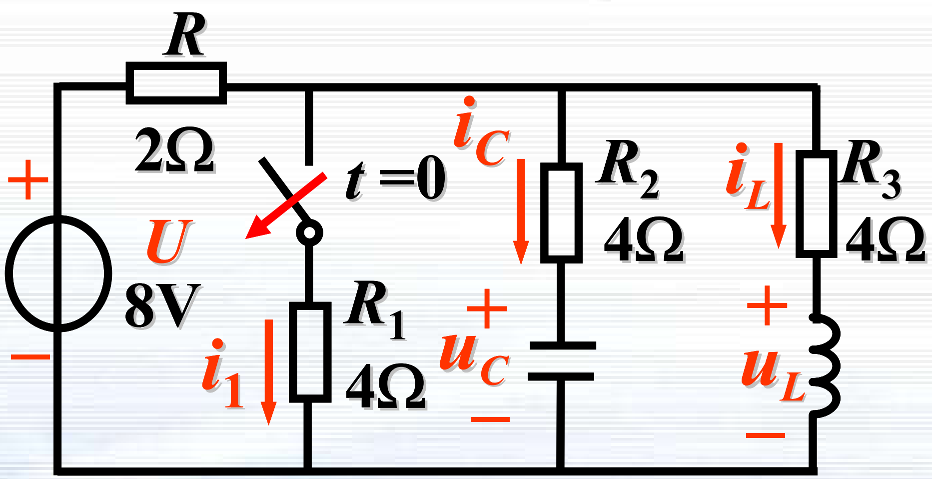
由换路定则：

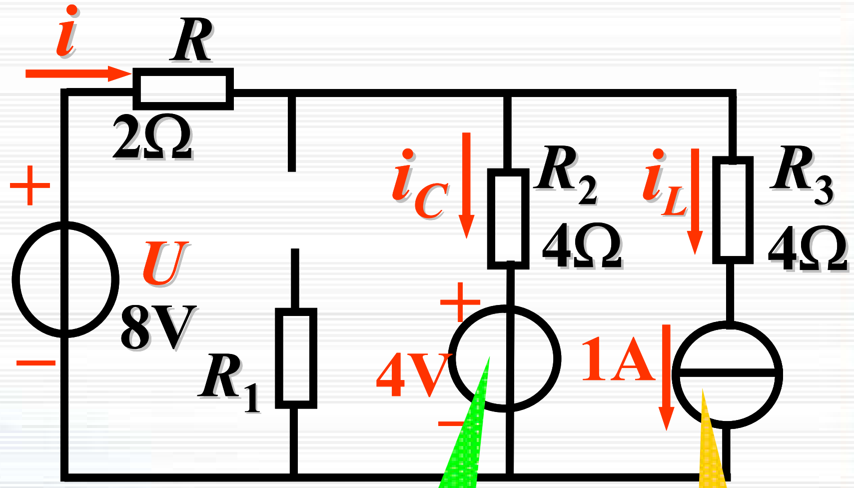
$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = 1\,\mathrm{A}$$

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 4\,\mathrm{V}$$

例2： 换路前电路处稳态。

试求图示电路中各个电压和电流的初始值。





t = 0+时等效电路

$u_c(0+)$　$i_L(0+)$

解： (2) 由 $t = 0_+$ 电路求 $i_C(0_+)$、$u_L(0_+)$

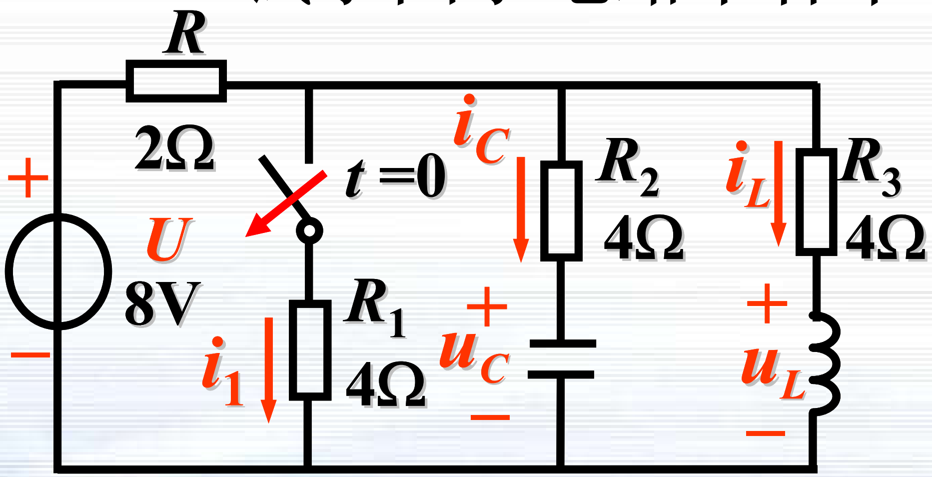
由图可列出　$U = Ri(0_+) + R_2 i_C(0_+) + u_C(0_+)$

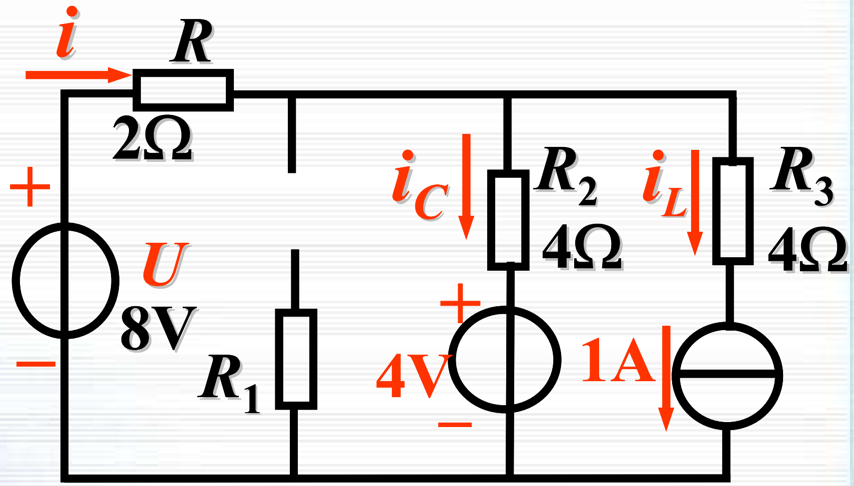
$$i(0_+) = i_C(0_+) + i_L(0_+)$$

带入数据　$8 = 2i(0_+) + 4i_C(0_+) + 4$

$$i(0_+) = i_C(0_+) + 1$$

例2：换路前电路处稳态。
试求图示电路中各个电压和电流的初始值。





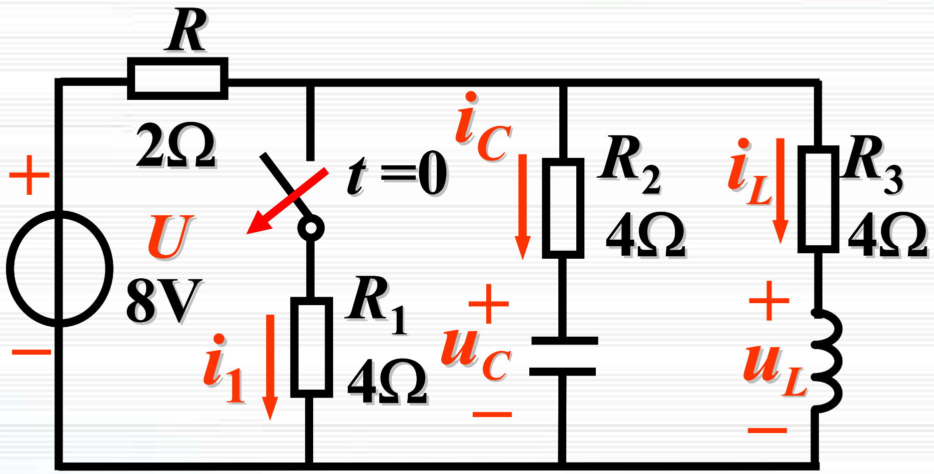
$t=0$+时等效电路

解：解之得 $i_C(0_+)=\dfrac{1}{3}\text{A}$

并可求出

$$u_L(0_+)=R_2 i_C(0_+)+u_C(0_+)-R_3 i_L(0_+)$$
$$=4\times\frac{1}{3}+4-4\times 1=1\frac{1}{3}\ \text{V}$$

计算结果：



电量	u_C /V	i_L /A	i_C /A	u_L /V
$t=0_-$	4	1	0	0
$t=0_+$	4	1	$\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{3}$

换路瞬间，u_C、i_L不能跃变，但i_C、u_L可以跃变。

结论

1. 换路瞬间，u_C、i_L不能跃变, 但其它电量均可以跃变。

2. 换路前, 若储能元件没有储能, 换路瞬间(t=0_+的等效电路中)，可视电容元件短路，电感元件开路。

3. 换路前，若$u_C(0-)\neq 0$，换路瞬间 (t=0_+等效电路中)，电容元件可用一理想电压源替代, 其电压为$u_c(0_+)$;

换路前，若$i_L(0-)\neq 0$，在t=0_+等效电路中，电感元件可用一理想电流源替代，其电流为$i_L(0_+)$。

第3章 电路的暂态分析

3.1 电阻元件、电感元件、电容元件

3.2 储能元件和换路定则

3.3 *RC*电路的响应

3.4 一阶线性电路暂态分析的三要素法

3.5 微分电路和积分电路

3.6 *RL*电路的响应

3.3 *RC*电路的响应

一阶电路暂态过程的求解方法

一阶电路

仅含一个储能元件或可等效为一个储能元件的线性电路，且由一阶微分方程描述，称为一阶线性电路。

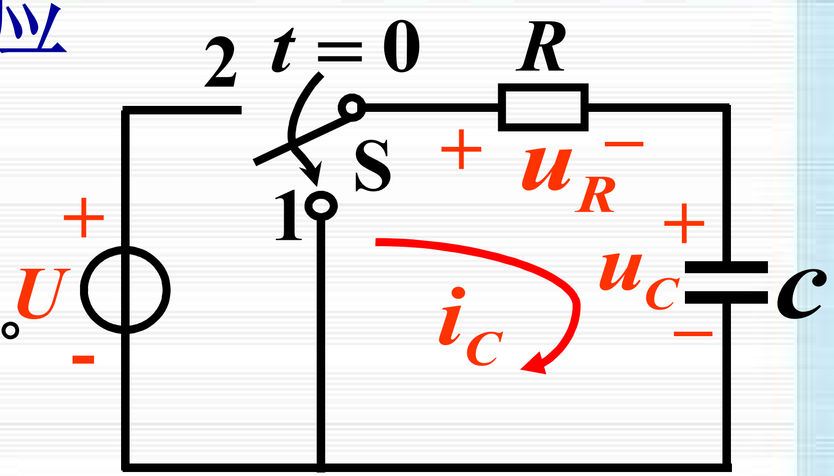
求解方法

1. 经典法: 根据激励(电源电压或电流)，通过求解电路的微分方程得出电路的响应(电压和电流)。

2. 三要素法

求 { 初始值、稳态值、时间常数 } （三要素）

3.3.1 *RC*电路的零输入响应



$u_C(0_-)=U$

零输入响应: 无电源激励, 输入信号为零, 仅由电容元件的初始储能所产生的电路的响应。

实质: *RC*电路的放电过程

图示电路

换路前电路已处稳态 $u_C(0_-)=U$

$t=0$时开关$S\rightarrow 1$, 电容C经电阻R放电

1.电容电压 u_C 的变化规律($t\geq 0$)

(1) 列 KVL方程 $\quad u_R+u_C=0$

$$u_R=iR \qquad i_C=C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$$

代入上式得 $$RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}+u_C=0$$

一阶线性常系数齐次微分方程

(2) 解方程：$RC\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}+u_C=0$ 通解：$u_C=A\mathrm{e}^{pt}$

特征方程 $RCP+1=0$ $\therefore P=-\dfrac{1}{RC}$

齐次微分方程的通解：$u_C=A\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}}$

由初始值确定积分常数 A

根据换路定则，$t=(0_+)$时，$u_C(0_+)=U$，可得

$A=U$

(3) 电容电压 u_C 的变化规律

$$u_C=U\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}}=u_C(0_+)\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}\quad t\geq 0$$

电容电压 u_C 从初始值按指数规律衰减，衰减的快慢由RC 决定。

2. 电流及电阻电压的变化规律

电容电压

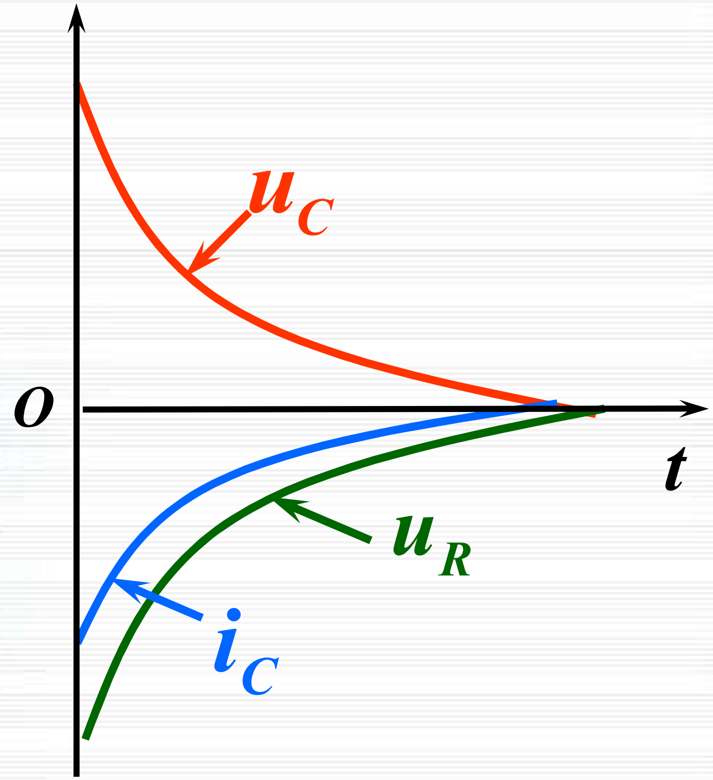
$$u_C = U\,\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}}$$

放电电流

$$i_C = C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = -\frac{U}{R}\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}}$$

电阻电压：

$$u_R = i_C R = -U\,\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}}$$



3. u_C、i_C、u_R 变化曲线

4. 时间常数

令: $\boxed{\tau = RC}$ 单位: S

(1) 量纲 $\Omega \dfrac{\mathrm{A \cdot s}}{\mathrm{V}} = \mathrm{s}$

时间常数 τ 决定电路暂态过程变化的快慢

(2) 物理意义

$$u_C(t) = U\,\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}}$$

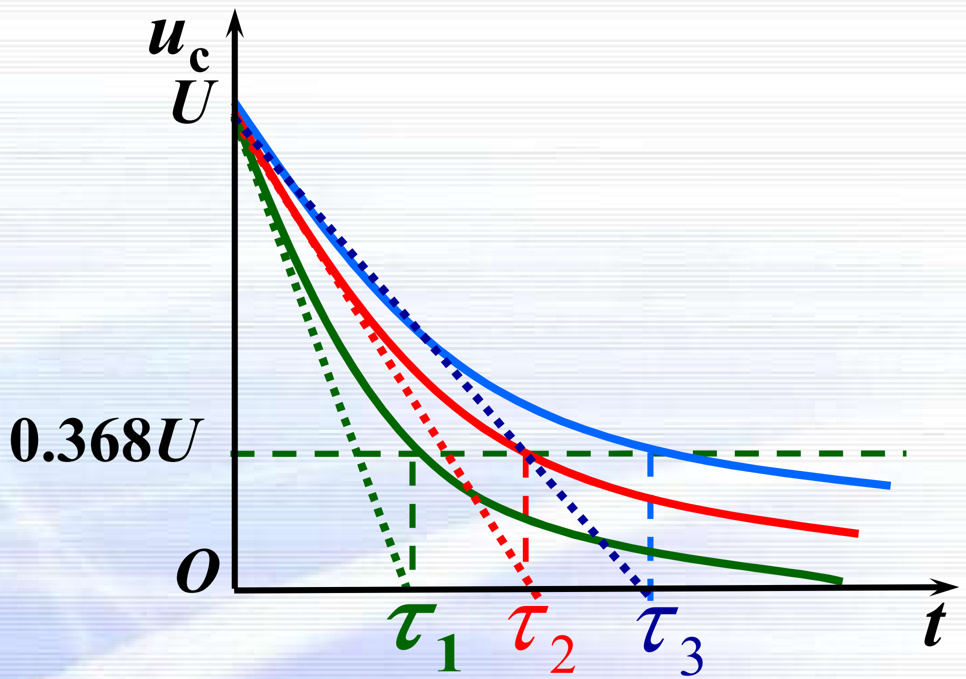
当 $t = \tau$ 时 $u_C = U\mathrm{e}^{-1} = 36.8\,\%\,U$

$\therefore$ 时间常数 τ 等于电压 u_C 衰减到初始值 U_0 的 36.8 % 所需的时间。

时间常数τ的物理意义

$$u_C = U e^{-\frac{t}{RC}} = U e^{-t/\tau}$$

$$\tau\uparrow = RC\uparrow$$



$$\tau_1 < \tau_2 < \tau_3$$

τ越大，曲线变化越慢，u_C达到稳态所需要的时间越长。

(3) 暂态时间

理论上认为 $t \to \infty$、$u_C \to 0$ 电路达稳态

工程上认为 $t = (3 \sim 5)\tau$、$u_C \to 0$ 电容放电基本结束。

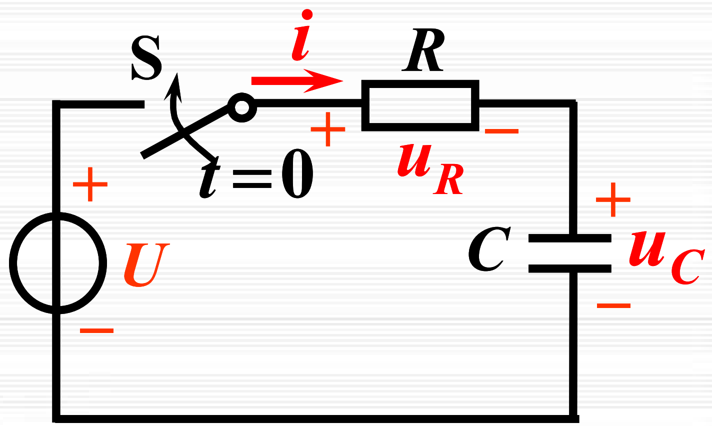
$e^{-\frac{t}{\tau}}$ 随时间而衰减

t	τ	2τ	3τ	4τ	5τ	6τ
$e^{-\frac{t}{\tau}}$	e^{-1}	e^{-2}	e^{-3}	e^{-4}	e^{-5}	e^{-6}
u_C	$0.368U$	$0.135U$	$0.050U$	$0.018U$	$0.007U$	$0.002U$

当 $t=5\tau$ 时，过渡过程基本结束，u_C 达到稳态值。

3.3.2 *RC*电路的零状态响应

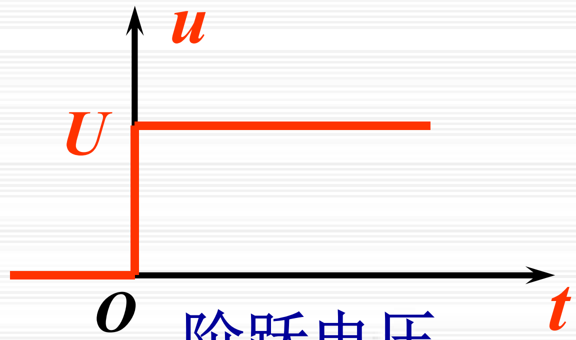
零状态响应： 储能元件的初始能量为零， 仅由电源激励所产生的电路的响应。



$u_C(0_-) = 0$

实质：*RC*电路的充电过程

分析： 在$t = 0$时， 合上开关S，此时，电路实为输入一个阶跃电压u，如图。与恒定电压不同，其



阶跃电压

电压u表达式 $u = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ U & t \geq 0 \end{cases}$

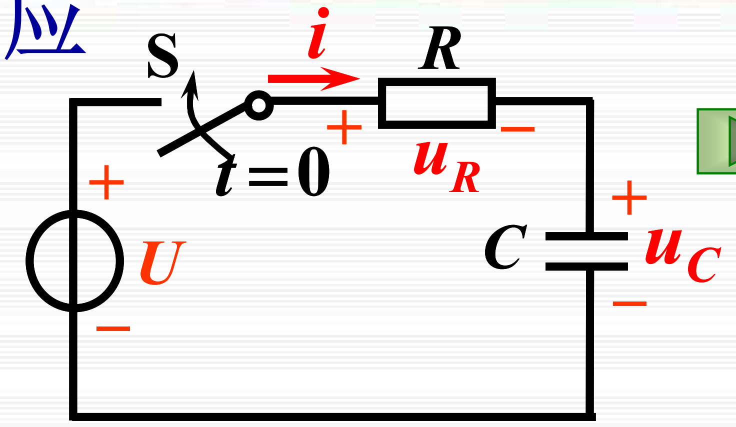
3.3.2 *RC*电路的零状态响应

1. u_C的变化规律

(1) 列 KVL方程

$$u_R + u_C = U$$

$$RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C = U$$



$u_C(0\,\text{-}) = 0$

方程的通解 =方程的特解 + 对应齐次方程的通解

即 $u_C(t) = u_C' + u_C''$

一阶线性常系数
非齐次微分方程

(2) 解方程

求特解 u'_C：$RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C = U$

设：$u'_C = K$ 代入方程，$U = RC\frac{dK}{dt} + K$

解得：$K = U$ 即：$u'_C = U$

方程的通解：$u_C = u_C' + u_C'' = U + Ae^{-\frac{t}{RC}}$

求特解 ---- u'_C（方法二）

$$\boxed{u'_C(t) = u_C(\infty) = U}$$

求对应齐次微分方程的通解 u''_C

通解即：$RC\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C = 0$ 的解

其解：$u''_C = A\mathrm{e}^{pt} = A\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}}$

微分方程的通解为

$$u_C = u'_C + u''_C = U + A\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}$$（令$\tau = RC$）

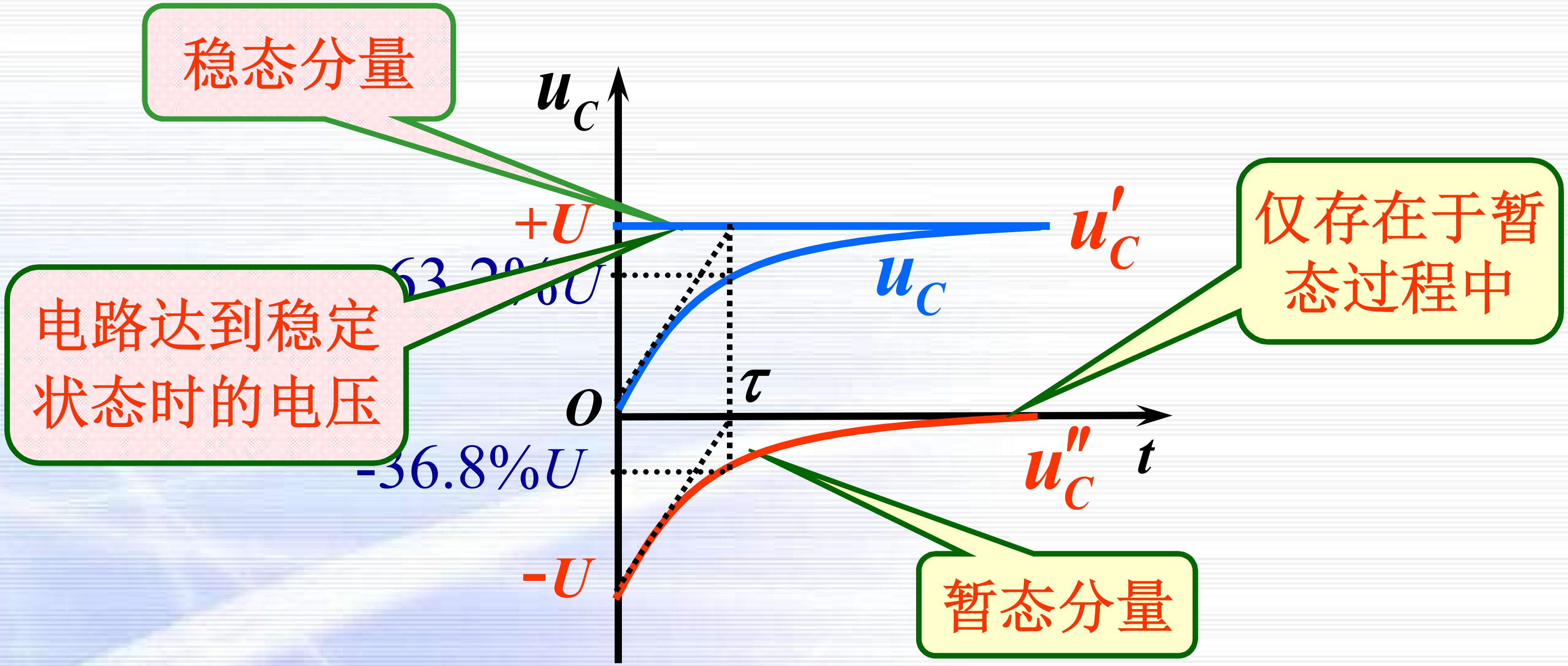
确定积分常数A

根据换路定则在 $t=0_+$时， $u_C(0_+) = 0$

则$A = -U$

(3) 电容电压 u_C 的变化规律

$$u_C = U - Ue^{-\frac{t}{RC}}$$



$$u_C = U\left(1-e^{-\frac{t}{RC}}\right) = U\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \quad (t \geq 0)$$

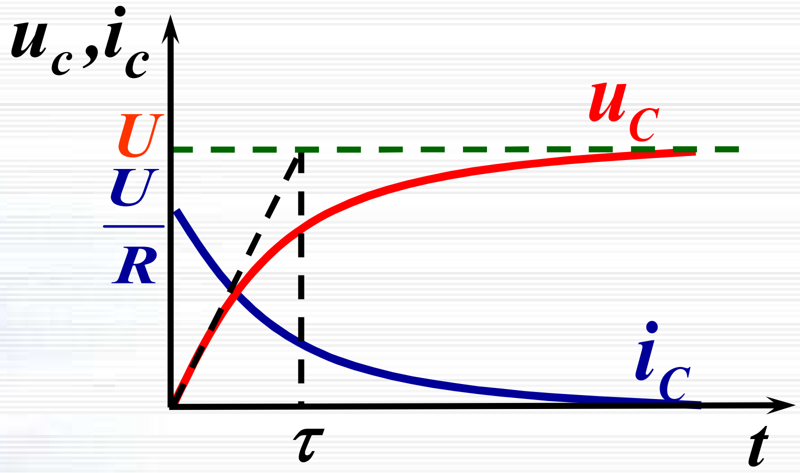
2.电流 i_C 的变化规律

$$i_C = C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = \frac{U}{R}\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}} \quad t \geq 0$$

为什么在 $t=0$时电流最大?

3. u_C、i_C变化曲线

$$u_C = U\,(1-\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}})$$



4. 时间常数 τ 的物理意义

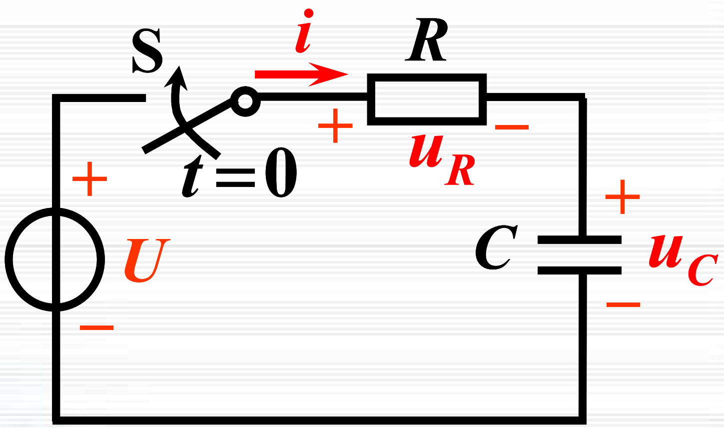
当 $t=\tau$时

$$u_C(\tau) = U(1-e^{-1}) = 63.2\%U$$

τ表示电容电压 u_C从初始值上升到 稳态值的63.2% 时所需的时间。

3.3.3 *RC*电路的全响应

全响应：电源激励、电容元件的初始状态均不为零时电路的响应。



$u_C(0\,-) = U_0$

1. u_C 的变化规律

根据叠加定理

全响应 = 零输入响应 + 零状态响应

$$\therefore\ u_C = U_0 e^{-\frac{t}{RC}} + U\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) \quad (t \geq 0)$$

结论1：全响应 = 零输入响应 + 零状态响应

零输入响应　　零状态响应

全响应

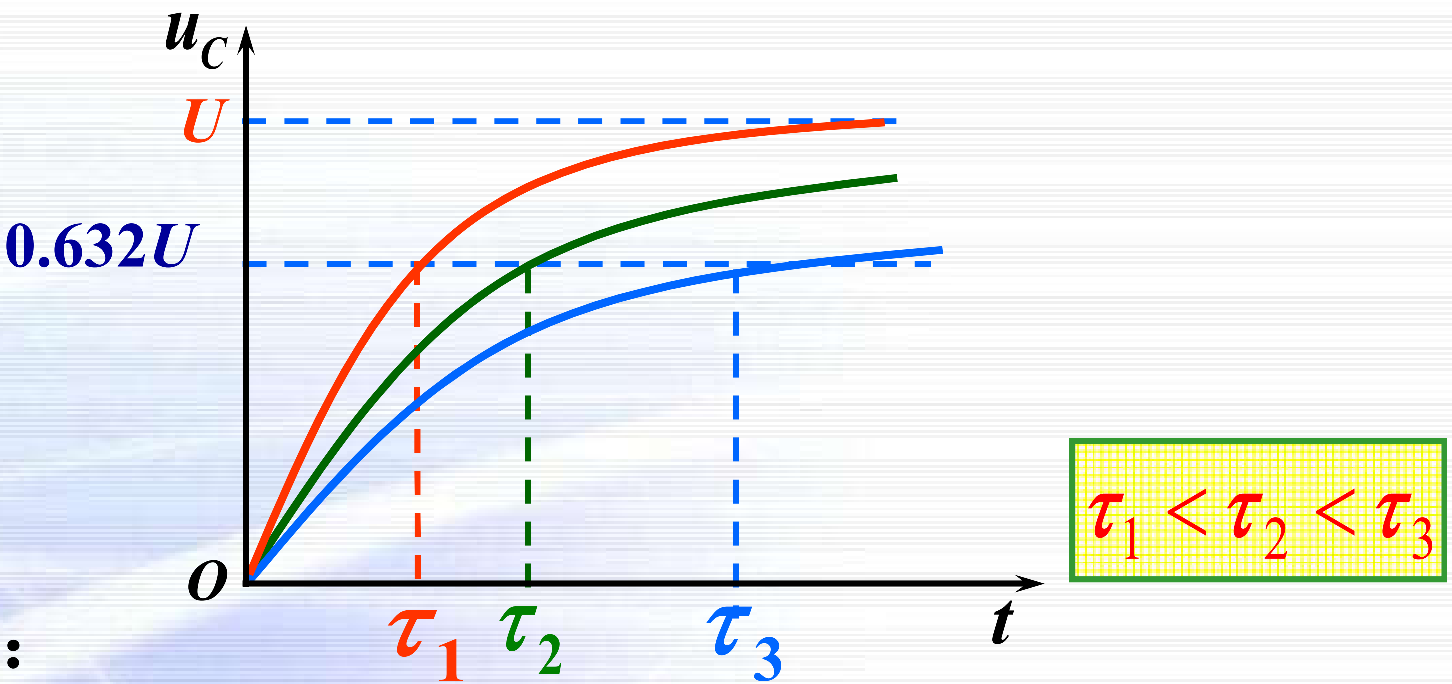
$$u_C = \underline{U_0 e^{-\frac{t}{RC}}} + \underline{U(1-e^{-\frac{t}{RC}})} \quad (t \geq 0)$$

$$= \underline{U} + \underline{(U_0 - U)e^{-\frac{t}{RC}}} \quad (t \geq 0)$$

稳态值　稳态分量　初始值　暂态分量

结论2：全响应 = 稳态分量 +暂态分量

t	0	τ	2τ	3τ	4τ	5τ	6τ
u_C	0	$0.632U$	$0.865U$	$0.950U$	$0.982U$	$0.993U$	$0.998U$



结论：

τ 越大，曲线变化越慢，u_C 达到稳态时间越长。

当 $t = 5\tau$ 时，暂态基本结束，u_C 达到稳态值。

第3章 电路的暂态分析

3.1 电阻元件、电感元件、电容元件

3.2 储能元件和换路定则

3.3 *RC*电路的响应

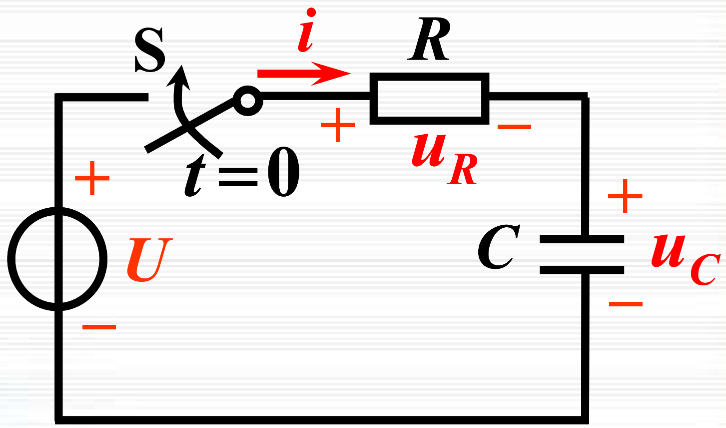
3.4 一阶线性电路暂态分析的三要素法

3.5 微分电路和积分电路

3.6 *RL*电路的响应

3.4 一阶线性电路暂态分析的三要素法

仅含一个储能元件或可等效为一个储能元件的线性电路，无论简繁，它的微分方程都是一阶常系数线性微分方程



$u_C(0\,\text{-}) = U_0$

据经典法推导结果

全响应

$$u_C = U + (U_0 - U)\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}$$

$u_C(\infty) = U$ 稳态解

$u_C(0_+) = u_C(0_-) = U_0$ 初始值

$$u_C = u_C(\infty) + [u_C(0_+) - u_C(\infty)]\,\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}}$$

在直流电源激励的情况下，一阶线性电路微分方程解的通用表达式：

$$f(t) = f(\infty) + [f(0_+) - f(\infty)]\,e^{-t/\tau}$$

式中，

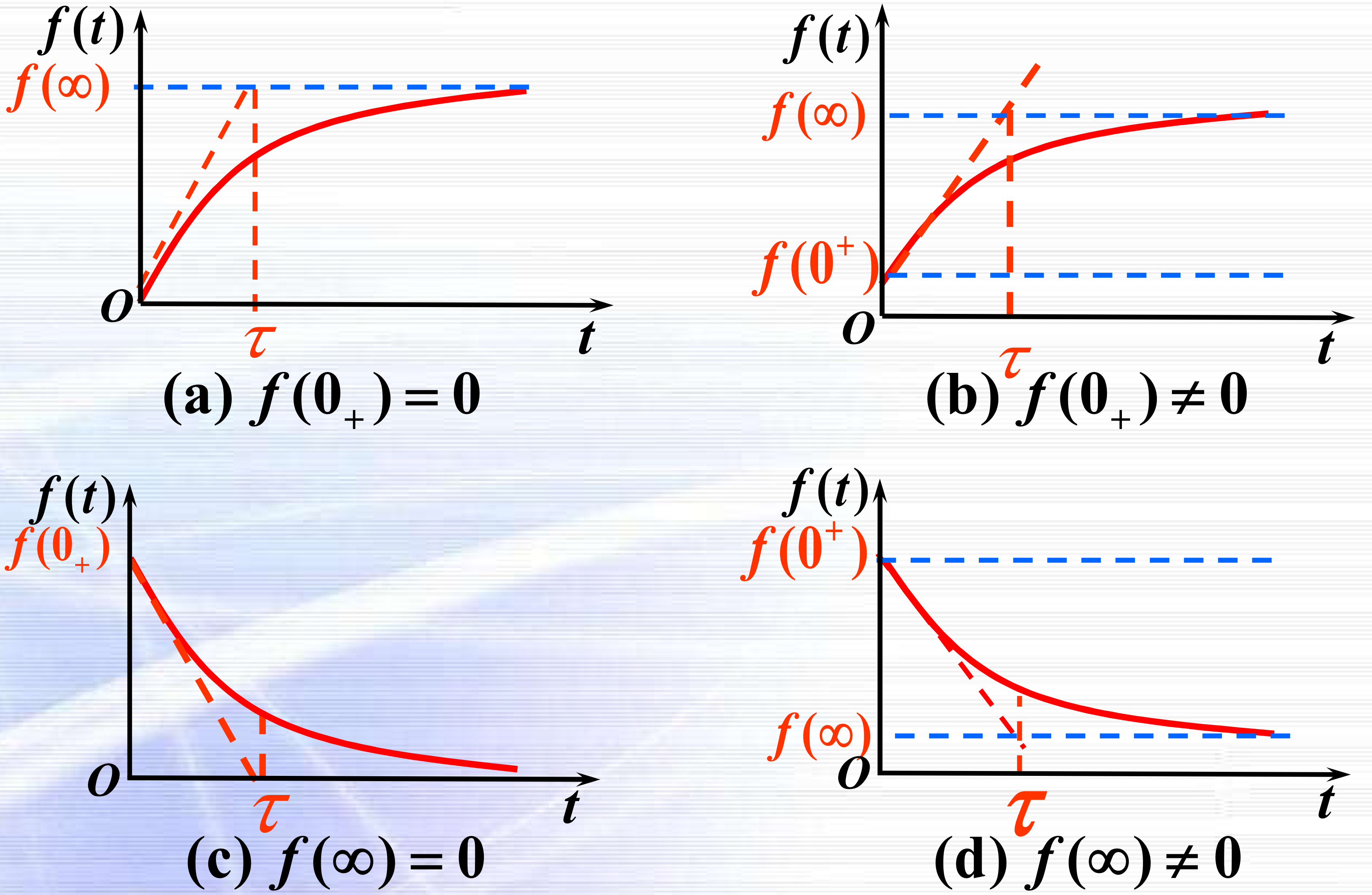
$f(t)$：代表一阶电路中任一电压、电流函数

$$\left\{\begin{array}{l} f(0_+) \text{ -- 初始值} \\ f(\infty) \text{ -- 稳态值} \\ \tau \text{ -- 时间常数} \end{array}\right.$$

（三要素）

利用求三要素的方法求解暂态过程，称为三要素法。一阶电路都可以应用三要素法求解，在求得 $f(0_+)$、$f(\infty)$和 τ 的基础上,可直接写出电路的响应(电压或电流)。

电路响应的变化曲线

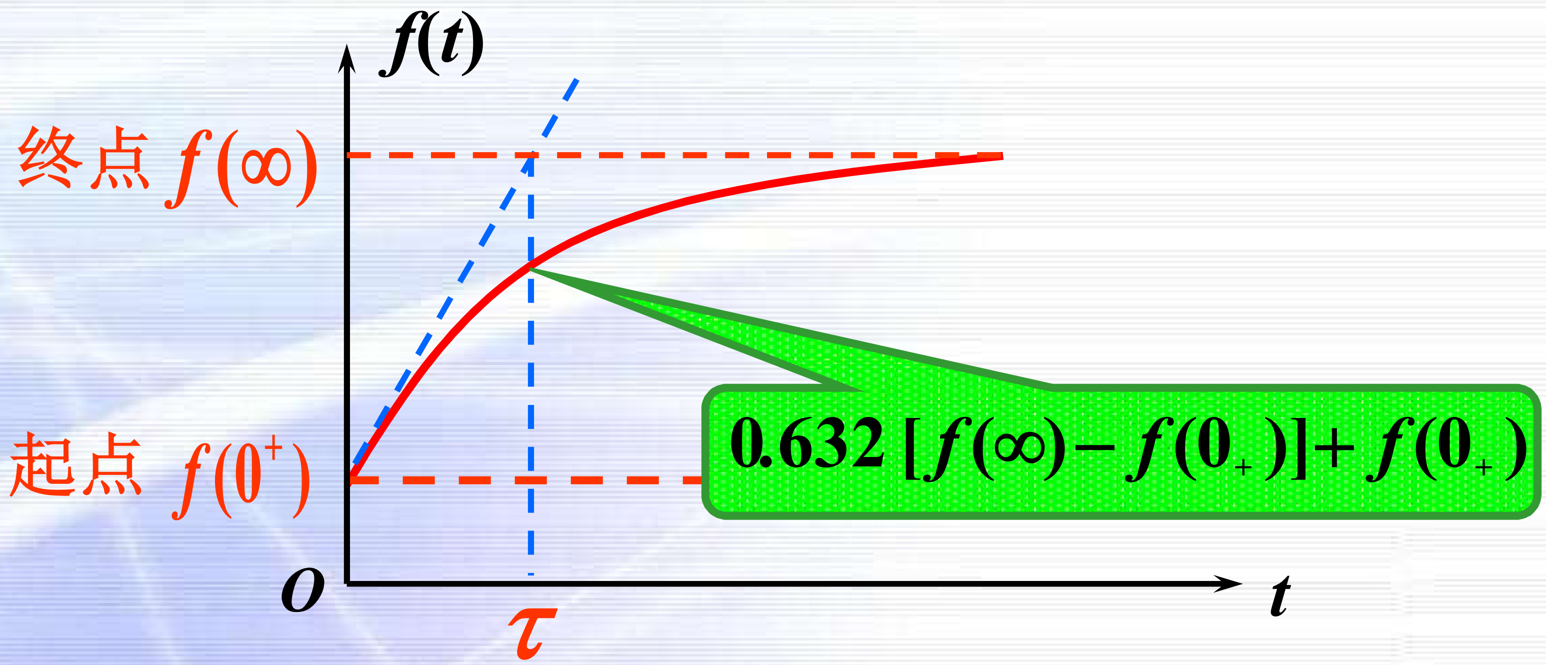


三要素法求解暂态过程的要点

(1) 求初始值、稳态值、时间常数；

(2) 将求得的三要素结果代入暂态过程通用表达式；

(3) 画出暂态电路电压、电流随时间变化的曲线。

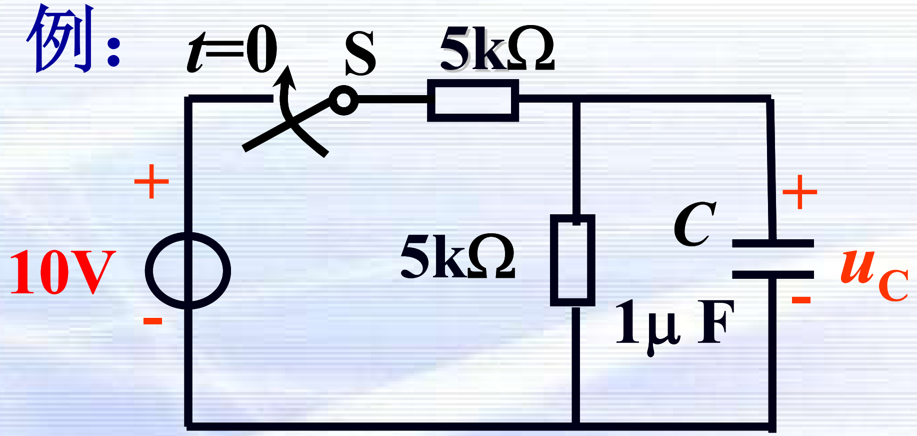


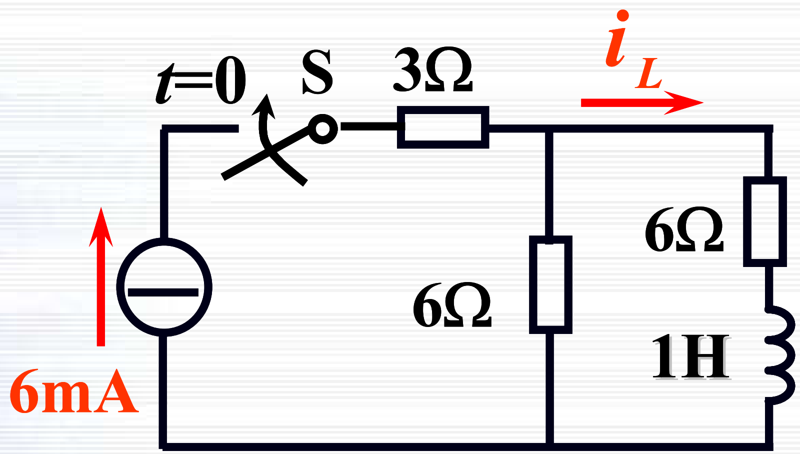
响应中“三要素”的确定

(1) 稳态值 $f(\infty)$ 的计算

求换路后电路中的电压和电流，其中电容 C 视为开路, 电感L视为短路，即求解直流电阻性电路中的电压和电流。

例：





$$u_C(\infty) = \frac{10}{5+5} \times 5 = 5\ \text{V}$$

$$i_L(\infty) = 6 \times \frac{6}{6+6} = 3\ \text{mA}$$

(2) 初始值$f(0_+)$ 的计算

1) 由t=0_- 电路求 $u_C(0_-)$、$i_L(0_-)$

2) 根据换路定则求出 $\begin{cases} u_C(0_+) = u_C(0_-) \\ i_L(0_+) = i_L(0_-) \end{cases}$

3) 由t=0_+时的电路，求所需其它各量的 $u(0_+)$或 $i(0_+)$

注意：

在换路瞬间 t =(0_+) 的等效电路中

(1) 若$u_C(0_-) = U_0 \neq 0$，电容元件用恒压源代替，其值等于U_0；若 $u_C(0_-) = 0$，电容元件视为短路。

(2) 若 $i_L(0_-) = I_0 \neq 0$，电感元件用恒流源代替 ，其值等于I_0，若$i_L(0_-) = 0$，电感元件视为开路。

若不画 $t=(0_+)$ 的等效电路，则在所列 $t=0_+$ 时的方程中应有 $u_C=u_C(0_+)$、$i_L=i_L(0_+)$。

(3) 时间常数τ的计算

对于一阶*RC*电路

$$\tau = R_0 C$$

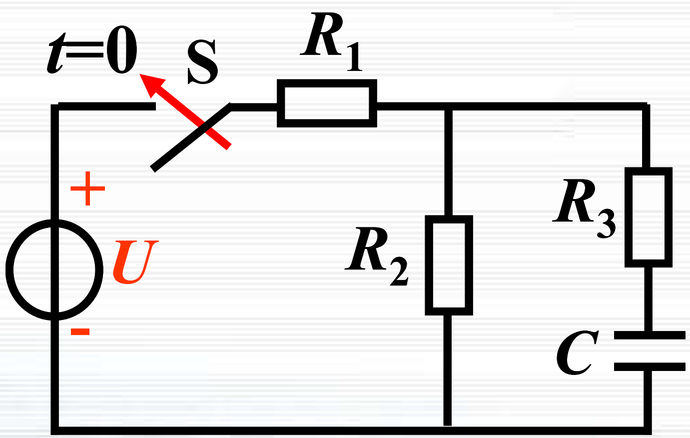
对于一阶*RL*电路

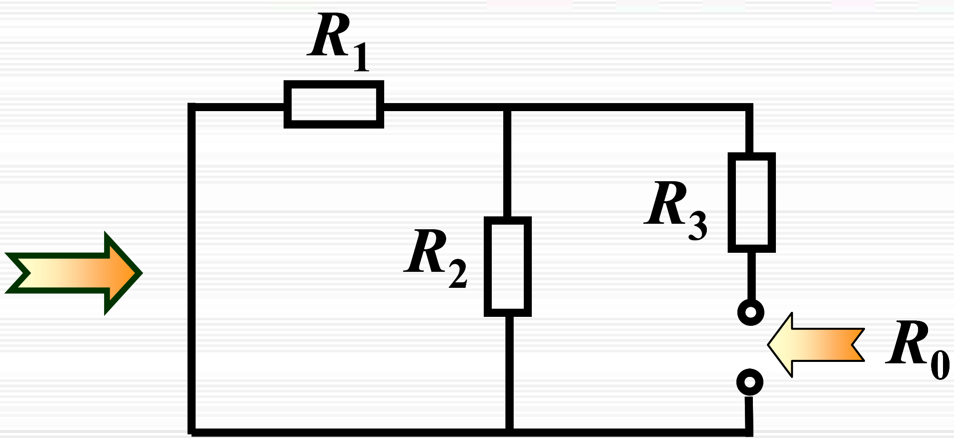
$$\tau = \frac{L}{R_0}$$

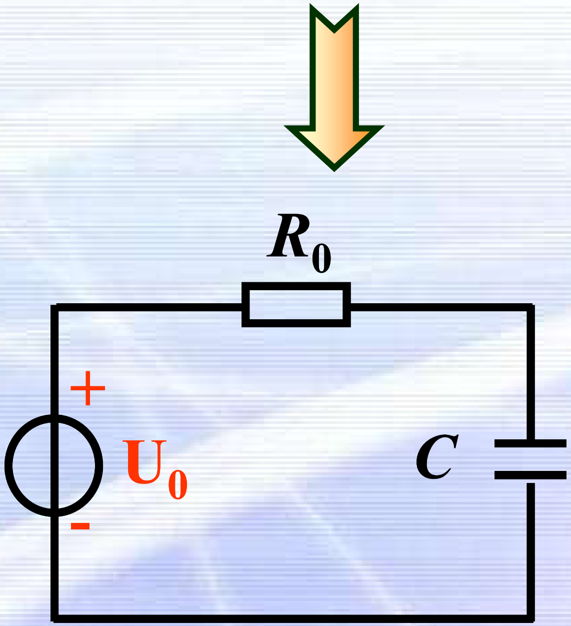
注意：

1) 对于简单的一阶电路，$R_0=R$；

2) 对于较复杂的一阶电路，R_0为换路后的电路除去电源和储能元件后，在储能元件两端所求得的无源二端网络的等效电阻。







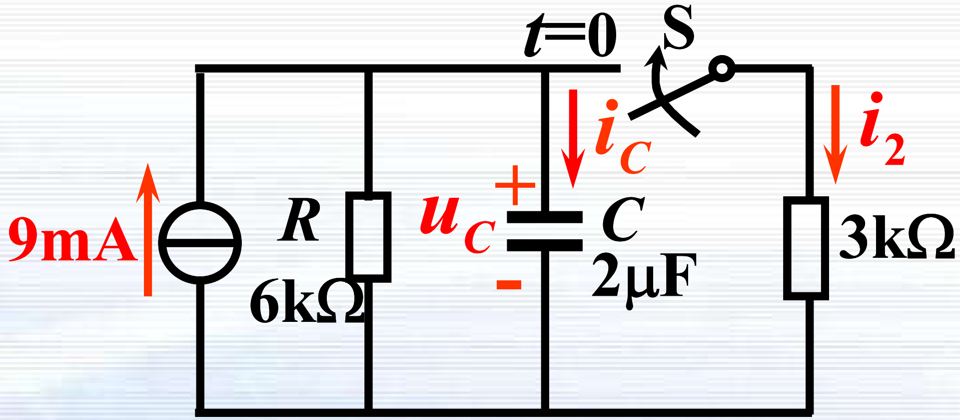
$$R_0 = (R_1 \,//\, R_2) + R_3$$

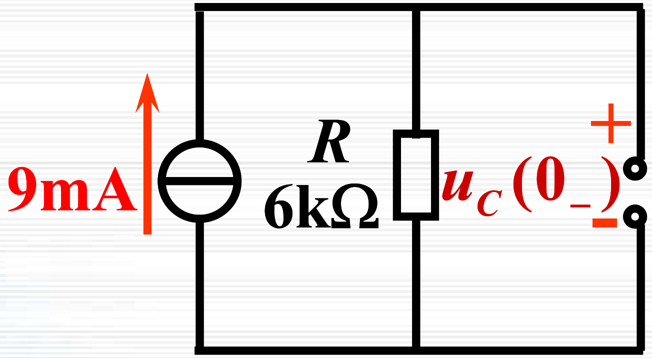
$$\tau = R_0 C$$

R_0的计算类似于应用戴维宁定理解题时计算电路等效电阻的方法。即从储能元件两端看进去的等效电阻，如图所示。

应用举例

例1：电路如图，t=0时合上开关S，合S前电路已处于稳态。试求电容电压u_c和电流i_2、i_C。





t=0₋等效电路

解：用三要素法求解

$$u_C = u_C(\infty) + \left[u_C(0_+) - u_C(\infty)\right] e^{-\frac{t}{\tau}}$$

(1)确定初始值 $u_C(0_+)$

由t=0₋电路可求得 $u_C(0_-) = 9 \times 10^{-3} \times 6 \times 10^{3} = 54\ \text{V}$

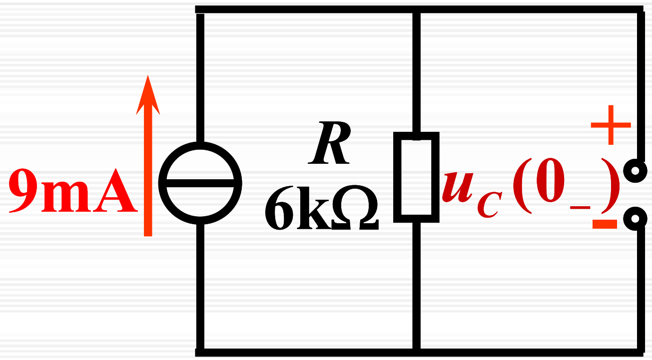
由换路定则 $u_C(0_+) = u_C(0_-) = 54\ \text{V}$

(2) 确定稳态值 $u_c(\infty)$

由换路后电路求稳态值 $u_c(\infty)$

$$u_C(\infty) = 9\times10^{-3}\times\frac{6\times3}{6+3}\times10^{3}$$

$$= 18\ \mathrm{V}$$



t=0_等效电路

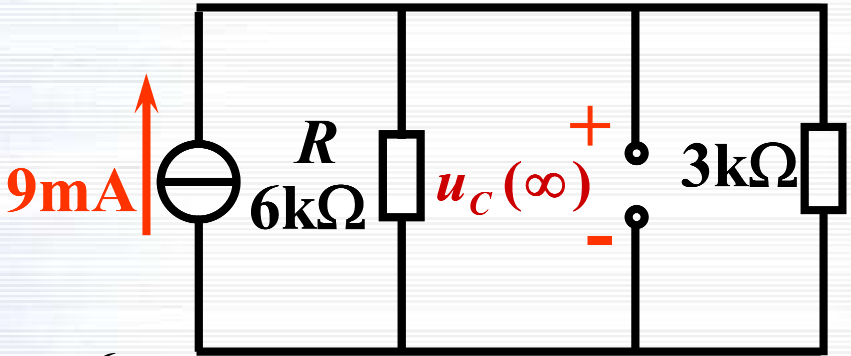
(3) 由换路后电路求

时间常数 τ

$$\tau = R_0 C$$

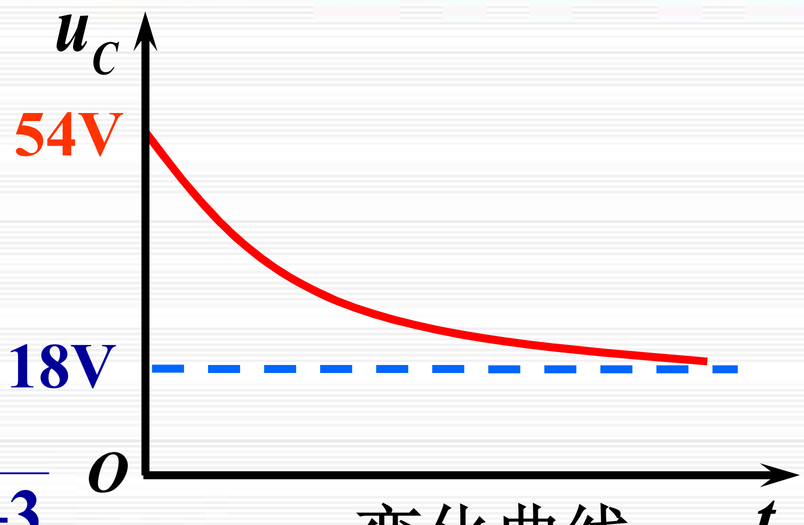
$$= \frac{6\times3}{6+3}\times10^{3}\times2\times10^{-6}$$

$$= 4\times10^{-3}\ \mathrm{s}$$



$t\to\infty$电路

三要素 $\begin{cases} u_C(0_+) = 54\text{ V} \\ u_C(\infty) = 18\text{ V} \\ \tau = 4\times10^{-3}\text{ s} \end{cases}$



u_C变化曲线

$$\therefore u_C = 18 + (54-18)\mathrm{e}^{-\frac{t}{4\times10^{-3}}}$$

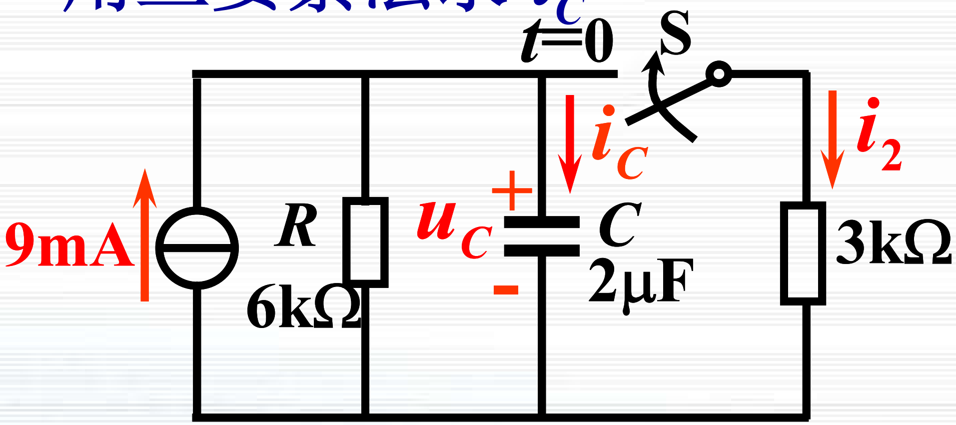
$$= 18 + 36\mathrm{e}^{-250t}\ \text{V}$$

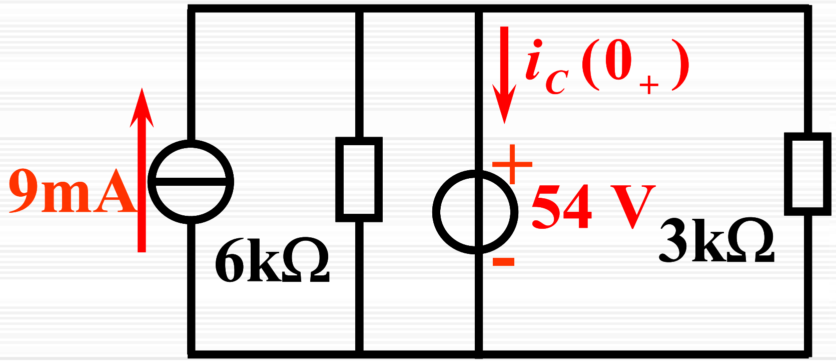
u_C的变化曲线如图

$$i_C = C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = 2\times10^{-6}\times36\times(-250)\mathrm{e}^{-250t}$$

$$= -0.018\mathrm{e}^{-250\mathrm{t}}\ \text{A}$$

用三要素法求 i_C





t=0_+等效电路

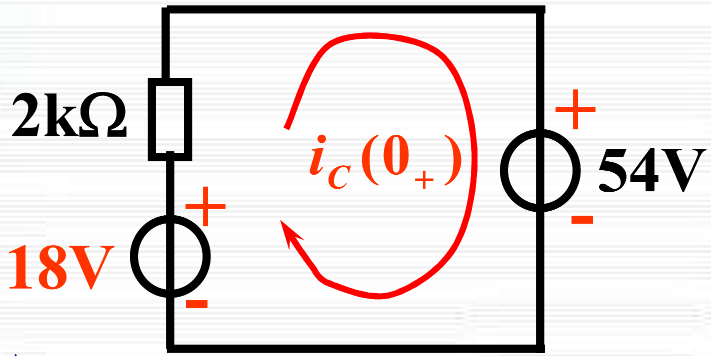
$$i_C = i_C(\infty)+\left[i_C(0_+)-i_C(\infty)\right]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$i_C(0_+)=\frac{18-54}{2\times10^3}=-18\ \text{mA}$$

$$i_C(\infty)=0$$

$$i_C(t)=-18e^{-250t}\ \text{mA}$$

$$i_2(t)=\frac{u_C(t)}{3\times10^3}=6+12\,e^{-250\,t}\ \text{mA}$$

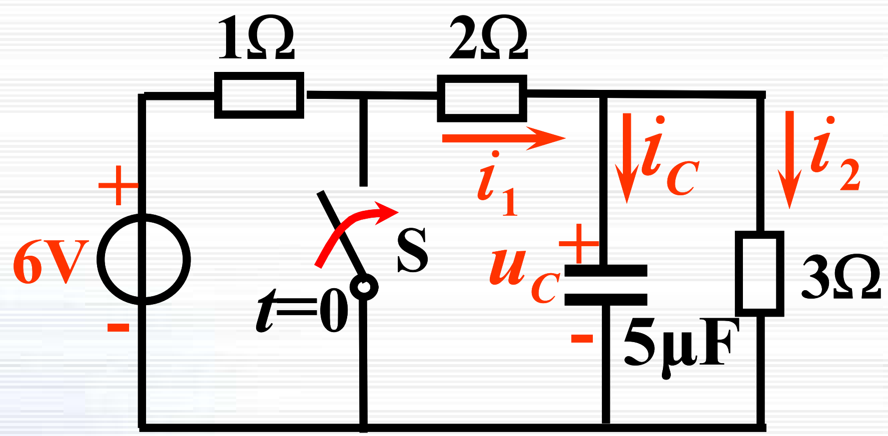


$t=0_+$

中国矿业大学

章目录 上一页 下一页 返回 退出

例2: 电路如图，开关S闭合前电路已处于稳态。t=0时S闭合，试求：t ≧0时电容电压u_C和电流i_C、i_1和i_2 。



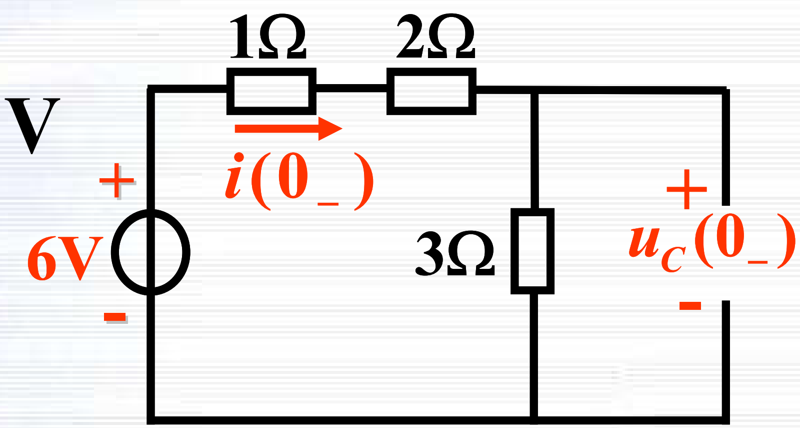
解: 用三要素法求解

求初始值 $u_C(0_+)$

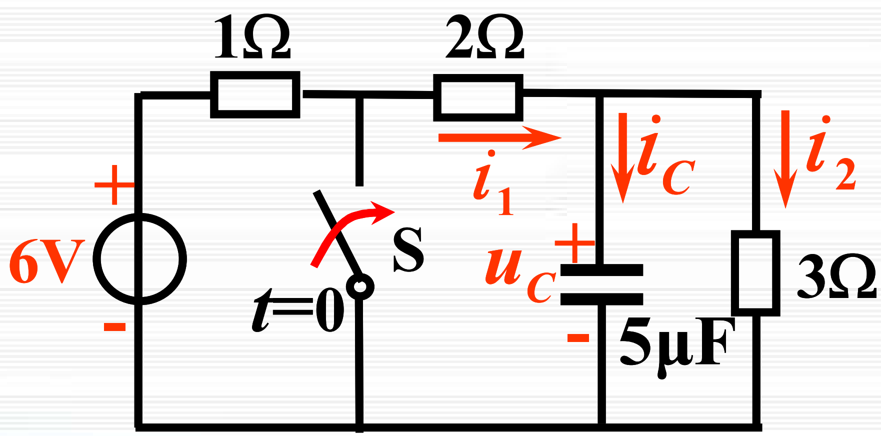
由t=0-时电路

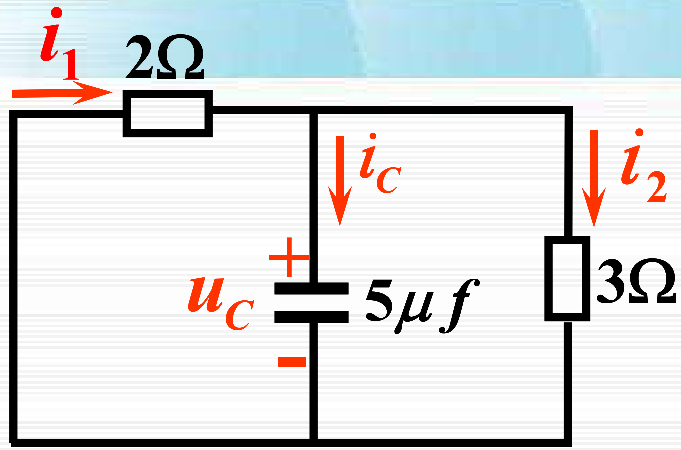
$$u_C(0\_)=\frac{6}{1+2+3}\times 3=3\text{ V}$$

$$u_C(0_+)=u_C(0\_)=3\text{ V}$$



t=0_等效电路





求稳态值 $u_C(\infty)$ $\quad u_C(\infty)=0$

求时间常数 τ

由右图电路可求得

$$\tau = R_0 C = \frac{2\times 3}{2+3}\times 5\times 10^{-6} = 6\times 10^{-6}\ \mathrm{s}$$

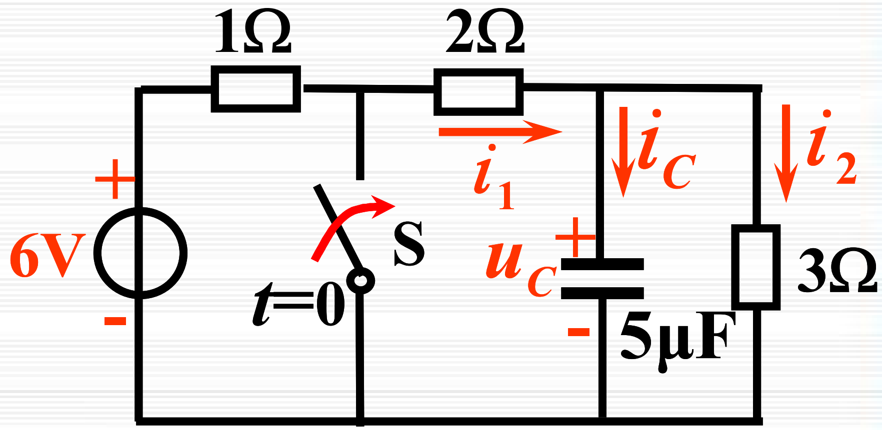
$$\therefore\ u_C(t) = u_C(\infty) + \left[u_C(0_+) - u_C(\infty)\right] U\,\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$= 0 + 3\mathrm{e}^{-\frac{10^6}{6}t} = 3\mathrm{e}^{-1.7\times 10^5 t}\ \mathrm{V}$$

$$i_C(t) = C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$$

$$= -2.5\mathrm{e}^{-1.7\times10^5 t}\ \mathrm{A}$$

$(u_C、i_C$ 关联$)$



$$i_2(t) = \frac{u_C}{3} = \mathrm{e}^{-1.7\times10^5 t}\ \mathrm{A}$$

$$i_1(t) = i_2 + i_C$$

$$= \mathrm{e}^{-1.7\times10^5 t} - 2.5\mathrm{e}^{-1.7\times10^5 t}$$

$$= -1.5\mathrm{e}^{-1.7\times10^5 t}\ \mathrm{A}$$

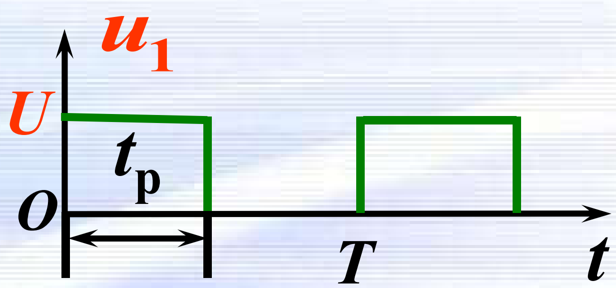
第3章 电路的暂态分析

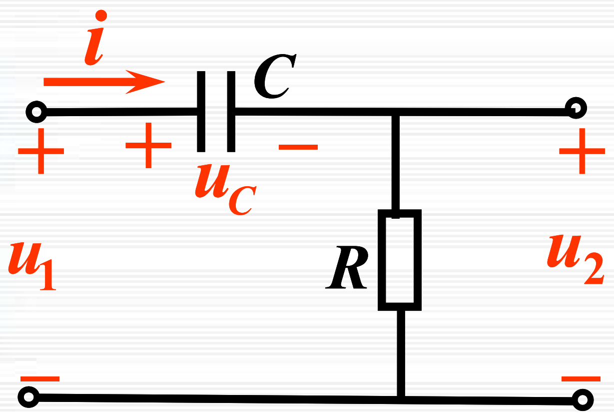
3.5 微分电路和积分电路

微分电路与积分电路是矩形脉冲激励下的*RC*电路。若选取不同的时间常数，可构成输出电压波形与输入电压波形之间的特定（微分或积分）的关系。

3.5.1 微分电路

1. 电路





$u_C(0_-) = 0\text{ V}$

条件

(1) $\tau = RC << t_p$

(2) 输出电压从电阻 *R* 端取出

2. 分析

由KVL定律

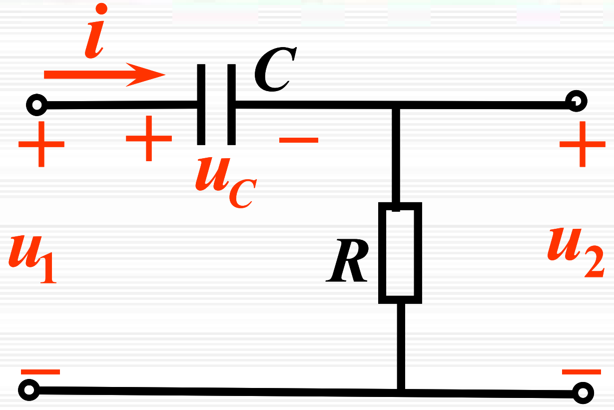
$$u_1 = u_C + u_2$$

当R很小时→ $u_2 = u_R$很小，

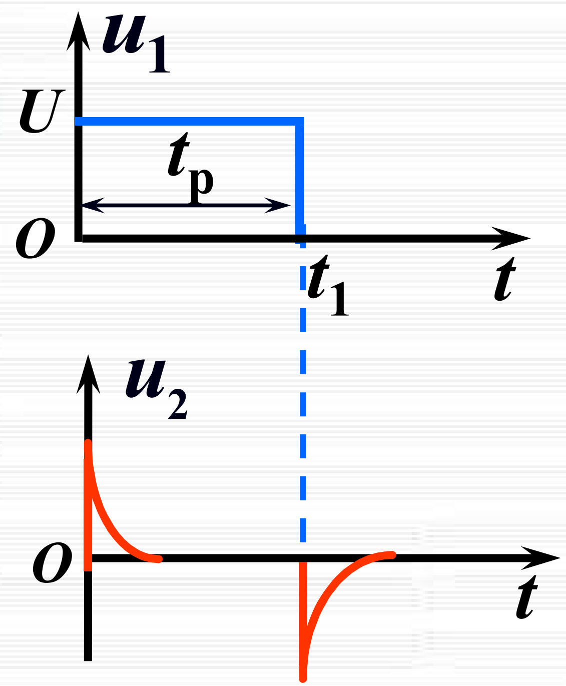
$$u_1 \approx u_C$$

$$\therefore u_2 = i_C R = RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$$

$$\approx RC\frac{\mathrm{d}u_1}{\mathrm{d}t}$$



$u_C(0_-) = 0\ \mathrm{V}$

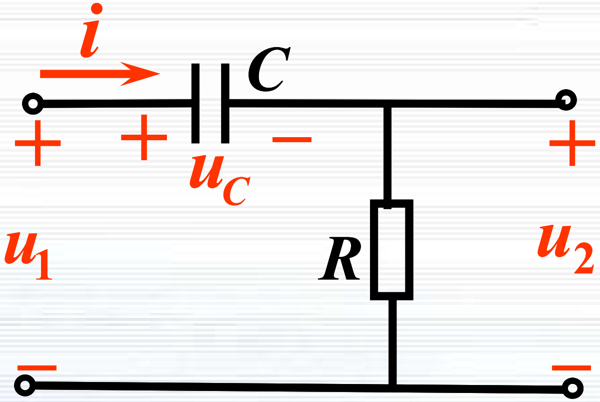


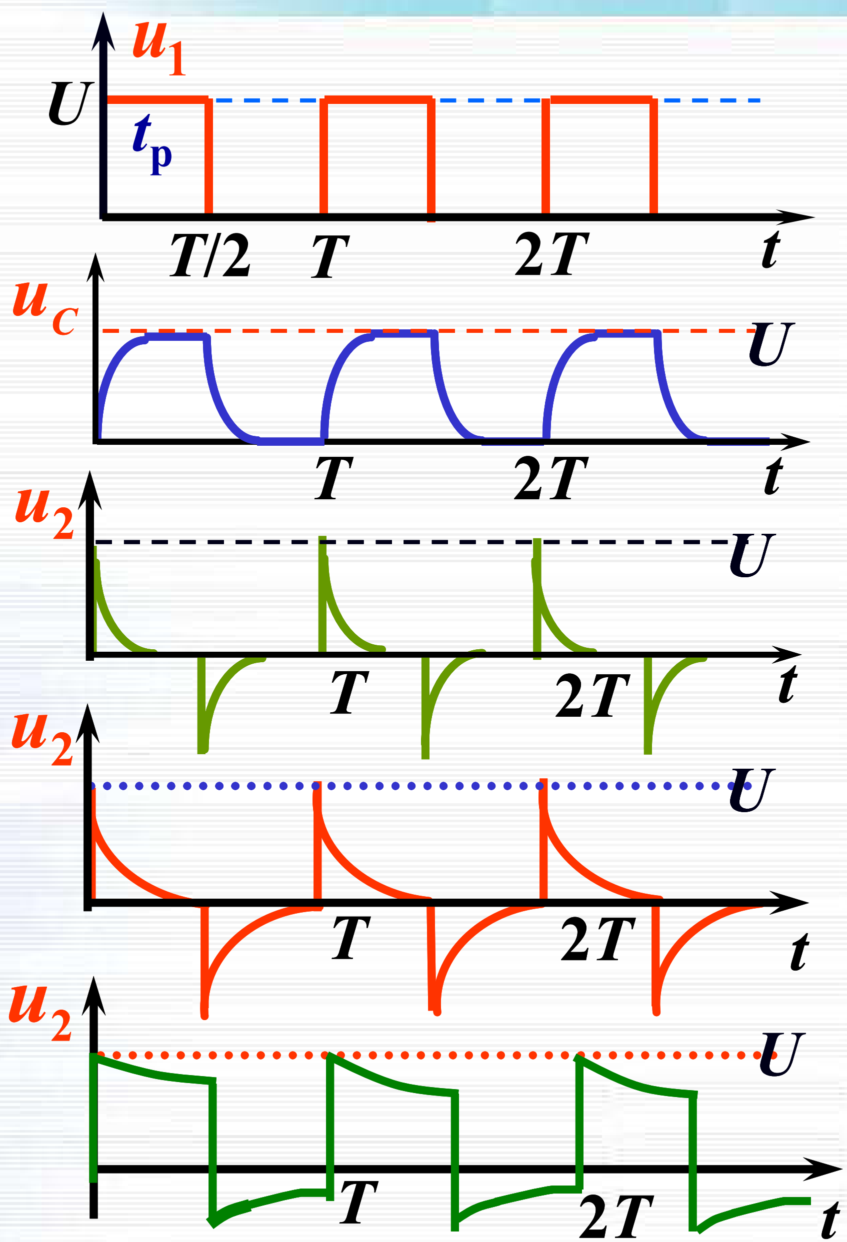
由公式可知

输出电压近似与输入电压对时间的微分成正比。

3. 波形

不同τ时的u_2波形





$\tau = 0.05t_p$

$\tau = 0.2t_p$

$\tau = 10t_p$

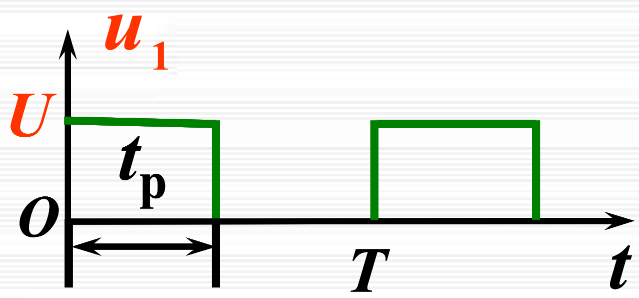
应用:

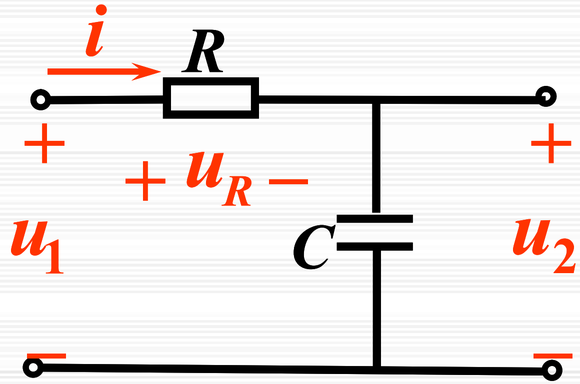
用于波形变换,

作为触发信号。

3.5.2 积分电路

1.电路





$u_C(0\_)=0\ \text{V}$

条件

(1) $\tau = RC >> t_p$;

(2) 从电容器两端输出。

2.分析

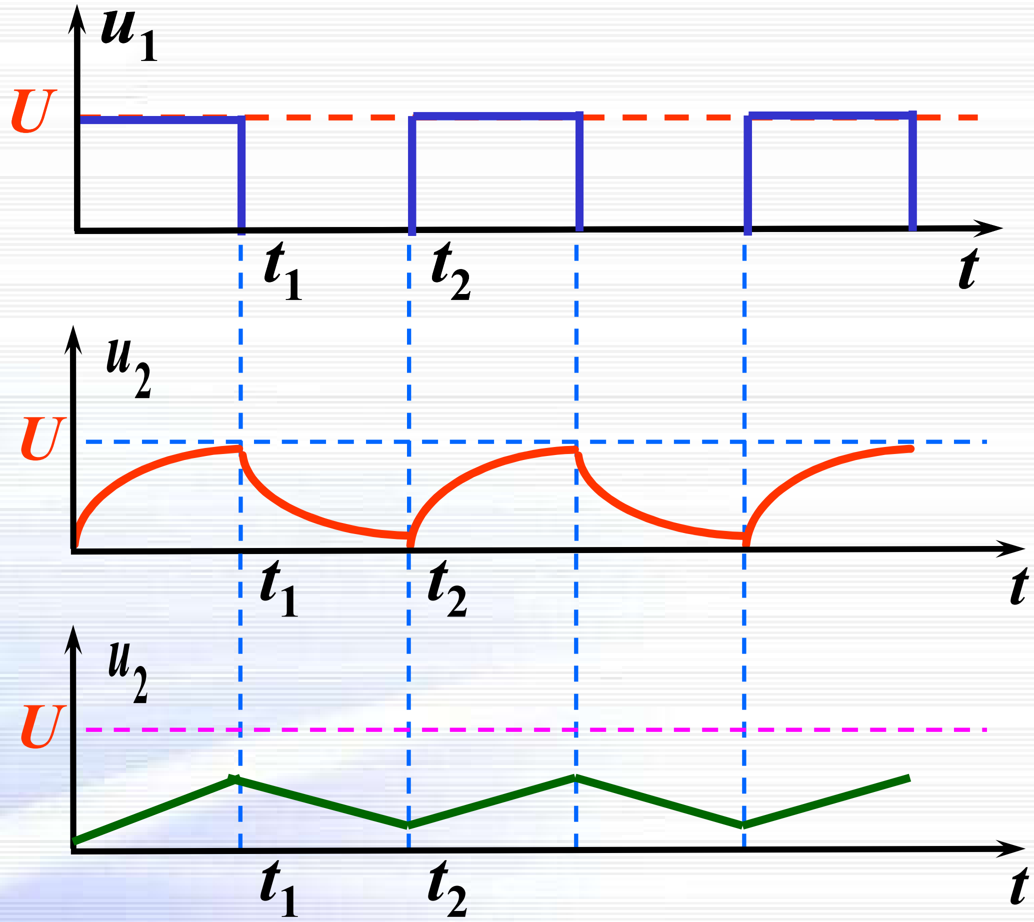
由图：$u_1 = u_R + u_2 \approx u_R = iR \quad (\tau >> t_p)$

$$i \approx \frac{u_1}{R}$$

$$\therefore\ u_2 = u_C = \frac{1}{C}\int i\mathrm{d}t \approx \frac{1}{RC}\int u_1\mathrm{d}t$$

输出电压与输入电压近似成积分关系。

3. 波形



应用:

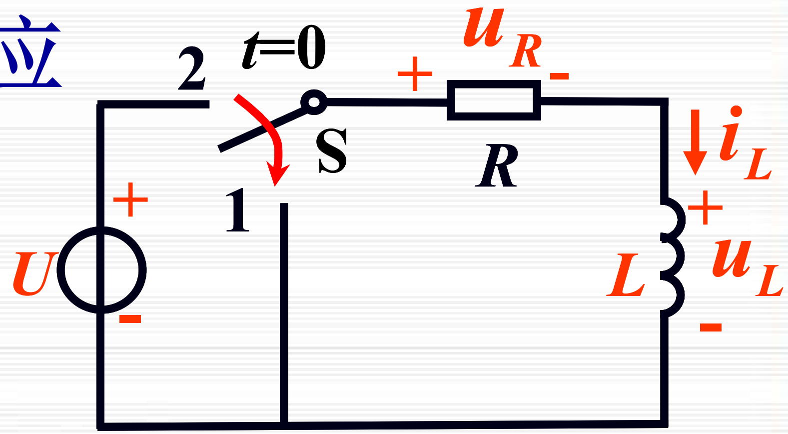
用作示波器的扫描锯齿波电压

第3章 电路的暂态分析

3.6 *RL* 电路的响应

3.6.1 *RL* 电路的零输入响应

1. *RL* 短接



(1) i_L的变化规律

$$i_L = i_L(\infty) + [i_L(0_+) - i_L(\infty)]\,\mathrm{e}^{-t/\tau} \quad \text{(三要素公式)}$$

1) 确定初始值 $i_L(0_+)$ $\quad i_L(0_+) = i_L(0_-) = \dfrac{U}{R}$

2) 确定稳态值$i_L(\infty)$ $\quad i_L(\infty) = 0$

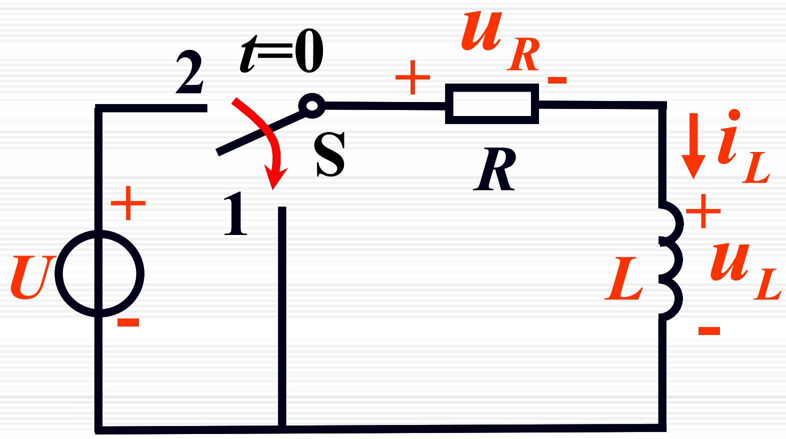
3) 确定电路的时间常数 τ $\quad \tau = \dfrac{L}{R}$

$$\therefore\ i_L = 0 + \left(\frac{U}{R} - 0\right)\mathrm{e}^{-\frac{R}{L}t} = \frac{U}{R}\mathrm{e}^{-\frac{R}{L}t}$$

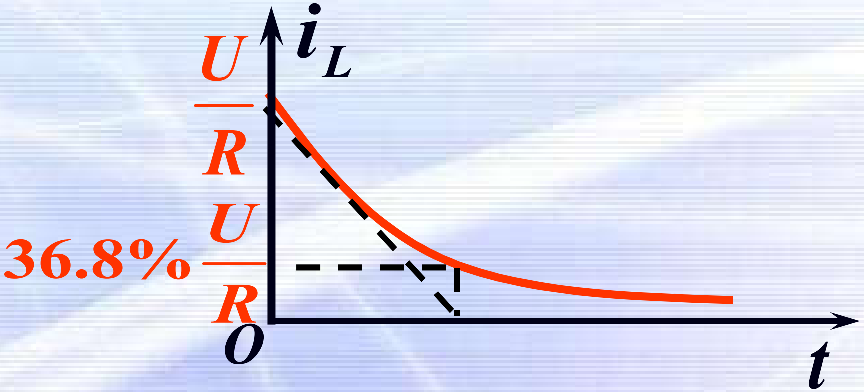
$$i_L = \frac{U}{R}\mathrm{e}^{-\frac{R}{L}t}$$

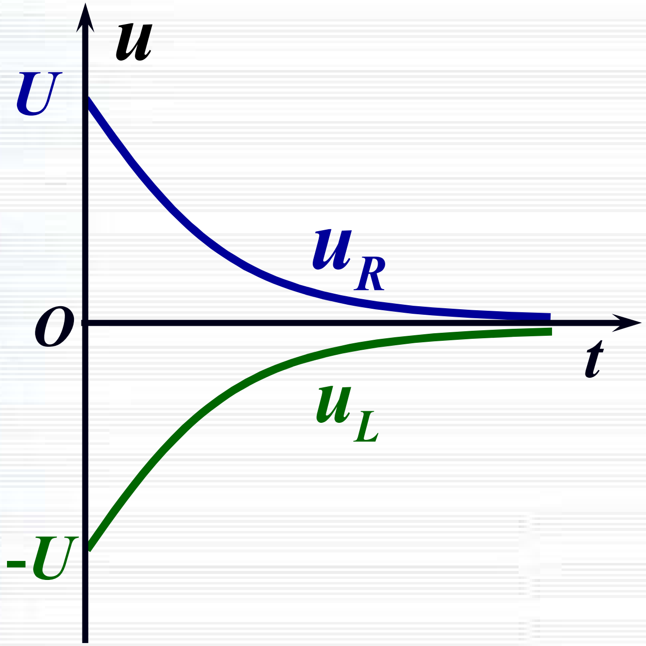
$$u_L = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = -U\mathrm{e}^{-\frac{R}{L}t}$$

$$u_R = i_L R = U\mathrm{e}^{-\frac{R}{L}t}$$



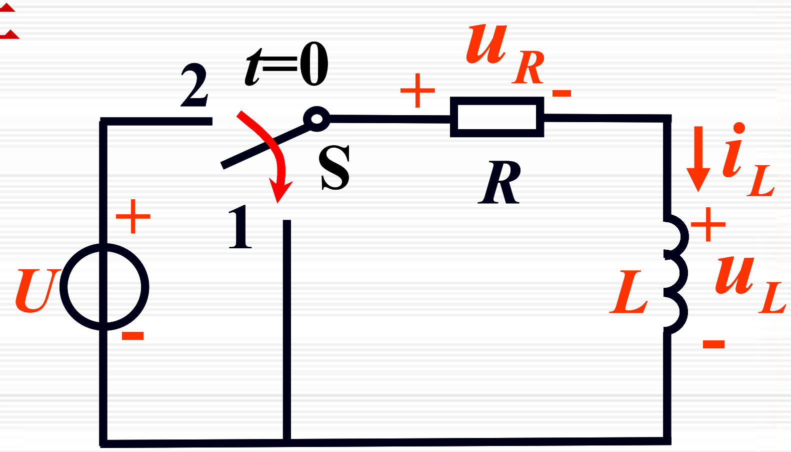
(2) 变化曲线





2. *RL*直接从直流电源断开

(1) 可能产生的现象

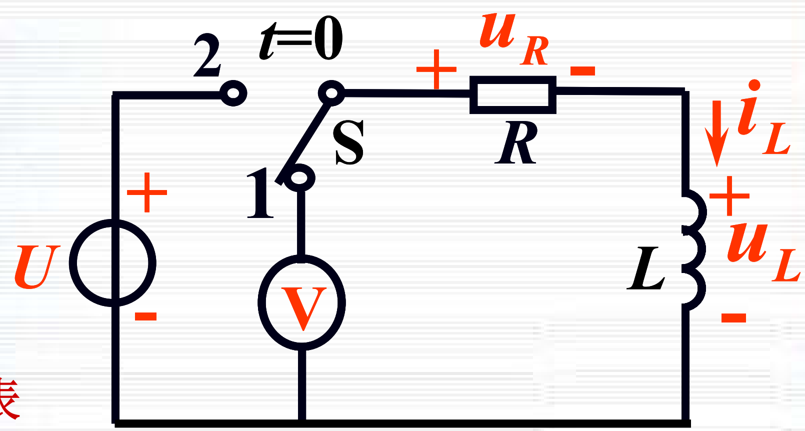


1)刀闸处产生电弧

$$\because \quad i_L(0_-) = \frac{U}{R}$$

$$i_L(0_+) = 0 \quad \therefore \quad u_L = -e_L = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \to \infty$$

2)电压表瞬间过电压

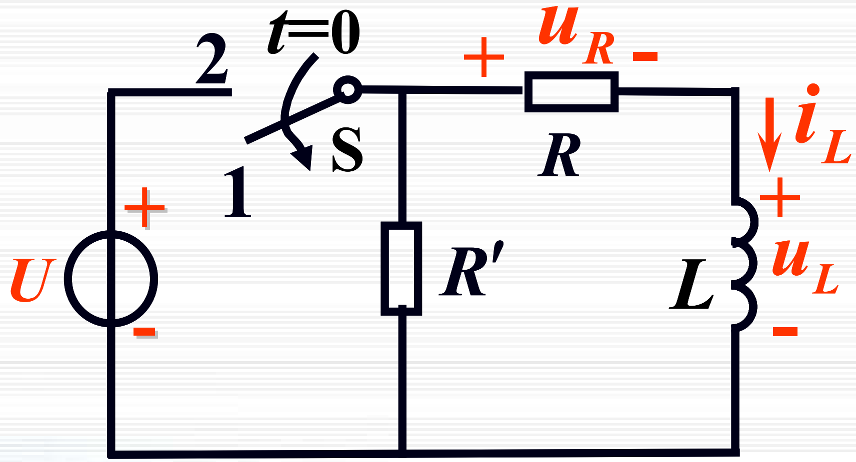


$$\because \quad i_L(0_+) = i_L(0_-) = \frac{U}{R}$$

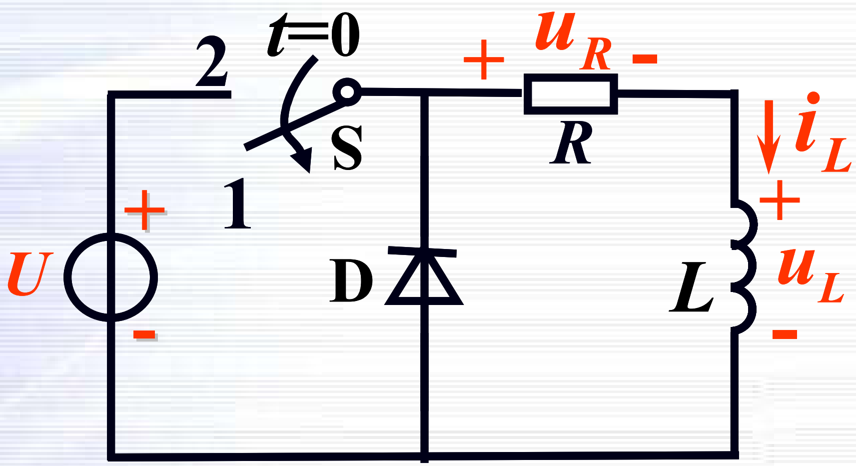
$$V_{表}(0_+) = i_L(0_+) \times R_{表} = \frac{U}{R} \times R_{表}$$

(2) 解决措施

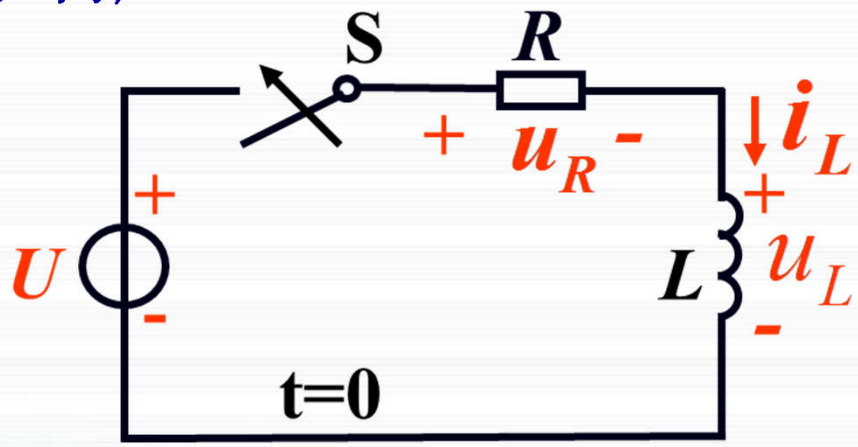
1) 接放电电阻 *R′*



2) 接续流二极管D



3.6 .2 *RL*电路的零状态响应



$(i_L(0_-)=0 \;\; U=0)$

1. i_L变化规律

三要素法

$$i_L = i_L(\infty)+[i_L(0_+)-i_L(\infty)]\,\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$i_L(\infty)=\frac{U}{R} \qquad i_L(0_+)=i_L(0_-)=0 \qquad \tau=\frac{L}{R}$$

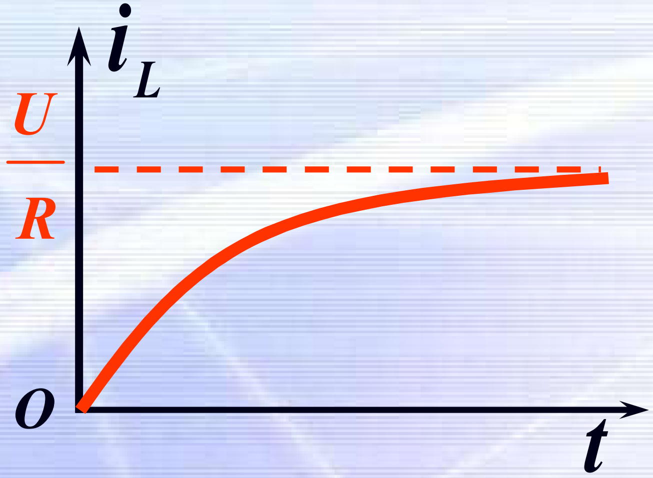
$$i_L=\frac{U}{R}+(0-\frac{U}{R})e^{-\frac{R}{L}t}=\frac{U}{R}(1-\mathrm{e}^{-\frac{R}{L}t})$$

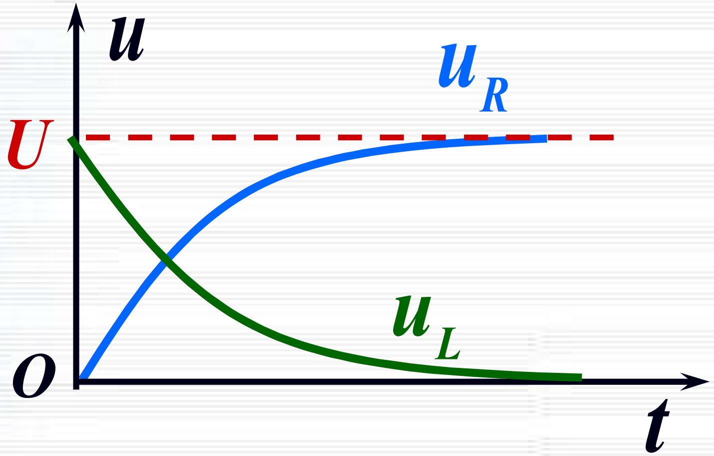
$$i_L = \frac{U}{R}(1 - \mathrm{e}^{-\frac{R}{L}t})$$

$$u_L = L\frac{di}{dt} = U\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}} = U\mathrm{e}^{-\frac{R}{L}t}$$

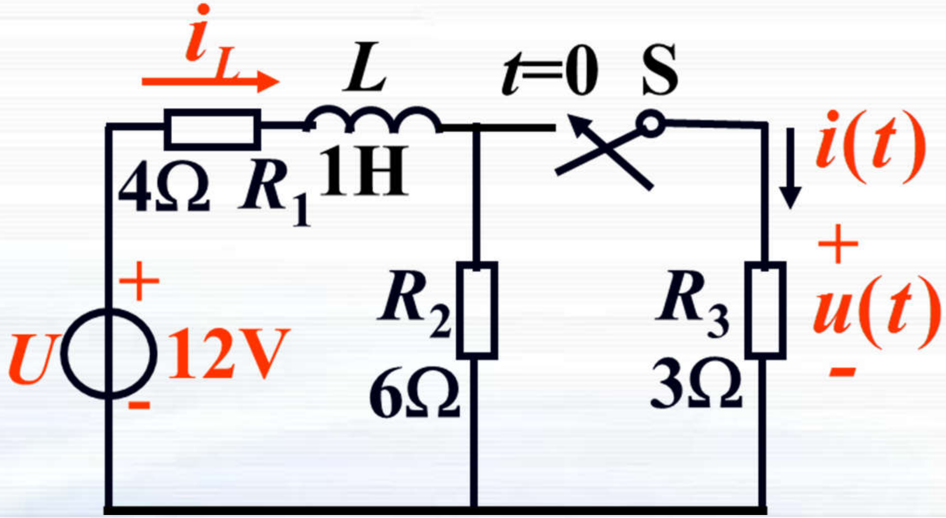
$$u_R = i_L R = U(1 - \mathrm{e}^{-\frac{R}{L}t})$$

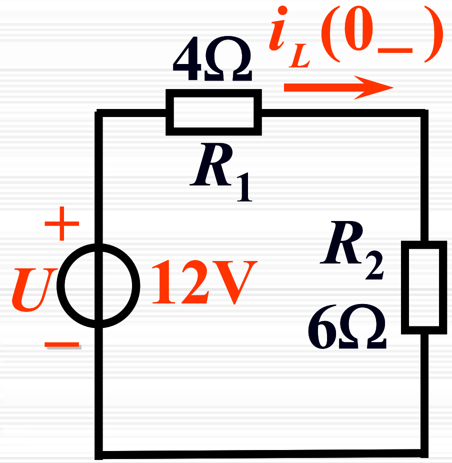
2. i_L、u_L、u_R变化曲线





3.6.3 *RL*电路的全响应 $(U \neq 0 \quad i_L(0\_) \neq 0)$





t=0_时等效电路

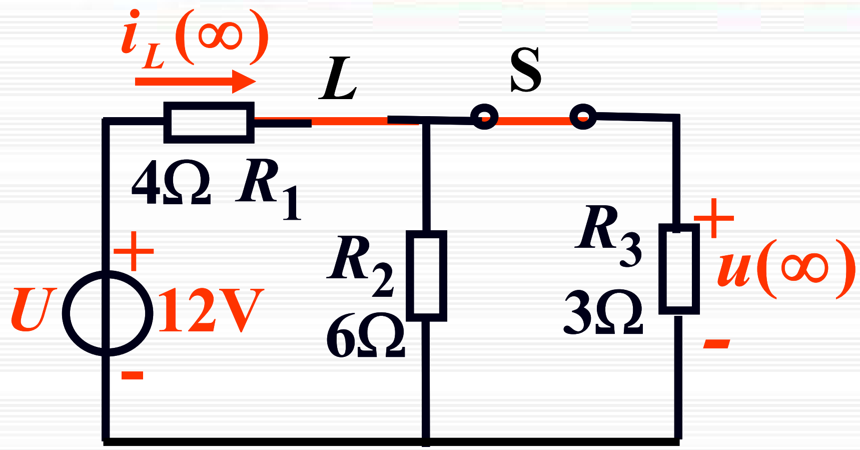
1. i_L变化规律 (三要素法)

$$i_L = i_L(\infty) + [i_L(0_+) - i_L(\infty)]\,\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$i_L(0_+) = i_L(0\_) = \frac{U}{R_1 + R_2} = \frac{12}{4+6} = 1.2\ \mathrm{A}$$

$$i_L(\infty) = \frac{U}{R_1 + \dfrac{R_2 \times R_3}{R_2 + R_3}}$$

$$= 2\ \text{A}$$

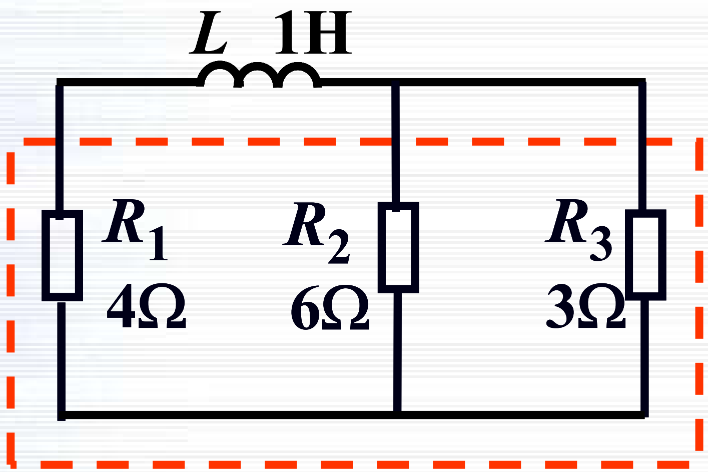


$t = \infty$ 时等效电路

$$\tau = \frac{L}{R_0}$$

$$= \frac{L}{R_1 + \dfrac{R_2 \times R_3}{R_2 + R_3}}$$

$$= \frac{1}{6}\ \text{s}$$



$$\therefore\ \ i_L = 2 + (1.2 - 2)\mathrm{e}^{-6t} = 2 - 0.8\mathrm{e}^{-6t}\ (t \geq 0)$$

2. $u(t)$变化规律

$$u = iR_3 = \frac{R_2}{R_2 + R_3} \times i_L \times R_3$$

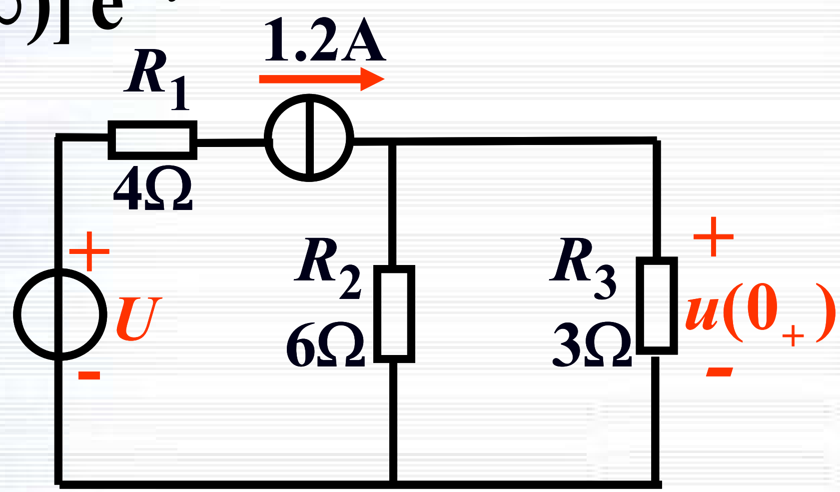
$$u = \frac{6\times 3}{6+3}(2 - 0.8\mathrm{e}^{-6t}) = 4 - 1.6\mathrm{e}^{-6t}\ \mathrm{V}\ (t \geq 0)$$

用三要素法求 u

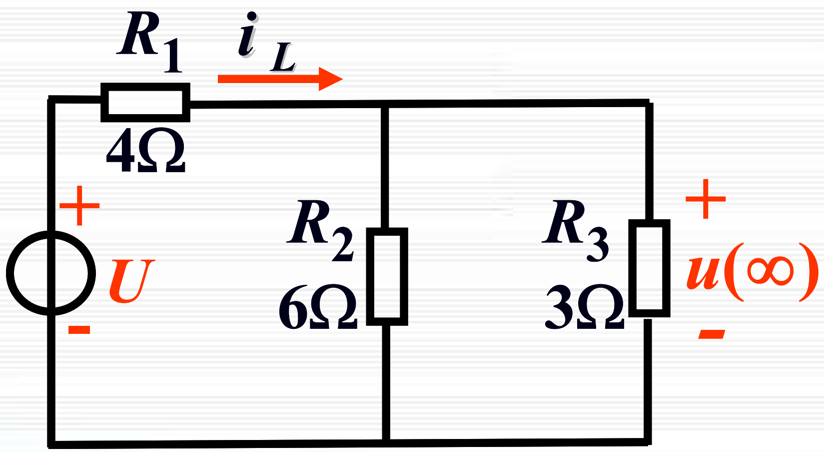
$$u = u(\infty) + [u(0_+) - u(\infty)]\,\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$u(0_+) = \frac{6}{6+3} \times 1.2 \times R_3$$

$$= \frac{2}{3} \times 1.2 \times 3 = 2.4\ \mathrm{V}$$



t=0_+等效电路



$t=\infty$时等效电路

$$u(\infty)=\frac{R_2}{R_2+R_3}i_L(\infty)\times R_3$$

$$=\frac{6}{9}\times 2\times 3=4\ \text{V}$$

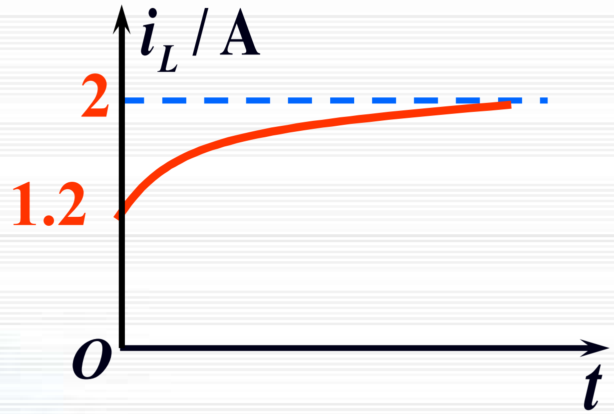
$$\tau=\frac{L}{R_0}=\frac{1}{6}\ s$$

$$u=4+(2.4-4)\mathrm{e}^{-6t}$$

$$=4-1.6\mathrm{e}^{-6t}\ \text{V}\ \ (t\geq 0)$$

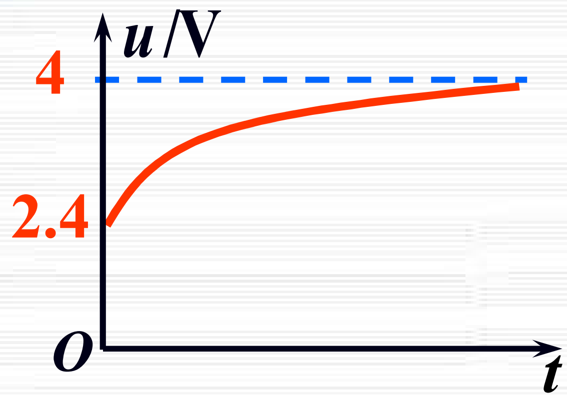
i_L变化曲线

$$i_L=2-0.8\mathrm{e}^{-6t}\ \text{A}$$

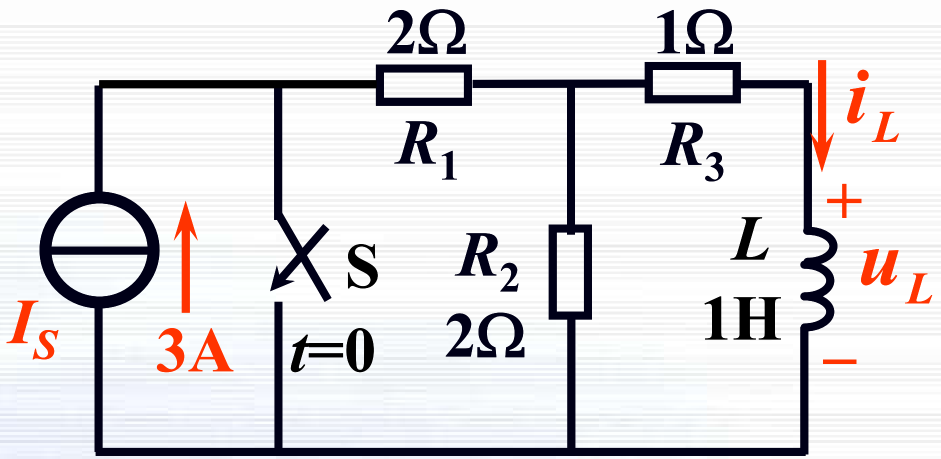


u变化曲线

$$u=4-1.6\mathrm{e}^{-6t}\ \text{V}$$



例：已知：S 在 $t=0$ 时闭合，换路前电路处于稳态。求：电感电流 i_L 和电压 u_L。



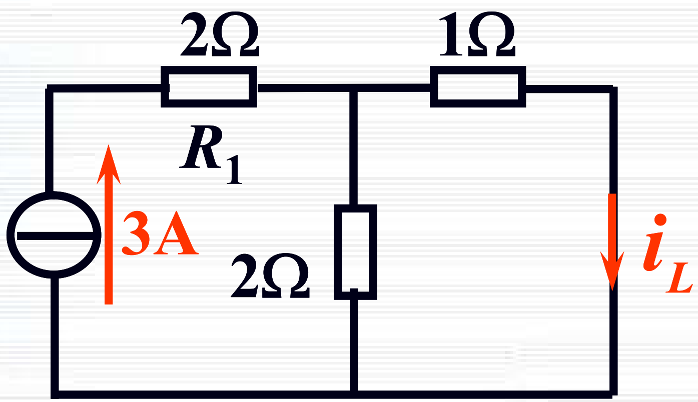
解：用三要素法求解

(1) 求 $u_L(0_+)$, $i_L(0_+)$

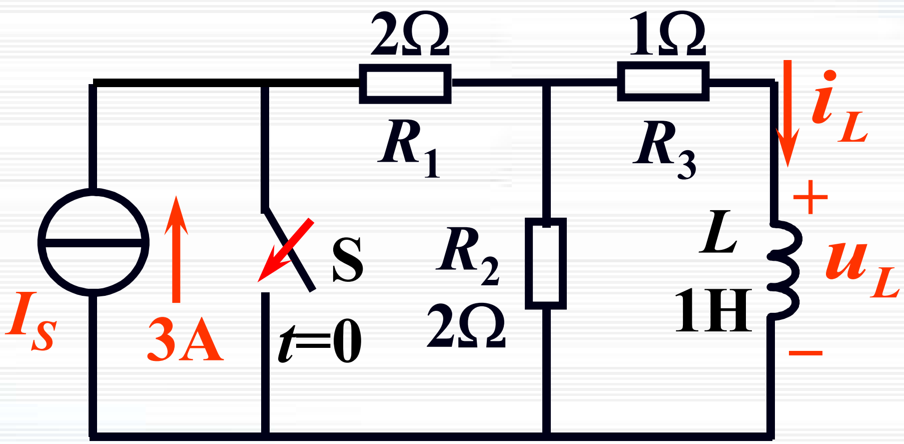
由 $t=0_-$ 等效电路可求得

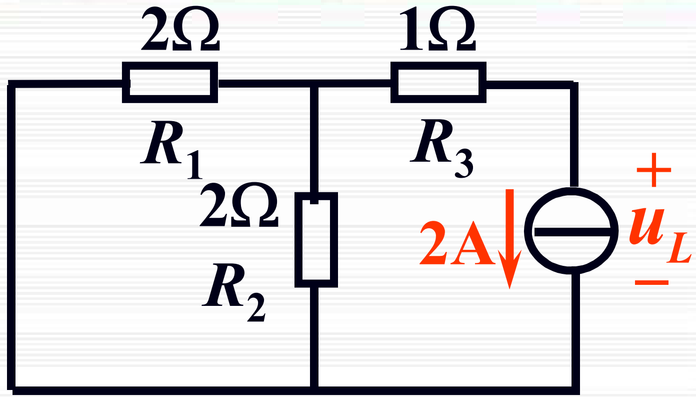
$$i_L(0_-)=\frac{2}{1+2}\times 3=2\ \text{A}$$

$$i_L(0_+)=i_L(0_-)=2\ \text{A}$$



$t=0_-$ 等效电路





$t=0_+$等效电路

$$i_L(0_+)=i_L(0_-)=2\ \text{A}$$

由$t=0_+$等效电路可求得

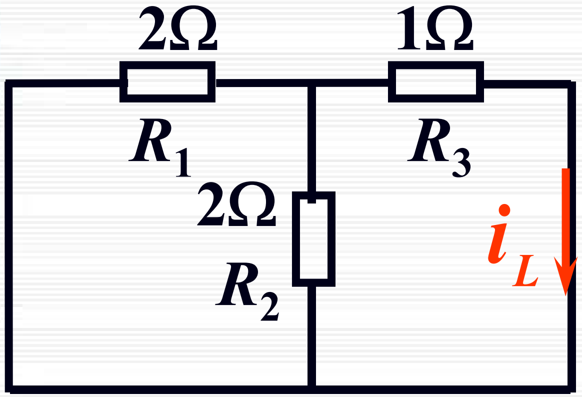
$$u_L(0_+)=-i_L(0_+)\times(\frac{2\times2}{2+2}+1)$$

$$=-4\ \text{V}$$

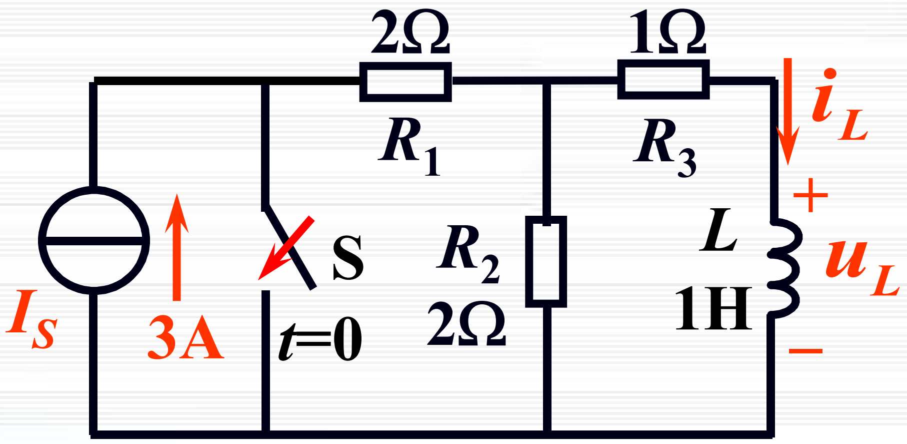
(2) 求稳态值 $i_L(\infty)$和$u_L(\infty)$

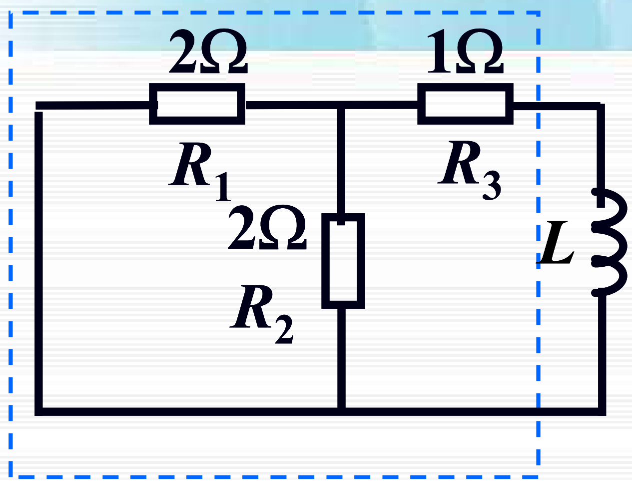
由$t=\infty$等效电路可求

得 $i_L(\infty)=0\ \text{V}$ $\quad u_L(\infty)=0\ \text{V}$



$t=\infty$等效电路





(3) 求时间常数τ

$$R_0 = R_1 // R_2 + R_3$$

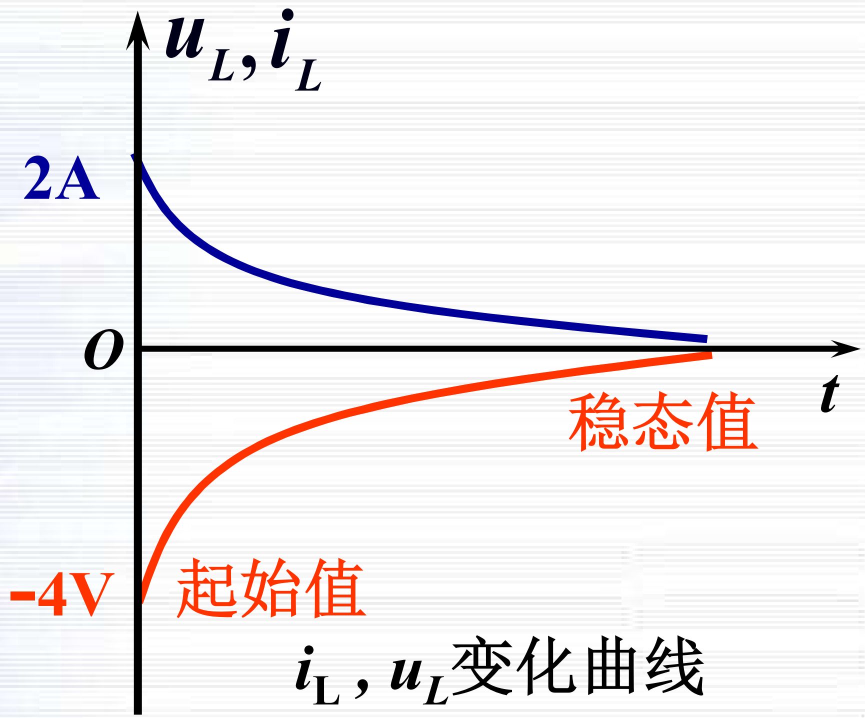
$$\tau = \frac{L}{R_0} = \frac{1}{2} = 0.5\ \mathrm{s}$$

$$i_L = 0 + (2 - 0)\,\mathrm{e}^{-2t}$$

$$= 2\,\mathrm{e}^{-2t}\,\mathrm{A}$$

$$u_L = 0 + (-4 - 0)\,\mathrm{e}^{-2t}$$

$$= -4\,\mathrm{e}^{-2t}\,\mathrm{V}$$



i_L , u_L变化曲线