电工技术与电子技术

第2章 电路的分析方法

第2章 电路的分析方法

2.1 电阻串并联连接的等效变换
2.2 电阻星型联结与三角型联结的等效变换
2.3 电源的两种模型及其等效变换
2.4 支路电流法
2.5 结点电压法
2.6 叠加定理
2.7 戴维宁定理与诺顿定理
2.8 受控电源电路的分析

第2章 电路的分析方法

本章要求：

1. 掌握支路电流法、结点电压法、叠加原理和戴维宁定理等电路的基本分析方法。
2. 理解实际电源的两种电路模型及其等效变换。
3. 了解受控源的概念。

第2章 电路的分析方法

2.1 电阻串并联连接的等效变换

2.2 电阻星型联结与三角型联结的等效变换

2.3 电源的两种模型及其等效变换

2.4 支路电流法

2.5 结点电压法

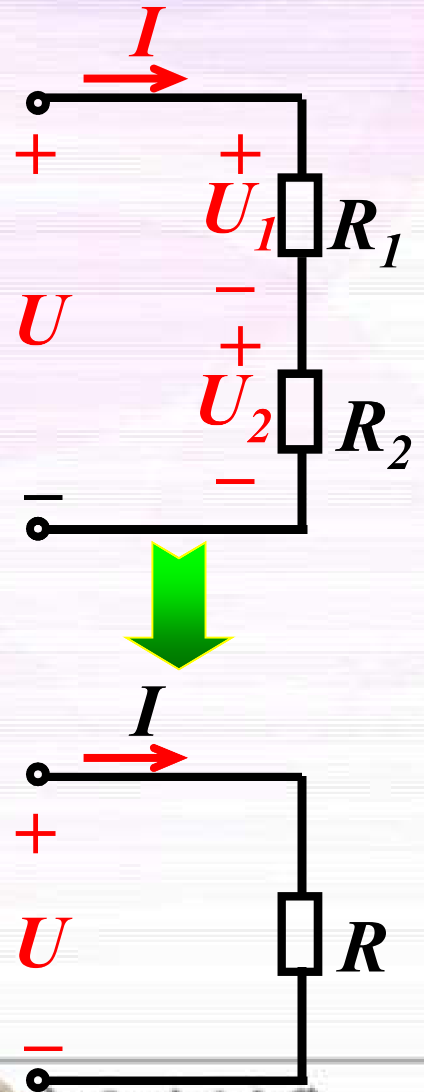
2.6 叠加定理

2.7 戴维宁定理与诺顿定理

2.8 受控电源电路的分析

2.1 电阻串并联联接的等效变换

2.1.1 电阻的串联



特点:

(1)各电阻一个接一个地顺序相联;

(2)各电阻中通过同一电流;

(3)等效电阻等于各电阻之和;

$$R = R_1 + R_2$$

(4)串联电阻上电压的分配与电阻成正比。

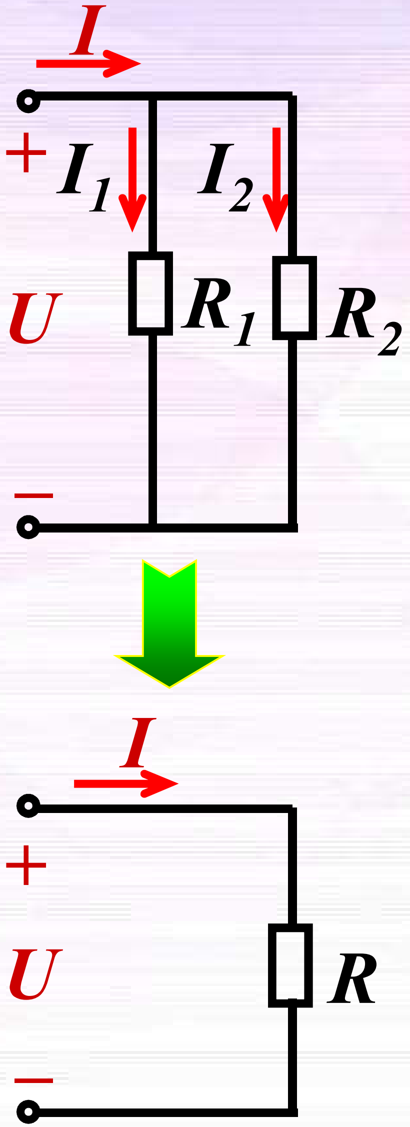
两电阻串联时的分压公式:

$$U_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U \qquad U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U$$

应用:

降压、限流、调节电压等。

2.1.2 电阻的并联



特点:

(1)各电阻联接在两个公共的结点之间;

(2)各电阻两端的电压相同;

(3)等效电阻的倒数等于各电阻倒数之和;

$$\frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}$$

(4)并联电阻上电流的分配与电阻成反比。

两电阻并联时的分流公式:

$$I_1=\frac{R_2}{R_1+R_2}I \qquad I_2=\frac{R_1}{R_1+R_2}I$$

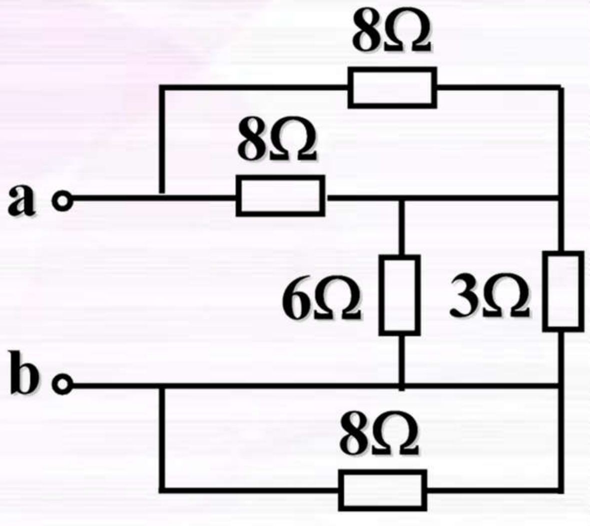
应用:

分流、调节电流等。

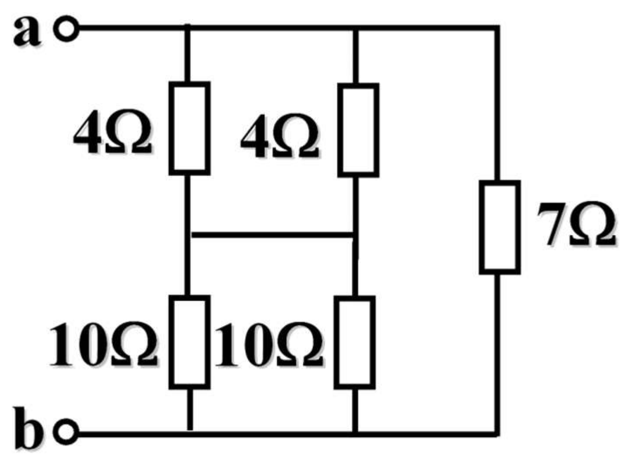
2.1.3 电阻的混联

对混联电路进行等效变换时，可以对电路进行分解,逐个运用串并联等效规律,解决混联电路的问题。

例1：计算图示电路中a、b间的等效电阻R_{ab}。



(a)

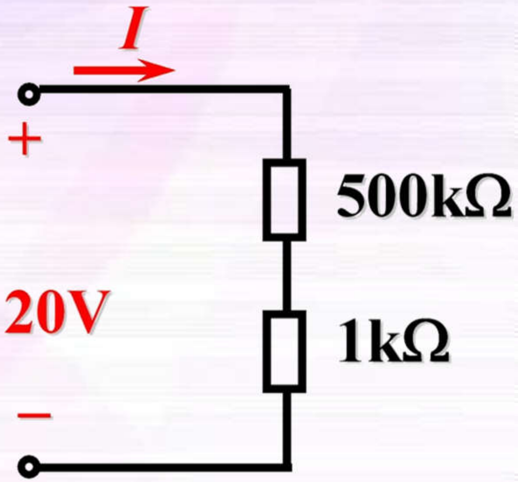


(b)

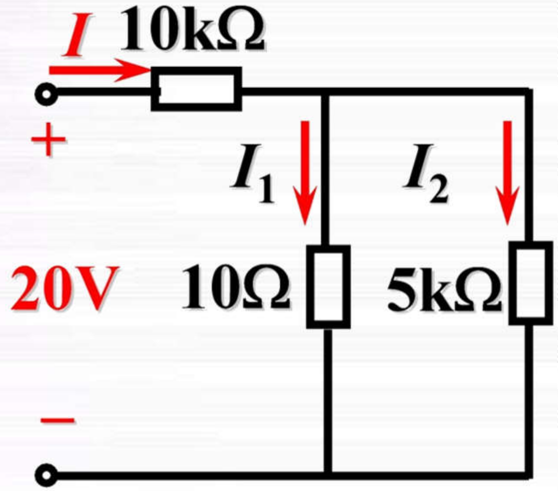
解： (a) $R_{ab}=8//8+6//3=6\Omega$

(b) $R_{ab}=\left(4//4+10//10\right)//7=3.5\Omega$

例2：试估算图示电路中的电流。



(a)



(b)

解:

(a) $$I \approx \frac{U}{R} = \frac{20\text{V}}{500\text{k}\Omega} = 0.04\ \text{mA}$$

U 20V

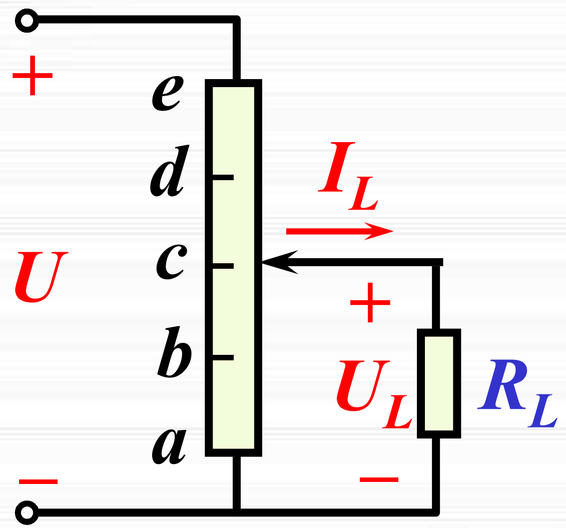
一般负载都是并联运用。并联的负载愈多(负载增加)，则总电阻愈小，电路中总电流和总功率就愈大。

例3：图示为变阻器调节负载电阻R_L两端电压的分压电路。$R_L = 50\ \Omega$，$U = 220\ V$。中间环节是变阻器，其规格是 100 Ω、3 A。今把它平分为四段，在图上用a, b, c, d, e 点标出。求滑动点分别在 a, c, d, e 四点时, 负载和变阻器各段所通过的电流及负载电压,并就流过变阻器的电流与其额定电流比较说明使用时的安全问题。

解：(1) 在 a 点：

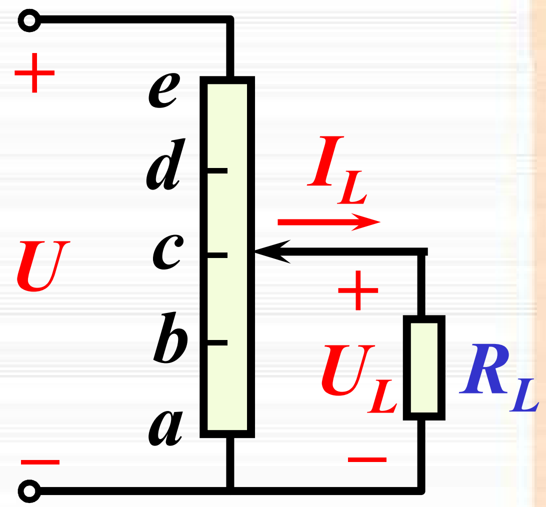
$$U_L = 0\ V \qquad I_L = 0\ A$$

$$I_{ea} = \frac{U}{R_{ea}} = \frac{220}{100}\ A = 2.2\ A$$



解：(2) 在 c 点：

等效电阻 R' 为 R_{ca} 与 R_L 并联，再与 R_{ec} 串联，即



$$R' = \frac{R_{ca}R_L}{R_{ca}+R_L} + R_{ec} = \left(\frac{50\times 50}{50+50}+50\right)$$

$$= 75\ \Omega$$

$$I_{ec} = \frac{U}{R'} = \frac{220}{75} = 2.93\ \text{A}$$

$$I_L = I_{ca} = \frac{2.93}{2} = 1.47\ \text{A}$$

$$U_L = R_L I_L = 50\times 1.47 = 73.5\ \text{V}$$

注意，这时滑动触点虽在变阻器的中点，但是输出电压不等于电源电压的一半，而是 73.5 V。

解：(3) 在 d 点：

$$R' = \frac{R_{da} R_L}{R_{da} + R_L} + R_{ed} = \frac{75 \times 50}{75 + 50} + 25$$

$$= 55\ \Omega$$

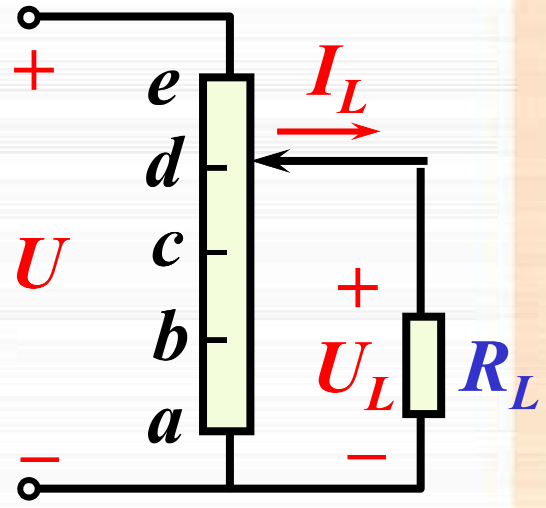
$$I_{ed} = \frac{U}{R'} = \frac{220}{55} = 4\ \text{A}$$

$$I_L = \frac{R_{da}}{R_{da} + R_L} I_{ed} = \frac{75}{75 + 50} \times 4\ \text{A}$$

$$= 2.4\ \text{A}$$

$$I_{da} = \frac{R_L}{R_{da} + R_L} I_{ed} = \frac{50}{75 + 50} \times 4\ \text{A} = 1.6\ \text{A}$$

$$U_L = R_L I_L = 50 \times 2.4 = 120\ \text{V}$$



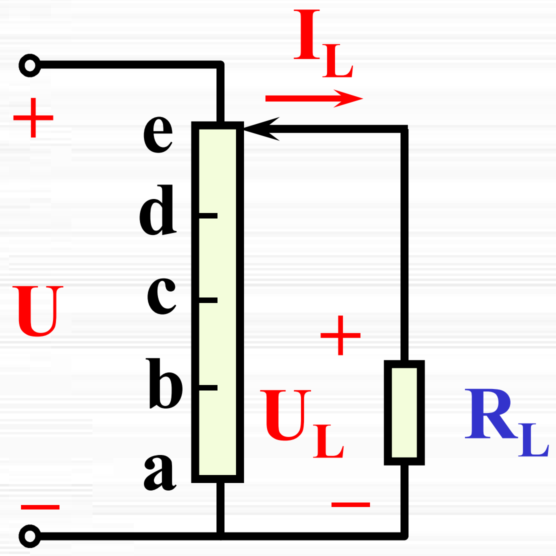
注意：因 $I_{ed} = 4\ A > 3A$，ed 段有被烧毁的可能。

解：(4) 在 e 点：

$$I_{ea} = \frac{U}{I_{ea}} = \frac{220}{100} = 2.2\ \mathrm{A}$$

$$I_L = \frac{U}{R_L} = \frac{220}{50} = 4.4\ \mathrm{A}$$

$$U_L = U = 220\ \mathrm{V}$$



第2章 电路的分析方法

2.1 电阻串并联连接的等效变换

2.2 电阻星型联结与三角型联结的等效变换

2.3 电源的两种模型及其等效变换

2.4 支路电流法

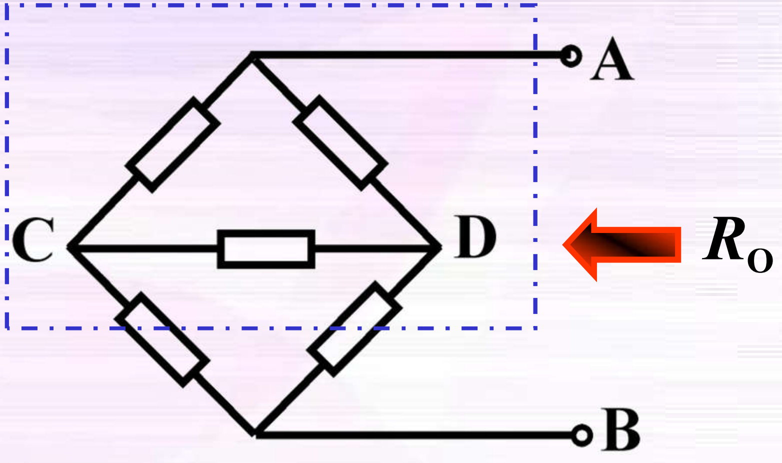
2.5 结点电压法

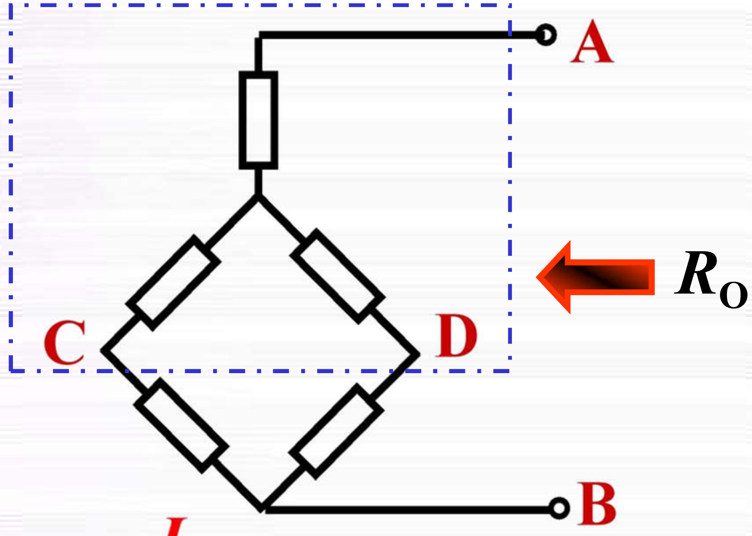
2.6 叠加定理

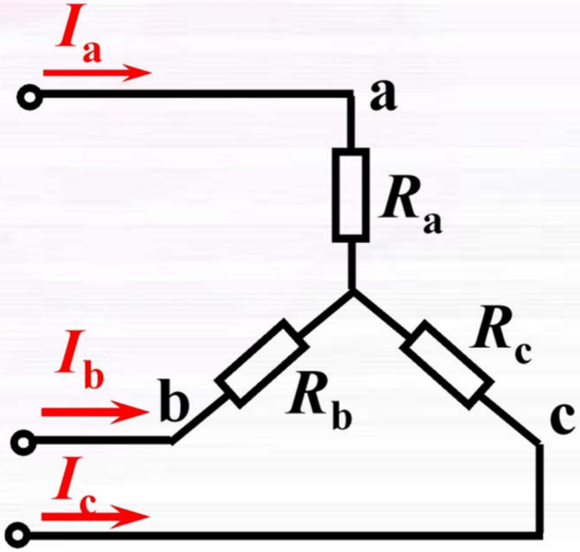
2.7 戴维宁定理与诺顿定理

2.8 受控电源电路的分析

2.2 电阻星形联结与三角形联结的等效变换

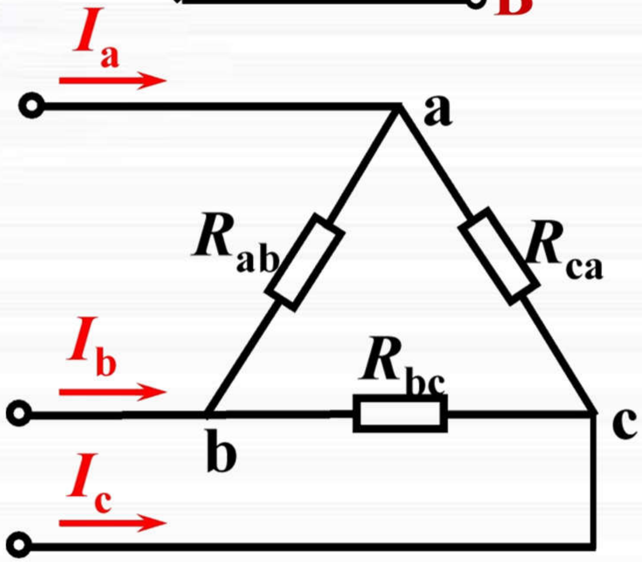






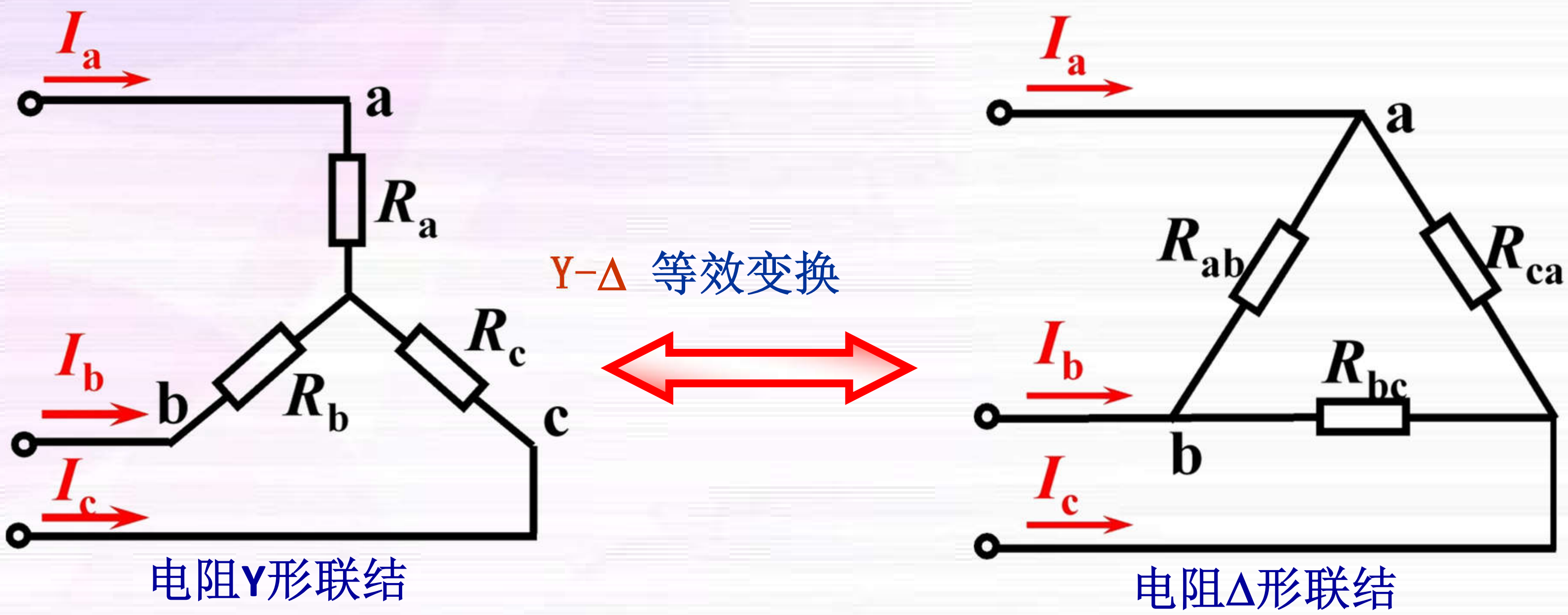
电阻Y形联结

Y-Δ 等效变换



电阻Δ形联结

2.2 电阻星形联结与三角形联结的等效变换

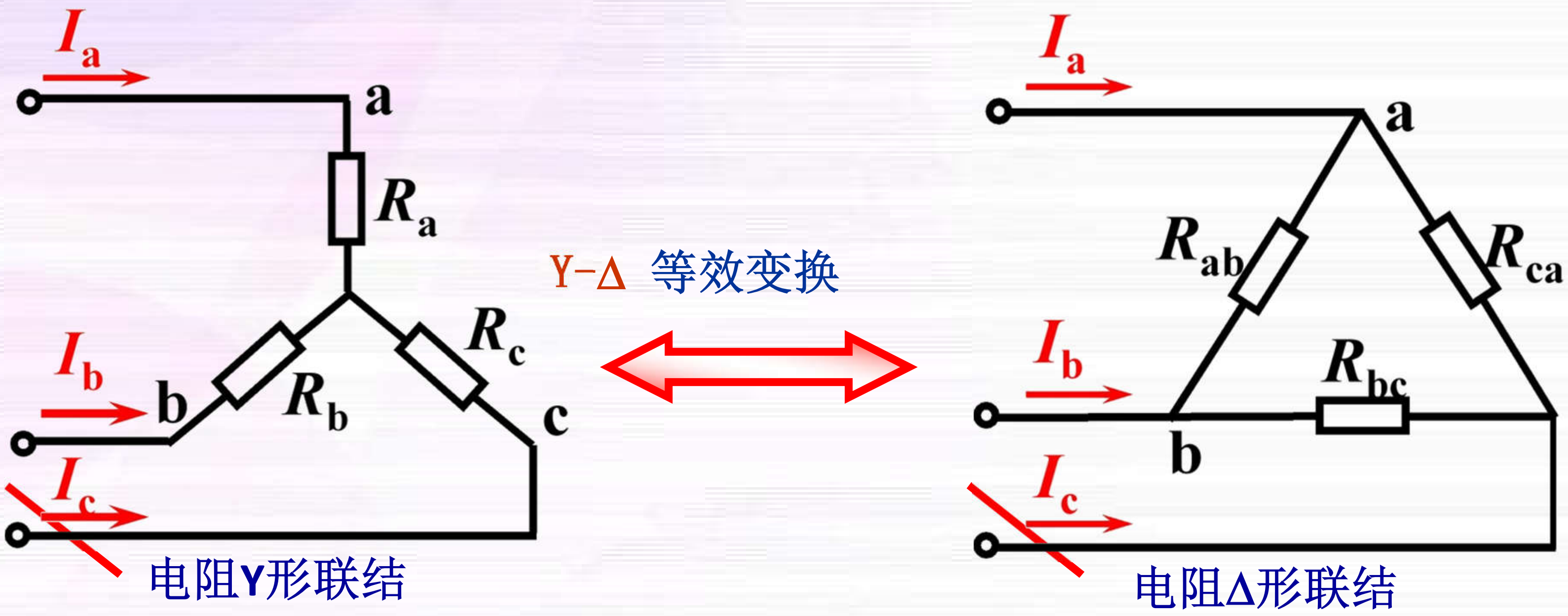


等效变换的条件：

对应端流入或流出的电流（I_a、I_b、I_c）一一相等，对应端间的电压（U_{ab}、U_{bc}、U_{ca}）也一一相等。

经等效变换后，不影响其它部分的电压和电流。

2.2 电阻星形联结与三角形联结的等效变换



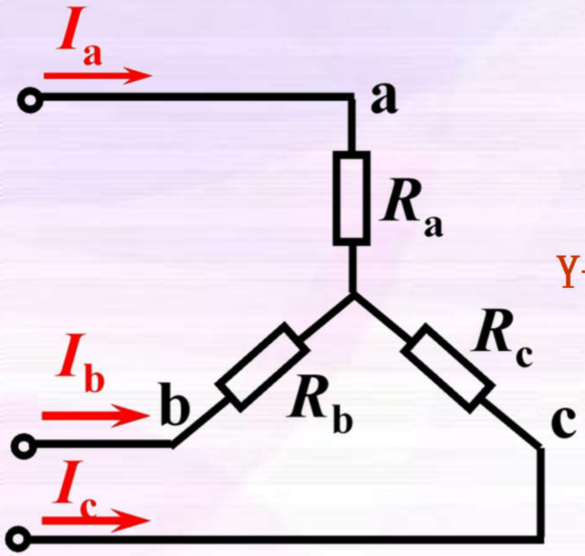
满足等效变换条件时，Y、Δ两种接法中，对应的任意两端间的等效电阻必定相等。

$$R_a + R_b = R_{ab} // (R_{ca} + R_{ba})$$

$$R_b + R_c = R_{bc} // (R_{ab} + R_{ba})$$

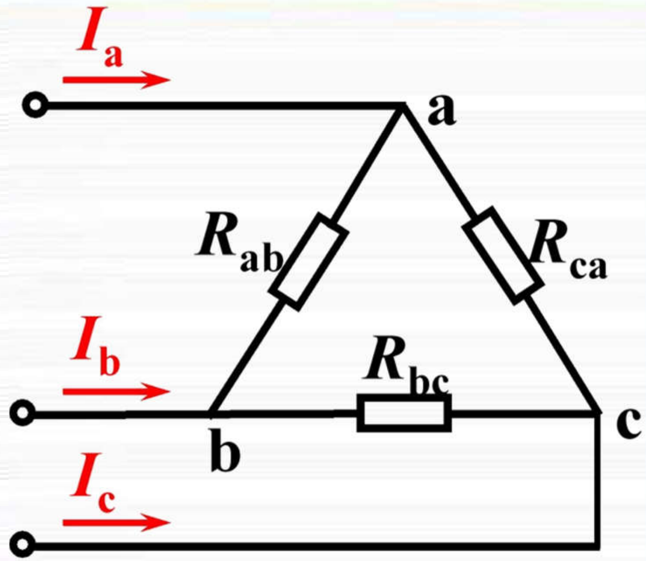
$$R_a + R_c = R_{ca} // (R_{ab} + R_{bc})$$

据此推出Y、Δ等效变换关系



Y→Δ

Y-Δ 等效变换



Δ →Y

$$R_{ab} = \frac{R_a R_b + R_b R_c + R_c R_a}{R_c}$$

$$R_{bc} = \frac{R_a R_b + R_b R_c + R_c R_a}{R_a}$$

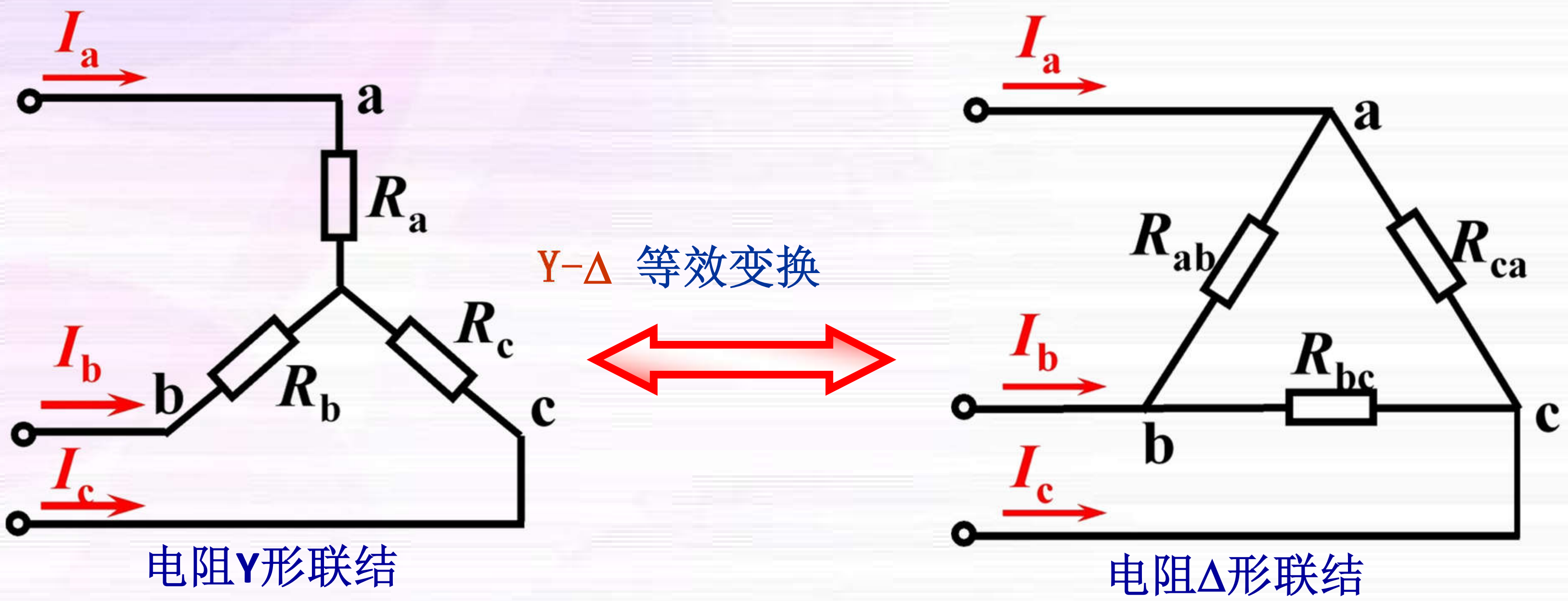
$$R_{ca} = \frac{R_a R_b + R_b R_c + R_c R_a}{R_b}$$

$$R_a = \frac{R_{ab} R_{ca}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}$$

$$R_b = \frac{R_{bc} R_{ab}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}$$

$$R_c = \frac{R_{ca} R_{bc}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}$$

2.2 电阻星形联结与三角形联结的等效变换



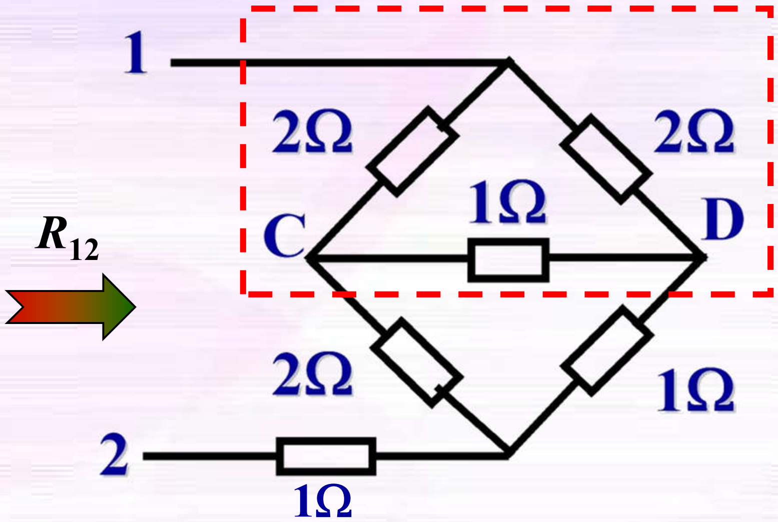
将 Y 形联接等效变换为 Δ 形联结时

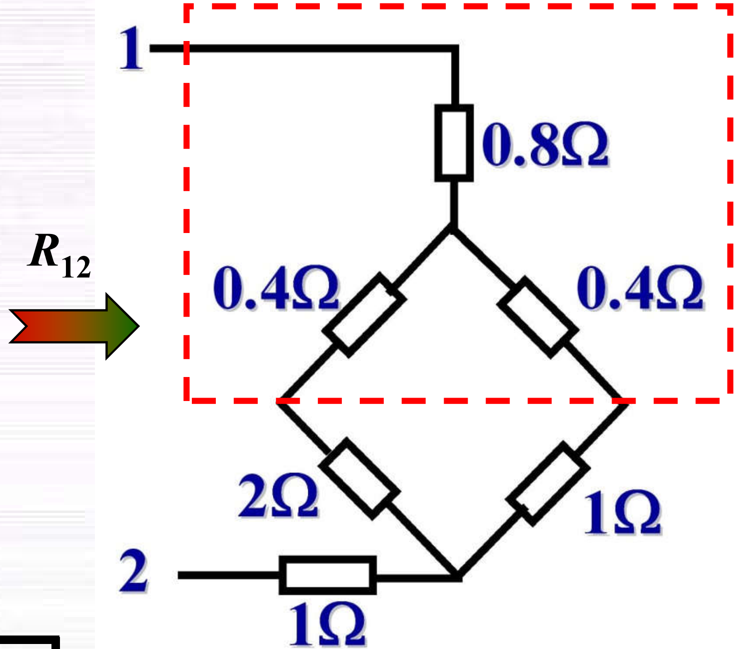
若 $R_a = R_b = R_c = R_Y$ 时，有 $R_{ab} = R_{bc} = R_{ca} = R_\Delta = 3R_Y$；

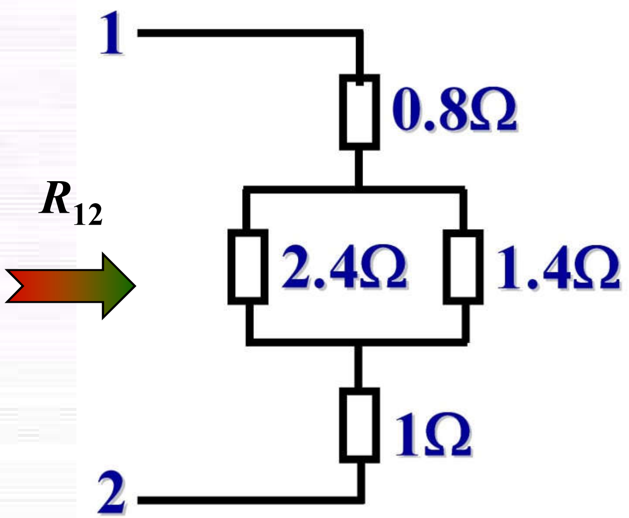
将Δ形联接等效变换为Y形联结时

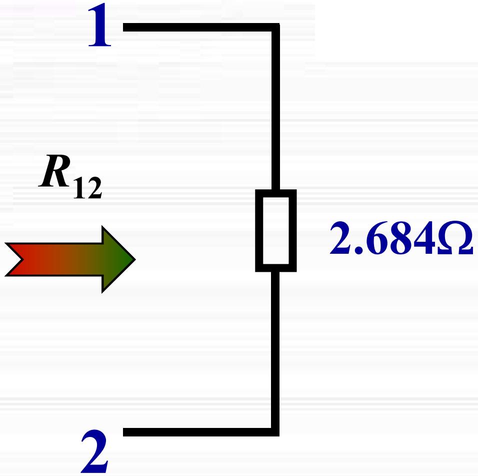
若 $R_{ab} = R_{bc} = R_{ca} = R_\Delta$ 时，有$R_a = R_b = R_c = R_Y = R_\Delta/3$

例 1：对图示电路求总电阻R_{12}









R_{12}=2.68Ω

第2章 电路的分析方法

2.1 电阻串并联连接的等效变换

2.2 电阻星型联结与三角型联结的等效变换

2.3 电源的两种模型及其等效变换

2.4 支路电流法

2.5 结点电压法

2.6 叠加定理

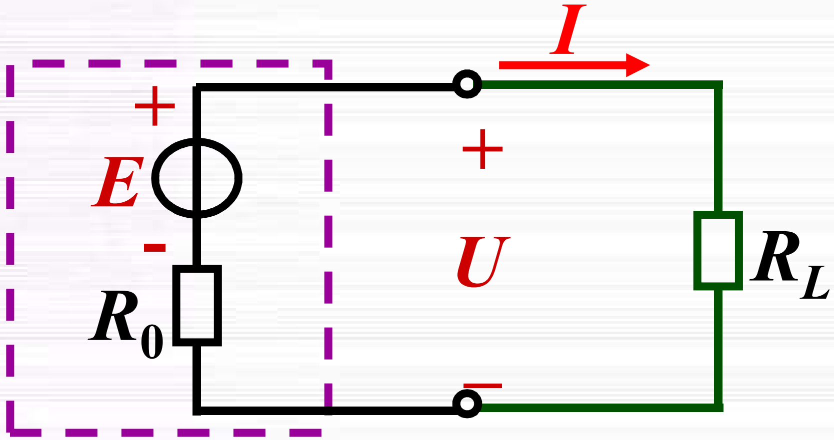
2.7 戴维宁定理与诺顿定理

2.8 受控电源电路的分析

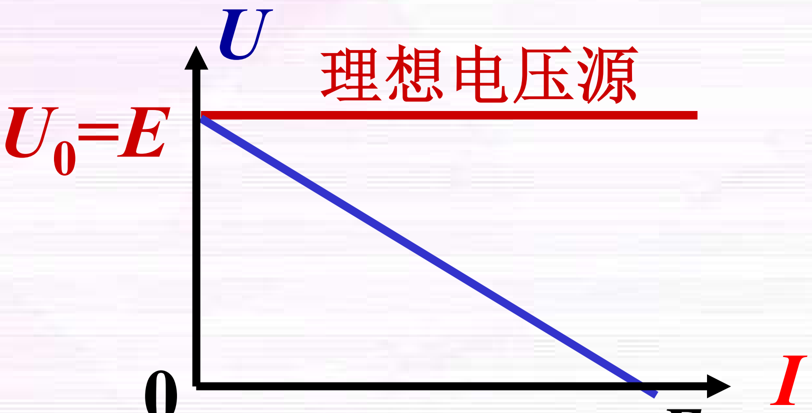
2.3 电压源与电流源及其等效变换

2.3.1 电压源

电压源是由电动势 E 和内阻 R_0 串联的电源的电路模型。



电压源模型



$$I_S = \frac{E}{R_0}$$

电压源的外特性

由上图电路可得:

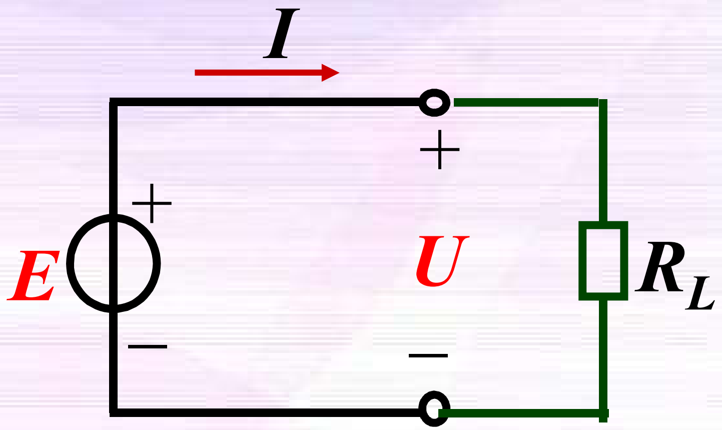
$$U = E - IR_0$$

若 $R_0 = 0$

理想电压源： $U \equiv E$

若 $R_0 << R_L$， $U \approx E$，
可近似认为是理想电压源。

理想电压源（恒压源）



外特性曲线

特点: (1) 内阻$R_0 = 0$

(2) 输出电压是一定值，恒等于电动势。对直流电压，有 $U \equiv E$。

(3) 恒压源中的电流由外电路决定。

例1: 设 $E = 10$ V，接上R_L后，恒压源对外输出电流。

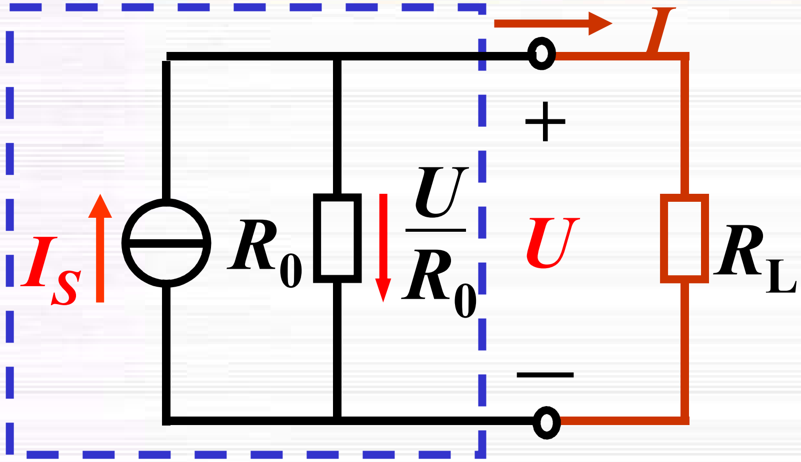
当 $R_L = 1\ \Omega$ 时， $U = 10$ V，$I = 10$A

当 $R_L = 10\ \Omega$ 时， $U = 10$ V，$I = 1$A

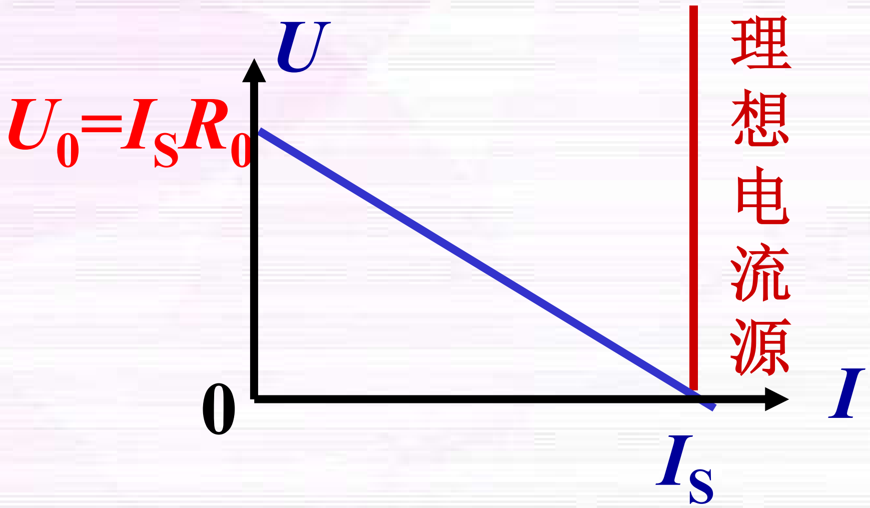
电压恒定，电流随负载变化

2.3.2 电流源

电流源是由电流 I_S 和内阻 R_0 并联的电源的电路模型。



电流源模型



电流源的外特性

由上图电路可得:

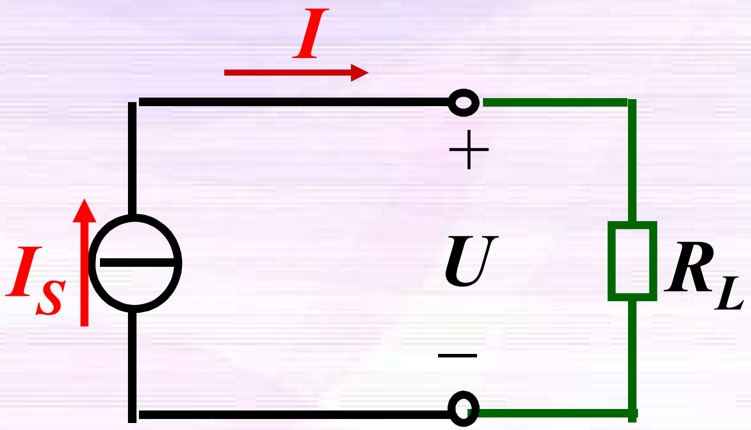
$$I = I_S - \frac{U}{R_0}$$

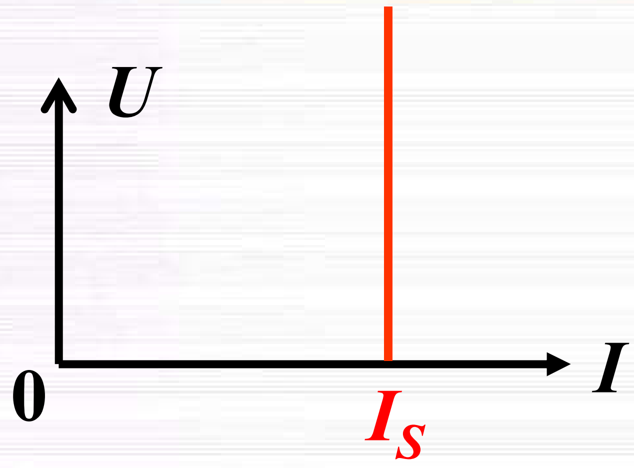
若 $R_0 = \infty$

理想电流源：$I \equiv I_S$

若 $R_0 >> R_L$，$I \approx I_S$，可近似认为是理想电流源。

理想电流源（恒流源）





外特性曲线

特点：(1) 内阻$R_0 = \infty$；

(2) 输出电流是一定值，恒等于电流 I_S；

(3) 恒流源两端的电压 U 由外电路决定。

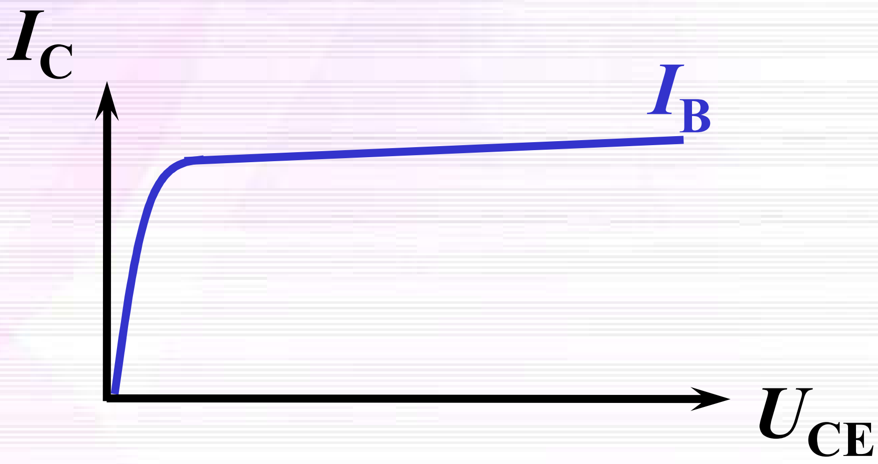
例1：设 $I_S = 10$ A，接上R_L 后，恒流源对外输出电流。

当 $R_L = 1\ \Omega$ 时，$I = 10$A，$U = 10$ V

当 $R_L = 10\ \Omega$ 时，$I = 10$A，$U = 100$V

电流恒定，电压随负载变化。

例2：晶体管可近似地认为是理想电流源。



晶体管的输出特性

从晶体管的输出特性可见，当基极电流 I_B 为某个定值，并当U_{CE}超过一定值时，电流 I_C可近似认为不随电压U_{CE}而变，即 I_C可视为恒流源 。

2.3.3 电压源与电流源的等效变换

电压源　　　　　　电流源

由图a：

$$U = E - IR_0$$

由图b：

$$U = I_S R_0 - IR_0$$

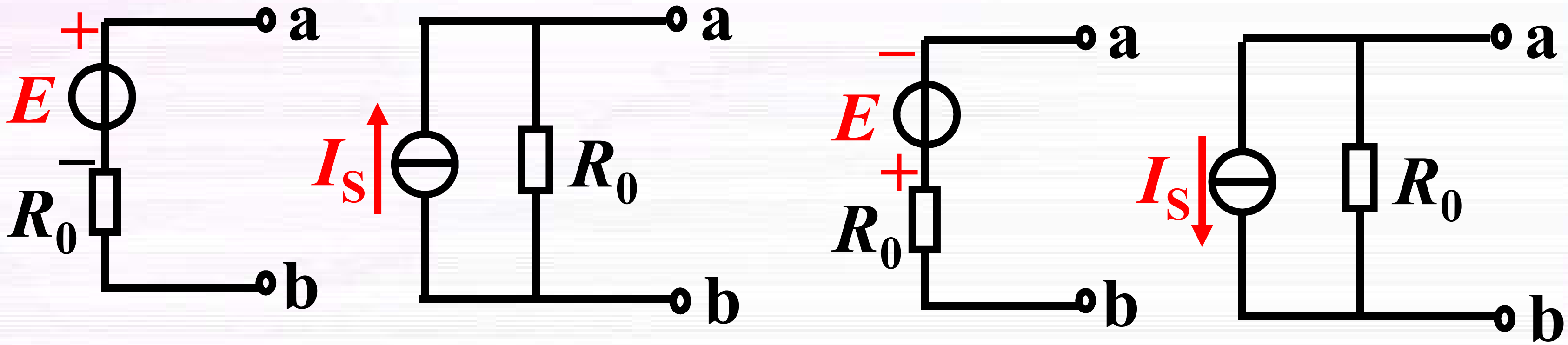
等效变换条件：
$$\begin{cases} E = I_S R_0 \\ I_s = \dfrac{E}{R_0} \end{cases}$$

注意事项:

1）电压源和电流源的等效关系只对外电路而言，对电源内部则是不等效的。

例：当$R_L = \infty$时，电压源的内阻 R_0 中不损耗功率，而电流源的内阻 R_0 中则损耗功率。

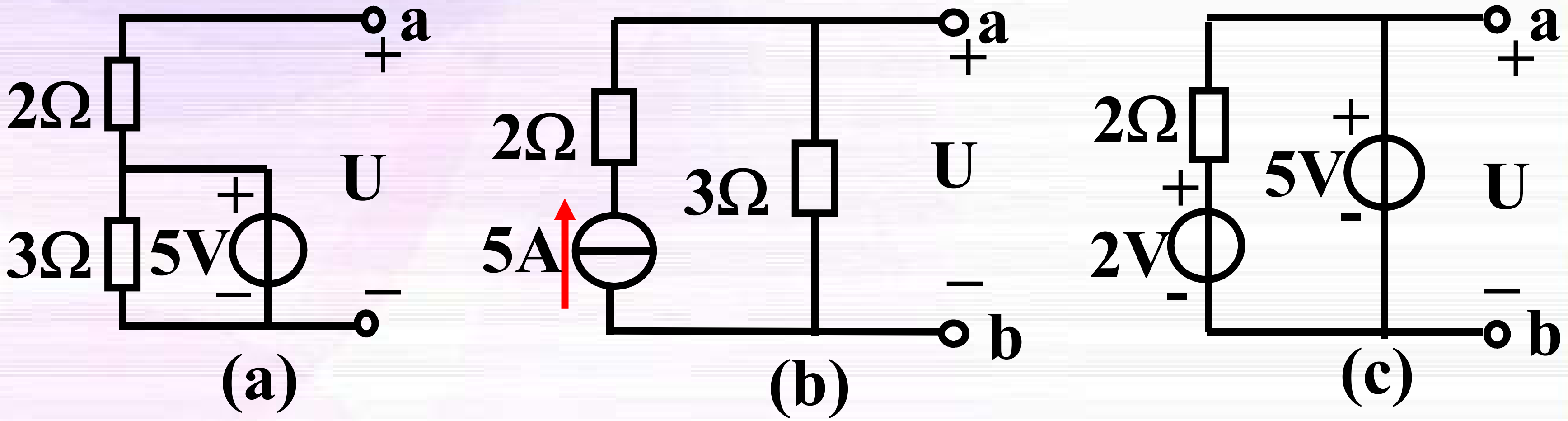
2）等效变换时，两电源的参考方向要一一对应。



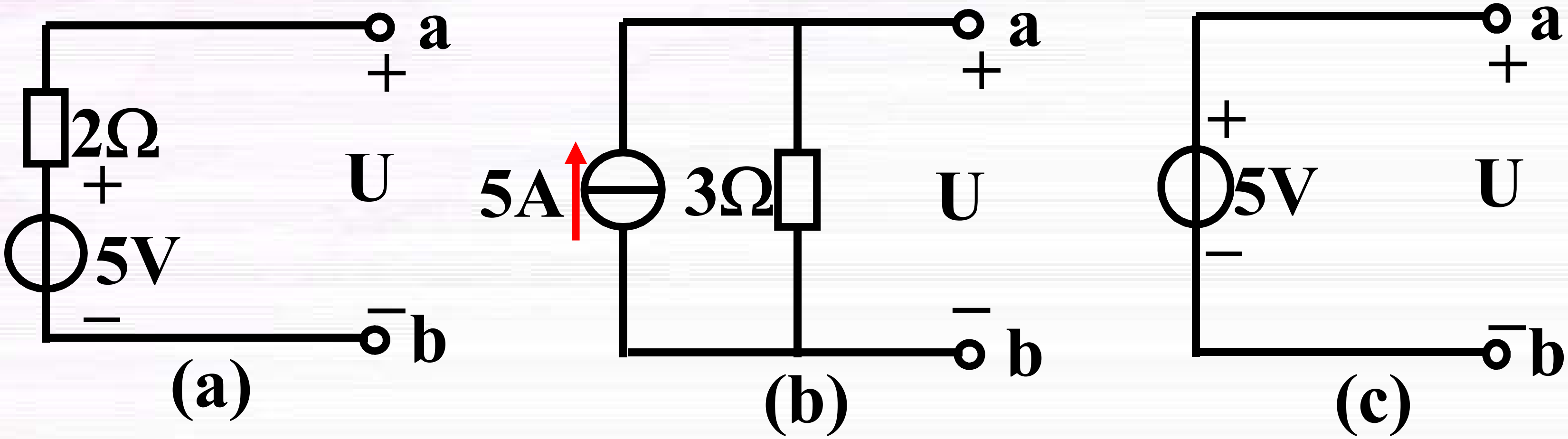
3）理想电压源与理想电流源之间无等效关系。

4）任何一个电动势 E 和某个电阻 R 串联的电路，都可化为一个电流为 I_S 和这个电阻并联的电路。

例1:

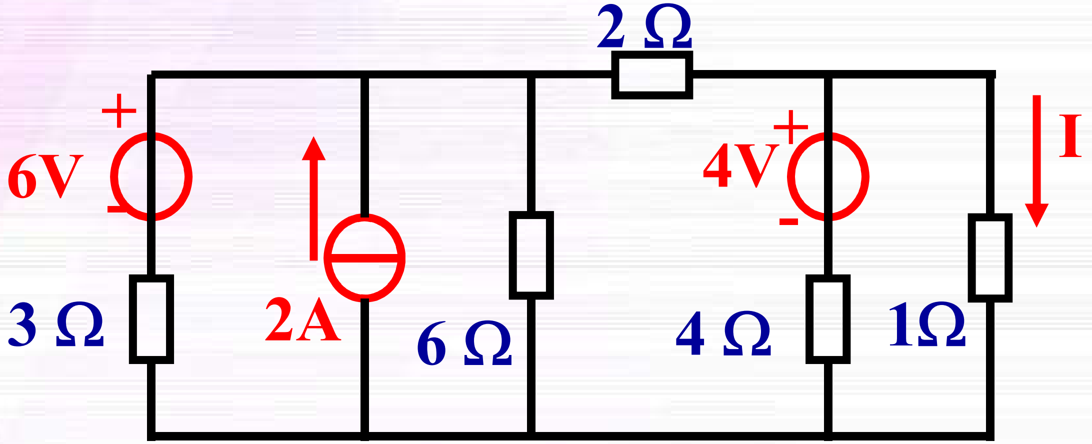


解:

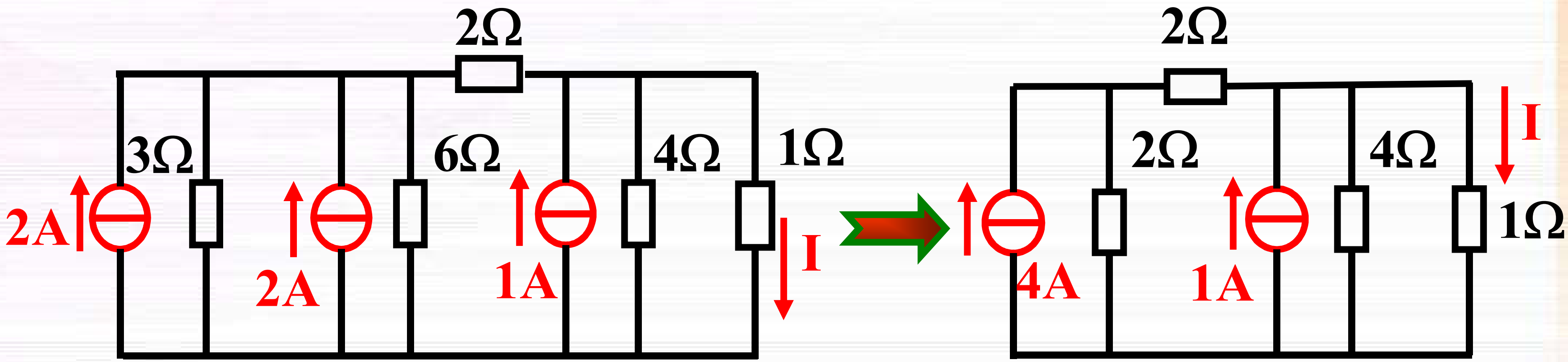


与理想电流源串联的元件，当只考虑电流时,与其串联的元件不起作用(可从电路中拿掉)，但要考虑电压时，其作用不可忽略。

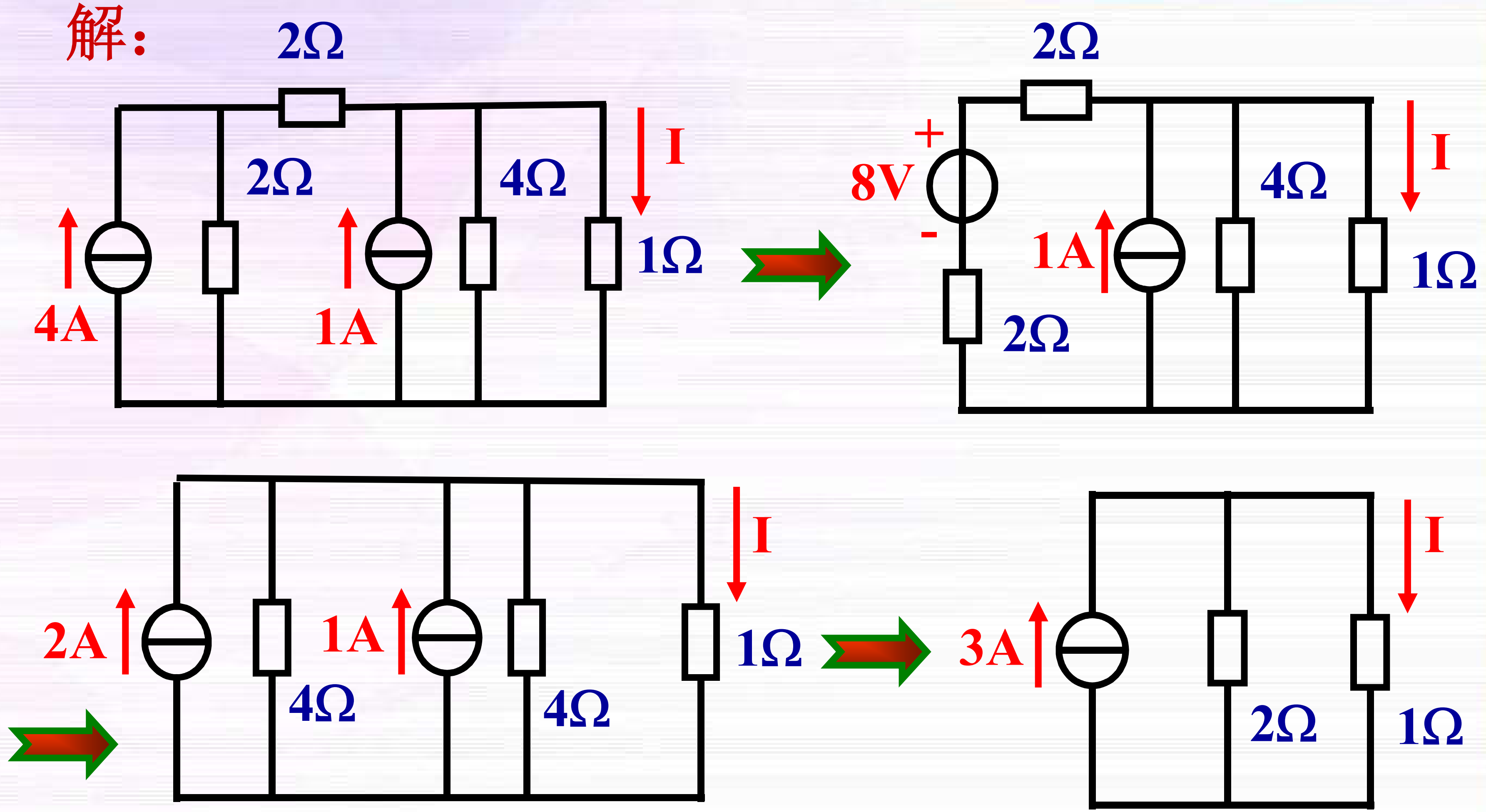
例2： 试用电压源与电流源等效变换的方法计算图示电路中1 Ω电阻中的电流。



解： 统一电源形式

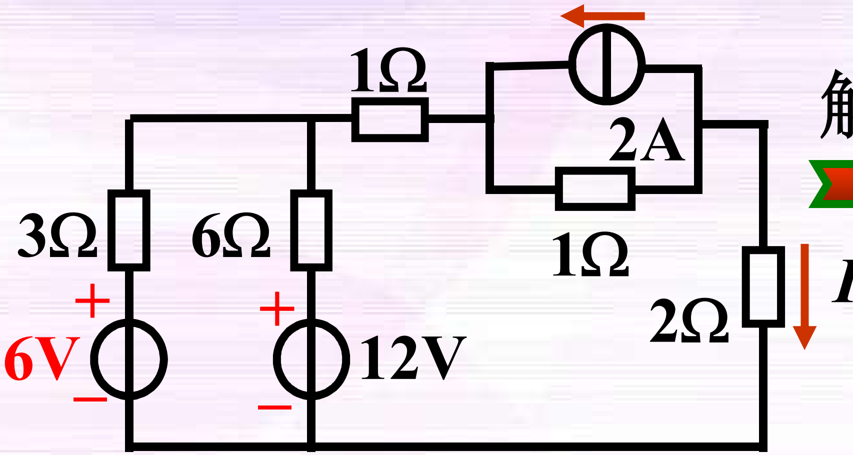


解：



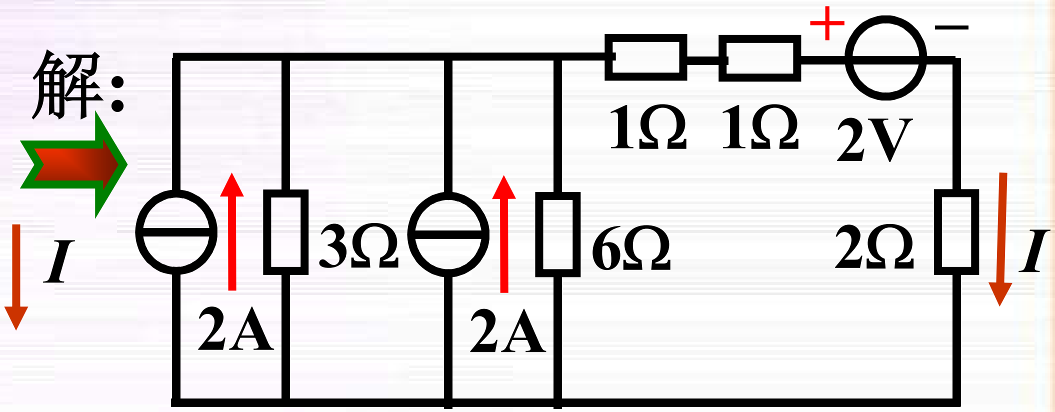
$$I = \frac{2}{2+1} \times 3\text{A} = 2\text{A}$$

例3: 试用电压源与电流源等效变换的方法计算2Ω电阻中的电流。

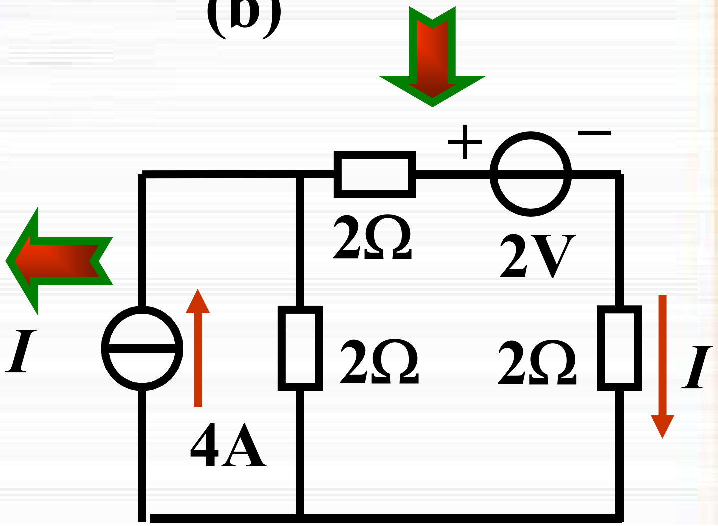


(a)

解:



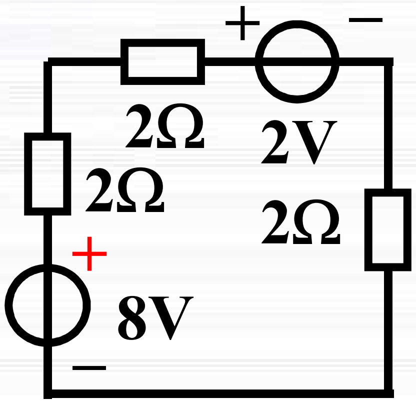
(b)



(c)

由图(d)可得

$$I=\frac{8-2}{2+2+2}=1\text{A}$$



(d)

第2章 电路的分析方法

2.1 电阻串并联连接的等效变换

2.2 电阻星型联结与三角型联结的等效变换

2.3 电源的两种模型及其等效变换

2.4 支路电流法

2.5 结点电压法

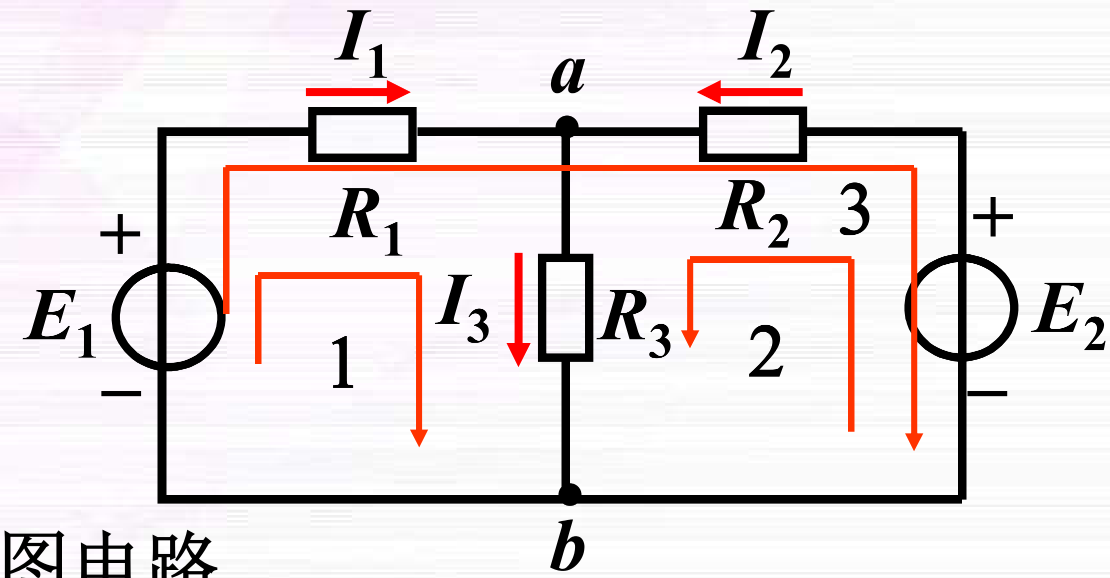
2.6 叠加定理

2.7 戴维宁定理与诺顿定理

2.8 受控电源电路的分析

2. 4　支路电流法

支路电流法： 以支路电流为未知量、应用基尔霍夫定律（KCL、KVL）列方程组求解。



对上图电路

支路数： b=3　　结点数：n =2

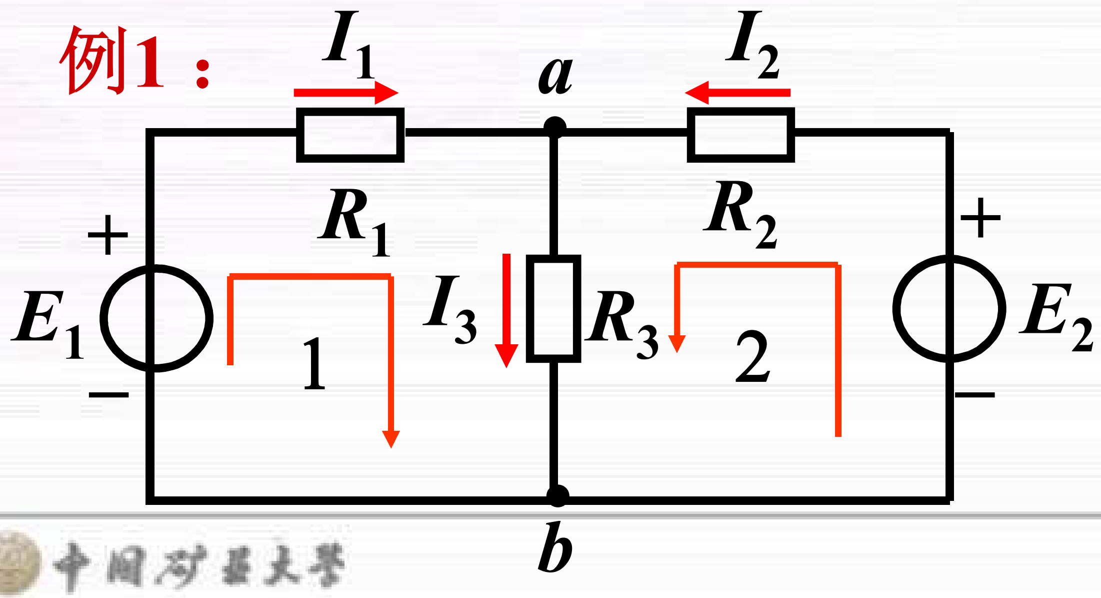
回路数 = 3　单孔回路（网孔）=2

若用支路电流法求各支路电流应列出三个方程

支路电流法的解题步骤:

1. 在图中标出各支路电流的参考方向，对选定的回路标出回路循行方向。
2. 应用 KCL 对结点列出 (n－1)个独立的结点电流方程。
3. 应用 KVL 对回路列出 b－(n－1) 个独立的回路电压方程（通常可取网孔列出） 。
4. 联立求解 b 个方程，求出各支路电流。

例1：



对结点 a：

$$I_1+I_2-I_3=0$$

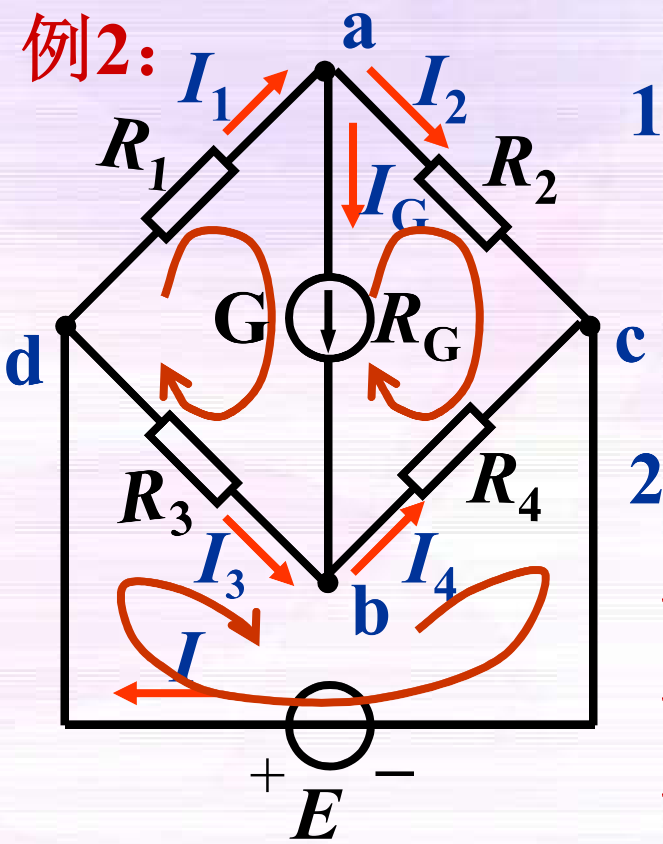
对网孔1：

$$I_1R_1+I_3R_3=E_1$$

对网孔2：

$$I_2R_2+I_3R_3=E_2$$

例2:



试求检流计中的电流I_G。

因支路数 b=6，所以要列6个方程。

1. 应用KCL列(n-1)个结点电流方程

对结点 a： $I_1 - I_2 - I_G = 0$

对结点 b： $I_3 - I_4 + I_G = 0$

对结点 c： $I_2 + I_4 - I = 0$

2. 应用KVL选网孔列回路电压方程

对网孔abda： $I_G R_G - I_3 R_3 + I_1 R_1 = 0$

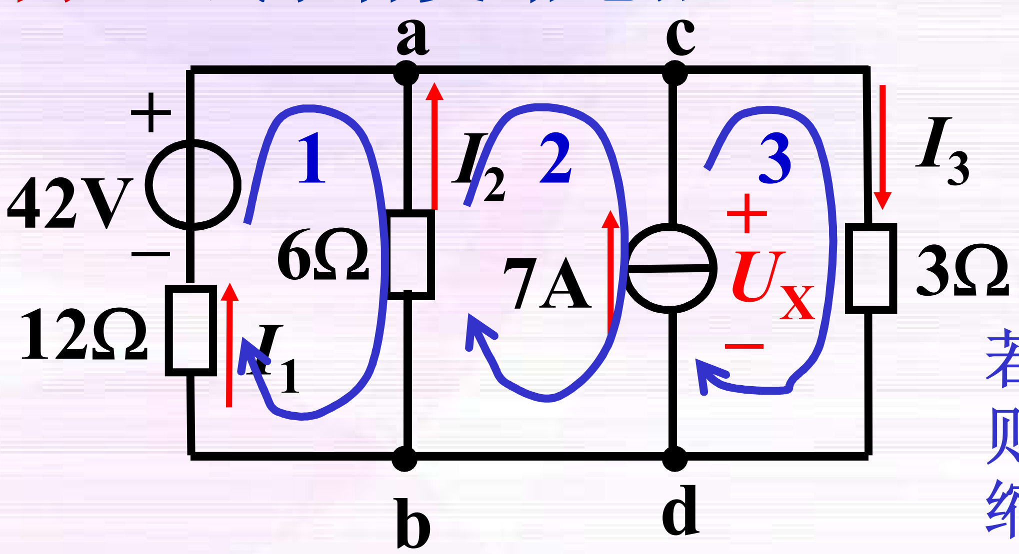
对网孔acba： $I_2 R_2 - I_4 R_4 - I_G R_G = 0$

对网孔bcdb： $I_4 R_4 + I_3 R_3 = E$

3. 联立解出 I_G

支路电流法是电路分析中最基本的方法之一，但当支路数较多时，所需方程的个数较多求解不方便。

例3：试求各支路电流。



支路数b =4，且恒流源支路的电流已知。

若导线上两点间无用电器连接，则可将这两点间的导线伸长或缩短，甚至可缩成一点。

1. 应用KCL列结点电流方程

对结点 a：$I_1 + I_2 - I_3 = -7$

2. 应用KVL列回路电压方程

对回路1：$12I_1 - 6I_2 = 42$

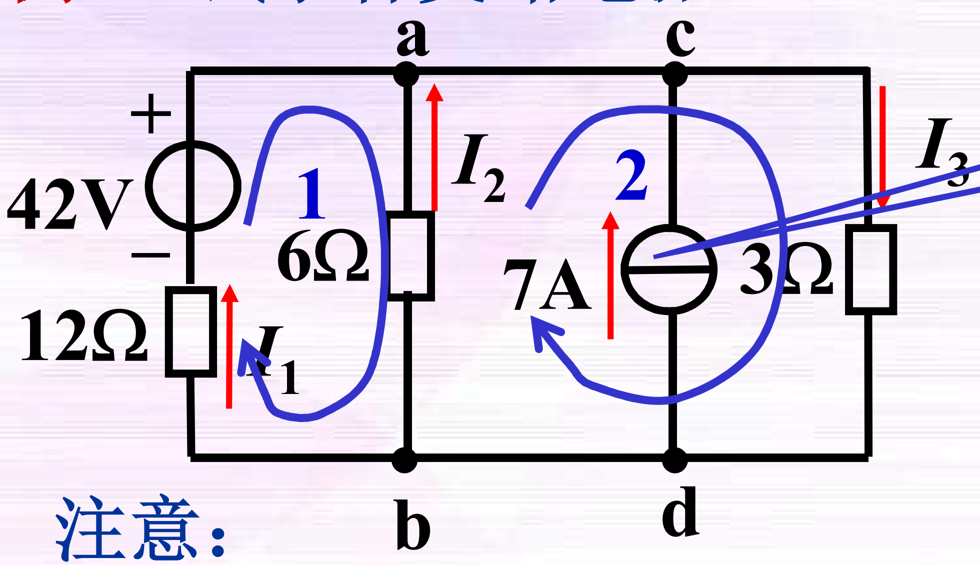
对回路2：$6I_2 + U_X = 0$

对回路3：$-U_X + 3I_3 = 0$

因所选回路中包含恒流源支路，而恒流源两端的电压未知，所以有3个网孔则要列3个KCL方程。

3. 联立解得：$I_1 = 2A$，$I_2 = -3A$，$I_3 = 6A$

例3：试求各支路电流。



支路中含有恒流源。

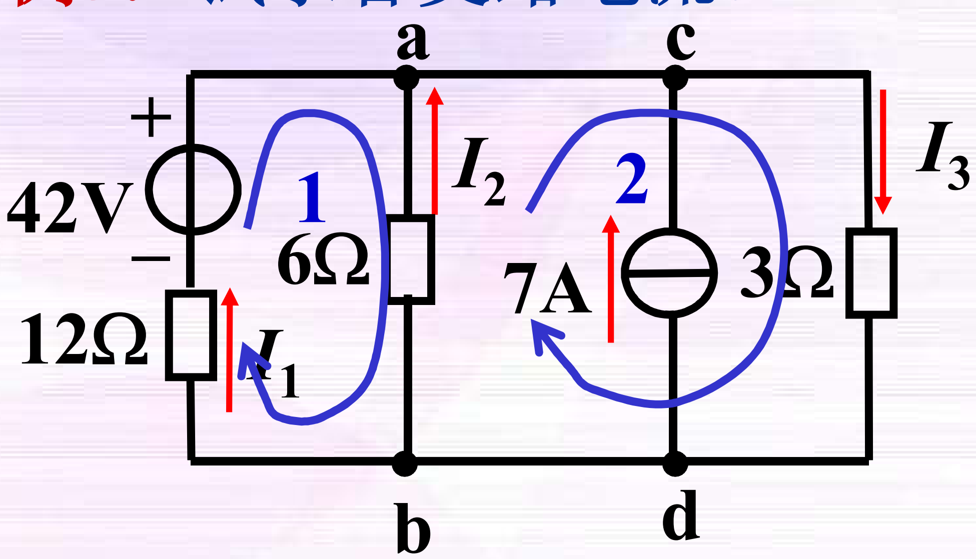
支路数b =4，但恒流源支路的电流已知，则未知电流只有3个，能否只列3个方程?可以。

注意：

1. 当支路中含有恒流源，若在列KVL方程时，所选回路中不包含恒流源支路，这时，电路中有几条支路含有恒流源，则可少列几个KVL方程。

2. 若所选回路中包含恒流源支路，则因恒流源两端的电压未知，所以，有一个恒流源就出现一个未知电压，因此，在此种情况下不可少列KVL方程。

例3：试求各支路电流。



支路数b =4，但恒流源支路的电流已知，则未知电流只有3个，所以可只列3个方程。

支路中含有恒流源。

1. 应用KCL列结点电流方程

对结点 a：$I_1 + I_2 - I_3 = -7$

2. 应用KVL列回路电压方程

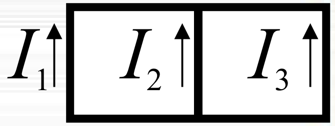
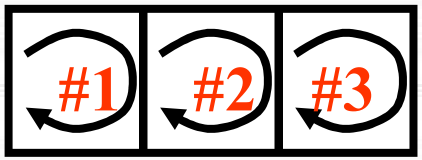
对回路1：$12I_1 - 6I_2 = 42$

对回路2：$6I_2 + 3I_3 = 0$

因所选回路不包含恒流源支路，所以，3个网孔列2个KCL方程即可。

3. 联立解得：$I_1 = 2\text{A}$，$I_2 = -3\text{A}$，$I_3 = 6\text{A}$

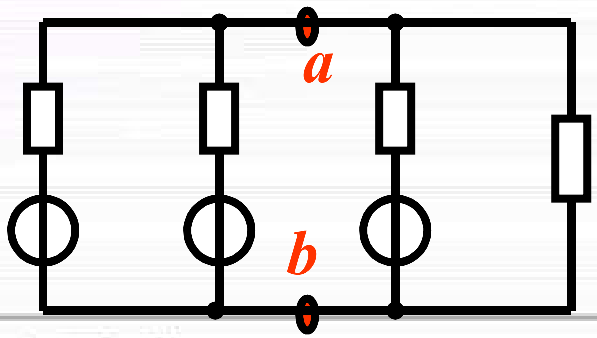
支路电流法小结

	解题步骤	结论与引申
1	对每一支路假设一未知电流	1. 假设未知数时，正方向可任意选择。 2. 原则上，有*B*个支路就设*B*个未知数。 （恒流源支路除外） 例外？
2	列电流方程： 对每个节点有 $\Sigma I=0$	若电路有N个节点，  则可以列出 $\boxed{(N\text{-}1)}$ 个独立方程。
3	列电压方程： 对每个回路有 $\Sigma E=\Sigma U$	1. 未知数=*B*，已有(*N*-1)个节点方程， 需补足 *B* -（*N* -1） 个方程。 2. 独立回路的选择：  一般按网孔选择
4	解联立方程组	根据未知数的正负决定电流的实际方向。

支路电流法的优缺点

优点： 支路电流法是电路分析中最基本的方法之一。只要根据基尔霍夫定律、欧姆定律列方程，就能得出结果。

缺点： 电路中支路数多时，所需方程的个数较多，求解不方便。



支路数 $B=4$

须列4个方程式

第2章 电路的分析方法

2.1 电阻串并联连接的等效变换
2.2 电阻星型联结与三角型联结的等效变换
2.3 电源的两种模型及其等效变换
2.4 支路电流法
2.5 结点电压法
2.6 叠加定理
2.7 戴维宁定理与诺顿定理
2.8 受控电源电路的分析

2.5 结点电压法

结点电压的概念：

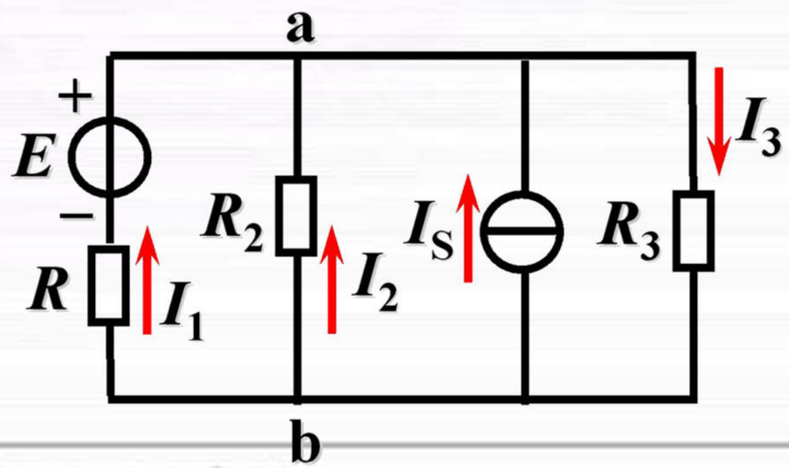
任选电路中某一结点为零电位参考点(用 ⊥ 表示)，其它各结点对参考点的电压，称为结点电压。

结点电压的参考方向：从结点指向参考结点。

结点电压法：以结点电压为未知量，列方程求解。

在求出结点电压后，可应用基尔霍夫定律或欧姆定律求出各支路的电流或电压。

结点电压法适用于支路数较多，结点数较少的电路。

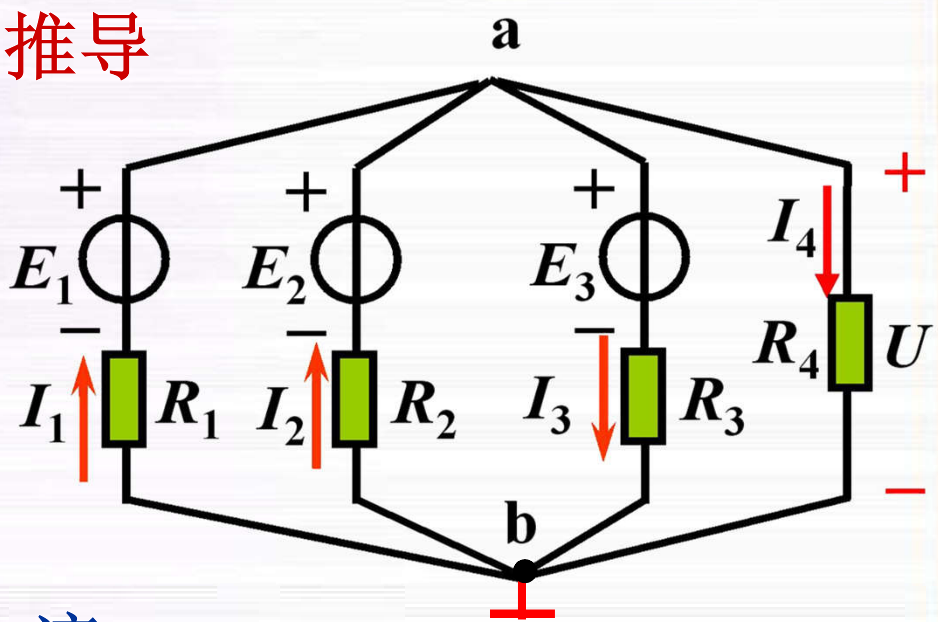


在左图电路中只含有两个结点，若设 b 为参考结点，则电路中只有一个未知的结点电压。

2个结点的结点电压方程的推导

设：$V_b = 0\text{ V}$

结点电压为 U，参考方向从 a 指向 b。



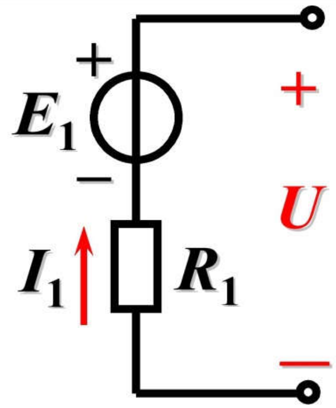
1. 用KCL对结点 a 列方程

$$I_1 + I_2 - I_3 - I_4 = 0$$

2. 应用欧姆定律求各支路电流

$$I_2 = \frac{E_2 - U}{R_2}$$

因为 $U = E_1 - I_1 R_1$



$$I_3 = \frac{-E_3 + U}{R_3} \qquad I_4 = \frac{U}{R_4}$$

所以 $I_1 = \dfrac{E_1 - U}{R_1}$

将各电流代入KCL方程则有

$$\frac{E_1 - U}{R_1} + \frac{E_2 - U}{R_2} - \frac{-E_3 + U}{R_3} - \frac{U}{R_4} = 0$$

整理得

$$U = \frac{\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} + \frac{E_3}{R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}}$$

即结点电压公式

$$U = \frac{\sum \frac{E}{R}}{\sum \frac{1}{R}}$$

注意：

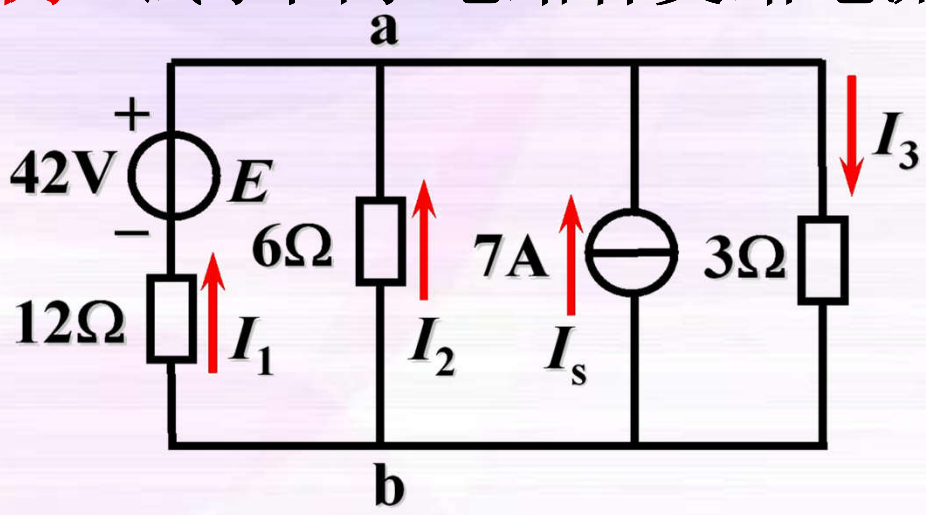
(1) 上式仅适用于两个结点的电路。

(2) 分母是各支路电导之和, 恒为正值；

分子中各项可以为正，也可以可负。

(3) 当电动势E 与结点电压的参考方向相反时取正号，相同时则取负号，而与各支路电流的参考方向无关。

例1:试求图示电路各支路电流。



解: (1) 求结点电压 U_{ab}

$$U_{ab}=\frac{\dfrac{E}{R}+I_S}{\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}+\dfrac{1}{R_3}}$$

I_S与U_{ab}的参考方向相反取正号, 反之取负号。

$$U_{ab}=\frac{\dfrac{42}{12}+7}{\dfrac{1}{12}+\dfrac{1}{6}+\dfrac{1}{3}}\text{V}$$

$$=18\ \text{V}$$

(2) 应用欧姆定律求各电流

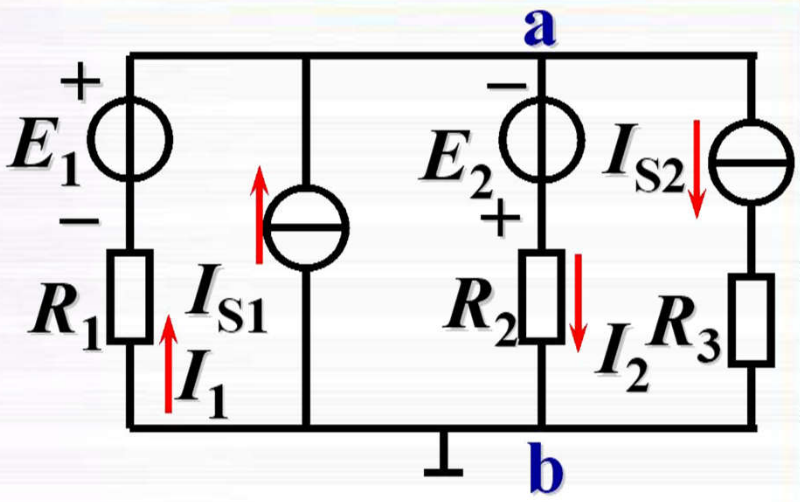
$$I_1=\frac{42-U_{ab}}{12}=\frac{42-18}{12}\text{A}=2\text{A}$$

$$I_2=-\frac{U_{ab}}{6}=-\frac{18}{6}\text{A}=-3\text{A}$$

$$I_3=\frac{U_{ab}}{3}=\frac{18}{3}=6\text{A}$$

例2：电路如图，已知：

E_1=50 V、E_2=30 V、I_{S1}=7 A、I_{S2}=2 A、R_1=2 Ω、R_2=3 Ω、R_3=5 Ω。试求：结点电压U_{ab}及各电源元件的功率。



解：(1) 求结点电压 U_{ab}

$$U_{ab}=\frac{\dfrac{E_1}{R_1}-\dfrac{E_2}{R_2}+I_{S1}-I_{S2}}{\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}}=\frac{\dfrac{50}{2}-\dfrac{30}{3}+7-2}{\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}}\text{V}$$

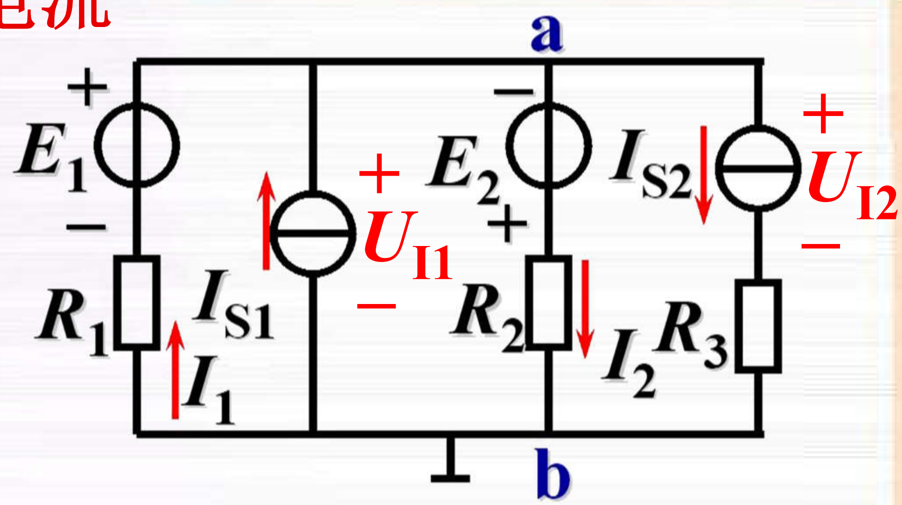
$$=24\text{V}$$

注意：恒流源支路的电阻R_3对电流不起作用。

(2) 应用 Ω 定律求各电压源电流

$$I_1=\frac{E_1-U_{ab}}{R_1}=\frac{50-24}{2}=13\ \text{A}$$

$$I_2=\frac{E_2+U_{ab}}{R_2}=\frac{30+24}{3}=18\ \text{A}$$



(3) 求各电源元件的功率

$P_{E1}=E_1\,I_1=50\times 13=650\ \text{W}$

（因电流 I_1 从E_1的 "+"端流出，所以发出功率）

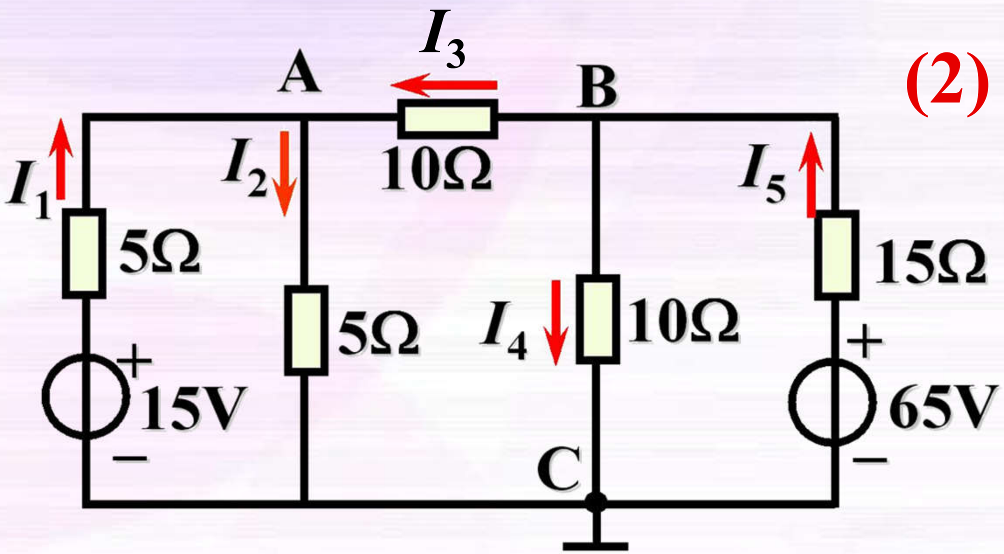
$P_{E2}=E_2\,I_2=30\times 18=540\ \text{W}$ （发出功率）

$P_{I1}=U_{I1}\,I_{S1}=U_{ab}\,I_{S1}=24\times 7=168\ \text{W}$（发出功率）

$P_{I2}=U_{I2}\,I_{S2}=(U_{ab}-I_{S2}R_3)\,I_{S2}=14\times 2=28\ \text{W}$

（因电流 I_{S2} 从U_{I2}的 "–"端流出，所以取用功率）

例3: 计算电路中A、B 两点的电位。C点为参考点。



(2) 应用欧姆定律求各电流

$$I_1 = \frac{15 - V_A}{5} \qquad I_2 = \frac{V_A}{5}$$

$$I_3 = \frac{V_B - V_A}{10} \qquad I_4 = \frac{V_B}{10}$$

$$I_5 = \frac{65 - V_B}{15}$$

解: (1) 应用KCL对结点A和 B列方程

$$\begin{cases} I_1 - I_2 + I_3 = 0 \\ I_5 - I_3 - I_4 = 0 \end{cases}$$

(3) 将各电流代入KCL方程，整理后得

$$\begin{cases} 5V_A - V_B = 30 \\ -3V_A + 8V_B = 130 \end{cases}$$

解得: $V_A = 10\text{V}$

$V_B = 20\text{V}$

第2章 电路的分析方法

2.1 电阻串并联连接的等效变换

2.2 电阻星型联结与三角型联结的等效变换

2.3 电源的两种模型及其等效变换

2.4 支路电流法

2.5 结点电压法

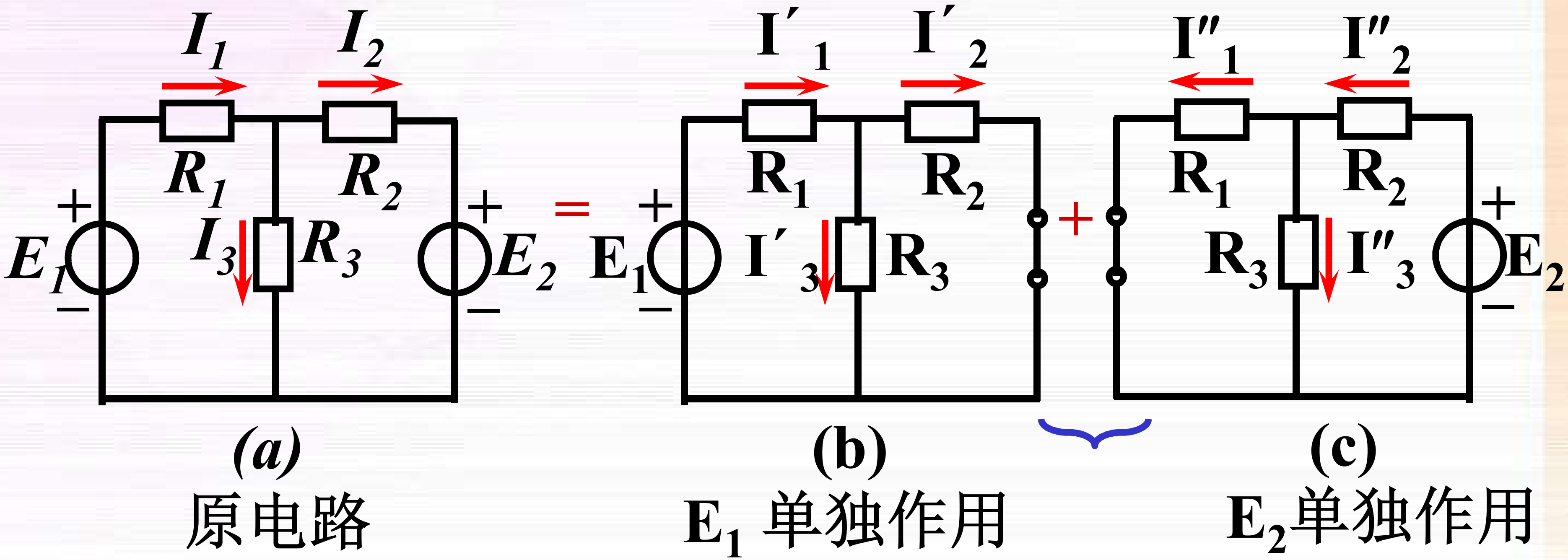
2.6 叠加定理

2.7 戴维宁定理与诺顿定理

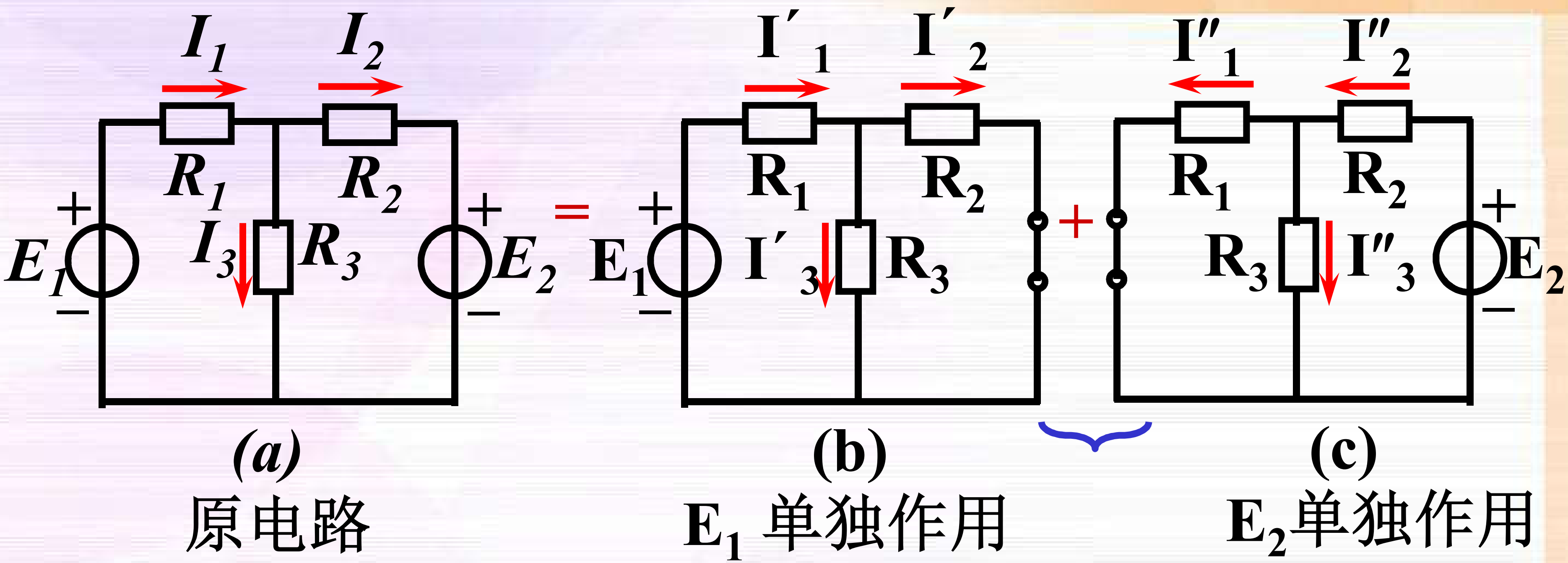
2.8 受控电源电路的分析

2.6 叠加原理

叠加原理：对于**线性电路**，任何一条支路的电流，都可以看成是由电路中各个电源（电压源或电流源）分别作用时，在此支路中所产生的电流的代数和。



叠加原理

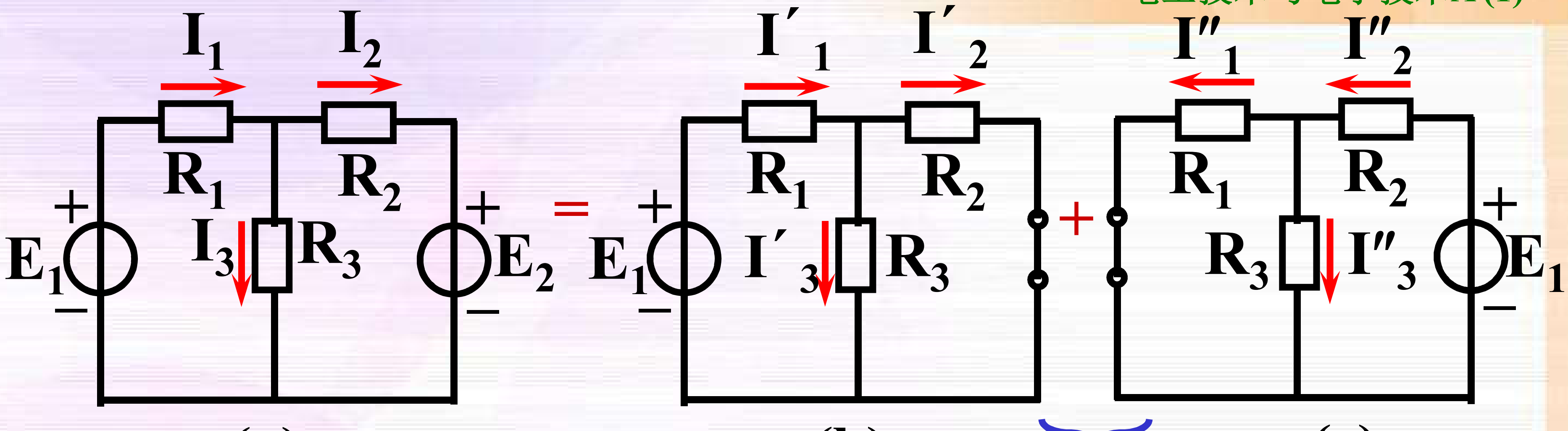


由图 (b)，当E_1单独作用时

$$I'_1=\frac{E_1}{R_1+R_2 /\!/ R_3}=\frac{R_2+R_3}{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}E_1$$

由图 (c)，当E_2单独作用时

$$I''_1=\frac{R_3}{R_1+R_3}\times\frac{E_2}{R_2+R_1 /\!/ R_3}=\frac{R_3}{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}E_2$$



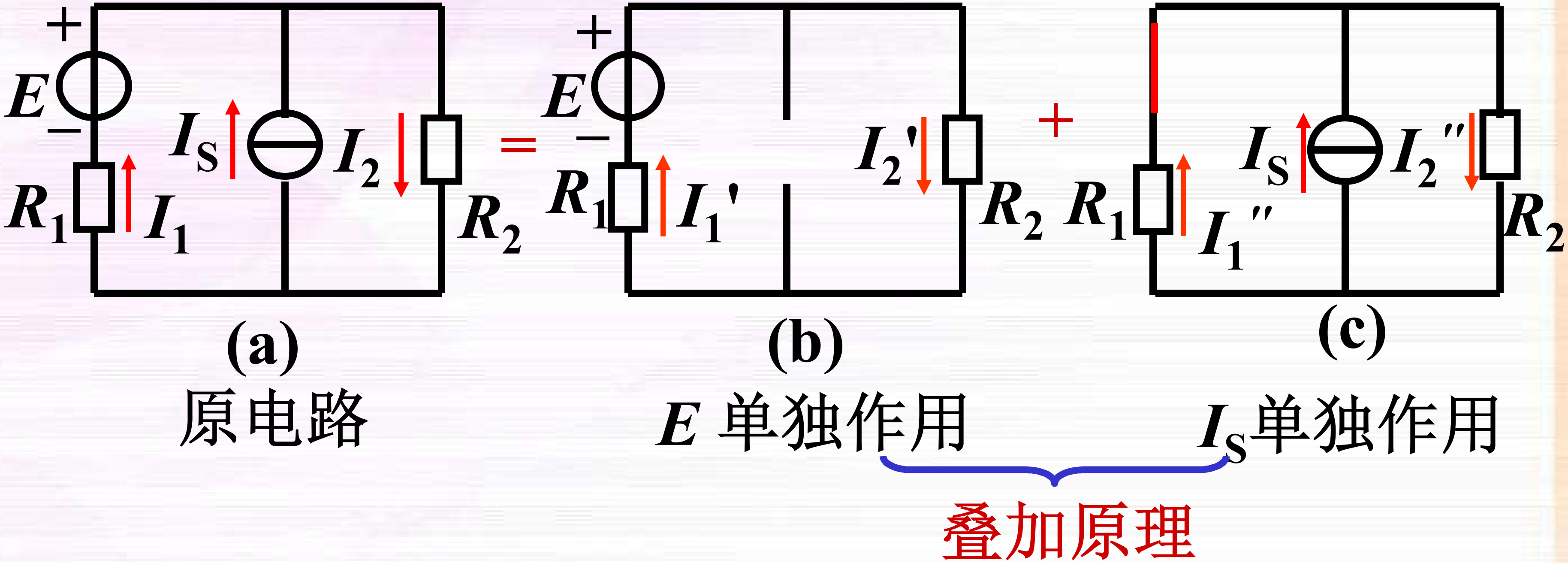
(a)
原电路

(b)
E1 单独作用

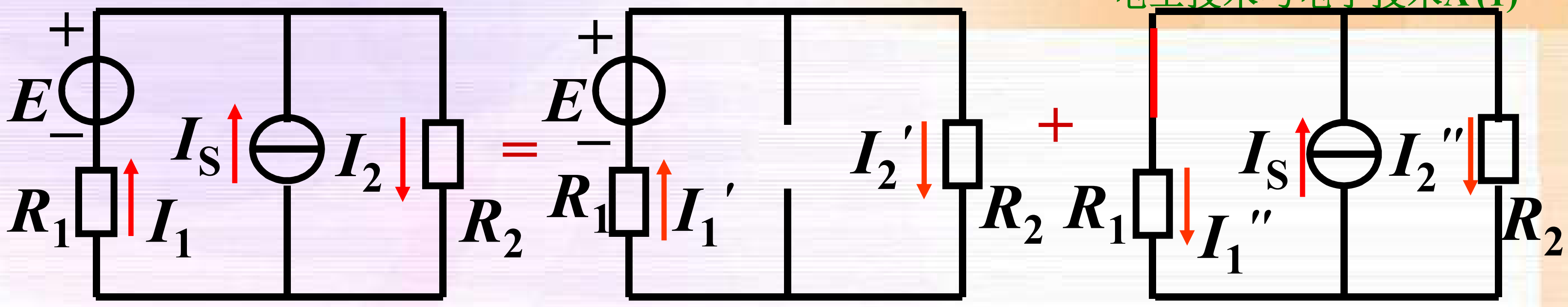
(c)
E2单独作用

$$I_1 = \left(\frac{R_2 + R_3}{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}\right)E_1 - \left(\frac{R_3}{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}\right)E_2$$

同理： $I_2 = I_2' - I_2''$ $\quad I_3 = I_3' + I_3''$



E
+
−
R1
I1
IS
I2
R2
=
(a)
原电路
E
+
−
R1
I1'
I2'
R2
+
(b)
E 单独作用
R1
I1''
IS
I2''
R2
(c)
IS单独作用
叠加原理



(a) 原电路 (b) E 单独作用 (c) I_S单独作用

由图 (b)，当E 单独时

$$I_1' = I_2' = \frac{E}{R_1 + R_2}$$

由图 (c)，当 I_S 单独时

$$I_1'' = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I_S \qquad I_2'' = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I_S$$

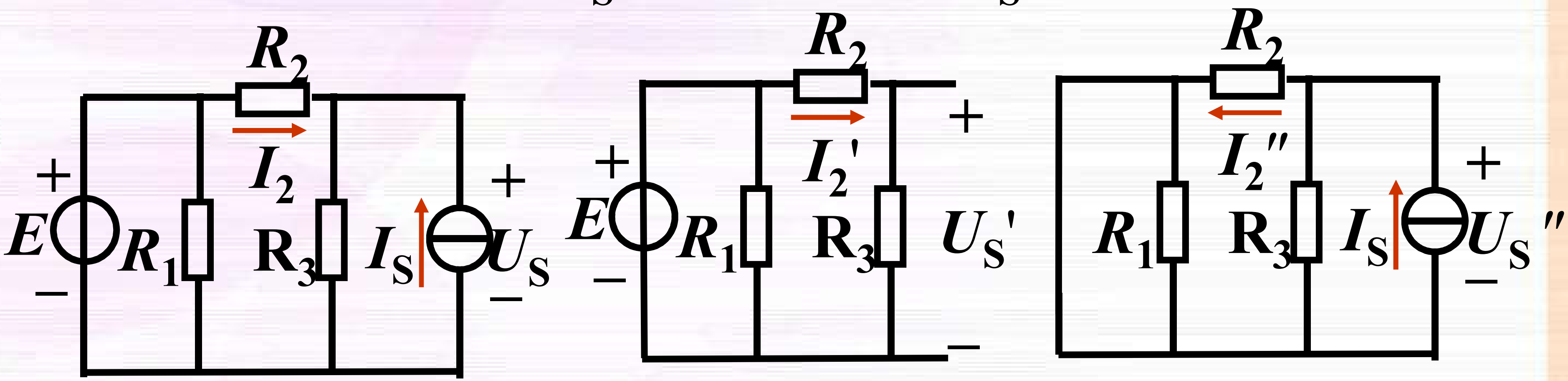
根据叠加原理

$$I_1 = I_1' - I_1'' = \frac{E}{R_1 + R_2} - \frac{R_2}{R_1 + R_2} I_S$$

同理：

$$I_2 = I_2' + I_2'' = \frac{E}{R_1 + R_2} + \frac{R_1}{R_1 + R_2} I_S$$

例： 电路如图，已知 E =10V、I_S=1A，R_1=10Ω R_2= R_3= 5Ω，试用叠加原理求流过 R_2的电流 I_2 和理想电流源 I_S 两端的电压 U_S。



(a)

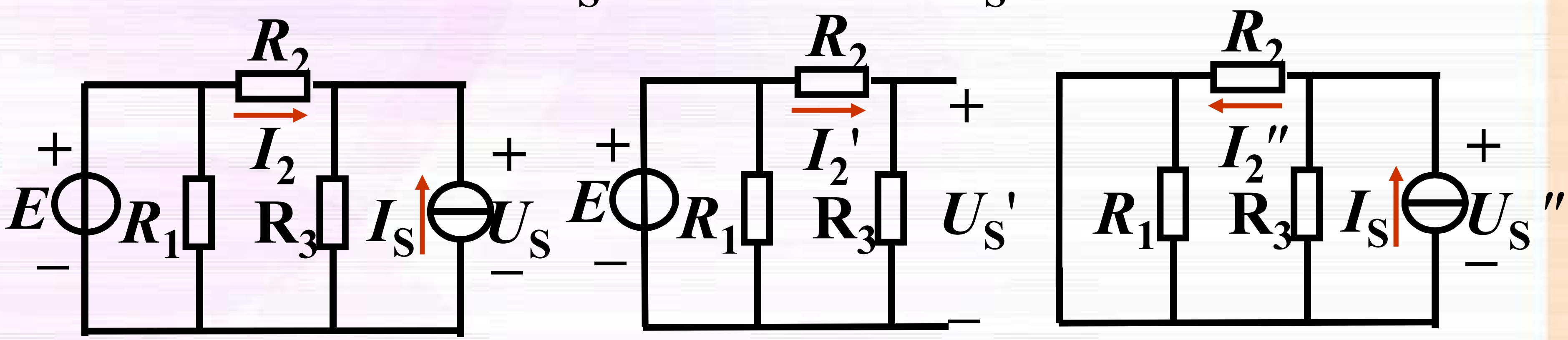
(b) E单独作用 将 I_S 断开

(c) I_S单独作用 将 E 短接

解：由图(b) $I_2' = \dfrac{E}{R_2 + R_3} = \dfrac{10}{5+5} = 1\text{A}$

$$U_S' = I_2' R_3 = 1 \times 5\text{V} = 5\text{V}$$

例：电路如图，已知 E =10V、I_S=1A，R_1=10Ω
R_2= R_3= 5Ω，试用叠加原理求流过 R_2的电流 I_2 和理想电流源 I_S 两端的电压 U_S。



(a)　　(b) E单独作用　　(c) I_S单独作用

解：由图(c)

$$I_2'' = \frac{R_3}{R_2 + R_3} I_S = \frac{5}{5+5} \times 1 = 0.5\text{A}$$

$$U_S'' = I_2'' R_2 = 0.5 \times 5\text{V} = 2.5\text{V}$$

$$\therefore I_2 = I_2' - I_2'' = 1 - 0.5 = 0.5\text{A}$$

$$U_S = U_S' + U_S'' = 5 + 2.5 = 7.5\text{V}$$

注意事项:

1. 叠加原理只适用于线性电路。
2. 线性电路的电流或电压均可用叠加原理计算，

   但功率P不能用叠加原理计算。例：

   $$P_1 = I_1^2 R_1 = (I_1' + I_1'')^2 R_1 \neq I_1'^2 R_1 + I_1''^2 R_1$$

3. 不作用电源的处理：

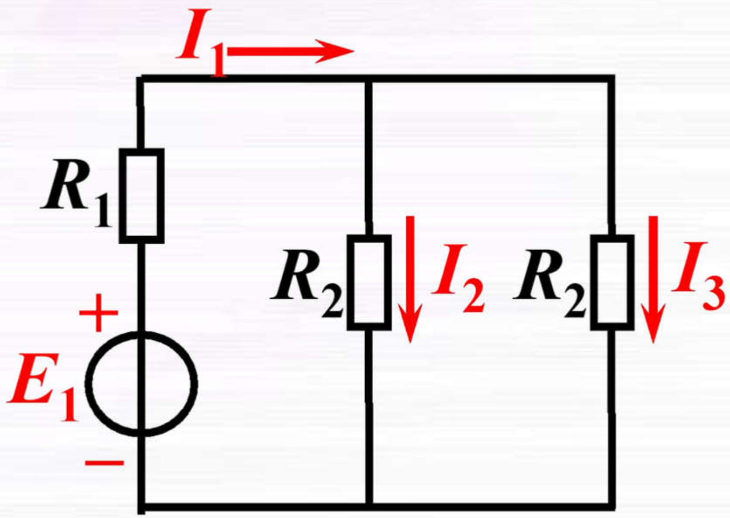
   $E = 0$，即将E短路；$I_s=0$，即将I_s开路。

4. 解题时要标明各支路电流、电压的参考方向。若分电流、分电压与原电路中电流、电压的参考方向相反时，叠加时相应项前要带负号。
5. 应用叠加原理时可把电源分组求解，即每个分电路中的电源个数可以多于一个。

齐性定理

只有一个电源作用的线性电路中，各支路的电压或电流和电源成正比。

如图：



可见：

若 E_1 增加 n 倍，各电流也会增加 n 倍。

第2章 电路的分析方法

2.1 电阻串并联连接的等效变换
2.2 电阻星型联结与三角型联结的等效变换
2.3 电源的两种模型及其等效变换
2.4 支路电流法
2.5 结点电压法
2.6 叠加定理
2.7 戴维宁定理与诺顿定理
2.8 受控电源电路的分析

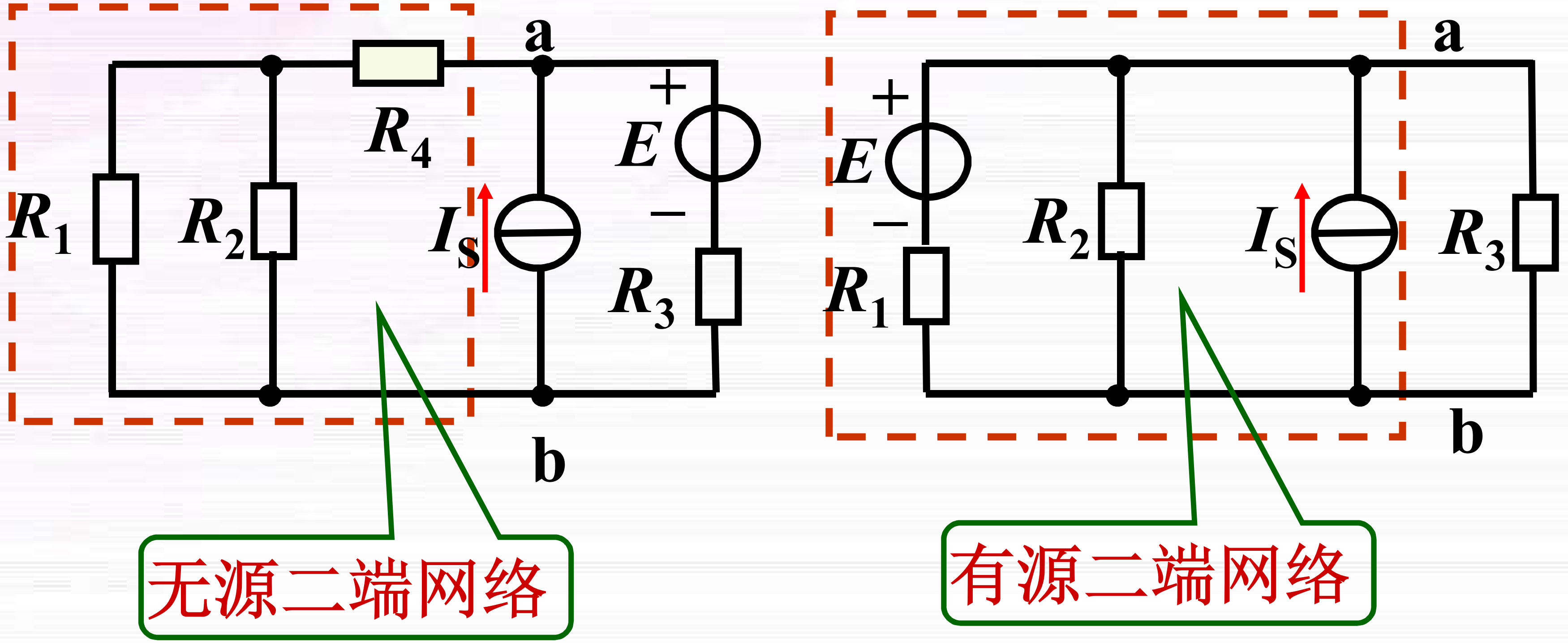
2.7 戴维宁定理与诺顿定理

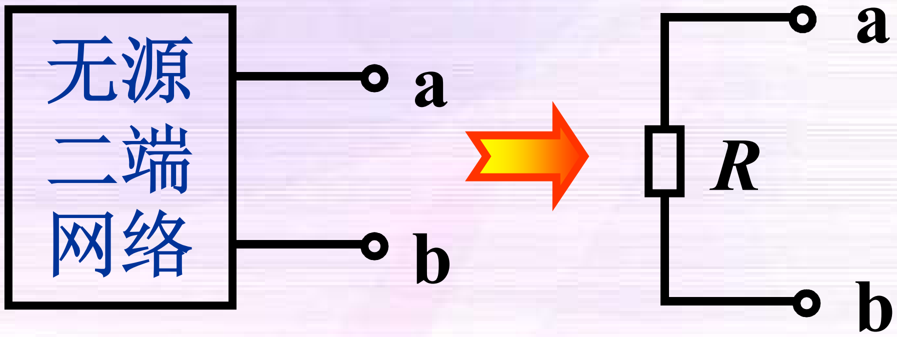
二端网络的概念：

二端网络：具有两个出线端的部分电路。

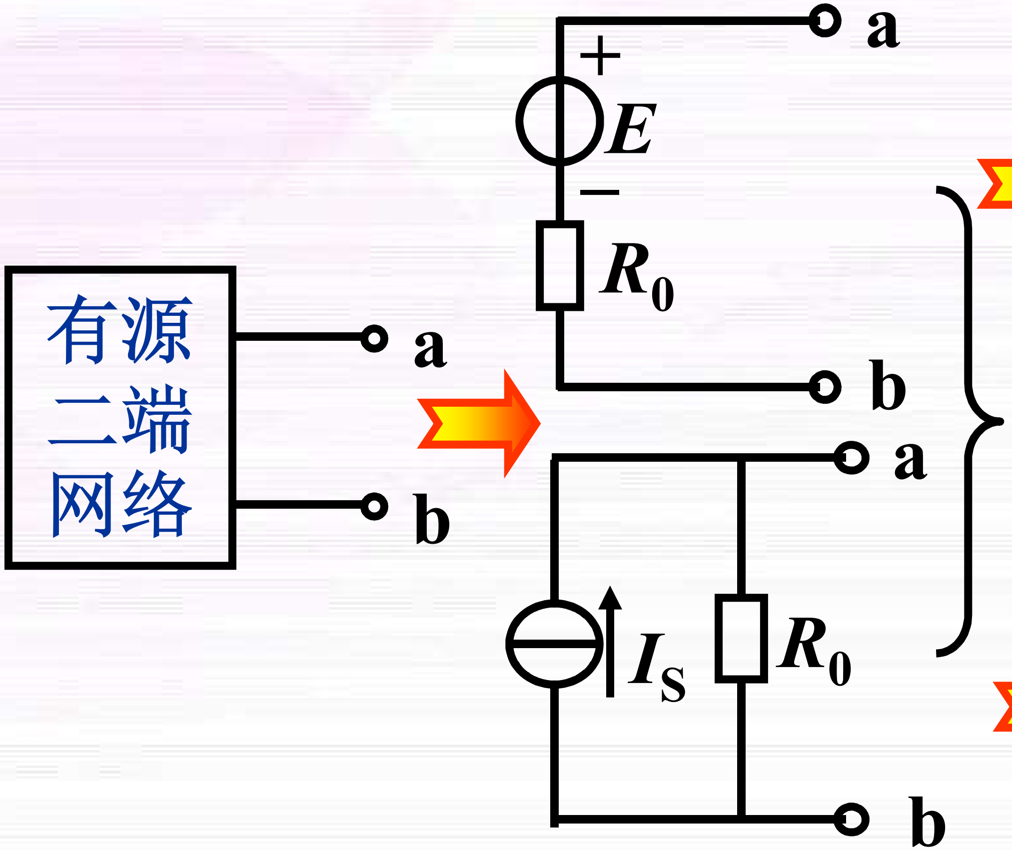
无源二端网络：二端网络中没有电源。

有源二端网络：二端网络中含有电源。





无源二端网络可
化简为一个电阻



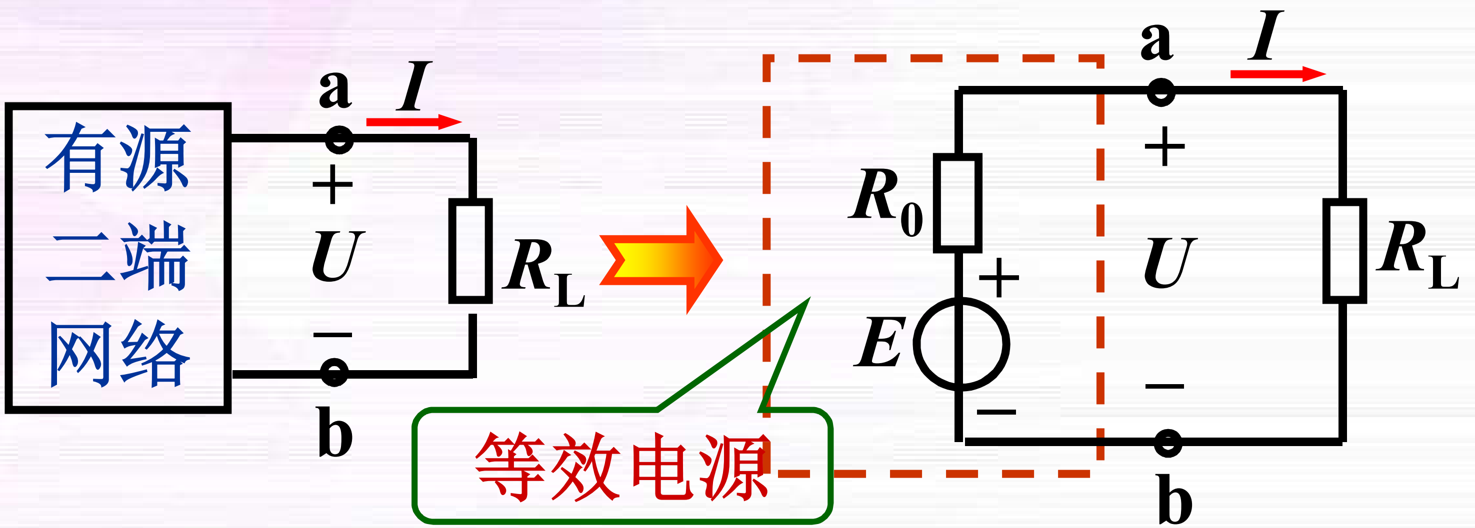
电压源
（戴维宁定理）

有源二端网络可
化简为一个电源

电流源
（诺顿定理）

2.7.1 戴维宁定理

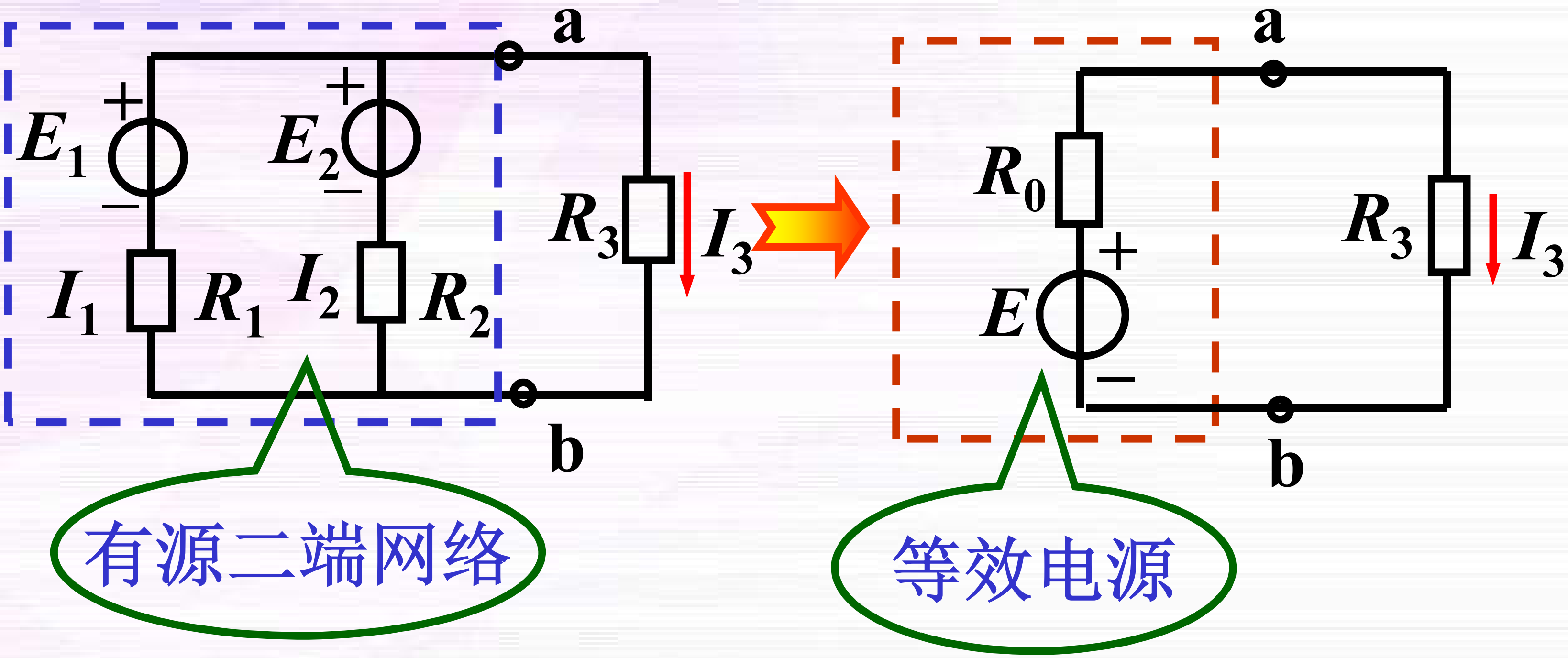
任何一个有源二端线性网络都可以用一个电动势为E的理想电压源和内阻 R_0 串联的电源来等效代替。



等效电源的电动势E 就是有源二端网络的开路电压U_0，即将负载断开后 a 、b两端之间的电压。

等效电源的内阻R_0等于有源二端网络中所有电源均除去（理想电压源短路，理想电流源开路）后所得到的无源二端网络 a 、b两端之间的等效电阻。

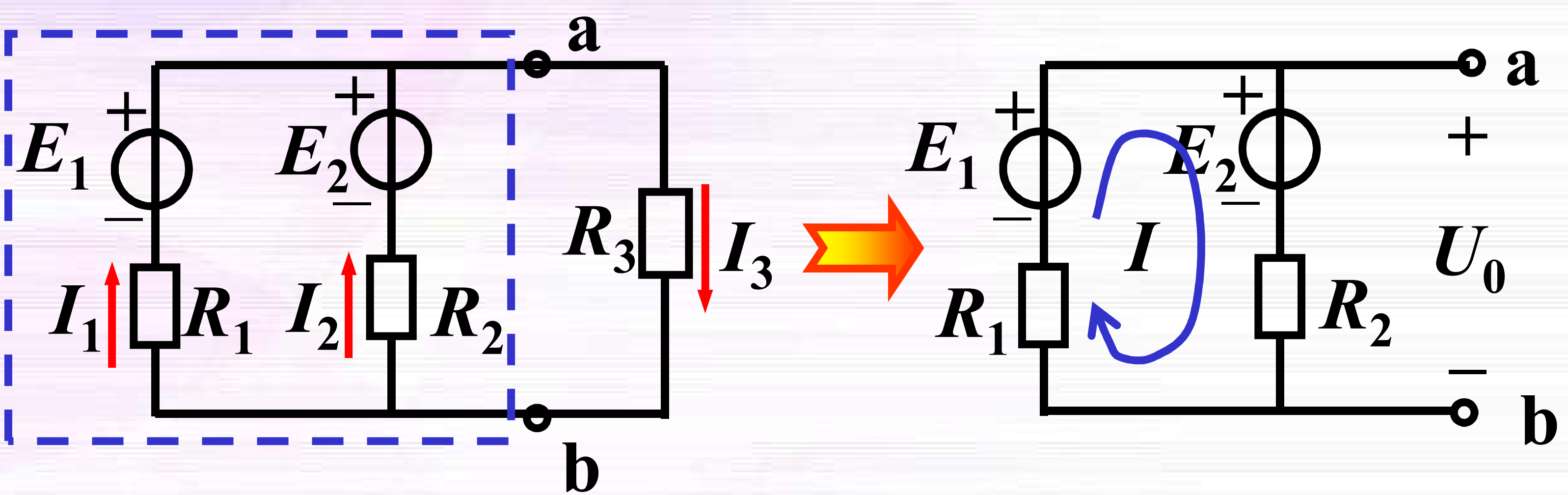
例1：电路如图，已知E_1=40V，E_2=20V，R_1=R_2=4Ω，R_3=13 Ω，试用戴维南定理求电流I_3。



注意：“等效”是指对端口外等效

即用等效电源替代原来的二端网络后，待求支路的电压、电流不变。

例1：电路如图，已知E_1=40V，E_2=20V，R_1=R_2=4Ω，R_3=13 Ω，试用戴维南定理求电流I_3。



解：1. 断开待求支路求等效电源的电动势 E

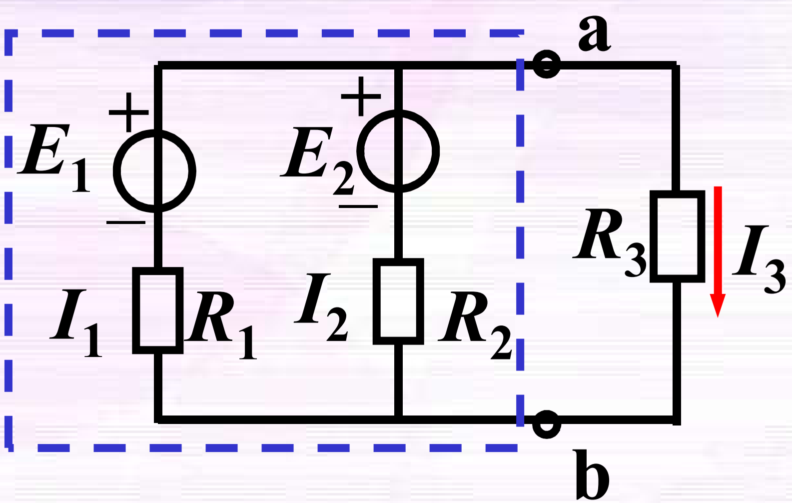
$$I = \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_2} = \frac{40-20}{4+4} = 2.5\ \text{A}$$

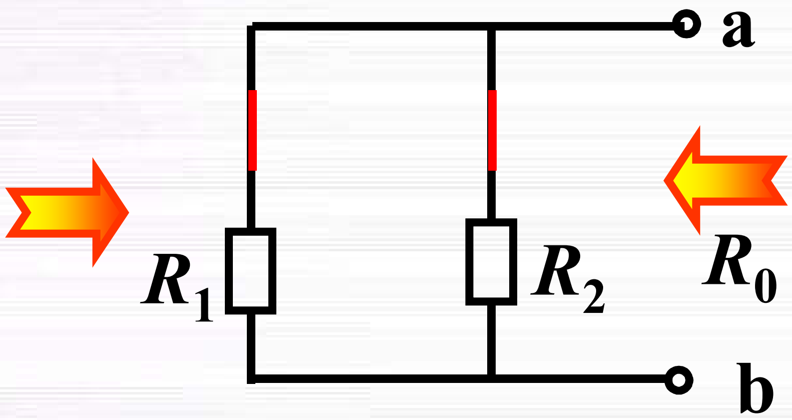
$$E = U_o = E_2 + I R_2 = 20 + 2.5 \times 4 = 30\text{V}$$

或：$$E = U_o = E_1 - I R_1 = 40 - 2.5 \times 4 = 30\text{V}$$

E 也可用叠加原理等其它方法求。

例1：电路如图，已知E_1=40V，E_2=20V，R_1=R_2=4Ω，R_3=13 Ω，试用戴维南定理求电流I_3。





解：2. 求等效电源的内阻R_0

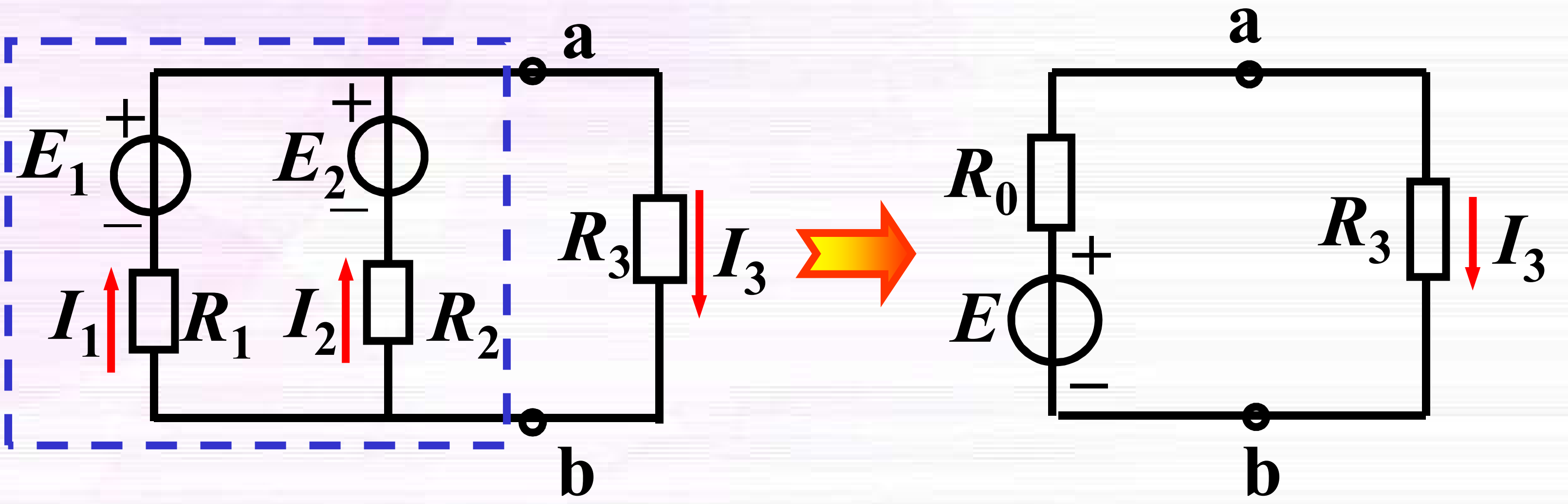
除去所有电源（理想电压源短路，理想电流源开路）

从a、b两端看进去，R_1 和 R_2 并联

$\therefore\ R_0 = R_1 // R_2 = 4 // 4 = 2\Omega$

求内阻R_0时，关键要弄清从a、b两端看进去时各电阻之间的串并联关系。

例1：电路如图，已知E_1=40V，E_2=20V，R_1=R_2=4Ω，R_3=13 Ω，试用戴维南定理求电流I_3。

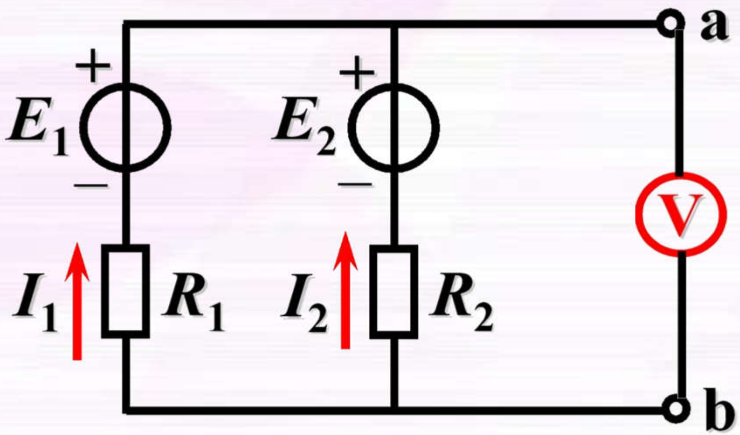


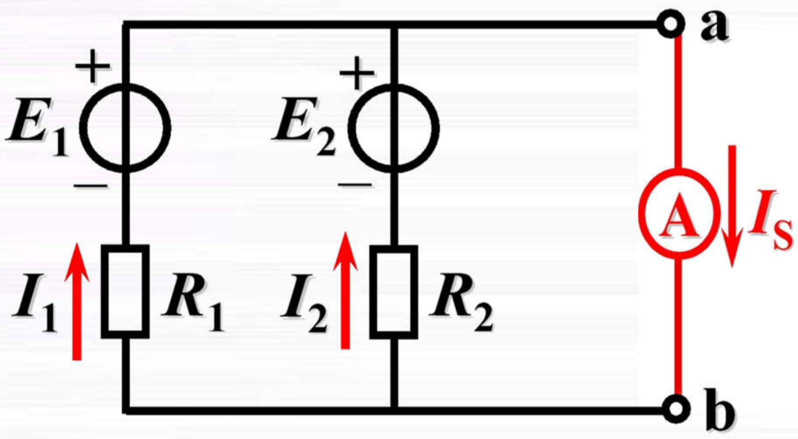
解：3. 画出等效电路求电流I_3

$$I_3 = \frac{E}{R_0 + R_3} = \frac{30}{2+13} = 2\ \text{A}$$

实验法求等效电阻

(1) 待求支路断开，测开路电压U_0



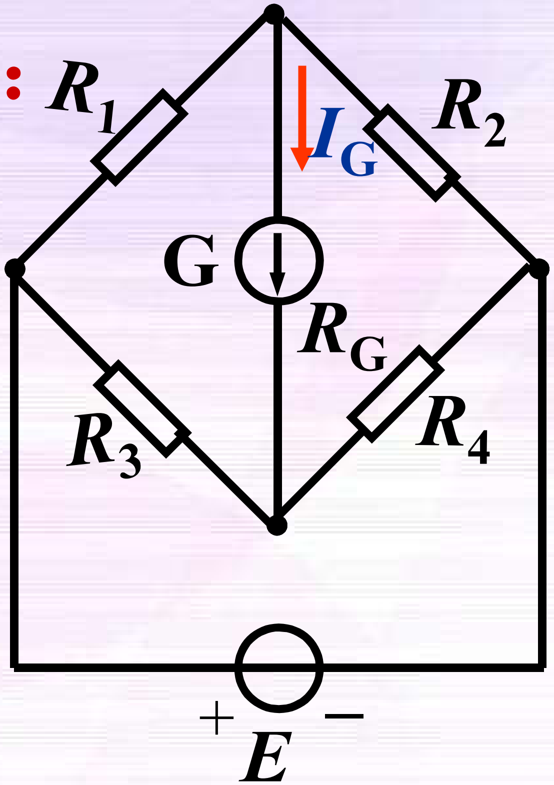


(2) 待求支路短接，测短路电流 I_S

(3) 计算等效电阻 R_0

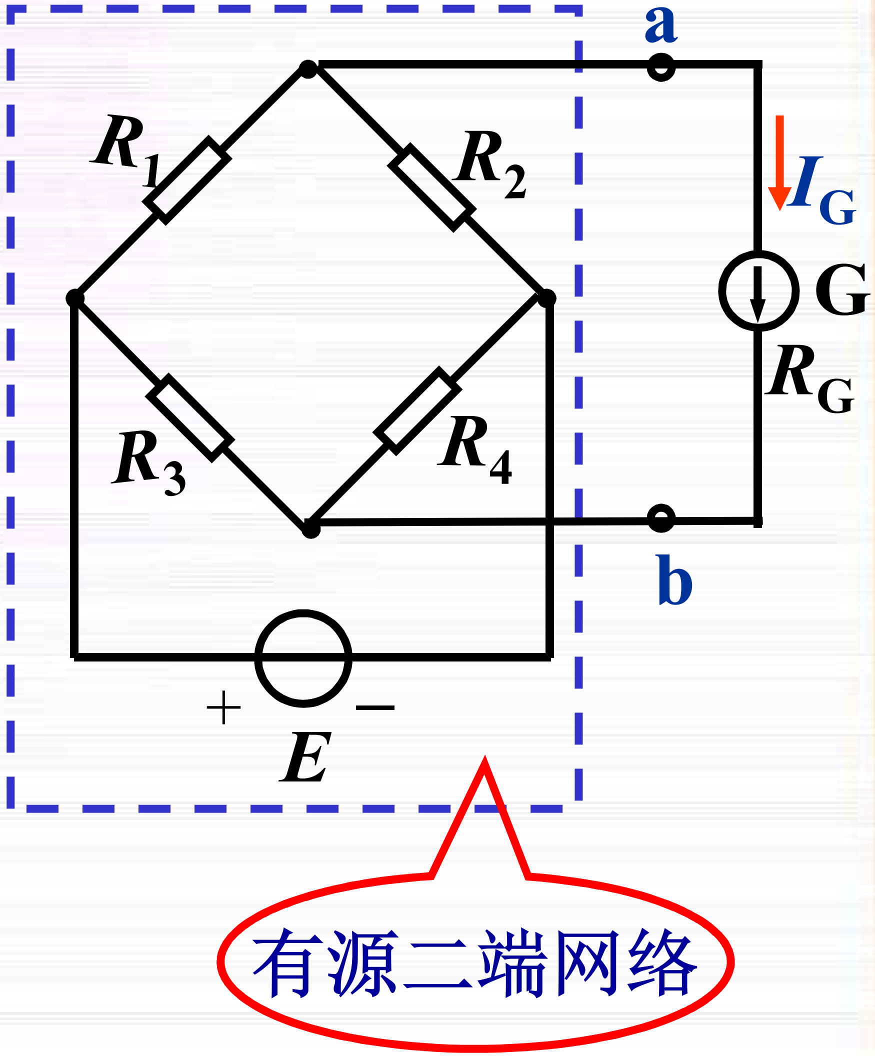
$$R_0=U_0/I_{SC}$$

例2：

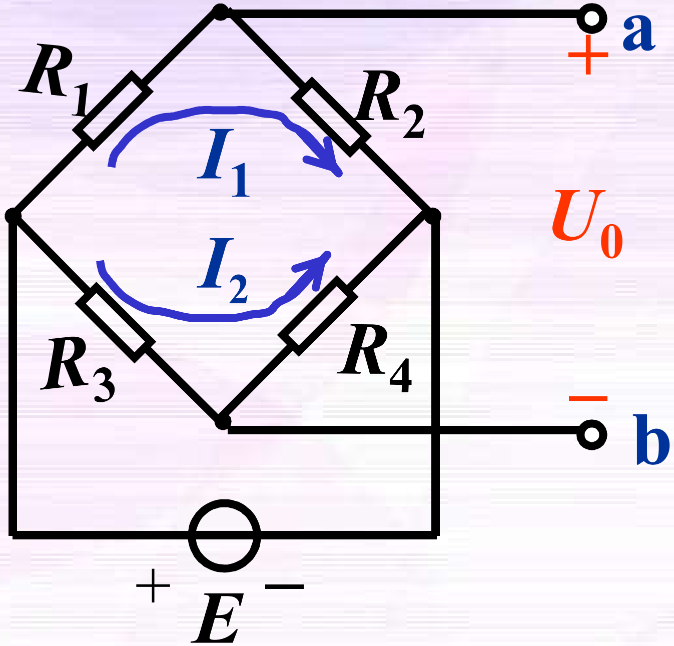


已知：R_1=5 Ω、 R_2=5 Ω
R_3=10 Ω、 R_4=5 Ω
E=12V、R_G=10 Ω

试用戴维宁定理求检流计中的电流I_G。



解：1. 求开路电压U_0



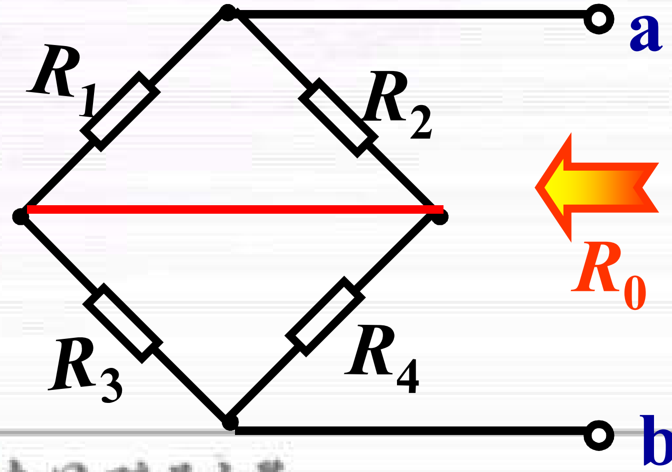
$$I_1 = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{12}{5+5} = 1.2\text{A}$$

$$I_2 = \frac{E}{R_3 + R_4} = \frac{12}{10+5} = 0.8\text{A}$$

$$E' = U_0 = I_1 R_2 - I_2 R_4$$
$$= 1.2 \times 5 - 0.8 \times 5 = 2\text{V}$$

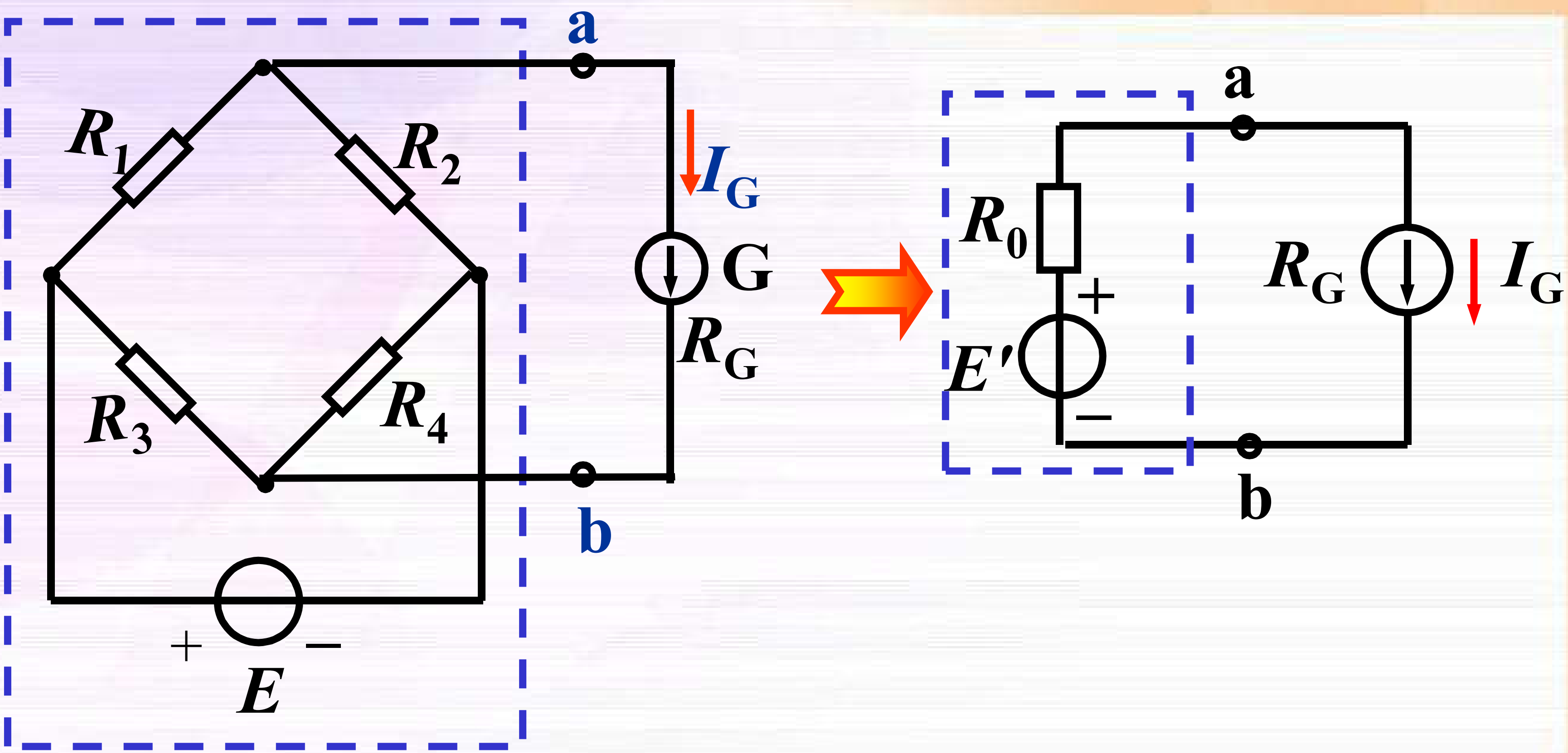
或：$E' = U_0 = I_2 R_3 - I_1 R_1$
$$= 0.8 \times 10 - 1.2 \times 5 = 2\text{V}$$

2. 求等效电源的内阻 R_0



从a、b看进去，R_1和R_2并联，R_3和 R_4并联，然后再串联。

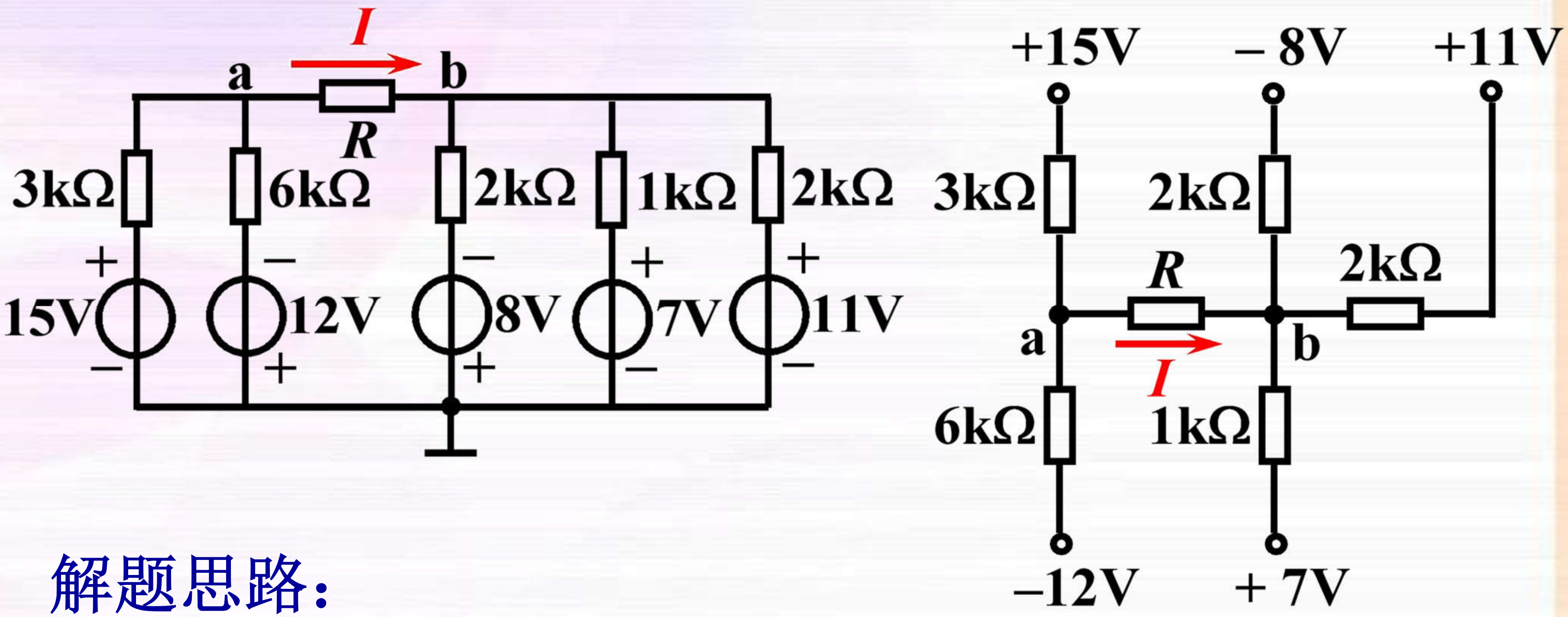
$$\therefore\ R_0 = (R_1 // R_2) + (R_3 // R_4)$$
$$= (5 // 5) + (10 // 5)$$
$$= 5.8\Omega$$



解：3. 画出等效电路求检流计中的电流 I_G

$$I_G = \frac{E'}{R_0 + R_G} = \frac{2}{5.8 + 10} = 0.126\ \text{A}$$

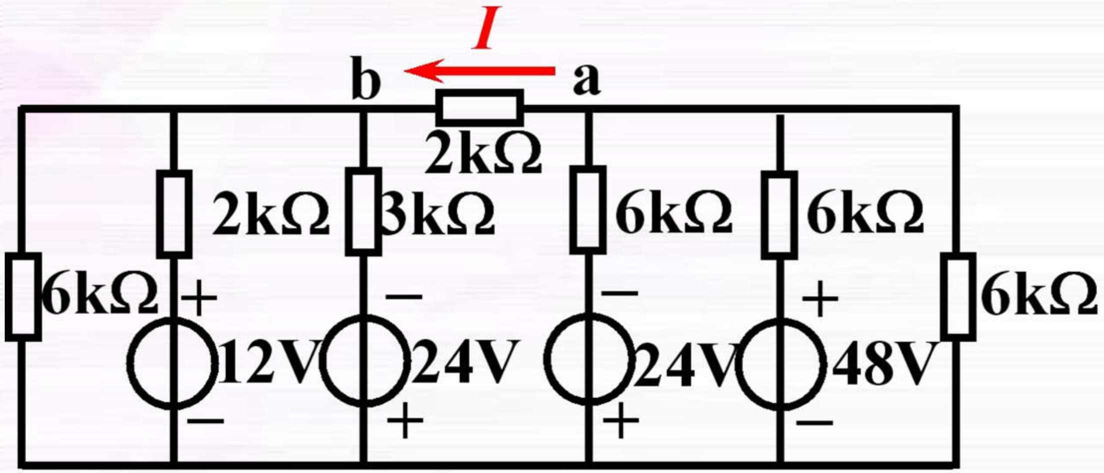
例3：电路如图, 求电阻 R中的电流 I, R_2= 2.5kΩ。



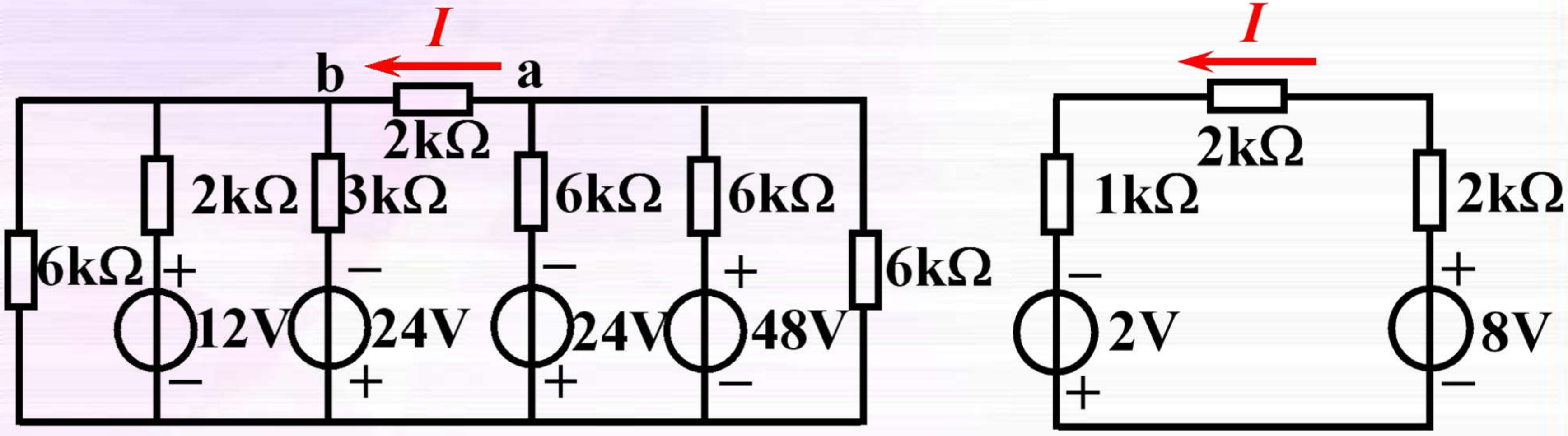
解题思路：

1. 将a、b间断开，求等效电动势 E。
   用节点法求U_{ao} 、U_{bo}, $E = U_{ao} - U_{bo}$。
2. 求等效电源的内阻R_0。
3. 接入电阻R，应用欧姆定律求电流 I 。

例4：电路如图, 求电阻 R中的电流 I。



例4：电路如图, 求电阻 R中的电流 I。

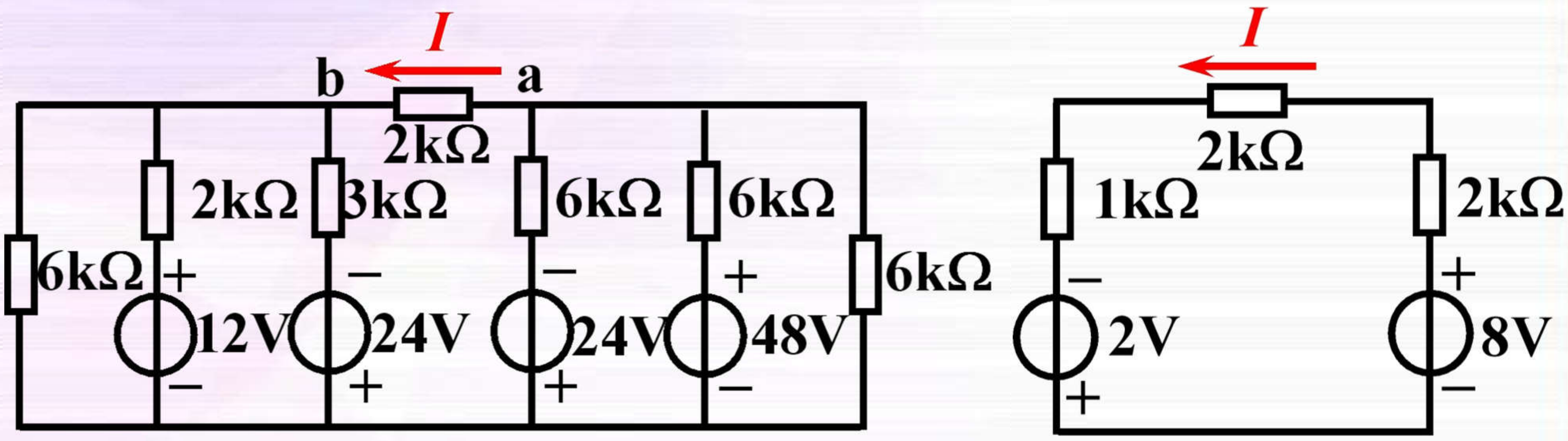


解：求等效电源的电动势和内阻

$$E_{01}=U_{\mathrm{b}}=\frac{-24/3+12/2}{1/6+1/2+1/3}=-2\mathrm{V} \qquad R_{01}=6\,//\,3\,//\,2=1\mathrm{k}\Omega$$

$$E_{02}=U_{\mathrm{a}}=\frac{-24/6+48/6}{1/6+1/6+1/6}=8\mathrm{V} \qquad R_{02}=6\,//\,6\,//\,6=2\mathrm{k}\Omega$$

例4：电路如图, 求电阻 *R*中的电流 *I*。

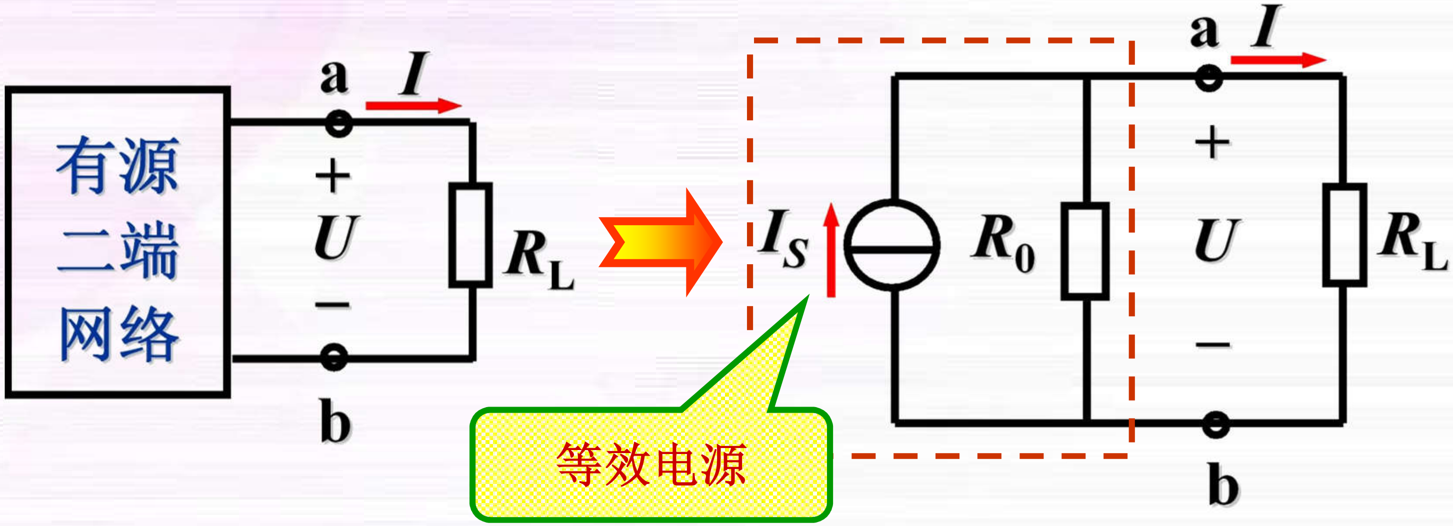


解：等效电路如图。

$$I=\frac{U_{\mathrm{a}}-U_{\mathrm{b}}}{(1+2+2)\times10^{3}}=\frac{8-(-2)}{5\times10^{3}}=2\mathrm{mA}$$

2.7.2 诺顿定理

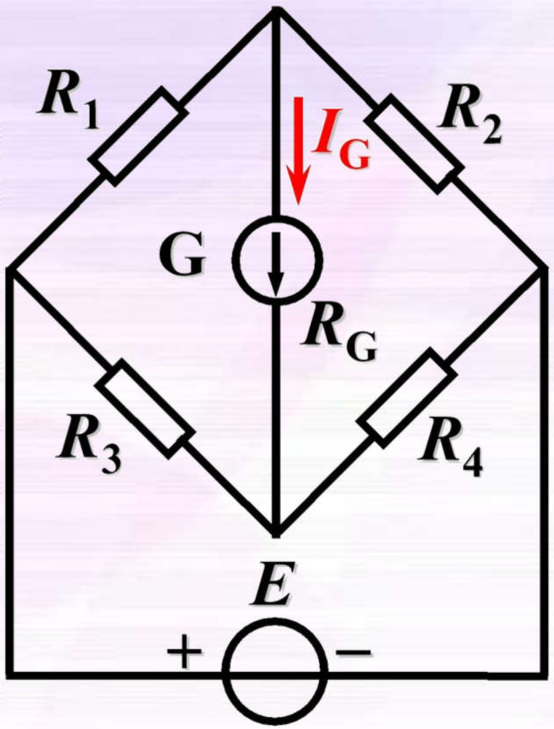
任何一个有源二端线性网络都可以用一个电流为I_S的理想电流源和内阻 R_0 并联的电源来等效代替。



等效电源的电流 I_S 就是有源二端网络的短路电流，即将 a 、b两端短接后其中的电流。

等效电源的内阻R_0等于有源二端网络中所有电源均除去(理想电压源短路，理想电流源开路) 后所得到的无源二端网络 a 、b两端之间的等效电阻。

例1:

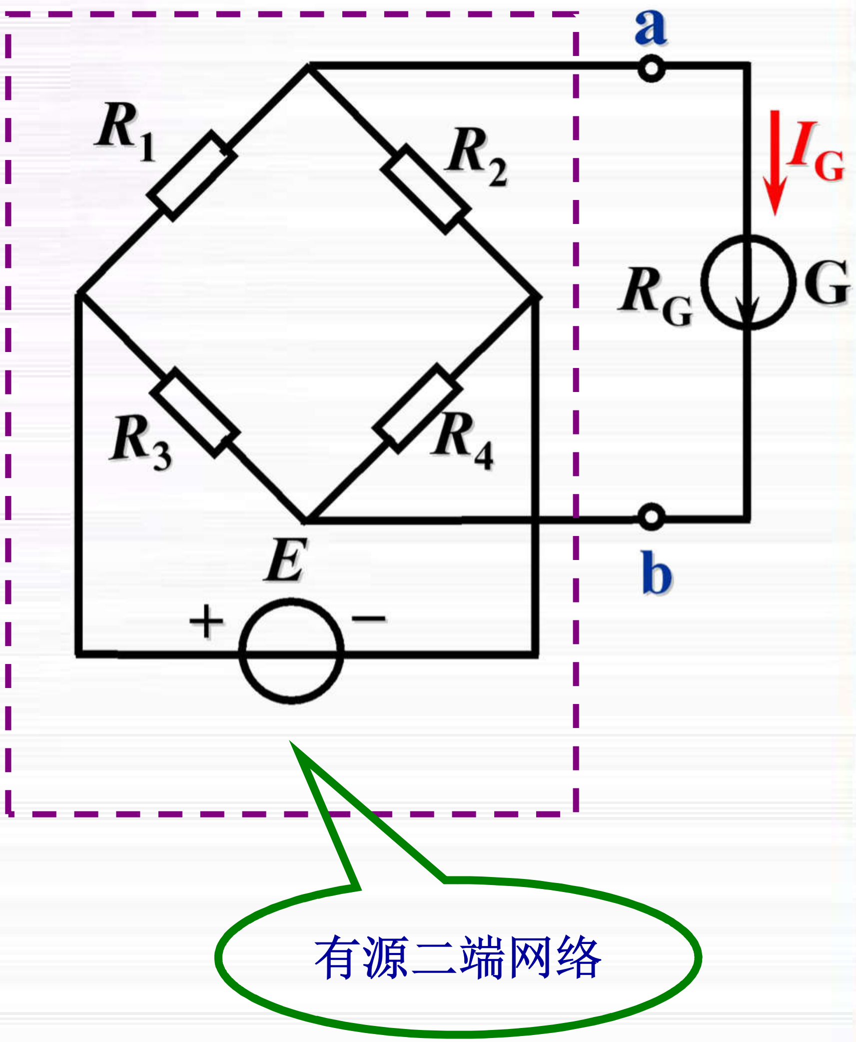


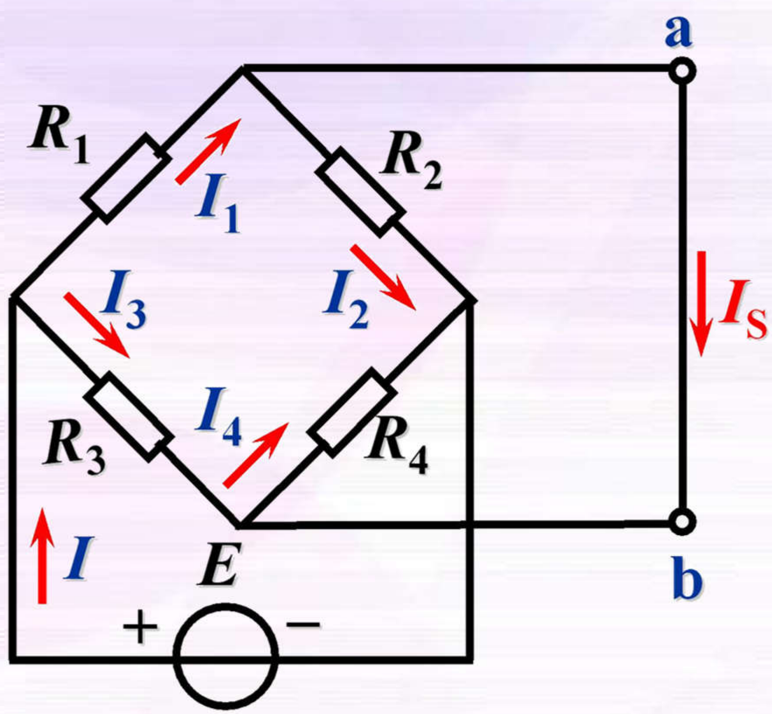
已知: R_1= 5 Ω、 R_2= 5 Ω

R_3=10 Ω、R_4= 5 Ω

E = 12V、R_G=10Ω

试用诺顿定理求检流计中的电流I_G。





因 a、b两点短接, 所以对电源 *E* 而言， R_1 和 R_3 并联, R_2 和 R_4 并联，然后再串联。

$$R=(R_1//R_3)+(R_2//R_4)$$
$$=5.8\Omega$$

$$I=\frac{E}{R}=\frac{12}{5.8}\text{A}=2.07\text{A}$$

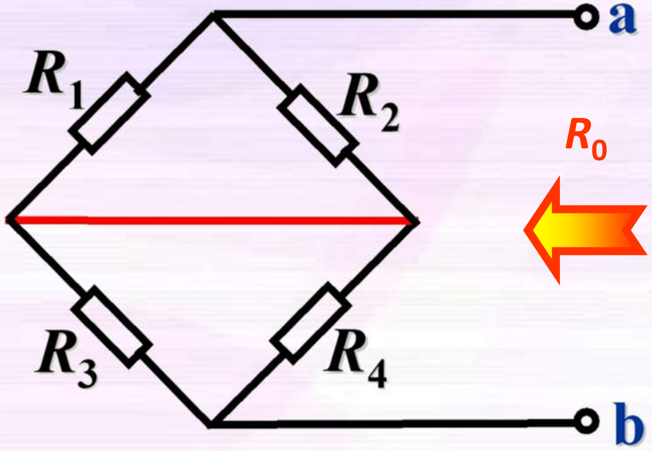
$$I_1=\frac{R_3}{R_1+R_3}I=\frac{10}{10+5}\times 2.07\text{A}$$
$$=1.38\text{A}$$

$$I_2=I_4=\frac{1}{2}I=1.035\text{A}$$

$$I_S=I_1-I_2$$
$$=1.38\text{A}-1.035\text{A}$$
$$=0.345\text{A}$$

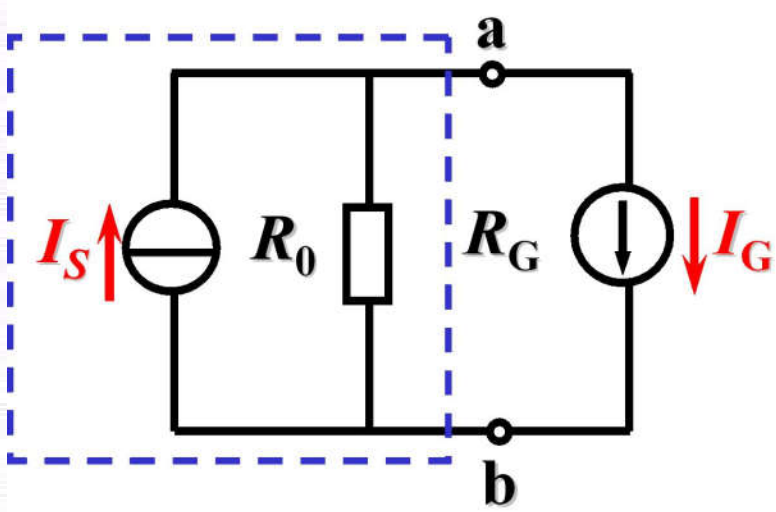
或： $I_S=I_4-I_3$

(2) 求等效电源的内阻 R_0



$$R_0 = (R_1 // R_2) + (R_3 // R_4)$$
$$= 5.8\Omega$$

(3) 画出等效电路求检流计中的电流 I_G



$$I_G = \frac{R_0}{R_0 + R_G} I_S$$
$$= \frac{5.8}{5.8+10} \times 0.345\text{A}$$
$$= 0.126\text{ A}$$

第2章 电路的分析方法

2.1 电阻串并联连接的等效变换
2.2 电阻星型联结与三角型联结的等效变换
2.3 电源的两种模型及其等效变换
2.4 支路电流法
2.5 结点电压法
2.6 叠加定理
2.7 戴维宁定理与诺顿定理
2.8 受控电源电路的分析

2.8 受控电源电路的分析

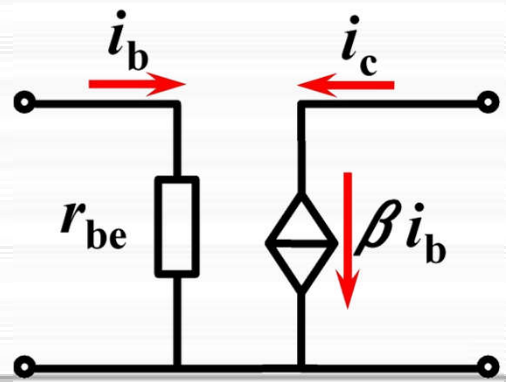
独立电源：指电压源的电压或电流源的电流不受外电路的控制而独立存在的电源。

受控电源：指电压源的电压或电流源的电流，是受电路中其它部分的电流或电压控制的电源。

受控电源的特点：当控制电压或电流消失或等于零时，受控电源的电压或电流也将为零。

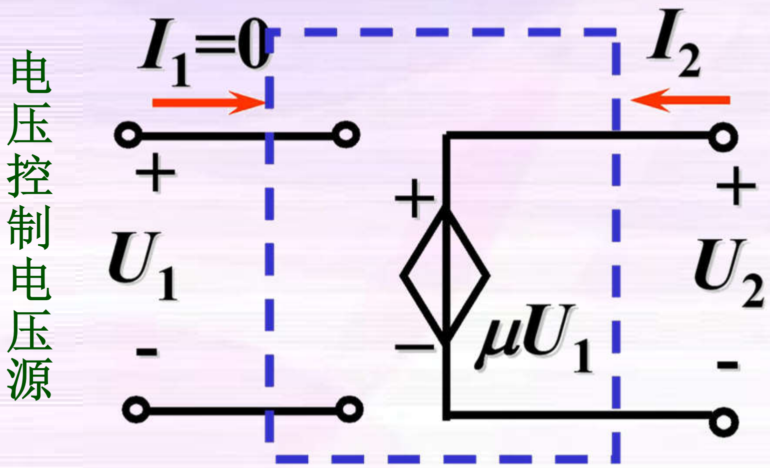
对含有受控电源的线性电路，可用前几节所讲的电路分析方法进行分析和计算，但要考虑受控电源的特性。

应用：用于晶体管电路的分析。

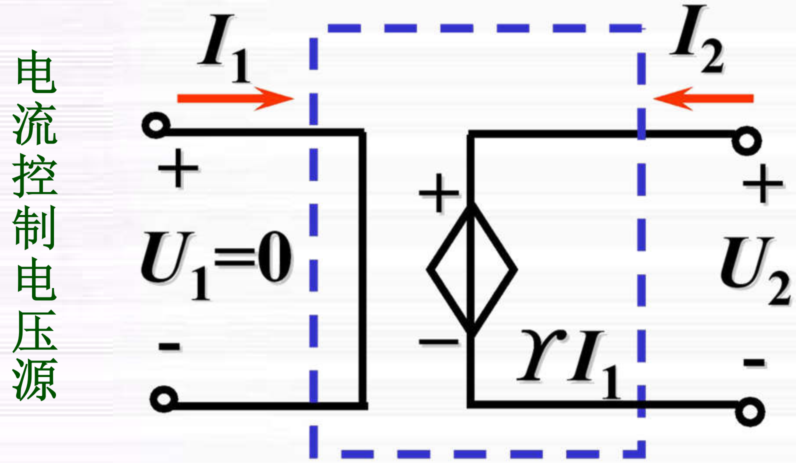


晶体管微变等效电路

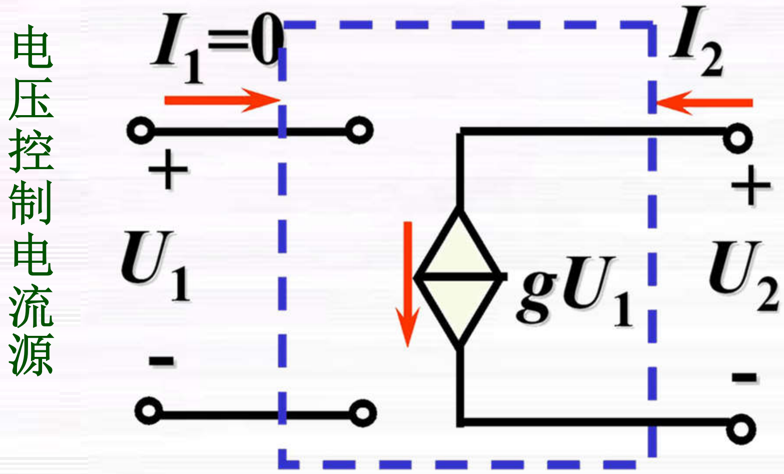
四种理想受控电源的模型



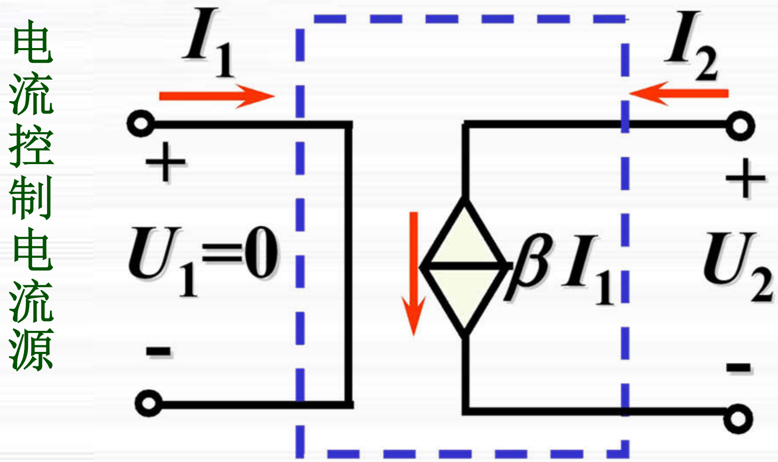
(a)VCVS



(b)CCVS

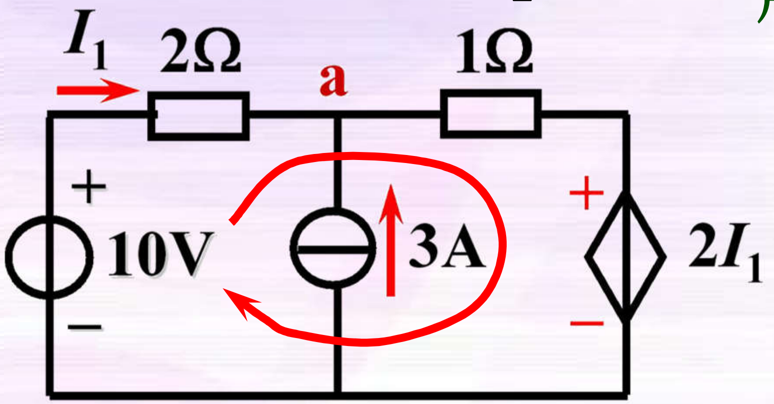


(c) VCCS



(d) CCCS

例1：试求电流 I_1 。



解法1：用支路电流法

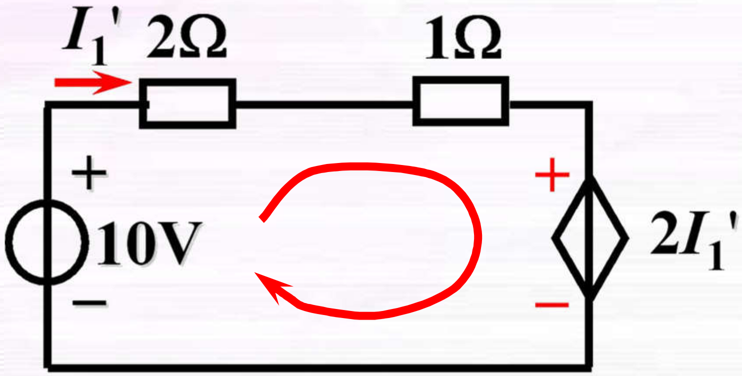
对结点 a：$I_1 + I_2 = -3$

对大回路：$2I_1 - I_2 + 2I_1 = 10$

解得：$I_1 = 1.4$ A

解法2：用叠加原理

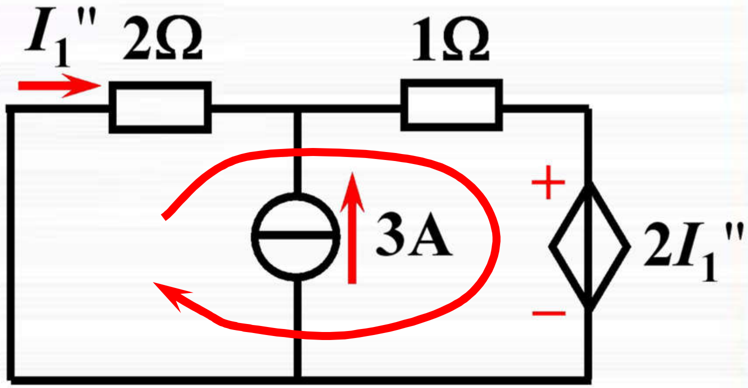
电压源作用：



$$2I_1' + I_1' + 2I_1' = 10$$

$$I_1' = 2\text{A}$$

电流源作用：



对大回路：

$$2I_1'' + (3 + I_1'')\times 1 + 2I_1'' = 0$$

$$I_1'' = -0.6\text{A}$$

$$I_1 = I_1' + I_1'' = 2 - 0.6 = 1.4\text{A}$$