

数据组号	飞机 1	飞机 2	飞机 3	飞机 4	飞机 5	飞机 6	总角度
1	0	0	2.819	0	0	0.819	3.63
2	0.922	0	1.541	-2.544	0	3.610	8.61

飞行管理问题约束条件的线性化

徐元军 曾九林 韩伟群

(中南林学院, 株州 412000)

指导教师: 潘冬光

编者按:本文从相对运动出发,给出了两架飞机不碰撞条件的几何描述,得到了两机不碰撞的方向角范围,并对有关条件作了线性化处理,从而使原来的非线性约束化为线性约束。其特点在于:对约束条件的简化,注意了保留在区域内不碰,在区域外碰撞的角度范围,考虑较为全面。当然,对这一条件还可有其他处理方式。此处发表的是该文有关部分的摘录,编者只增添了极少的语句,使文意联贯。

关键词:碰撞条件,约束条件。

$$\begin{aligned}x_i &= vt\cos(\theta_i^* + \Delta\theta_i) + x_{i0} & 0 \leq x_i \leq 160 \\y_i &= vt\sin(\theta_i^* + \Delta\theta_i) + y_{i0} & 0 \leq y_i \leq 160\end{aligned}$$

则飞机 i 与 j 间距离

$$d = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}$$

(x_i, y_i) 表示第 i 架飞机在 t 时刻的坐标

(x_{i0}, y_{i0}) 表示第 i 架飞机在 $t=0$ 时的坐标 ($i=1, 2, 3, 4, 5$; $j=i+1, i+2, \dots, 6$)

新进入飞机编号为 6。

考虑利用两架飞机在区域内的相对速度来判断飞机的碰撞条件。

θ_i 表示两点的连线为始边, i 为圆心逆时针旋转到 v_i 的角(在两点连线的左端反向为负)。

θ_j 表示以两点的连线为始边, j 为圆心顺时针旋转到 v_j 的角(在两点连线的右端), 反向为负。

θ_{ij} 表示由点 i 到圆 (以点 j 为圆心, 8 为半径的圆) 的切线与两点连线的夹角, ($\theta_i > \theta_j$)。

由计算可得合成速度角度

$$\theta = \begin{cases} \frac{\theta_i - \theta_j}{2} & \theta \leq \frac{\pi}{2} \\ \pi - \frac{\theta_i - \theta_j}{2} & \theta > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

因为区域内所有飞机的坐标和方向角都是确定的, 所以 $\theta_i, \theta, \theta_{ij}$ 都是确定的, 因此我们可以作出以下判断

i) 当 $\theta \leq 0$ 时两飞机不会碰撞。

ii) 当 $\theta > \theta_{ij}$ 时两飞机不会碰撞。

iii) 当 $0 < \theta < \theta_{ij}$ 时则必须对两飞机在区域内飞行的距离作讨论。

对每架飞机而言, 在 30° 的调整范围内, 它的坐标和原始方向角是确定的。所以我们可以求出每架飞机飞出此区域所用的最大可能时间 T_i 。

当 a 对 b 以 v_i 的速度飞行时, θ 是确定的。

$$\operatorname{tg} \theta (d - OB) = \sqrt{8^2 - OB^2}$$

式中 $\operatorname{tg} \theta, d$ 都是定值, 可解出 OB

当 $VT_i \cos \theta < (d - OB)$ 时, 飞机 i 和 j 就不会相碰

我们为了简化后面规划的约束条件, 可以把此处的约束放宽一些 (因为上式中的 T_i 是比较强的约束)

$$vT_i \cos \theta < \sqrt{d^2 - 8^2}, \text{ 所以 } \theta < \arccos \frac{\sqrt{d^2 - 8^2}}{vT_i}$$

综上所述, 有:

i) 当 $\theta \leq 0$ 或者 $\theta > \theta_{ij}$ 时, 两飞机不碰撞。

ii) 当 $0 < \theta < \theta_{ij}$, 且 $\theta < \arccos \frac{\sqrt{d^2 - 8^2}}{vT_i}$ 时, 两飞机不碰撞。

我们可以看出判断条件的表达式对 θ_i 来说是线性的, 所以对于变化后的 $\theta_i = \theta_i + \Delta \theta_i$ 来说是线性的, 对 θ_j 也是线性的。因此可以将约束条件近似为:

$$\begin{cases}
\frac{\theta_i - \theta_j}{2} + \frac{\Delta\theta_i - \Delta\theta_j}{2} > \theta_{ij} - ZM - YM \\
\pi - \frac{\theta_i - \theta_j}{2} - \frac{\Delta\theta_i - \Delta\theta_j}{2} > \theta_{ij} - (1 - Z)M - YM \\
\frac{\theta_i - \theta_j}{2} + \frac{\Delta\theta_i - \Delta\theta_j}{2} > \arccos \frac{\sqrt{d^2 - 8^2}}{vT_i} - ZM - YM \\
\pi - \frac{\theta_i - \theta_j}{2} - \frac{\Delta\theta_i - \Delta\theta_j}{2} > \arccos \frac{\sqrt{d^2 - 8^2}}{vT_i} (1 - Z)M - YM \\
\Delta\theta_i - \Delta\theta_j = 0 + (Y - 1)M \\
\frac{\theta_i - \theta_j}{2} - \frac{\Delta\theta_i - \Delta\theta_j}{2} < \arccos \frac{\sqrt{d^2 - 8^2}}{rT_i} + ZM + (Y - 1)M \\
\pi - \frac{\theta_i - \theta_j}{2} - \frac{\Delta\theta_i - \Delta\theta_j}{2} < \arccos \frac{\sqrt{d^2 - 8^2}}{vT_i} + (1 - Z)M + (Y - 1)M
\end{cases}$$

(式中 $Z=1,0$ $y=1,0$ $M=10000$ $i=1,2,\dots,n-1$, $j=i+1,\dots,n$)

飞行管理问题的线性规划模型

孙旭山 魏 华 吕晓光

(清华大学, 北京 100084)

编者按:这份答卷的作者没有参加全国的竞赛,而是按照同样的题目和要求参加了学校的竞赛。全国评委会的同志在评阅完全国的优秀答卷后审阅了本文,一致认为该文很有特色,特予发表。

对本题一般都是建立了非线性规划模型,直接求解很困难。该文不仅运用相对速度将不相撞的约束条件线性化(对调整角改变量线性),而且经过合理的选择将目标函数也线性化,从而将整个问题成功地简化为线性规划模型。另外该文表述清晰,证明简洁。

关键词:线性规划,相对速度

一、数学模型

1. 模型假设

(1) 新飞机进入边缘时,立即作出计算,每架飞机按照计算机计算后的指示立即作方向角改变(有的飞机方向角可不变)。