

文章编号: 1000-6893(2007)04-0806-07

# 基于自适应模拟退火遗传算法的 月球软着陆轨道优化

朱建丰, 徐世杰

(北京航空航天大学 宇航学院, 北京 100083)

## Optimization of Lunar Soft Landing Trajectory Based on Adaptive Simulated Annealing Genetic Algorithm

ZHU Jianfeng, XU Shirjie

(School of Astronautics, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

**摘 要:** 将自适应遗传算法与模拟退火算法相结合, 形成一种自适应模拟退火遗传算法。该算法不但具备了自适应遗传算法的强大全局搜索能力, 也拥有模拟退火算法的强大局部搜索能力。针对月球软着陆轨道优化的特点, 利用一种新的参数化方法将轨道优化问题转换为非线性规划问题, 并应用提出的自适应模拟退火遗传算法进行优化。数值结果表明: 该算法的收敛速度快, 优化精度高, 且避免了初值敏感、病态梯度和局部收敛等问题, 能够搜索到全局最优轨道。

**关键词:** 轨道优化; 自适应模拟退火遗传算法; 模拟退火算法; 遗传算法; 月球软着陆; 参数化方法

中图分类号: V412.4<sup>+</sup>1

文献标识码: A

**Abstract:** An adaptive simulated annealing genetic algorithm (ASAGA) by combining adaptive genetic algorithm (AGA) with simulated annealing algorithm (SAA) is developed. The new algorithm provides not only with strong global search capability of AGA, but also with strong local search capability of SAA. For optimization of lunar soft landing trajectory, a new parameterized method is used to convert a trajectory optimization problem into a nonlinear programming problem (NLP), and then the proposed ASAGA is applied. The simulation results indicate that the ASAGA takes on fast convergence rate and high optimization precision, moreover it avoids many shortcomings such as initial value sensitivity, ill conditioned gradient and local convergence and so on. It can obtain global optimum trajectory.

**Key words:** trajectory optimization; adaptive simulated annealing genetic algorithm; simulated annealing algorithm; genetic algorithm; lunar soft landing; parameterized method

在月球表面实现软着陆是月球勘探的重要前提。由于月球表面没有大气, 着陆器的速度必须完全由制动发动机抵消, 才能实现安全软着陆。所以, 减少燃料消耗是增加有效载荷的关键所在。按着陆方式, 整个软着陆过程可以分为 4 个阶段: ①霍曼转移段; ②动力下降段; ③姿态调整段; ④最终着陆段。其中, 着陆器的大部分燃料消耗在第 2 个阶段, 通过最优化着陆轨道可以减少燃料消耗。最优轨道的求解是一类最优控制问题, 它可以由间接法或直接法求得<sup>[1]</sup>。间接法是把含有性能指标的泛函优化问题转化为求解某个特殊函数的极值问题, 它的主要困难在于对初始点特别敏感, 很难猜测到合适的初值, 求解比较繁琐。直

接法则把优化问题转化为非线性规划问题 (NLP), 使轨道优化的求解更适合于计算机的特点, 更易于实现, 因此该方法在轨道优化设计中更多地被采用。但是, 在求解的过程中往往会遇到病态梯度、初始点敏感和局部收敛问题。

目前, 在月球软着陆轨道优化方面, 间接法的研究比较少, 王大钊<sup>[2]</sup>等在初值猜测技术的基础上利用打靶法求解了软着陆的最优轨道。但是, 初值猜测技术仍需足够丰富的经验。与间接法相比, 直接法的研究就比较多。王胡<sup>[3,4]</sup>等假设推力方向角可用多项式拟合, 并分别用序列二次规划 (SQP) 方法和遗传算法 (GA) 对着陆轨道进行优化, 但是多项式系数没有明确的物理意义, 在求解时很难估计其初值, GA 的初始种群也不易产生。孙军伟<sup>[5]</sup>等则直接将着陆轨道进行离散化, 把轨

收稿日期: 2006-07-10; 修订日期: 2007-05-08

基金项目: 国家自然科学基金 (60535010)

通讯作者: 徐世杰, E-mail: starsjxu@yahoo.com.cn

© 1994-2011 China Academic Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

更多数学建模资料请关注微店店铺“数学建模学习交流”

<https://k.weidian.com/RHO6PSpA>

道优化问题转化为多参数优化问题,再利用 SQP 方法求解。虽然避开了没有明确物理意义的参数猜测,但是 SQP 的本质仍然会使该方法遇到病态梯度、初始点敏感和局部收敛问题。曾国强<sup>[6]</sup>和徐敏<sup>[7]</sup>分别用二进制和浮点数 GA 对着陆轨道进行了优化,避免了初值猜测,得到的结果也比较满意。但是,鉴于 GA 局部搜索能力较差的缺点,会使得 GA 的优化精度不够或优化效率不高。相对而言,国外对月球软着陆轨道的优化问题研究比较少。

GA 最早是由 Holland 教授提出的<sup>[8]</sup>,它是一种随机优化方法,具有不依赖问题模型、适用面广和鲁棒性强的优点,并已应用在航天器的轨道优化设计中<sup>[1]</sup>。然而,GA 在实际应用中存在收敛速度慢和早熟等问题,不具备“爬山”的能力。模拟退火算法(SAA)最早是由 Kirkpatrick 等提出的,它是一种启发式随机搜索算法,具有很强的局部搜索能力和“爬山”能力,但是 SAA 产生的新解不及 GA 丰富,对全局的了解甚少,寻优过程很慢。因此,可以将 GA 和 SAA 的优点结合起来,扬长避短,构成高效、鲁棒的新算法。

本文将 GA 和 SAA 有机地结合,形成自适应模拟退火遗传算法(ASAGA),并将其应用到月球软着陆的最优轨道设计中。

1 系统模型

着陆器的动力下降段一般从15 km左右的轨道高度开始,下降到月球表面的时间比较短,在几百秒范围内,所以可以不考虑月球引力摄动。月球自转速度比较小,也可忽略。因此,可以利用二体模型描述系统的运动。建立图 1 所示的着陆坐标系,并假设着陆轨道在纵向平面内,令月心  $O$  为坐标原点,  $Oy$  指向动力下降段的开始制动点,  $Ox$  指向着陆器的开始运动方向。则着陆器的质心动力学方程可描述如下:

$$\left. \begin{aligned} r &= v \\ v &= (F/m) \sin \phi - \mu/r^2 + r \omega^2 \\ \theta &= \omega \\ \omega &= - [(F/m) \cos \phi + 2v \omega]/r \\ m &= - F/I_{SP} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中: $r$ 、 $\theta$ 、 $\omega$  和  $m$  分别为着陆器的月心距、极角、角速度和质量;  $v$  为着陆器沿  $r$  方向上的速度;  $F$  为制动发动机的推力(固定的常值或 0);  $I_{SP}$  为其比冲;  $\mu$  为月球引力常数;  $\phi$  为发动机推力与当地水平线的夹角即推力方向角。

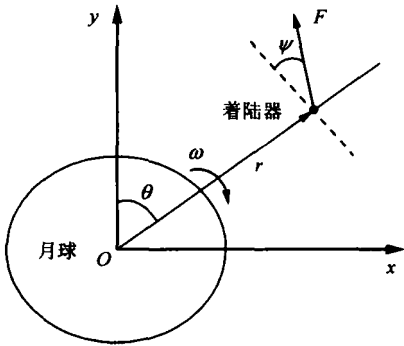


图 1 月球软着陆极坐标系  
Fig. 1 Polar coordinate system of lunar soft landing

动力下降的初始条件由霍曼变轨后的椭圆轨道近月点确定,终端条件为着陆器在月面实现软着陆。令初始时刻  $t_0 = 0$ , 终端时刻  $t_f$  不定,则相应的初始条件为

$$r_0 = r_L + h_0, v_0 = 0, \omega_0 = \omega_0 \quad (2)$$

终端约束为

$$r_f = r_L, v_f = 0, \omega_f = 0 \quad (3)$$

式中: $r_L$  为月球半径;  $h_0$  为初始轨道高度;  $\omega_0$  为轨道角速度。

月球软着陆的最优轨道设计就是要在满足上述初始条件和终端约束的前提下,调整推力大小和方向,使得着陆器实现燃料最优软着陆,即要求以下性能指标达最大。

$$J = \int_0^{t_f} m \, dt \quad (4)$$

2 归一化

在轨道优化过程中,由于各状态变量的量级相差较大,寻优过程中可能会导致有效位数的丢失。通过归一化处理可以克服这一缺点<sup>[9]</sup>,提高计算精度。令  $r_{ref} = r_0$ ,  $m_{ref} = m_0$ , 则  $r = r/r_{ref}$ ,  $v = v/v_{ref}$ ,  $v_{ref} = \sqrt{\mu/r_{ref}}$ ,  $I_{SP} = I_{SP} \sqrt{r_{ref}/\mu}$ ,  $F = F/F_{ref}$ ,  $F_{ref} = m_{ref} v_{ref}^2 / r_{ref}$ ,  $\bar{m} = m/m_{ref}$ ,  $\omega = \omega \sqrt{r_{ref}^3/\mu}$ ,  $t = t/t_{ref}$ ,  $t_{ref} = r_{ref}/v_{ref}$ ,  $\theta = \theta_0$ 。那么,着陆器的动力学方程可改写为

$$\left. \begin{aligned} \dot{r} &= v \\ v &= (F/\bar{m}) \sin \phi - 1/r^2 + r \omega^2 \\ \dot{\theta} &= \omega \\ \dot{\omega} &= - [(F/\bar{m}) \cos \phi + 2v \omega]/r \\ \dot{\bar{m}} &= - F/I_{SP} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

相应的初始条件和终端约束变为

$r_0 = 1, v_0 = 0, \omega_0 = \omega_0 \sqrt{r_0^3/\mu}$  (6)

$r_f = r_L/r_0, v_f = 0, \omega_f = 0$  (7)

性能指标改写为

$J = \int_0^t \frac{1}{m} dt$  (8)

3 参数化方法

因为月球软着陆的轨道优化搜索空间是一个泛函空间, 不能直接用优化算法处理, 必须将控制变量参数化。参数化方法是轨道优化与优化算法的桥梁, 其精度直接影响到最优轨道的好坏程度。目前, 主要的参数化方法有 3 种<sup>[10]</sup>: 直接离散法、多段参数插值法和函数逼近法。直接离散法的精度最高, 但计算最慢。多段参数插值法的计算最快, 但精度最差。所以这两种方法都不宜采用。函数逼近法的精度适中, 计算速度比较快, 但是多项式系数没有明确的物理意义, 很难进行初值猜测。因此, 本文将函数逼近法进行改进。首先将轨道离散化成许多小段, 在各小段的节点设定待优化的参数, 然后利用这些参数进行多项式拟合, 从而得到整个轨道的控制曲线。

将月球软着陆轨道离散化, 分割成  $n$  个小段, 每段的节点设定一个推力方向角, 如图 2 所示。那么, 可以令  $n+1$  个节点的推力方向角和终端时刻  $t_f$  作为待优化的参数。每个节点的时刻可以由下式得到

$t_i = t_0 + i(t_f - t_0)/n \quad (i = 0, 1, \dots, n)$  (9)

这样, 就使得每个节点的推力方向角都有一个对应的节点时刻。如果假设月球软着陆的推力方向角可以表示成一个多项式, 即

$\psi(t) = \lambda_0 + \lambda_1 t + \lambda_2 t^2 + \lambda_3 t^3$  (10)

那么, 可以将节点的推力方向角与对应的节点时刻对上述多项式进行拟合, 求得多项式的系数  $\lambda$  ( $i = 0, 1, 2, 3$ ), 进而得到整个着陆轨道的推力方向角  $\psi$ 。

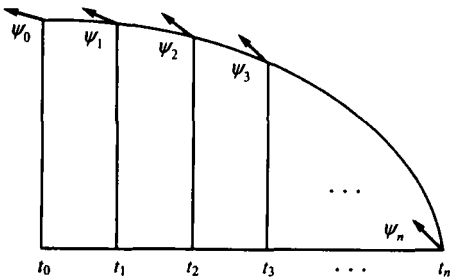


图 2 轨道离散化

Fig 2 Trajectory discretization

可以看到, 采取如上改进的函数逼近法进行参数化, 所选定的待优化参数都具有明确的物理意义, 从而避开对没有物理含义的待优化参数的初始猜测。同时, 该参数化方法的本质是函数逼近, 因此它与函数逼近法的精度相当, 计算速度也比较快。

4 自适应模拟退火遗传算法

GA 的局部搜索能力较差, 容易陷入局部最优解, 但把握搜索过程总体的能力较强; 而 SAA 具有较强的局部搜索能力, 并能使搜索过程避免陷入局部最优解, 但 SAA 却对整个搜索空间的状况了解不多, 不便于使搜索过程进入最有希望的搜索区域, 从而使得 SAA 的运算效率不高。ASAGA 就是将 SAA 嵌入到 GA 的循环体中, 互相取长补短, 形成一种新的优化算法。

4.1 自适应遗传算法

GA 是模拟生物在自然环境中的遗传和进化过程而形成的一种自适应全局优化随机搜索算法。由于它对搜索空间不作任何假设, 它既不要 求搜索空间是光滑的, 也不要 求它是处处可微的, 因而它能解决很大一类问题, 在飞行器轨道优化中逐渐开始得到应用, 但是要将 GA 成功的应用到轨道优化中, 还必须处理好如何将终端约束反映到 GA 的适应度函数中。考虑到轨道优化的精度, 采用动态罚函数法<sup>[10]</sup>对终端约束进行处理, 则适应度函数可表示成如下形式

$f(X) = -\sigma_1[(v(t_f) - v_f)^2 + (\omega(t_f)r(t_f) - \omega_f r_f)^2]^{1/2} - \sigma_2|r(t_f) - r_f| + m_0 + J$  (11)

式中:  $X$  为种群的个体;  $v(t_f)$ ,  $\omega(t_f)$  和  $r(t_f)$  为终端时刻的状态值;  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  为惩罚因子, 随着优化的进行它们逐渐变大, 使得对约束的限制也逐渐加强。

在遗传操作中, 交叉操作是产生新个体的主要方法, 它决定着 GA 的全局搜索能力; 而变异操作只是产生新个体的辅助方法, 它决定了 GA 的局部搜索能力。交叉与变异相互配合, 共同完成对搜索空间的全局搜索和局部搜索。本文的交叉操作<sup>[11]</sup>采用如下方式:

$$\left. \begin{aligned} A' &= (1 - \alpha)A + \beta B \\ B' &= (1 - \beta)B + \alpha A \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{如果 } A'(B') < L \text{ 那么 } A'(B') &= L \\ \text{如果 } A'(B') > R \text{ 那么 } A'(B') &= R \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

式中:  $A, B$  和  $A', B'$  分别为父代和子代的个体;  $\alpha, \beta$  为  $(0, r)$  区间上的均匀分布随机数,  $r \leq 1$  为交叉系数, 其大小可以控制交叉操作的变化范围;  $L, R$  分别为寻优参数的左右边界。如果交叉后的子代超出寻优边界, 则重复进行交叉操作, 假如重复操作达到最大设定次数  $R_{\max}$ , 子代仍然不能满足边界约束, 则利用式 (13) 进行子代边界修正。变异操作<sup>[11]</sup> 采用如下形式

$$C' = \begin{cases} C + k\gamma(R - C) & U(0, 1) = 0 \\ C - k\gamma(C - L) & U(0, 1) = 1 \end{cases} \quad (14)$$

式中:  $C$  和  $C'$  分别为父代和子代的个体;  $\gamma$  为  $(0, 1)$  区间上的均匀分布随机数;  $k \in (0, 1]$  为变异系数;  $U(0, 1)$  为随机产生的整数 0 或 1。

GA 的交叉概率  $P_c$  与变异概率  $P_m$  对其性能影响很大。 $P_c$  越大, 新个体产生的速度越快。然而,  $P_c$  过大会使得具有高适应度的个体结构很快被破坏;  $P_c$  过小会使搜索过程缓慢, 以致停滞不前。如果变异概率  $P_m$  过小, 就不易产生新的个体结构;  $P_m$  过大, GA 就变成了纯粹的随机搜索算法。因此, 必须采用自适应的方法, 让交叉概率和变异概率随着适应度的变化而改变。同时, 注意到交叉系数  $r$  与变异系数  $k$  的大小也会影响 GA 的性能, 所以也采用自适应策略。本文中的  $P_c, P_m, r$  和  $k$  按照如下公式进行自适应调整:

$$P_c = \begin{cases} P_{c1} - P_{c2}(f_c - f_{\text{avg}})/(f_{\text{max}} - f_{\text{avg}}) & f_c \geq f_{\text{avg}} \\ P_{c1} & f_c < f_{\text{avg}} \end{cases} \quad (15)$$

$$r = \begin{cases} r_1 + r_2(f_{\text{max}} - f_c)/(f_{\text{max}} - f_{\text{avg}}) & f_c \geq f_{\text{avg}} \\ r_1 + r_2 & f_c < f_{\text{avg}} \end{cases} \quad (16)$$

$$P_m = \begin{cases} P_{m1} - P_{m2}(f_m - f_{\text{avg}})/(f_{\text{max}} - f_{\text{avg}}) & f_m \geq f_{\text{avg}} \\ P_{m1} & f_m < f_{\text{avg}} \end{cases} \quad (17)$$

$$k = \begin{cases} k_1 + k_2(f_{\text{max}} - f_m)/(f_{\text{max}} - f_{\text{avg}}) & f_m \geq f_{\text{avg}} \\ k_1 + k_2 & f_m < f_{\text{avg}} \end{cases} \quad (18)$$

式中:  $f_{\text{max}}$  为群体中最大的适应度值;  $f_{\text{avg}}$  为群体的平均适应度值;  $f_c$  为要交叉的两个个体中较大的适应度值;  $f_m$  为要变异个体的适应度值。 $P_{c1} = 0.9, P_{c2} = 0.2, r_1 = 0.5 - 0.25T/T_{\max}$  ( $T$  为当前遗传代数,  $T_{\max}$  为最大遗传代数),  $r_2 = 0.5, P_{m1} = 0.01, P_{m2} = 0.005, k_1 = 0.5 - 0.4T/T_{\max}, k_2 = 0.5$ 。

采取如上的自适应策略后, 使得适应度高于群体平均适应度的个体, 对应较小的  $r$  与  $k$  和较低的  $P_c$  与  $P_m$ 。前者使该个体在原值附近小范围内进行交叉和变异, 加快 GA 的收敛速度; 后者使该个体得以保护进入下一代; 而低于平均适应度的个体, 对应较大的  $r$  与  $k$  和较高的  $P_c$  和  $P_m$ 。前者使该个体进行交叉和变异的范围变大, 加强 GA 的全局搜索能力; 后者使该个体很快被淘汰掉。同时, 随着优化的进行,  $r$  和  $k$  的值逐渐减小, GA 的局部搜索能力也逐渐加强。自适应策略使得 GA 在保持群体多样性的同时, 保证了算法的收敛性, 也在一定程度上提高了局部搜索能力。

### 4.2 模拟退火算法

SAA 是基于金属退火的机理而建立起的一种随机算法, 它能够通过控制温度的变化过程来实现大范围的粗略搜索与局部的精细搜索。本文采用指数降温策略对温度的变化进行控制, 即

$$T_i = T_0(K)^{T-1} \quad (19)$$

式中:  $T_i$  为当前控制温度;  $T_0$  为初始设定温度;  $K$  为温度下降系数。在 SAA 进行时, 解的变换即新解的产生, 是发生在当前解的邻域内, 采用如下公式进行解的变换:

$$Y' = \begin{cases} Y + (R - Y)\delta(T_i)\xi & U(0, 1) = 0 \\ Y - (Y - L)\delta(T_i)\xi & U(0, 1) = 1 \end{cases} \quad (20)$$

式中:  $Y$  和  $Y'$  分别为当前解和新解, 为种群的个体;  $\delta(T_i)$  为随  $T_i$  减小而减小的扰动值, 当  $T_i$  为  $T_0$  时,  $\delta(T_0) \leq 1$ , 保证了最大扰动值不会使新解  $Y'$  越界, 当  $T_i \rightarrow 0$  时,  $\delta(T_i) \rightarrow 0$ , 满足算法收敛的条件;  $\xi$  为区间  $(0, 1)$  上的均匀分布随机数。

状态由  $Y$  变为  $Y'$  的接受概率可由下面的 Metropolis 准则来确定

$$p = \begin{cases} 1 & f(Y') \geq f(Y) \\ \exp[-(f(Y) - f(Y'))/T_i] & f(Y') < f(Y) \end{cases} \quad (21)$$

使用上述准则的优点是: 当新解更优时, 完全接受新解为新的当前解; 而当新解为恶化解时, 以概率  $p$  接受恶化解为新的当前解。这便使得 SAA 能够避免陷入局部最优。随着优化的进行, SAA 的局部搜索能力也逐渐增强, 确保算法有足够的搜索精度。

### 4.3 算法的实现

将提出的 ASAGA 应用到月球软着陆的轨道优化中, 具体的实现步骤如下:

(1) 设置初始参数, 包括种群规模  $M$ , 最大遗传代数  $T_{\max}$ , 退火初始温度  $T_0$ , 温度下降系数  $\kappa$ , 最小新解接受次数  $N_{\min}$ , 最大内循环次数  $C_{\max}$ , 轨道离散参数  $n$ 。随机产生初始种群。

(2) 计算种群中各个个体的适应度值, 记录最优个体, 并采用如下方法进行适应度拉伸

$$f' = \exp[-(f_{\max} - f)/T_i] \quad (22)$$

式中  $f'$  为拉伸后的适应度值。采用轮盘选择策略进行个体选择, 并将选择的个体随机两两配对, 按照式(12)、式(13)、式(15)和式(16)进行交叉操作, 再利用式(14)、式(17)和式(18)对个体的每个参数进行变异操作。

(3) 令新解接受次数  $n_a = 0$ , 内循环次数  $n_c = 0$ 。对遗传操作后的子代个体计算适应度值, 选择前  $n_0$  个优秀个体, 并分别进行如下的模拟退火操作:

① 计算  $\delta(T_i)$ , 分别对个体的每个参数按式(20)进行解的变换, 并按照 Metropolis 准则来判断是否接受新解为新的当前解。如果接受, 则  $n_a = n_a + 1$ ; 反之,  $n_a$  不变。

② 如果  $n_a < N_{\min}$ , 且  $n_c < C_{\max}$ , 则  $n_c = n_c + 1$ , 并返回①; 否则, 跳出循环, 并将群体中适应度最差的  $n_0$  个个体替换成退火操作后的个体, 进入步骤(4)。

(4) 删除子代种群中的任意一个个体, 并替换成步骤(2)记录的最优个体。

(5) 如果当前遗传代数  $T < T_{\max}$ , 则按式(19)进行降温,  $T = T + 1$ , 并返回步骤(2); 否则结束整个优化过程。

可以看到, 在上述的 ASAGA 中, 进行了适应度拉伸。这样处理的优点是: 在温度高时(算法初期), 适应度相近的个体产生的后代概率相近, 避免了早期个别好的个体的后代充斥整个种群, 造成早熟; 而当温度不断下降后, 拉伸作用加强, 使适应度相近的个体适应度差异放大, 从而使得优秀个体更加突出。同时, 算法采用了最优个体保留策略, 使得最优个体不会被破坏, 保证了算法的收敛性。只选择前  $n_0$  个优秀个体进行模拟退火操作, 可以大大缩短优化时间, 也能够使优秀个体向最优的方向进化。

### 5 仿真实例

设定月球软着陆的初始条件为  $r_0 = 1\,753$  km,  $v_0 = 0$ ,  $\omega_0 = 9.65 \times 10^{-4}$  rad/s,  $\theta_0 = 0$ ,  $m_0 = 600$  kg。终端约束为:  $r_f = 1\,738$  km,  $v_f = 0$ ,  $\omega_f = 0$ 。月球引力常数  $\mu = 4\,902.75$  km<sup>3</sup>/s<sup>2</sup>, 制动发动机推力  $F = 3 \times 450$  N, 比冲  $I_{sp} = 300 \times 9.8$  m/s。

令轨道离散化参数  $n = 9$ , 即待优化参数为 10 个推力方向角和 1 个终端时刻  $t_f$ , 共 11 个参数。由于寻优边界  $L$  和  $R$  决定了搜索空间的大小, 而搜索空间小, 则算法收敛速度快, 反之则慢。因此需要估计  $L$  和  $R$  的值, 加快收敛速度。根据齐奥尔科夫斯基公式和软着陆初始条件, 终端时刻可由下式估计

$$t_f = \{1 - \exp[(V_f - V_0)/I_{sp}]\}(I_{sp}m_0/F) \quad (23)$$

式中:  $V_f$  和  $V_0$  分别为着陆器的终端速度大小和初始速度大小。同时由经验可知, 推力方向角是逐渐增大的, 所以寻优边界可以确定为

$$L = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 500] \quad (24)$$

$$R = [1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \ 9 \ 10] \times 9\,700] \quad (25)$$

ASAGA 的其他参数设定为:  $M = 20$ ,  $T_{\max} = 300$ ,  $T_0 = 10\,000$ ,  $\kappa = 0.97$ ,  $N_{\min} = 10$ ,  $C_{\max} = 10$ ,  $n_0 = 2$ ,  $\delta(T_i) = 0.5 \times [1 - (T - 1)/T_{\max}]$ ,  $\alpha_1 = 5\alpha_2 = 5 \max(1, 10^{(2T/T_{\max} - 1)})$ ,  $R_{\max} = 10$ 。由于 GA 与 SAA 都是随机优化算法, 所以 ASAGA 也具有随机性。因此为了验证该算法的有效性, 文中对以上的初值条件, 进行 10 次数值仿真, 结果全部收敛, 说明该算法有很好的收敛性。10 次结果的均值为: 终端速度大小  $V_f = 0.11$  m/s, 终端月心距  $r_f = 1\,737\,999.92$  m, 燃料消耗 277.677 5 kg。其中最好的结果如图 3~ 图 6 所示。

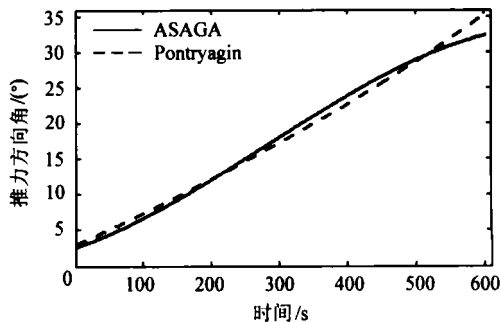


图 3 推力方向角的时间历程

Fig 3 Time histories of direction angle of thrust

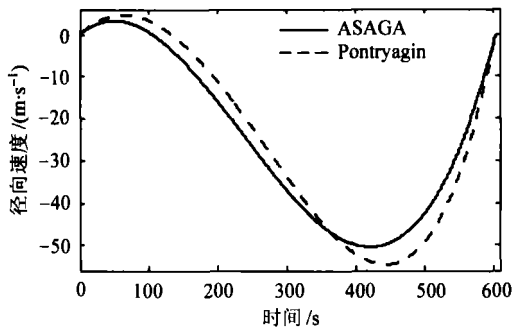


图 4 径向速度的时间历程

Fig 4 Time histories of radial velocity

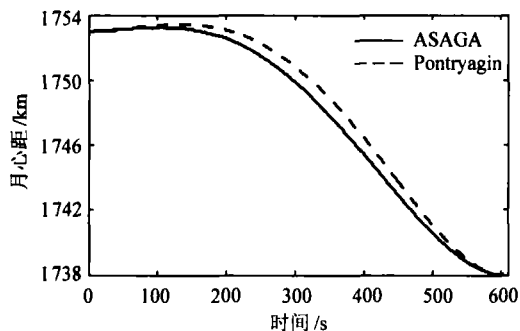


图 5 月心距的时间历程

Fig 5 Time histories of distance from lunar center to lander

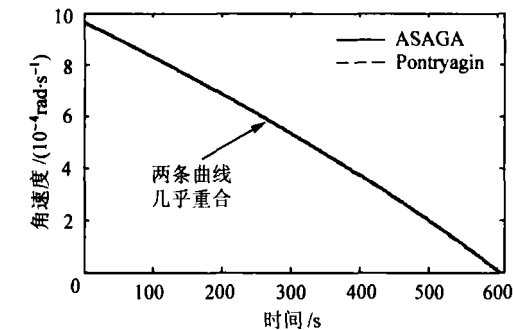


图 6 角速度的时间历程

Fig 6 Time history of angle velocity

从结果图可以看出: 虽然由 ASAGA 得到的最佳推力方向角与由 Pontryagin 极大值原理得到的最优推力方向角存在较大的差别, 但是这并不影响最后的着陆效果。着陆器的终端状态为:  $V_f=0.06\text{ m/s}$ ,  $r_f=1\,738\,000.02\text{ m}$ 。燃料消耗为:  $277.6224\text{ kg}$ , 比由 Pontryagin 极大值原理得到的最优燃料消耗( $277.5765\text{ kg}$ )仅多  $0.0459\text{ kg}$ 。以上数据说明了该算法的优化精度很高。下面给出群体中最大适应度值随时间的变化曲线, 如图 7 所示。

图 7 说明: 在优化进程中, 多次出现局部“早熟”现象, 但都被 ASAGA 的搜索能力所克服, 成功地跳出了局部最优的诱惑。

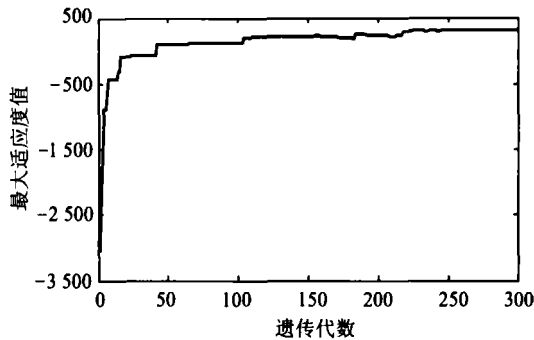


图 7 最大适应度的时间历程

Fig 7 Time history of maximum fitness

6 结 论

通过改进的函数逼近法, 将月球软着陆的轨道优化问题转化为 NLP, 并有机结合 GA 和 SA A, 形成优化算法——ASAGA, 然后将其应用到月球软着陆的轨道优化设计中。结果表明: 利用该算法进行优化得到的最佳轨道的终端状态非常接近终端约束, 燃料消耗也与采用极大值原理得到的最优燃料消耗相当。ASAGA 不但具有较强的把握搜索总体过程的能力, 使搜索向全局最优的方向进行, 而且具备强大的局部搜索能力, 使其避免陷入局部最优, 提高搜索精度。该优化算法具有较快的收敛速度和较高的优化精度, 并且鲁棒性很强, 同样可以应用于其他一些优化问题。

参 考 文 献

[1] 陈刚, 万自明, 徐敏, 等. 遗传算法在航天器轨道优化中的应用[J]. 弹道学报, 2006, 18(1): 1-5.  
Chen G, Wan Z M, Xu M, et al. Overview of spacecraft trajectory optimization using genetic algorithm[J]. Journal of Ballistics, 2006, 18(1): 1-5. (in Chinese)

[2] 王大铁, 李铁寿, 马兴瑞. 月球最优软着陆两点边值问题的数值解法[J]. 航天控制, 2000(3): 44-49.  
Wang D Y, Li T S, Ma X R. Numerical solution of TPBVP in optimal lunar soft landing[J]. Aerospace Control, 2000(3): 44-49. (in Chinese)

[3] 王劫, 崔乃刚, 刘敬, 等. 定常推力登月飞行器最优软着陆轨道研究[J]. 高技术通讯, 2003, 13(4): 39-42.  
Wang J, Cui N G, Liu T, et al. Study on soft landing trajectories of constant thrust amplitude lunar probe[J]. High Technology Letters, 2003, 13(4): 39-42. (in Chinese)

[4] 王劫, 李俊峰, 崔乃刚, 等. 登月飞行器软着陆轨道的遗传算法优化[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2003, 43(8): 1056-1059.  
Wang J, Li J F, Cui N G, et al. Genetic algorithm optimization of lunar probe soft landing trajectories[J]. Journal of Tsinghua University(Sci and Tech), 2003, 43(8): 1056-1059. (in Chinese)

- [5] 孙军伟, 乔栋, 崔平远. 基于 SQP 方法的定常推力月球软着陆轨道优化方法[J]. 宇航学报, 2006, 27(1): 99-103.  
Sun J W, Qiao D, Cui P Y. Study on the optimal trajectories of lunar soft landing with fixed thrust using SQP method[J]. Journal of Astronautics, 2006, 27(1): 99-103. (in Chinese)
- [6] 曾国强, 郝晓宁, 任萱. 遗传算法在最优变轨中的应用[C] // 第三届全国智能控制与自动化会议. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 2000: 3509-3512  
Zeng G Q, Xi X N, Ren X. Use of genetic algorithm in optimal orbit maneuver[C] // Proceeding of the 3rd World Congress on Intelligent Control and Automation. Hefei: University of Science and Technology of China Press, 2000: 3509-3512. (in Chinese)
- [7] 徐敏, 李俊峰. 月球探测器软着陆的最优控制[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2001, 41(8): 87-89.  
Xu M, Li J F. Optimal control of lunar soft landing[J]. Journal of Tsinghua University (Sci and Tech), 2001, 41(8): 87-89. (in Chinese)
- [8] 周明, 孙树栋. 遗传算法原理及应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 2005.  
Zhou M, Sun S D. Genetic algorithms: theory and applications[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2005. (in Chinese)
- [9] Chuang C H, Goodson T D, Hanson J. Fuel optimal, low- and medium thrust orbit transfers in large numbers of burns[R]. AIAA 94-3650, 1994.
- [10] 陈刚, 万自明, 徐敏, 等. 飞行器轨道优化应用遗传算法的参数化与约束处理方法研究[J]. 系统仿真学报, 2005,

17(11): 2737-2740.

Chen G, Wan Z M, Xu M, et al. Parameterization method and constraints transformation method for RLV reentry trajectory optimization using genetic algorithm[J]. Journal of System Simulation, 2005, 17(11): 2737-2740. (in Chinese)

- [11] 张彤, 张华, 王子才. 浮点数编码的遗传算法及应用[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2000, 32(4): 59-61.

Zhang T, Zhang H, Wang Z C. Float encoding genetic algorithm and its application[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2000, 32(4): 59-61. (in Chinese)

#### 作者简介:



朱建丰(1979- ) 男, 博士研究生。主要研究方向: 登月与深空探测。

Tel: 010 82339751

E-mail: Littlezhu@126.com



徐世杰(1951- ) 男, 博士生导师。主要研究方向: 航天器动力学与控制。

Tel: 010 82339275

E-mail: starsjxu@yahoo.com.cn

(责任编辑: 刘振国)