

基于贪心算法的光伏电池最优铺设方案

摘要

本文研究光伏电池的最优铺设问题，根据逆变器型号及容量选择电池，得出最优阵列，以贪心算法为原则结合二维装箱问题得出最优排布，并利用太阳辐射近似公式得出最佳倾角与朝向。最后利用 lingo 软件进行数学规划得出小屋设计方案。

对于问题 1，首先，根据太阳辐射得热公式计算出屋顶的太阳辐射强度；其次根据逆变器的额定容量、电压的限制，穷举出所有匹配的光伏电池阵列，以贪心算法为原则按照评价函数（单位年总电量费用/年总电量）排序，得出最优阵列，根据逆变器使用率结合人工选择给出最优铺设方案。另外，将铺设阵列看作是二维装箱问题，可给出某种阵列的半自动最优铺设。最优铺设方案：35 年期内总发电量为 $5.7 \times 10^5 \text{ kwh}$ ，经济效益 6.2%，投资回收年限为 33 年。另外，本文对比了先选电池再选逆变器的方案，并且实现了此方案的南墙最优铺设，两种方案差异很小。

对于问题 2，本文仅考虑在屋顶上架空铺设光伏电池，根据已知数据库中的法向、平面散射辐射量以及太阳辐射的近似计算公式，计算任意角度的平面接收的太阳辐射量，以全年总辐射量最大为目标，在一定范围内通过步长逐步加密的搜索算法，搜索出最佳的倾斜角度和壁面方位角组合，得出南方向屋顶最佳倾斜角 35.4 度，最佳壁面方位角 218 度；北方向屋顶最佳倾斜角 28.8 度，最佳壁面方位角 270 度。另外，本文对比了真实数据和模型计算出的辐射强度，偏差在 4.6% 以内，说明模型较为准确，同时本文也对参数（倾角与方位角）给出了灵敏度分析。比较结果，发电量显著提高并且单位发电费用下降明显，35 年内的发电总量提高 5%，投资回收年限缩短 3 年。

对于问题 3，本文根据建造要求建立了数学规划模型，利用 Lingo 软件进行了计算，得出的建造方案造型较为美观，吸收辐射能力较强，墙面有三个面有窗户，保证采光充分。同时光伏电池组件的安装面积尽可能大却形状规则。建筑方位角为 218 度，屋顶最高点距地面高度 5.4 米，室内使用空间最低净空高度距地面高度 4 米，建筑总投影面积 74 平方米。南北向墙壁长度为 14.8 米，东西向墙壁长度为 5.0 米，南向屋顶的倾斜角为 18.5 度，北向屋顶的倾斜角为 60 度。建筑采光为 0.21。另外，本文设计小屋的单位面积接受到的辐射量与第一问中的建筑相比较，设计的小屋性能较问题 1 中有显著提高。

关键词：最优电池阵列 贪心算法 二维装箱 逐步加密搜索

一、问题的重述

在设计太阳能小屋时，需要在建筑物外表面（房顶及外墙）铺设光伏电池，通过逆变器转换成 220V 交流电并接入电网供家庭使用。由于实际发电效率受诸多因素影响，如太阳辐射强度、光线入射角、建筑物所处的地理纬度等，因此研究光伏电池在小屋外表面的优化铺设十分必要。

分别考虑贴附和架空的安装方式，给出小屋外表面电池组件铺设分组阵列图形示意图，要求使小屋的全年太阳能光伏发电量尽可能大，而单位发电量的费用尽可能小，并计算出小屋光伏电池 35 年寿命期内的发电总量、经济效益及投资回收年限。最后为大同市重新设计一个小屋，并给出铺设光伏电池的优化方案。

二、问题的分析

对于问题 1，可先选择逆变器，根据逆变器的额定容量、最大电压、最大功率的限制条件与电池组合进行匹配求得光伏电池阵列方案，并设置评价函数，对光伏电池阵列进行排序。根据总发电量及单位发电量的费用，以及小屋的具体情况，人工进行排布，在限制条件下选择评价高的阵列进行排布。另外，可利用贪心算法进行光伏阵列的半自动化排布。

对于问题 2，可仅考虑屋顶以架空方式铺设光伏电池，进行逐步加密的搜索，即规定倾角和朝向的变动步长，倾角一定搜索最佳朝向，朝向一定搜索最佳倾角；改变步长再进行搜索。并且，可利用数据及经验验证算法结果的正确性。

对于问题 3，可采用 lingo 软件进行数学规划，并自行设置一些符合实际的约束条件，可运行出最优的小屋参数。

三、模型假设

- 1、一个逆变器只能串并联一种类型的光伏电池，且阵列为矩形
- 2、光伏电池阵列布局原则为四邻域延伸
- 3、外墙及屋顶受到的太阳辐射由直射和天空散射两部分组成，忽略地面反射辐射
- 4、将天空散射部分简化成水平太阳散射的二分之一
- 5、架空方式只可在屋顶实现
- 6、贴现率为 5%

四、符号说明

n	光伏电池阵列的组数
x_i	第 i 种电池使用的个数
y_j	第 j 种逆变器使用的个数
k_i	第 i 个光伏电池阵列的并联个数
l_i	第 i 个光伏电池阵列的逆变器的类型
f_i	第 i 个光伏电池年发电量
g_i	第 i 个光伏电池的价格
h_j	第 j 个逆变器的价格
η_1	逆变器的逆变效率
η_2	光伏电池的转换效率

ϕ	单位面积光伏电池受到的辐射量
w_m	第 m 种光伏电池的组件功率
U_i	第 i 种逆变器的额定电压
U'_i	第 i 种逆变器的允许输入电压
I_i	第 i 种逆变器的额定电流
p	民用电价

五、问题一的解答

5.1. 总体思路

太阳能电池布局最佳方案非常难解，为了能更好地解决问题，我们在建立详细的数学模型表示出目标函数和约束条件的基础上将问题 1 分解为两个步骤。

首先，我们根据逆变器求出最优电池阵列，再利用计算机结合人工的方式对各个面进行最优铺设。

5.2 最优铺设模型

5.2.0 模型的准备

一个方案设计 F 用三元组 (X, Y, Z) 表示：

$X = (x_1, x_2 \cdots x_{24})$ 是 24 维向量， x_i 表示第 i 种电池使用的个数

$Y = (y_1, y_2 \cdots y_{18})$ 是 18 维向量， y_j 表示第 j 种逆变器使用的个数

Z 是一个结构数组 $\begin{pmatrix} k_1 & l_1 & m_1 \\ k_2 & l_2 & m_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ k_n & l_n & m_n \end{pmatrix}$ ， k_i 表示第 i 个光伏电池阵列的并联个数， l_i 表示第 i 个

光伏电池阵列的逆变器的类型， $m_i = \begin{pmatrix} a_{1,1}^{(i)} & a_{1,2}^{(i)} \\ \vdots & \vdots \\ a_{k_i,1}^{(i)} & a_{k_i,2}^{(i)} \end{pmatrix}$ ， $a_{j,1}^{(i)}$ 表示第 j 个并联串中电池的型号，

$a_{j,2}^{(i)}$ 表示第 j 个并联串中光伏电池的个数， f_i 表示第 i 个光伏电池年发电量， g_i 表示第 i 个光伏电池的价格， h_j ：表示第 j 个逆变器的价格。

5.2.1 目标分析

1、全年发电量最大

$$\max \sum_{i=1}^{24} x_i f_i$$

2、费用最小

$$\min \left(\sum_{j=1}^{18} y_j h_j + \sum_{i=1}^{24} x_i g_i \right)$$

3、目标整合：利润最大

$$\max \sum_{year=1}^{35} \frac{pe_{year} \sum_{i=1}^{24} x_i f_i}{(1+r)^{year}} - \left(\sum_{j=1}^{18} y_j h_j + \sum_{i=1}^{24} x_i g_i \right)$$

p 表示民用电价， e_{year} 表示年发电量的衰减系数（1-10 年 100%，10 年-25 年 90%，25 年后为 80%）， r 为贴现率

5.2.2 约束分析

1、电路约束

(1) 逆变器输入电压的峰值小于允许输入电压范围的最大值

$$\max U(i, j) < \max U'(i, l_i)$$

$U(i, j)$ 表示第 i 个光伏阵列的第 j 并联串的电压, $U'(i, l_i)$ 表示第 i 个光伏阵列的 l_i 型号逆变器的允许输入电压。

(2) 光伏电池组的输出功率小于等于逆变器的输入容量

$$\max P_n \leq U_j I_j$$

P_i 表示第 i 个光伏阵列的输出功率, $U_i I_i$ 表示第 i 个光伏阵列逆变器的额定电压与额定电流

2、面积约束

小屋共由六个面组成, 以每个面左下角顶点为原点建立坐标系 xoy , 每个光伏电池阵列的左下角坐标为 (x_k, y_k) , 第 i 组光伏电池阵列的长为 a_k , 宽为 b_k , 则第 i 组光伏电池阵列内部可表示为:

$$N_i(x_i, y_i) = \{(u, w) \in R^{2n} | x_i < u_i < x_i + a_i, y_i < w_i < y_i + b_i\}$$

东面不可铺设光伏电池的区域可表示为:

$$east = \{(u, w) \in R^{2n} | 3400 < u < 4500, 0 < w < 2500\}$$

南面不可铺设光伏电池的区域可表示为:

$$south = \{(u, w) \in R^{2n} | (3500 < u < 7100, 0 < w < 2500) \cup (7800 < u < 8900, 900 < w < 2300)\} \\ \cup \{(u, w) \in R^{2n} | (u - 1750)^2 + (w - 1700)^2 < 900^2\}$$

北面不可铺设光伏电池的区域可表示为:

$$north = \{(u, w) \in R^{2n} | (550 < u < 2150, 0 < w < 2100) \cup (4450 < u < 5550, 1100 < w < 1610)\} \\ \cup \{(u, w) \in R^{2n} | 8050 < u < 8450, 1100 < w < 1800\}$$

面积较大的屋顶不可铺设光伏电池的区域可表示为:

$$top = \{(u, w) \in R^{2n} | 3700 < u < 7300, 3357.51 < w < 4741.21\}$$

则面积约束可表示为:

$$s.t. \begin{cases} N_i(x_i, y_i) \cap east = \emptyset \\ N_i(x_i, y_i) \cap south = \emptyset \\ N_i(x_i, y_i) \cap north = \emptyset \\ N_i(x_i, y_i) \cap top = \emptyset \end{cases}$$

5.2.3 最优铺设模型

$$\max \sum_{year=1}^{35} \frac{pe_{year} \sum_{i=1}^{24} x_i f_i}{(1+r)^{year}} - \left(\sum_{j=1}^{18} y_j h_j + \sum_{i=1}^{24} x_i g_i \right)$$

$$s.t. \begin{cases} \max P_n \leq U_j I_j \\ \max P_n \leq U_j I_j \\ N_i(x_i, y_i) \cap east = \emptyset \\ N_i(x_i, y_i) \cap south = \emptyset \\ N_i(x_i, y_i) \cap north = \emptyset \\ N_i(x_i, y_i) \cap top = \emptyset \end{cases}$$

5.3 模型的求解

5.3.1 太阳辐射量的计算

(1) 太阳入射角 $\cos \lambda$:

$$\cos \lambda = \cos \theta \sinh + \sin \theta \cosh \cos(\varepsilon)^{[1]}$$

其中, θ 为壁面倾角 (东南西北四个墙的壁面倾角为 90° , 面积较大的屋顶为 10.62°), 在本问题中, 大屋顶的 θ 为 10.62° , 小屋顶的 θ 为 59° , h 是太阳高度角, ε 为壁面太阳方位角 ($\varepsilon = \alpha - \gamma$, α 是太阳方位角, γ 为壁面方位角)

(2) 太阳直射辐射:

$$Q_d = Q_{dn} \cos \lambda^{[2]}$$

其中 Q_{dn} 为法向直射辐射强度

(3) 天空散射辐射:

$$Q_f = \cos^2 \frac{\theta}{2} Q_H^{[3]}$$

其中 Q_H 为水平面散射强度

则光伏电池阵列单位面积受太阳总辐射可表示为:

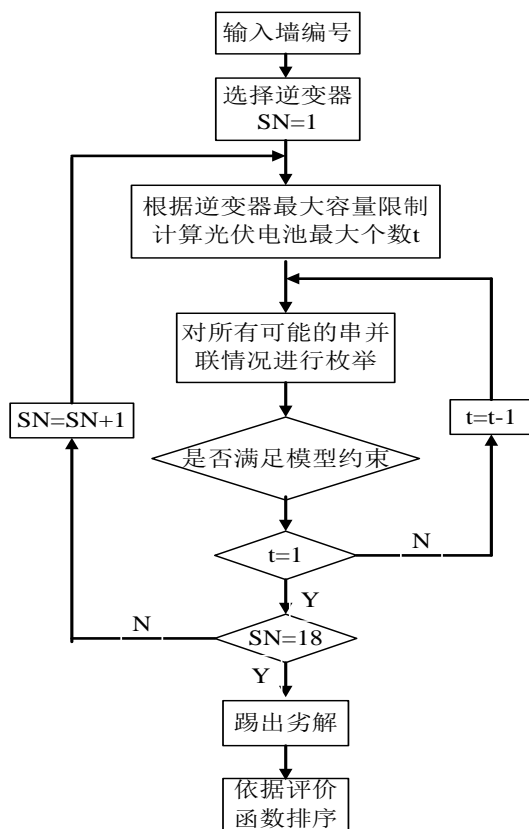
$$Q = Q_d + Q_f^{[4]}$$

5.3.2 年总发电量的计算

$$\left(\sum_{t=0}^{8759} \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^{24} x_{ij} S_j \phi_{(t,i)} \eta_{(1,ij)} \right)$$

i 表示小屋的六个面 (东南西北大屋顶小屋顶), j 表示光伏电池的类型, S_j 表示第 j 个光伏电池的面积, $\phi_{(t,i)}$ 表示第 i 个面在时间 t 所受到的单位太阳辐射量, $\eta_{(1,ij)}$ 表示光伏电池的效率。

5.3.3 求解最优阵列的算法[程序见附录一]



算法说明

- 1、剔除劣解的标准：面积约束
- 2、评价函数：单位发电量的费用与经过指数加权后的单位面积年总发电量的比值。

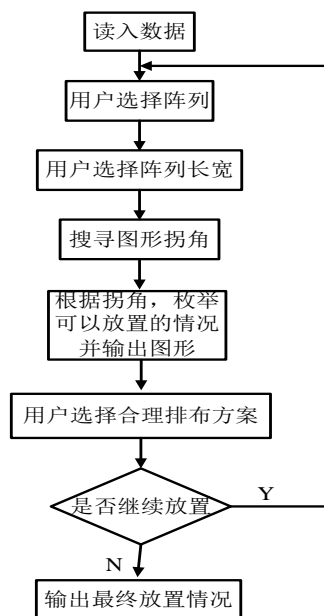
计算结果

对 18 个型号逆变器进行计算，可得出每种逆变器的经过评价函数排序后的最优阵列矩阵，对于大屋顶，下面给出一个最优阵列：

逆变器 型号	电池 型号	串联 电池 数	并联 电池 组数	电池总 面积	单位面积发 电量	单位发电量 费用	逆变器 使用率	所在 墙面
SN15	A3	8	5	51m ²	277kwh / m ²	10元 / kwh	96%	大屋 顶

5.3.4 求解最优排布的思路

基于二维装箱问题的半自动化算法[程序见附录二]



计算结果

最优排布如下立体图所示：

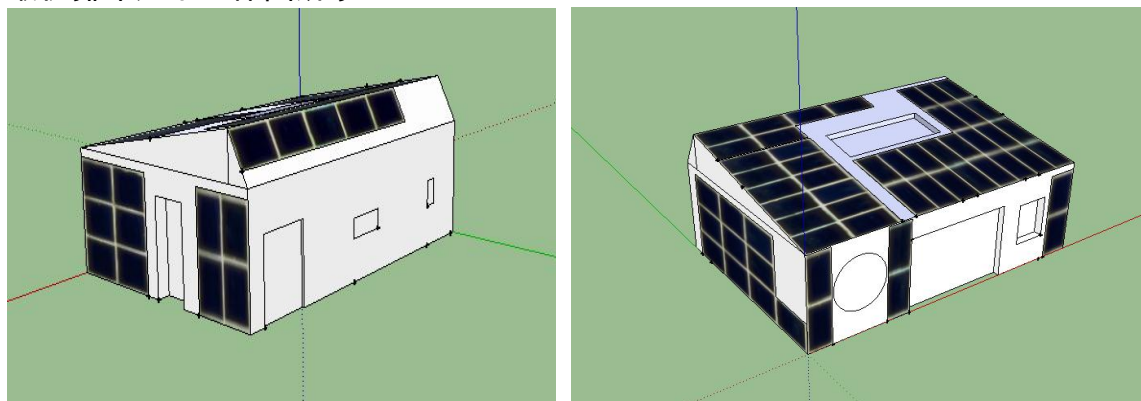
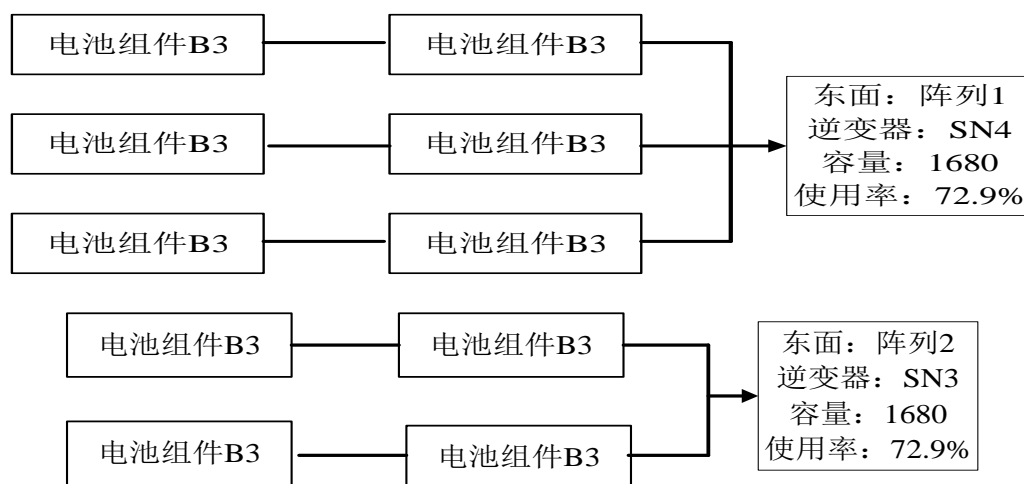
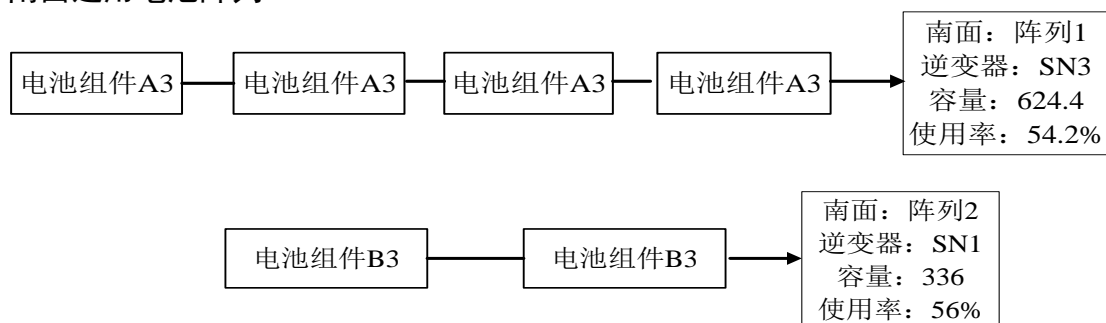


图 5.3.4-1 最优排布立体图

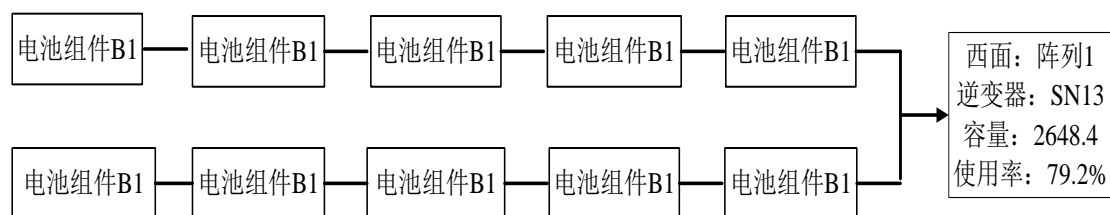
东面选用电池阵列：



南面选用电池阵列：



西面选用电池阵列：

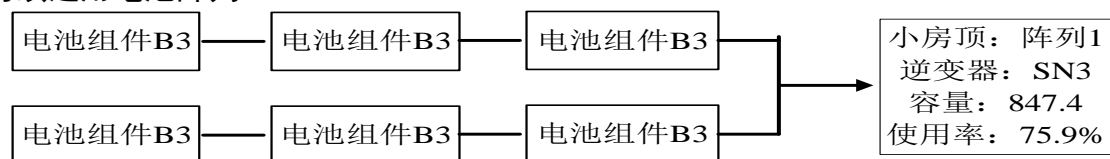


北面不安装电池

大房顶选用电池阵列：



小房顶选用电池阵列：



数值指标（电量，利润等）[程序见附录三]

小屋第一年发电总量	第一年单位发电量费用	35 年总发电量	经济效益	投资回收年限
$1.8 \times 10^4 \text{ kwh}$	14元/kwh	$5.7 \times 10^5 \text{ kwh}$	6.2%	33 年

5.4 结果分析

解决这种问题的另一种思路：根据电池选择逆变器，先针对墙面对每种电池进行评价[程序见附录四]，再通过贪心思想单独对电池进行排布，最后人工选出逆变器对电池进行串并联。对于这种思路，我们单独选出了南面墙进行铺设，并和模型求解的结果进行对比。

根据电池选逆变器的最优南墙排布：

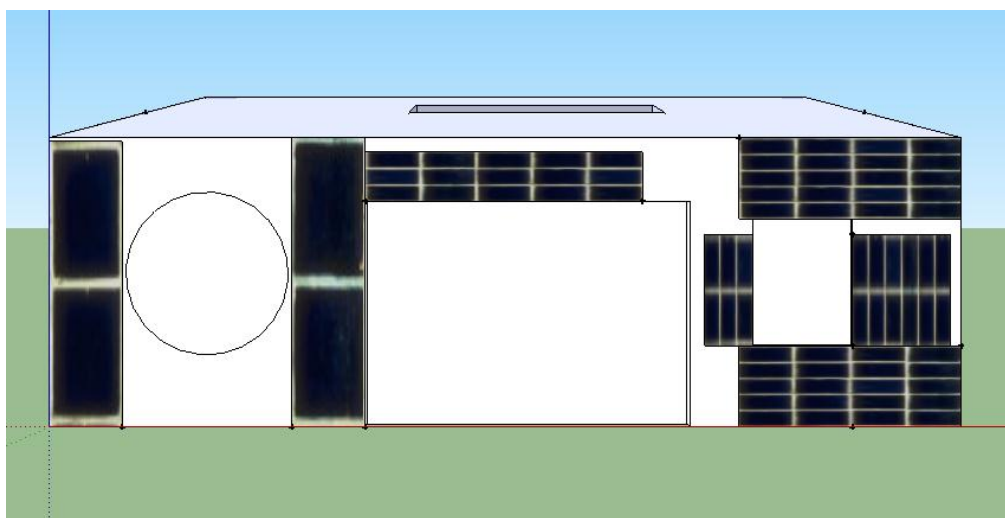


图 5.4-1 南墙最优排布

具体排布方案：

A3 电池 4 块，C7 电池 72 块，SN13 逆变器。

A3 全部 4 块串联，C7 电池两两串联，再将其并联并接入 SN13 逆变器。

这种排布第一年总发电量为 1360kwh，成本为 23100 元；用模型 1 最优阵列求解方案得出的南墙第一年总发电量为 1120kwh，成本为 24500 元。

由此可见，两种方法结果差异较小，模型 1 最优阵列求解方案合理可行。

六、问题二的解答

6.1 模型的建立

6.1.1 模型的推导

倾斜角为 θ ，方位角为 γ 时的倾斜面每个平方单位全年接受到得辐射量为

$$E(\theta, \gamma) = \sum_{i=1}^{365} \int_{w(s,i)}^{w(t,i)} Q(\theta, \gamma, w) dw$$

其中 $w(s,i)$ 表示第 i 天的日出时间, $w(t,i)$ 表示第 i 天的日落时间, $Q(\theta,\gamma,w)$ 表示辐射强度, 其表达式由如下步骤得到

(1) 太阳入射角 $\cos \lambda$:

$$\cos \lambda = \cos \theta \sinh + \sin \theta \cosh \cos(\varepsilon)^{[1]}$$

其中, θ 为壁面倾角 (东南西北四个墙的壁面倾角为 90° , 面积较大的屋顶为 10.62°), h 是太阳高度角, ε 为壁面太阳方位角 ($\varepsilon = \alpha - \gamma$, α 是太阳方位角, γ 为壁面方位角)

(2) 太阳直射辐射:

$$Q_d = Q_{dn} \cos \lambda^{[2]}$$

其中 Q_{dn} 为法向直射辐射强度

(3) 天空散射辐射:

$$Q_f = \cos^2 \frac{\theta}{2} Q_H^{[3]}$$

其中 Q_H 为水平面散射强度

则光伏电池阵列单位面积受太阳总辐射可表示为:

$$Q = Q_d + Q_f$$

6.1.2 最佳倾斜面模型

$$\begin{aligned} & \max E(\theta, \gamma) \\ & s.t. \begin{cases} 0 < \theta < \frac{\pi}{2} \\ \pi < \gamma < \frac{3\pi}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

6.2 模型的求解

算法步骤:

Step1: 利用公式 $\cos \lambda = \cos \theta \sinh + \sin \theta \cosh \cos(\varepsilon)^{[1]}$ 计算出太阳入射角。

Step2: 将水平散射辐射强度, 法向直射辐射强度, 太阳高度角的 \sin 值和 \cos 值以及太阳方位角的全年数据读入结构体数组中存储。

Step3: 通过计算全年能接收的太阳总辐射, 选取最大值, 当时光伏电池的倾斜角和朝向即为最佳。当计算南面屋顶最佳倾角和朝向时, 跳至 Step4, 计算北面屋顶的最佳倾角和朝向时跳至 Step5。

Step4: 电池朝向用壁面方位角表示, 壁面方位角从 90 度至 270 度遍历 (从正东方向顺时针旋转至正西方向的范围), 步长 0.8 度。倾角从 0 度到 60 度遍历, 步长 0.6 度。每次计算此角度组合情况下全年总辐射量。

Step5: 壁面方位角从 -90 度至 90 度遍历 (从正西方向顺时针旋转至正东方向的范围), 步长 0.8 度。倾角从 0 度到 60 度遍历, 步长 0.6 度。每次计算此角度组合情况下全年总辐射量。

Step6: 当出现更大的全年辐射量时更新全年最佳辐射量的最大值, 记下此时的壁面方位角和倾斜角。

[程序见附录五]

最优倾角和朝向:

北面屋顶架设: 倾角度: 28.8 度, 朝向: 270 度 (正西面)

南面屋顶架设: 倾角度: 35.4 度, 朝向: 218 度 (南偏西 38 度)

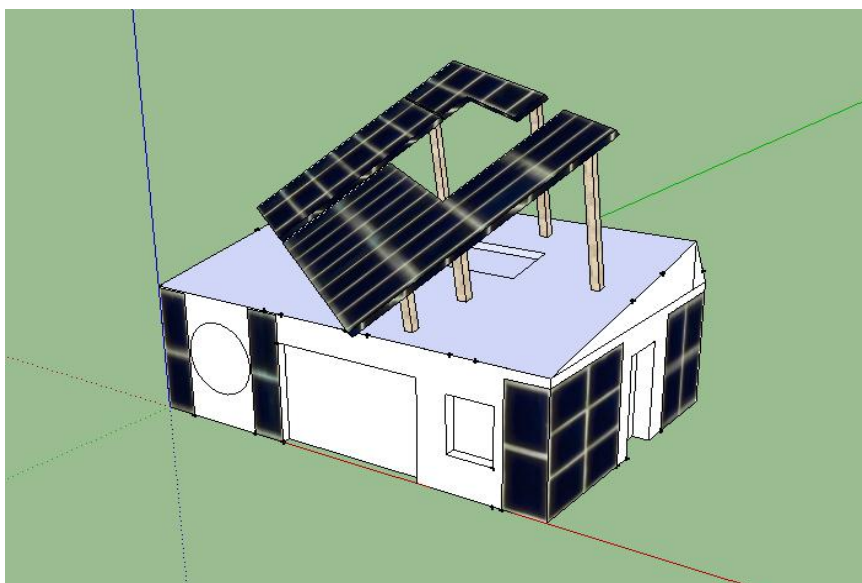


图 6.2-1 最优倾角、朝向示意图

6.3 模型结果分析

6.3.1 与问题 1 结果的对比分析

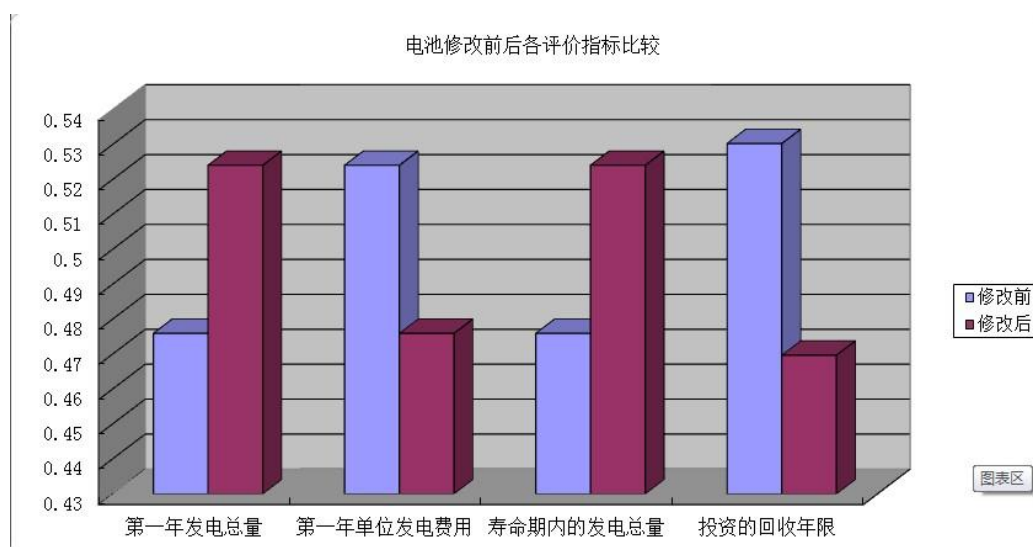
首先给出问题 2 得出的数值指标（电量，利润等）。

小屋第一年发电总量	第一年单位发电量费用	35 年总发电量	经济效益	投资回收年限
$2 \times 10^4 \text{ kwh}$	13.1 元/kwh	$6.3 \times 10^5 \text{ kwh}$	17%	30 年

由于各个评价指标单位不一样，为了方便对不用指标进行横向比较，我们对其进行去量纲化处理。

用 z_1 z_2 分别表示去量纲处理前的一对指标值， z_1' z_2' 分别表示去量纲处理后的一对指标值，则有

$$z_1' = \frac{z_1}{z_1 + z_2} \times 100\% ; \quad z_2' = \frac{z_2}{z_1 + z_2} \times 100\%$$



与问题 1 的结果相比，发电量显著提高并且单位发电费用下降明显，35 年内的发电总量提高 5%，投资回收年限缩短。

由上述结果比较分析可知，当倾角为 35.4 度，朝向为 218 度（南偏西 38 度）时，光伏电池阵列受到的阳光辐射强度明显增强。

6.3.2 近似公式的偏差分析

	倾角	壁面方位角	数据库中能接收的全 年总辐射强度 (W/m ²)	本模型计算的全年总 辐射强度 (W/m ²)	偏差
北墙	90	0	261478.82	265917.75	0.0170
东墙	90	90	594213.54	567142.50	0.0456
南墙	90	180	1050165.66	1016436.63	0.0321
西墙	90	270	881238.30	913908.00	0.0371
水平面	0	任意度数， 结果相同	1466278.01	1447997.38	0.0125

利用本模型，计算出四个垂直墙面以及水平面的全年总辐射量，和数据库表格中的相应列的和进行比较，发现偏差极小，说明本模型计算结果比较准确。

大同市热量的特点为下午明显高于上午，并且每日的最高峰一般为 12-13 或 16-17 点。故壁面方位角应该处在南偏西的某个位置。

当仅考虑太阳直射，没有散射时，某地太阳能电池（或热水器）的最佳倾斜角度一般和本地纬度相同。该算法计算结果为 39.6 度，而大同市的纬度为 40.1 度，考虑到散射的情况，倾斜角度越小，得到的散射量越大，因此说明结果较为准确。

6.4 模型参数分析

固定 θ ， $E(\theta, \gamma)$ 与 γ 的关系

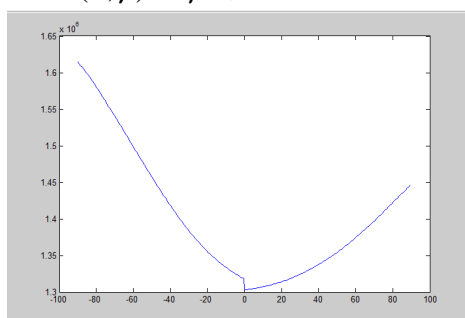


图 6.4-1 小屋顶 γ 从正西顺时针到正东

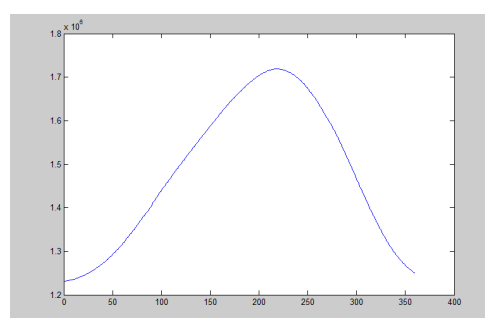


图 6.4-2 大屋顶 γ 为任意角度

固定 γ ， $E(\theta, \gamma)$ 与 θ 的关系

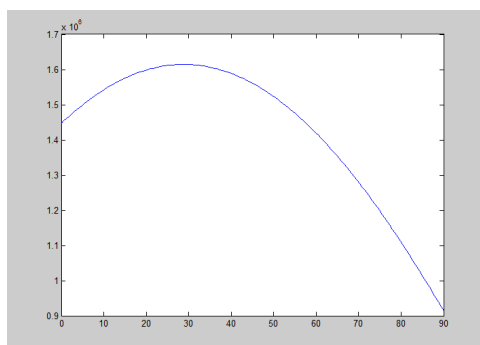


图 6.4-3 小屋顶 θ 为 $(0, 90^\circ)$

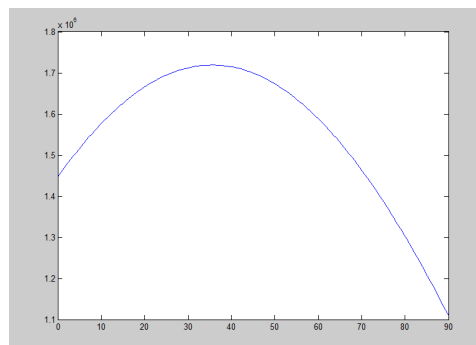


图 6.4-4 大屋顶 θ 为 $(0, 90^\circ)$

以上的图表明水平倾角和方位角都对辐射量有较大影响，因此，太阳能电池板的放置方式对太阳能的利用效率具有较大影响。

七、问题三的解答

7.1 整体思路

考虑建筑的各个约束条件，利用 Lingo 可快速寻找到最优解，但此时有一些解的情况与实际生活差异较大，比如只有北面的墙壁有一个很小面积的窗户，而南面、东面、西面的墙壁没有任何窗户。根据此我们增加了一些约束条件，比如保证三个墙壁都开窗，且有最小面积限制。同时为了造型的美观，将建筑的短边最小值设为 5，考虑降雨时排水方便，屋顶必须为尖顶。

当然，不管尖顶角度如何，我们都采用架空安装的方式安装光伏电池，所以南北屋顶的光伏电池偏转角分别为 35.4 和 28.8 度（计算过程见第二题）。再将房屋南墙对准最佳方向角 218 度，即为小屋的设计结果。

7.2 数学规划模型

$$\begin{aligned} \max \quad & \sum_{j=1}^6 \sum_{i=1}^6 v_j (S_i - S_{(w,i)}) \\ \text{s.t.} \quad & \left\{ \begin{array}{l} h \geq 2.8 \\ H < 5.4 \\ 0.1 \leq e \leq 0.35 \\ 0.2 \leq s \leq 0.5 \\ w \leq 0.35 \\ 0.03 \leq n \leq 0.3 \\ e + s + e + n \geq 0.2 \\ 5^\circ \leq \alpha \leq 60^\circ \\ 5^\circ \leq \beta \leq 60^\circ \\ S \leq 74 \end{array} \right. \end{aligned}$$

模型的说明：

1、 v_j 表示六个参数： $v_1 = 1.109$ ， $v_2 = 0.332$ ， $v_3 = 0.772$ ， $v_4 = 0.605$ ， $v_5 = 1.719$ ， $v_6 = 1.485$ ，参数 1-4 是根据北、东、南、西四面墙壁在倾斜角为 90 度，壁面方位角分别为 38 度，128 度，218 度，308 度时全年接收的辐射总量。参数 5 是根据南面屋顶在倾斜角为 35.4 度、壁面方位角为 218 度时全年接收的辐射总量，参数 6 是根据北面屋顶在倾斜角为 14.4 度、壁面方位角为 90 度（正东方向）时接收的全年太阳辐射总量。（所有参数为辐射

量 $\times e^{-6}$)。

2、 h 表示室内使用空间最低净空高度距地面高度， H 表示建筑屋顶最高点距地面高度， e, s, w, n 表示墙面窗户的比例， α, β 分别表示大小屋顶的倾角， S 为小屋的投影面积。该项目在满足建造要求的情况下，造型较为美观，吸收辐射能力较强，墙面至少有三个面有窗户，保证采光充分。同时光伏电池组件的安装面积尽可能大却形状规则。

7.2 模型的求解结果

建筑方位角为 218 度。投影为矩形，屋顶设计为尖顶。建筑屋顶最高点距地面高度 5.4 米，室内使用空间最低净空高度距地面高度 4 米，建筑总投影面积 74.0m²。南北向墙壁长度为 14.8 米（长边），东西向墙壁长度为 5.0 米（短边），南向屋顶的倾斜角为 18.5 度，北向屋顶的倾斜角为 60.0 度。建筑采光窗地比为 0.21。各面的窗墙比：南墙=0.2，北墙=0.03，东墙的 0.1，西墙=0。

考虑房屋的美观程度，东西向墙壁长度最短设为 5 米，此时南北向墙壁长度为 14.8 米，长宽比为 2.96，不至于过于失调。

屋顶采用尖顶设计，较于平顶更利于采光，且下雨时利于排水。考虑到大同处于温带季风气候和温带大陆性气候交接，总体较干燥，气温偏低，少雨水。故未设计挑檐和挑雨棚，将更多的建筑面积转化为吸收阳光的面。

屋顶上的光伏电池采用架空方式，即为最佳

[程序见附录六]

7.3 最优铺设方案

立体图：

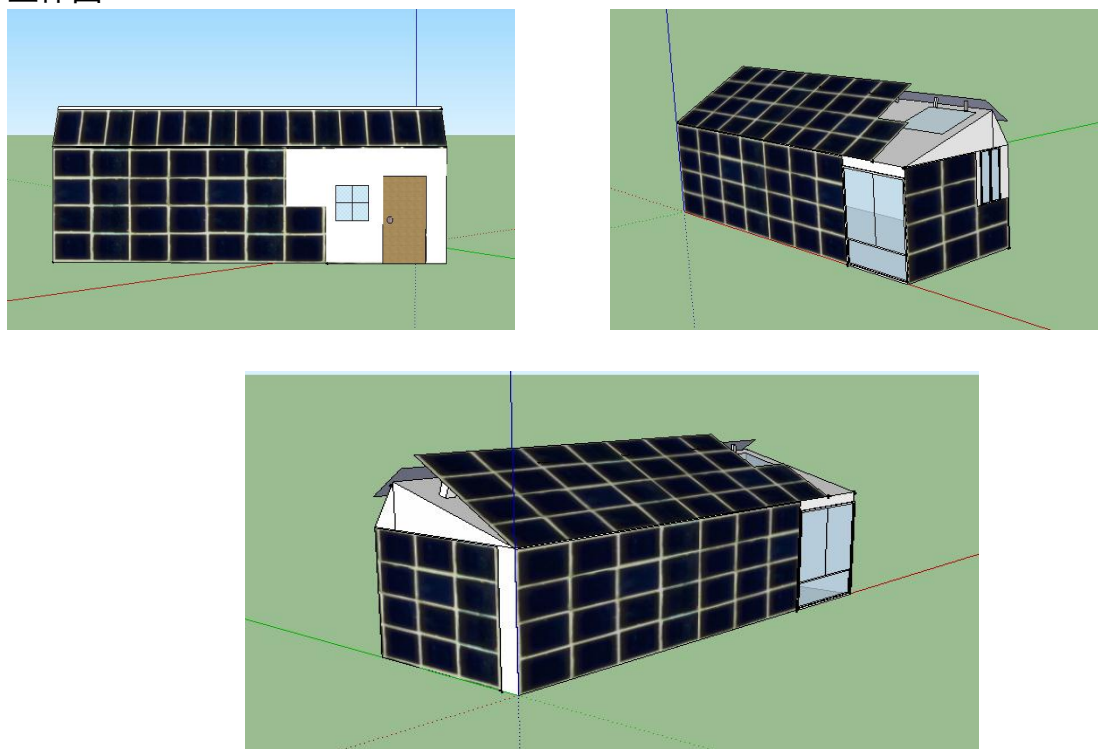
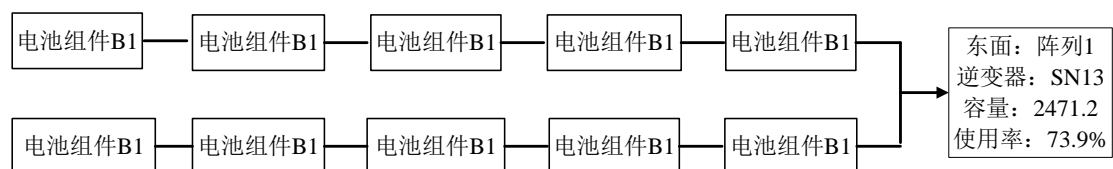


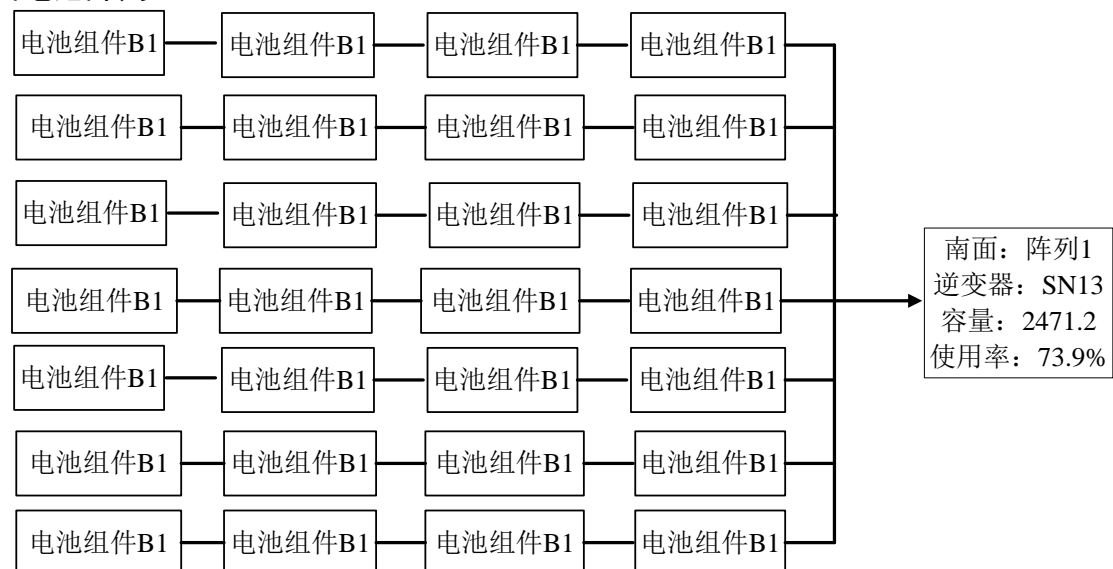
图 7.3-1 立体图

电池阵列图：

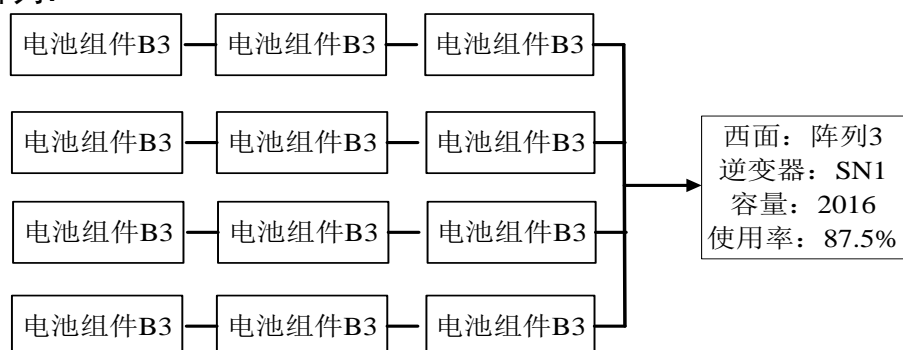
东面电池阵列：



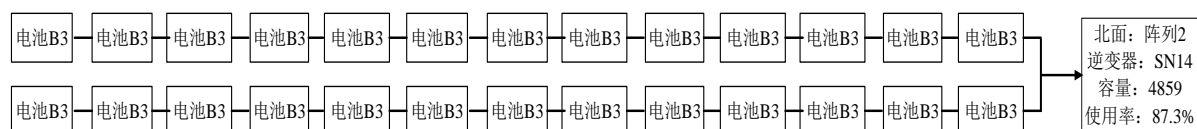
南面电池阵列：



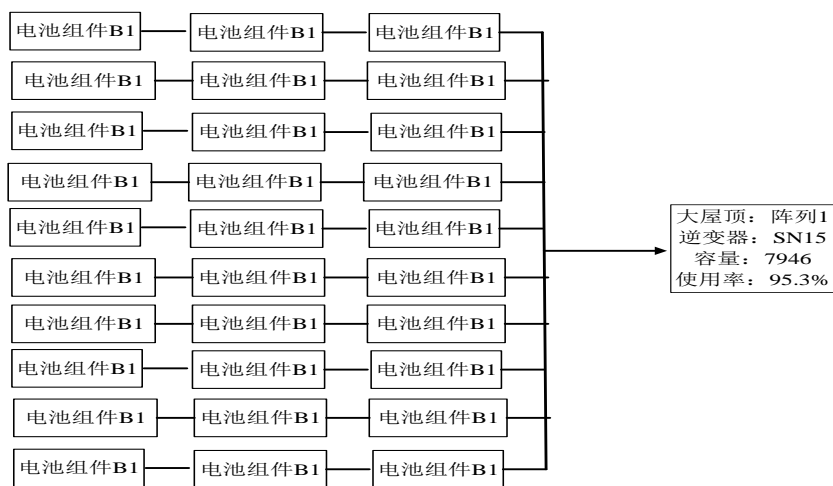
西面电池阵列：



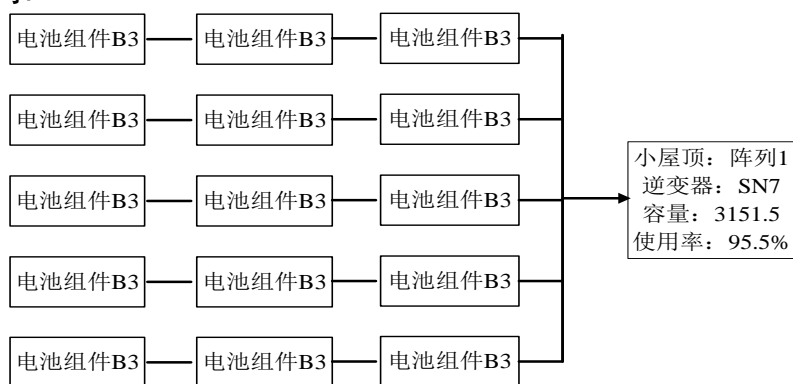
北面电池阵列：



大屋顶电池阵列：



小屋顶电池阵列:



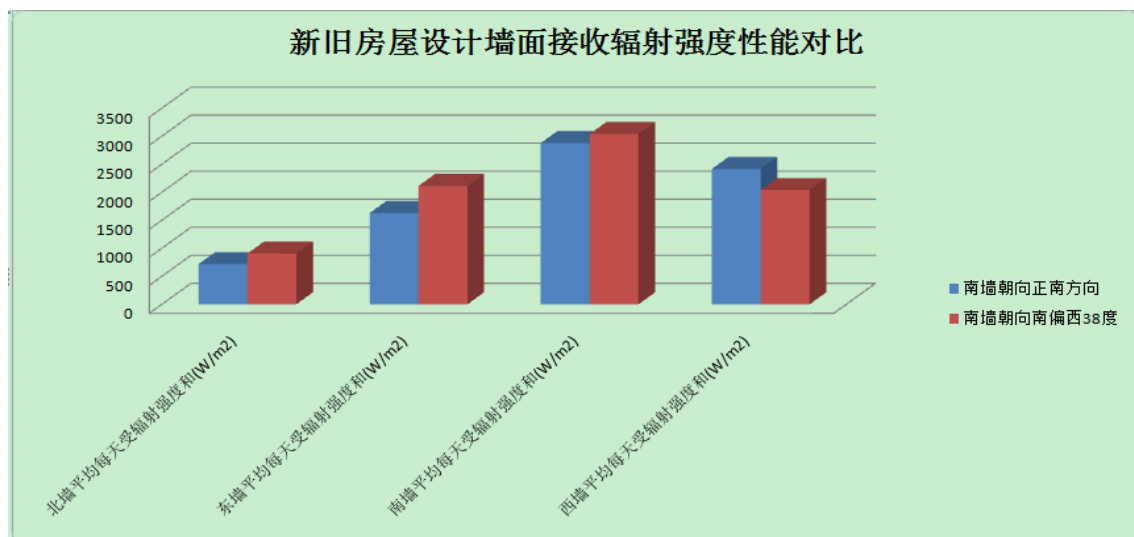
数值指标（电量、利润等）

小屋第一年发电 总量	第一年单位发 电量费用	35 年总发电量	经济效益	投资回收年限
$2.4 \times 10^4 \text{ kwh}$	18元/kwh	$7.6 \times 10^5 \text{ kwh}$	-15%	-

由上述数值可推断，发电量显著提升，但成本与回收年限会随之增大。

7.4 结果分析

我们新设计小屋和第一问中的太阳能小屋单位面积接受到太阳辐射量进行了比较，结果如下图所示



大同市的太阳辐射特点是中午和下午辐射强度较大，朝向为南到西的部分接受的辐射强度相对更大。因此，将房屋顺时针转动 38 度后，除西面墙以外的所有墙面接受辐射能力都有所提示。由图标可看出新设计的房屋接受辐射能力更强。

八、模型的评价与推广

本模型能较好地给出特定小屋的最优电池排布方案，并且发电量比较充足，可以较好地迎合当今社会对清洁能源的需求。但是本模型只考虑让各项指标尽可能更优，而忽略了铺设电池后小屋的美观，不能很好地迎合现代人的审美需求。

另外，作为一种改进方法，我们还可以采用现在已经很成熟的 MPPT (Maximum Power Point Tracking “最大功率点跟踪”) 太阳能控制器。通过该器件我们可以实现对太阳方位的跟踪，从而让光伏电池实时功率最大化，减少了繁琐的电池板偏转角的计算，并能大大提高模型的普遍性。

九、参考文献

- [1]姜启源. 数学模型（第四版）. 北京. 高等教育出版社. 2011
- [2]梅安新，彭望琄，秦其明，刘惠平. 遥感导论. 北京. 高等教育出版社. 2010
- [3]清华大学建筑科学系. DeST-h 技术资料. 2003. 5

十、附录

附录 1

问题 1 寻找最优阵列程序

```
%EÑÑ°×iÓÃµç³ØÖóÁÐ
%pp(i,j)µÜiÖÖµç³ØjÇ²Ã¿ÄêÃ¿Æ²Ã×·çµçÁ¿ kwh
%z(i,j)iµç³ØjÇ²µ¥Î»Ãæ»ým*µµ¥Î»·çµçÁ¿whµÄ·ÑÓÃ
%resÎª¶i¶²ÊäÈè¹|ÂÊ
%rÎªµç³ØÏüÊÖÐ$ÂÊ,iiÎª¶i¶²µçÁ÷
%·½°,±à°Ã
dddddd=input('ÊäÈèÇ²±à°Ã');
kkkkkk=input('ÊäÈèÃæ»ýÏÖÊ');
nn=1;
%µç³Ø×i´ó¹|ÂÊÏÖÊ
III=I;
II=zeros(8760,24);
for i=1:24
    II(:,i)=I(:,dddddd);
```

```

end
for i=1:24
    for j=1:8760
        if II(j,i)*s(i)*r(i)>w(i)
            II(j,i)=w(i)/(s(i)*r(i));
        end
    end
end
fangan=[];
for n=dddddd:dddddd%Ç¼°Å
    for i=1:18%Äæ±äÆ÷
        for j=1:24%µç³Ø
            I(:,dddddd)=II(:,j);
            Imax=max(I(:,n))*s(j);%Ò»¿éµç³ØÄÛÎüÊÕµÄ×îÇ¿Ï«Ñô·øÉä
            t=floor(res(i)/(Imax*r(j)));%È·¶µç³Ø,öÊý
            temp=t;
            t=t+1;
            for ttt=0:(temp-1)    %Äµç³ØÕóÁÐ
                t=t-1;
                nibianqishiyong=(t*Imax*r(j))/res(i);%Äæ±äÆ÷Ê¹ÓÃÐ$ÂÊ
                umax=Imax*r(j)/ii(j);%Ò»¿éµç³Ø×î´óµçÑ¹
                col=floor(u2(i)/umax);%Ä¿ÄÐµç³ØÊý
                if col==0
                    break
                end
                ttemp=col;
                col=col+1;
                for zz=0:(ttemp-1)
                    col=col-1;
                    ln=t/(col);
                    if ln~=fix(ln)
                        break
                    end
                    Imin=u1(i,1)*ii(j,1)/(col*s(j,1)*r(j,1));%µç³ØÄÛ¹¤×÷×îµÍ·øÉäÇ¿¶È
                    cost=price(j)*t+price2(i);
                    p=0;
                    for jj=1:8760%·çµçÁ¿
                        if I(jj,n)<80&&j<=13
                            continue
                        end
                        if I(jj,n)<30&&j>=14
                            continue
                        end
                        if j<=6
                            if I(jj,n)<200
                                p=p+I(jj,n)*r(j)*s(j)*0.05;%·çµçÁ¿
                                continue
                            end
                        end
                        if j<=18&&j>=14
                            if I(jj,n)<200
                                p=p+I(jj,n)*r(j)*s(j)*1.01;%·çµçÁ¿
                                continue
                            end
                        end
                        p=p+I(jj,n)*r(j)*s(j);%·çµçÁ¿
                    end
                    p=p*r2(i);
                    pp=p/(1000*s(j));%µ¥Î»Äæ»ý·çµçÁ¿kwh£¬t±»Ô¼Ê¥
                    z=cost*1000/(p*t);%µ¥Î»·çµçkwh»··Ñ
                    if z>100||(s(j)*t)>kkkkkk%||pp<50%¼ôÖ;

```

```

        break
    end
    % if (ii(j)*ln)>iii(i)
    %     break
    % end
    % if pp>0&&pp~=inf
    fangan(nn,1)=j;
    fangan(nn,2)=i;
    fangan(nn,3)=col;
    fangan(nn,4)=ln;
    fangan(nn,5)=s(j)*t;
    fangan(nn,6)=pp;
    fangan(nn,7)=z;
    fangan(nn,8)=n;
    fangan(nn,9)=nibianqishiyong;
    nn=nn+1;
    % end
    end
    end
end
end
I=III;

% ,ø³ö ·½° ,ÓÄÏÈ¼¶ÄÄÐò
ppp=input('·çµçÄ¿¼ÓÈ¨ÊÝÖµ');
[k kk]=size(fangan);
for pp=1:k
    fangan(pp,10)=fangan(pp,7)/(fangan(pp,6)^ppp);
end
wall1=sortrows(fangan,10);

```

附录 2

问题 1 二维装箱解决程序

```

%ÈÈ¹µçÄÖ¼á°Ï¼â¾ö¶ÏÎ¬×°Ïä
%im=...;

stop=0;
[kkk kkkk]=size(im);
while stop==0
    in=input('çèÊäÈè°²×°µç³ØÓóÁÐ±à°Ä');
    stopbattery=0;
    while stopbattery==0
        [ln col a b]=search(im);
        [n nn]=size(col);
        %ÄÄ²¼µç³Ø
        lni=input('çèÊäÈèµç³ØÐÐÊÝ');
        coli=input('çèÊäÈèµç³ØÁÐÊÝ');
        changebackupcol=coli;
        changebackupln=lni;
        coli=sss(wall1(in,1),1)*coli;
        lni=sss(wall1(in,1),2)*lni;
        error=1;
        k=1;
        tempim=0;
        while k<=n°²×°Ñ;ÔñµÄµç³ØÓóÁÐ
            if
                ((ln(k)+a(k)*lni)>kkk)||((ln(k)+a(k)*lni)<1)||((col(k)+b(k)*coli)>kkkk)||((
                    col(k)+b(k)*coli)<1)
                k=k+1;
            end
        end
    end
    stopbattery=1;
end
stop=1;

```

```

        if k>n

change=input('ÉÖóÁÐÎ Ñ²×°£-ÈÇÐèÐÝ×ªÖóÁÐÖÐµÃ¿,öµç³Ø¿é£-ÇèÊäÈè1£¬·ñÔòÇèÊäÈè0');
    if change==0
        disp('ÉÖóÁÐÃ Ñ²×°');
        else%ÐÝ×ª¿¿éµç³Ø
            k=1;
            coli=ssss(wall1(in,1),1)*changebackupcol;
            lni=ssss(wall1(in,1),2)*changebackupln;
        end
    end
    continue
end
tempim=im;

tempim(ln(k):a(k):(ln(k)+a(k)*lni),col(k):b(k):(col(k)+b(k)*coli))=tempim(ln(k):a(k):(ln(k)+a(k)*lni),col(k):b(k):(col(k)+b(k)*coli))+1;
    if max(max(tempim))==2
        k=k+1;
        if k>n

change=input('ÉÖóÁÐÎ Ñ²×°£-ÈÇÐèÐÝ×ªÖóÁÐÖÐµÃ¿,öµç³Ø¿é£-ÇèÊäÈè1£¬·ñÔòÇèÊäÈè0');
    if change==0
        disp('ÉÖóÁÐÃ Ñ²×°');
        else%ÐÝ×ª¿¿éµç³Ø
            k=1;
            coli=ssss(wall1(in,1),1)*changebackupcol;
            lni=ssss(wall1(in,1),2)*changebackupln;
        end
    end
    continue
end
ttt=1-tempim;
imshow(ttt)
error=input('ÈÇÐèÖÐÃÃ²¼£-ÇèÊäÈè1£¬·ñÔòÇèÊäÈè0');
    if error==0
        im=tempim;
        break
    end
    k=k+1;
    if k>n

change=input('ÉÖóÁÐÎ Ñ²×°£-ÈÇÐèÐÝ×ªÖóÁÐÖÐµÃ¿,öµç³Ø¿é£-ÇèÊäÈè1£¬·ñÔòÇèÊäÈè0');
    if change==0
        disp('ÉÖóÁÐÃ Ñ²×°');
        else%ÐÝ×ª¿¿éµç³Ø
            k=1;
            coli=ssss(wall1(in,1),1)*changebackupcol;
            lni=ssss(wall1(in,1),2)*changebackupln;
        end
    end
    end
    stopbattery=input('ÈÇÐè¼ÏÐøÊ¹ÖÉÖÖóÁÐ£-ÇèÊäÈè0£¬·ñÔòÇèÊäÈè1');
end
stop=input('ÈÇÐè¼ÏÐø²×°ÇèÊäÈè0£¬·ñÔòÇèÊäÈè1');
end

```

附录 3

$$\frac{1}{8}\pi\sqrt{\frac{2}{3}} \approx 0.69, \quad \frac{1}{2} \hat{I} \approx \frac{1}{4} \hat{U}, \pm e$$

```

];
[x y]=size(ZZ);
niandianliang=0;
chengben=0;
for i=1:x
    niandianliang=niandianliang+ZZ(i,5)*ZZ(i,6);%μÚÒ»Äê·çµçÁ¿
    chengben=chengben+price(ZZ(i,1))*ZZ(i,3)*ZZ(i,4)+price2(ZZ(i,2));%³É±³
end
dianlian=0;
earn=0;
nianxian=inf;
stoppp=0;
money=0;
temp=chengben;
for i=1:35
    if i<=10
        dianlian=dianlian+niandianliang;
        ppp=niandianliang;
    else
        if i<=25
            dianlian=dianlian+niandianliang*0.9;
            ppp=niandianliang*0.9;
        else
            dianlian=dianlian+niandianliang*0.8;
            ppp=niandianliang*0.8;
        end
    end
end
money=money+ppp*0.5;%/((1.04)^i);
if stoppp==0
    temp=temp-ppp*0.5;%/((1.04)^i);
    if temp<=0

```

```

        nianxian=i;
        stoppp=1;
    end
end
end

disp('Ð; îÝµÄµÚÒ»ÄêÈ«ÄêÌ«ÑðÄÜ¹â·ü·çµç×ÜÁç')
niandianliang
disp('µÚÒ»Äêµ¥Î»·çµçÁçµÄ·ÑÓÃ')
chengben/niandianliang
disp('Ð; îÝ¹â·üµç³035ÄêÈÜÄüÆÜÁÜµÄ·çµç×ÜÁç')
dianlian
disp('¼-¼ÄÐ$Ðæ£¨µ±ç°ÃñÓÃµç¼Ü°´0.50ª/kWh¼ÆÈä£©')
(money-chengben)/chengben
disp('í¶×ÊµÄ»ØÈÖÄêî±')
nianxian

```

附录 4

南墙电池评价程序

```

%¼ÆÈäÆìÉè·½°,²îÆÀ¼ÜÖ,±ê
ZZ=[
3   3   1   4   5.106560000000000   140.969512632447   22.8096969592696   2
0                                     0.0136279872327176
9   1   1   2   2.940288000000000   135.232392718178   20.4968444386920   2
0                                     0.0130336455649301

];
[x y]=size(ZZ);
niandianliang=0;
chengben=0;
for i=1:x
    niandianliang=niandianliang+ZZ(i,5)*ZZ(i,6);%µÚÒ»Äê·çµçÁç
    chengben=chengben+price(ZZ(i,1))*ZZ(i,3)*ZZ(i,4)+price2(ZZ(i,2));%³É±¼
end
dianlian=0;
earn=0;
nianxian=inf;
stoppp=0;
money=0;
temp=chengben;
for i=1:35
    if i<=10
        dianlian=dianlian+niandianliang;
        ppp=niandianliang;
    else
        if i<=25
            dianlian=dianlian+niandianliang*0.9;
            ppp=niandianliang*0.9;
        else
            dianlian=dianlian+niandianliang*0.8;
            ppp=niandianliang*0.8;
        end
    end
    money=money+ppp*0.5;%/((1.04)^i);
    if stoppp==0
        temp=temp-ppp*0.5;%/((1.04)^i);
        if temp<=0
            nianxian=i;
            stoppp=1;
        end
    end
end

```

```

end
end

disp('Đ;İŸµÄµÜÒ»ÄêÈ«Äêİ«ÑôÄÜ¹â·ü·çµç×ÜÁž')
niandianliang
disp('µÜÒ»ÄêµŸİ»·çµçÁžµÄ·ÑÓÄ')
chengben/niandianliang
disp('Đ;İŸ¹â·üµç³Ø35ÄêÈÜÄüÆÜÄÜµÄ·çµç×ÜÁž')
dianlian
disp('¼-¼ÄÐSÒæ£¨µ±ç°ÄñÓÄµç¼Ű°´0.5Ôª/kWh¼ÆËã£©')
(money-chengben)/chengben
disp('İŸ×ÊµÄ»ØËÖÄêİŸ')
nianxian

```

附录 5

第二问寻找角度程序

// 寻找最佳角度.cpp：定义控制台应用程序的入口点。

//

```

#include "stdafx.h"
#include "iostream"
#include "math.h"
using namespace std;
typedef struct sun
{
    float mount_s[8760]; //水平面散射辐射强度
    float mount_z[8760]; //法向直射辐射强度
    float x1[8760]; //入射角公式的第一个参数 sinH
    float x2[8760]; //入射角公式的第二个参数 cosH
    float pangel[8760]; //pangel 为壁面太阳方位角，计算方法为太阳方位角-壁面方位角
};
class Bestangel
{
public:
    sun s;
    Bestangel();
    void cal(); //计算最佳角度
};
FILE *fp;
Bestangel::Bestangel()
{
    fp=fopen("find.txt","rt");
    for(int i=0;i<8760;i++)
        fscanf(fp,"%f %f %f %f %f", &s.x1[i], &s.x2[i], &s.mount_s[i], &s.mount_z[i], &s.pangel[i]);
}
void Bestangel::cal()
{
    float book[600]={0};
    float bx[600]={0};
    int bb=0;
    float ia=0; //倾斜角
    float ib=0; //壁面方位角
    float max=0; float maxia=0; float maxib=0;
    /*****ia,ib 为搜索变量，根据各种情况修改即可*****/
    /*壁面方位角 ib 从正北方向为 0，顺时针 0-360 度
    倾斜角 ia 根据实际情况设置范围为 0-90 度*/
}

```

```

for(ib=90;ib<=270;ib=ib+0.8)//*****壁面方位角的选定范围
{
    for(ia=0;ia<=90;ia=ia+0.6)//*****倾斜角的选定范围
    {
        float sum_z=0;//直射总量
        float sum_s=0;//散射总量
        float sum=0;//辐射总量
        float cosia=0;//太阳入射角
        for(int i=0;i<8760;i++)
        {
            float T=s.pangel[i]-(ib*3.14/180);
            if(T>1.57||T<-1.57)
                cosia=cos(ia*3.14/180)*s.x1[i];
            else
                cosia=cos(ia*3.14/180)*s.x1[i]+sin(ia*3.14/180)*s.x2[i]*cos(T);
            if(cosia>=0)
                sum_z=s.mount_z[i]*cosia;//直射辐射的量
            else
                sum_z=0;
            sum_s=s.mount_s[i]*cos(ia/2*3.14/180)*cos(ia/2*3.14/180);//散射辐射的量
            sum=sum+sum_z+sum_s;//总辐射量
        }
        if(sum>max)
        {
            max=sum;
            maxia=ia;
            maxib=ib;
        }
    }
}
cout<<"年度最大辐射量"<<max<<"          "<<"倾斜角度"<<maxia<<"      壁面方位角"
<<maxib<<endl;
}
int _tmain(int argc, _TCHAR* argv[])
{
    Bestangel best;
    best.cal();
    getchar();
    return 0;
}

```

附录 6

第三问非线性规划程序

```

max=T;
a>5*3.14/180;
a<60*3.14/180;
b>5*3.14/180;
b<60*3.14/180;
(x+y)<5.4;
x>0;
x<2.6;
y>2.8;
shortl=(x/@tan(a)+x/@tan(b));
shortl>5;
shortl<z;
z<15;

```



```

shortl*z<74;
s>0.2;
s<0.5;
n>0.03;
n<0.3;
e>0.1;
e<0.35;
w<0.35;
sw=z*y*s;
nw=z*y*n;
ew=shortl*y*e;
ww=shortl*y*w;
(sw+nw+ew+ww)/(shortl*z)>0.2;
south=z*y;
north=z*y;
east=shortl*y;
west=shortl*y;
T=1.109*(south-sw)+0.332*(north-nw)+0.772*(east-ew)+0.605*(west-ww)+1.719*x
/@sin(a)*z+1.485*x/@sin(b)*z;
end

```