# 自动化车床最优刀具检测更换模型

## 戚正君,任 毅,司 勇 指导教师: 教师组

(大连理工大学, 大连 115024)

**编者按**: 本文对问题一给出了正确的模型和结果,对问题二也进行了详细的分析,给出了基本正确的结果,这在所有提交的论文中是较少见的 本文缺点是没有考虑 5% 的其它故障,问题三的讨论也不充分.

摘要: 本文通过对自动化车床 100 次刀具故障的记录进行数理统计分析, 研究了自动化车床连续加工单一零件时刀具的检测及更换模型 首先利用概率大样本场合的D 检验方法证明了刀具的故障发生规律服从正态分荷门, 继而求出系统工序的寿命分布函数<sup>[2]</sup>, 列出以合格零件单位期望损失为目标, 关于检测间隔和刀具定期更换间隔为变量的多目标函数方程, 最后利用计算机进行列举比较求解, 从而得出取得最大经济效益的系统工序的最优检测间隔以及最优刀具更换策略 由于刀具的故障发生服从正态分布, 我们对模型进行了改进, 采取有规律的不等间隔的检查方式, 结果取得了相对于等检查间隔的更优解

本文利用算法较好地解决了问题,得到了问题的优化解 对于问题 1,解得换刀间隔和检查间隔分别为 369 和 18,单位合格零件损失 4.615 元,采用不等间隔的损失为 4.405 元;对于问题 2,由于情况复杂,解得换刀间隔和检查间隔分别为 306 和 28,单位合格零件损失 9.268 元,采用不等间隔的损失为 9.047 元,从而验证了本文提出的不等间隔检查方式的更优性

## 1 问题的提出(略)

## 2 基本假设

- (1) 假设在生产任一零件时出现故障的机会均相同
- (2) 假设无论 95% 的刀具损坏故障还是 5% 的其它故障, 发生故障并使恢复正常的平均费用均为 3000 元/次
- (3) 假设问题 2 中工序正常时而误认为有故障停机产生的损失费用(1500 元/次)不包括刀具费用, 即发现检查有误时不进行换刀
  - (4) 假设发现故障和停机维修所用的时间可忽略不计
  - (5) 假设生产任一零件所需时间相同
  - (6) 假设检查时不停止生产,只在检查出不合格零件时才停止生产进行维修
  - (7) 假设提供的刀具故障记录数据是独立同分布的
  - (8) 假设 5% 的其它故障不予考虑

#### 3 符号说明

- Tc 检查零件的单位时间间隔
- *T* 定期换刀的单位时间间隔
- T(C) 以检测时间间隔为 Tc 时, 系统工序合格零件的单位期望损失
- $Tc^*$  以经济损失最小为目标的最优检查的时间间隔

T 以经济损失最小为目标的最优的换刀间隔

 $T(C)^{*}$  在  $Tc^{*}$  和  $T^{*}$  的情况下, 系统工序合格零件的最小单位期望损失

f(x) 系统的失效概率密度

F(x) 累计失效概率密度, 亦即寿命分布函数

f 故障时产出的零件损失费用 200 元/件

t 检查的费用 10 元/次

d 发现故障进行调节使恢复正常的平均费用 3000 元/次(包括刀具费).

k 未发现故障时更换一把新刀具的费用 1000 元/次

μ 刀具平均寿命

σ 样本方差

## 4 模型的建立与浓解

#### 4.1 建立模型前的数据处理

1. 正态性检验

首先根据大样本场合(n> 50)的D 检验验证刀具寿命记录的概率分布的方式

$$D = \frac{\int_{i=1}^{n} \left(i - \frac{n+1}{2}\right) x_{(i)}}{\int_{i=1}^{n} \left(x_{i} - \overline{x}\right)^{2}} \qquad Y = \frac{(D - 0.28209479) \sqrt{n}}{0.02998598}$$

正态分布的拒绝域为 $\{Y \mid Y_{\alpha/2}$ 或 $Y \mid Y_{1-\alpha/2}\}$  取  $\alpha=0.05$  由于 n=100, 则拒绝域为 $\{Y \mid Y_{\alpha/2}\}$ 

- 2.54 或 Y 1.31} Y= - 1.2933

经计算有D = 0.2782

由于样本未落入拒绝域, 故在 ∞ 0.05 时可认为刀具故障记录满足正态分布

2. 概率密度函数的求解

于是失效概率密度函数为:  $f(t) = f_N(t; \sigma^2, x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-(1-x)^2/2\sigma^2}$ 

其中
$$\overline{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} x_i$$

$$\sigma^2 \qquad S^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} (x_i - \bar{x})^2$$

由数据统计得  $\bar{x}$ = 600  $\sigma$ = 196.6291695

则累积失效概率密度函数(寿命分布函数)为

$$F(t) = F_N(t; \sigma^2, x) = \int_0^t f(x) dx$$

#### 4.2 模型一

我们首先建立以合格零件的单位期望损失为目标函数的数学模型

系统工序合格零件的单位期望损失  $T(C) = \frac{-$  系统工序的期望总损失 U 点 系统工序产生的合格零件总数

4.2.1 首先求系统工序的期望总损失Ukk

假设自动化车床在连续运行中将发生N 次更新过程(每次换刀或者维修换刀为一次更

新过程), 即包括到固定换刀间隔才换刀和发生故障后立即维修换刀两类情况

这 № 次更新刀具的过程又可分为两种情况:

- 1. 换刀间隔 T 前尚未出现故障 发生这种情况时的更新间隔均为 T,出现的次数等于刀具更新的总次数乘以以 T 为更新间隔情况下换刀前仍未出现故障的概率,即 N [1-F(T)],因此定期换刀前未出现故障的情况下的总损失  $U_1$  等于这种情况下的刀具更新次数 N [1-F(T)] 乘以单位更新过程的损失费用  $P_1$   $U_2$  = N [1-F(T)]  $P_1$
- 2. 换刀间隔 T 前就出现故障 这时在故障发生后进行检查并进行维修换刀,从而完成了一个更新过程 这种情况下总的发生次数等于总的更换次数乘以系统中发生这种情况的概率,即 $N \cdot F(T)$ ,因此定期换刀前出现故障的情况下的总损失 $U_2$  等于这种情况下的刀具更新次数  $N \cdot F(T)$  乘以单位更新过程的损失费用  $P_2 \cdot U_2 = N \cdot F(T) \cdot P_2$

而 U 总= U 1+ U 2

注 其中 F(T) 为以 T 为更新周期的情况下工序出现故障的概率, 即为前面的数据处理 2 中的累计失效概率密度函数,  $F(t) = \int_{T}^{t} f(x) dx$ , 当 t = T 情况下 F(T) 的结果

下面我们将通过对一个换刀间隔 T 的研究来求  $P_1$  和  $P_2$ 

- 1. 求到换刀间隔 T 尚未出现故障时一次更新所消耗费用  $P_1$ :
- (1) 检查费用: 检查费用等于检查的次数乘以单次检查所需的费用, 即 g1t

注 其中  $g_1$  表示一次换刀前未出现故障的过程的检查次数,等于固定换刀间隔 T 除以检查周期 Tc 所得的整数部分

- (2) 换刀费用: k
- (3) 不合格零件损失费用: 0

所以 $P_1 = g_1 t + k + 0$ 

于是, 在换刀前未出现故障的情况下总的损失费用 $U_1$ 为: 一次换刀周期内的损失乘以这种情况可能发生的总的更新次数. 即

$$U_1 = N \begin{bmatrix} 1 - F(T) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_1 t + K + 0 \end{bmatrix}$$

2. 求换刀时已出现故障时一次更新过程所消耗费用 P 2

这种更新过程如图 1 所示,即在定期换刀间隔 T 内发生故障,则在故障发生后的下一次检查时及时发现并维修换刀,从而完成一个更新过程。一次更新过程的费用包括:

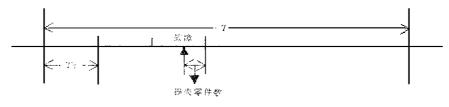


图 1

- (1) 发生故障时的维修换刀费用: d
- (2) 故障维修前所有的损失费用: 由于故障发生的随机性, 因此可以发生在 T 内的任何位置 因此这部分的损失费用等于对于周期 T 内任意点 x 处发生故障所造成的损失与在 x

处可能发生故障的概率的乘积进行积分的结果, 即  $\int_{0}^{t} W_{x} \frac{f_{x}(x)}{f_{x}(T)} dx$ 

其中 $\frac{f(x)}{F(T)}$ 表示在一个换刀周期 T 内任意的 x 处发生故障概率

任意位置发生故障的损失费W x= 检查费用+ 零件损失费

- a. 检查费用等于检查次数乘以单次检查费用, 即[ $g_2+1$ ] $t(g_2)$  为发生故障 x 前的检查 次数, 等于 x/Tc 所得的整数部分)
- b. 零件损失费用等于从发生故障到维修检查之间产生的不合格零件数乘以单个零件的损失费用, 即[Tc-H]f

注 H 为发生故障的检查间隔内产生的合格零件数,即发生故障前的所有合格零件数除以检查间隔所得的余数

所以

$$P_2 = \int_0^T \left[ g_2 + 1 \right] t + \left[ T c - H \right] f \left( \frac{f(x)}{F(T)} dx + d \right)$$

于是得到在换刀前已出现故障的情况下的损失总费用 U 2 为

$$U_2 = N \cdot F(T) \left\{ \int_0^T \left[ g_2 + 1 \right] t + \left[ Tc - H \right] f \right\} \frac{f(x)}{F(T)} dx + d \right\}$$

因此工序总的期望损失为U ä= U 1+ U 2

系统工序产生的合格零件总数为: 换刀前没发生故障情况产生的合格零件总数加上换 刀前发生故障情况下产生的合格零件总数, 即

$$N [1 - F(T)]T + N \cdot F(T) \int_{0}^{T} x \frac{f(x)}{F(T)} dx$$

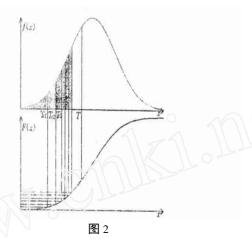
上式中N 可以约去, 式子变成了以 T, Tc 为变量, T (c) 为目标函数的方程 为使 T (c) 最小, 我们利用计算机进行穷举比较法求解 首先选取 T=50 为步长进行求解比较, 求得 T=400, Tc=16 时出现最优解; 然后在 T (350, 450) 之间逐一进行求解比较, 从而得到模型的优化解如下:

$$T(C)^* = 4.615$$
  
 $T^* = 369$   
 $Tc^* = 18$ 

## 4.3 对模型一的进一步改进

由于故障记录满足正态分布, 因此在等检查间隔内产生的不合格零件数并不相等, 即故障发生在各间距内的概率并不相等, 也就是说这样便不符合在生产任一零件时出现故障的机会均相等的假设 为了使在任意检查区间内故障发生的概率积累均相同, 我们根据故障记录的正态分布规律, 开始时工序故障发生的概率小, 到工序运行中期达到最大, 然后再次变小的变化规律, 如图采用不等间隔的检查方式, 即检查间隔由大一小一大的方式进行检查, 从而相对于等间隔检查更加合理 如图 2 所示:

由图 2 已知单位检查间隔内产生的不合格零件的累计失效概率密度用面积 area 表示, 各块面积大小相等,即在各单位检查间隔内产生不合格零件的概率积累均相同,由此可以确



定检查间隔 Tc 具体的变化规律 设在一个换刀间隔内检测间隔次数为  $g_1(T)$ ,图 2 下半部分中的纵坐标累积失效概率密度即为图 2 上半部分中的面积 area,

因此, 
$$g_1(T) = F(T) \ div \ area \ (div \ 表示整除)$$
 (1)

设在 T 的周期内任一点 X 处发生故障, 设在故障 X 之前的检测次数为  $g_2(X)$ 

则 
$$g_2(x) = [F(x-1) \ div \ area] + 1$$
 (2)

于是得到损失零件数 $H(x) = F^{-1}[g_2(x) \times area] - x$  (H(x) < T - x)

如果
$$H(x)$$
  $T-x$  时则损失零件数为 $T-x$  (3)

我们将改进后的(1)、(2)、(3)的结果应用于模型一中,得到了模型一的更优解和更好的效益

$$T(C)^* = 4 405$$
  
 $T^* = 369$   
 $area^* = 0.006$ 

改进后的模型得到的更优解较改进前期望损失的最小值降低了 5%, 对于不等间隔检查, 其检查间隔 Tc(n) 的计算公式为:

$$Tc(n) = F^{-1}[area \times n] - F^{-1}[area(n-1)]$$

Tc(n)的计算结果如下表所示

检查次数	检查间隔	检查零件号	检查次数	检查间隔	检查零件号
1	106	106	11	9	303
2	50	156	12	9	312
3	31	187	13	9	321
4	24	211	14	7	328
5	19	230	15	8	336
6	16	246	16	7	343
7	14	260	17	7	350
8	12	272	18	6	356
9	12	284	19	7	363
10	10	294	20	6	369

#### 4.4 模型二

相对于模型一,模型二需要增加考虑两种情况:一种是在工序正常工作时有可能检查到 2% 的不合格零件而误认为出现故障停机,发现误检后不进行换刀,继续正常工作,每次误停机将造成 1500 元的损失;第二种情况是由于工序发生故障后仍有 40% 的合格零件产生,必然会导致因为检查到 40% 的合格零件而认为工序正常的错误,这样会增加不合格零件的数量和相应增加不必要的检查,从而使工序的损失增加

同模型一, 我们同样列出以单位合格零件的期望损失为目标的函数方程

系统工序合格零件的单位期望损失  $T(C) = \frac{\underline{\underline{X}$  统工序的期望总损失  $\underline{U}$  息  $\underline{\underline{X}}$  系统工序产生的合格零件总数

系统工序的总损失U 是又包括定期换刀前出现故障情况下产生的损失U 加上定期换刀前未出现故障情况下产生的损失U 2

我们仍假设整个系统共包括N 次更新过程

换刀前出现故障的更新次数: $N \cdot F(T) (F(T))$ 的含义同模型一)

换刀前未出现故障的更新次数:N [1- F(T)] 所以

$$U_1 = N [1 - F(T)]P_1$$
  
$$U_2 = N \cdot F(T) \cdot P_2$$

下面我们将通过对一个换刀间隔T的研究来求 $P_1, P_2$ 

- 1. 换刀前未出现故障的更新过程的单位损失费用 P1 包括:
- (1) 一次换刀费用: k
- (2) 检查费用: 单位更新周期内的检查次数乘以单次检查费用 即  $g_1t$

同模型一我们用 $g_1$ 表示T/Tc的整数部分

(3) 由于车床在正常工作时将会产生 2% 的不合格产品, 如果在检测时正好被检测到, 将误认为有故障而停机, 造成的误停机损失总费用等于误停机的次数乘以一次误停机的损 失

误检测而停机的次数= 总的检测次数×在正常情况下不合格产品所占总产品的百分含量,即: 2%  $g = \frac{g_{\perp}}{50}$ 

所以, 误检测而停机造成的损失费用为:  $\frac{g_1}{50} \times 1500 = 30g_1$ 

(4) 在工序正常运行中产生的不合格零件的损失费用= 单位换刀间隔T 内产生的不合格零件总数  $T \times 2\%$  与单个不合格零件的损失 f 的乘积, 即

$$Tf \, 2\% = \frac{Tf}{50}$$

合计(1)、(2)、(3)、(4) 各项的费用,即为换刀前未出现故障的更新过程的单位损耗费用  $P_1$ :

$$P_1 = k + g_1 t + 30g_1 + \frac{Tf}{50}$$

所以换刀前未出现故障的情况下的损失费用 $U_1$  合计为:

$$U_{1} = N [1 - F(T)] \left[ k + g_{1}t + 30g_{1} + \frac{Tf}{50} \right]$$

2. 同上, 定期换刀前出现故障情况下的总损失 $U_2 = N \cdot F(T) \cdot P_2$ , 其中  $P_2$  为换刀前出现故障的更新过程的单位损失费用

由于故障的出现是随机的,即故障可能在x T 的任意点发生,同模型一,系统在此单位刀具更换间隔内的平均损失费用为:  $P_2 = \int_0^T W \times \frac{f_2(x)}{F_2(T)} dx$ 

其中单位换刀间隔内的x 点处发生故障的平均损失费用 $W_2$ 包括:

- (1) 发生故障前的检查费用:  $(g_2-1) t(g_2$  表示包括故障后的那次检查的故障前所有检查次数的和)
  - (2) 发生故障前由于误检停机造成的损失费用(同一(3)中表述):

$$(g_2-1) \times 2\% \times 1500 = 30(g_2-1)$$

(3) 正常工序中 2% 的不合格零件造成的损失:

$$2\% \ xf = \frac{xf}{50}$$

(4) 发生故障后的检查所需费用:

因为每次故障后要进行一次检查, 而这次检查时可能检查到 40% 的合格品, 也就是下一次是否进行检查的可能性为 40%, 于是对从  $g_2$  次(记为第 0 次) 到  $g_1$ (记为第  $g_1$ -  $g_2$  次)进行累计作为平均检查次数, 即

其中H 等于Tc 减去X 除以Tc 所得的余数, 即为发生故障的检查间隔内, 发生故障到下次检查之间产生的零件数

这时发生故障后的检查所需费用为  $0.4^{i}t$ 

而当T-x H 时,即换刀发生在从故障发生到下一次检查维修之间的时候,检查次数为 0. 所以检查费用为 0

(5) 对故障进行维修换刀的平均损失:

$$\left(1-0.4^{g_{1}-g_{2}+1}\right)d$$

其中  $0.4^{g_1-g_2+1}$ 为第  $g_1-g_2+1$  次检查时检查到合格品时的概率

(6) 发生故障后产生的不合格零件的平均损失费用:

当 T - x > H 时即当故障发生后第一次检查到合格零件而误认为是无故障发生直到检查出故障而进行换刀或维修为止的情况 这时损失可分为两个部分:

a 发生故障产生后到第一次检查的所产生不合格零件的损失,即

b. 从发生故障后的第一次检查直到维修换刀时产生不合格零件的损失

于是当 T- x> H 时, 发生故障后产生的不合格零件的平均损失费用:

$$(H + 0.4T_c + 0.4^2T_c + ...0.4^{g_1-g_2}T_c) 0.6f$$

当 T - x H,即固定换刀发生在从故障发生到第一次检查之间时,发生故障后产生的不合格零件的平均损失费用:

$$(T - x) \cdot 0.6f$$

所以换刀前出现故障的情况下总的损失费用 $U_2 = N \cdot F(T) \int_0^T W_X \frac{f(x)}{F(T)} dx$ 

其中 $W_x$  等于(1)、(2)、(3)、(4)、(5)、(6) 各项损失之和 因此,整个系统的平均损失为

$$U \bowtie = \left[ k + g_1 t + 30g_1 + \frac{Tf}{50} \right] \cdot N \cdot \left[ 1 - F(T) \right] + \int_0^T W_X \frac{f(X)}{F(T)} dX \cdot N \cdot F(T)$$

共产生的合格零件总数为:

(1) 换刀前未发生故障所产生的总的合格零件个数: 它等于换刀前未发生故障的情况下 产生的零件总数与合格零件所占百分比的乘积

$$N [1 - F(T)]T \times 98\%$$

(2) 换刀前发生故障所产生的总的合格零件个数

$$N \cdot F(T)$$
  $\begin{bmatrix} T \\ 0 \end{bmatrix}$  98%  $x + \frac{(6)}{0.6f}$   $\begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} + \frac{f(x)}{F(T)} dx \end{bmatrix}$  ((6) 结果见上式)

于是,模型二中系统工序的单位期望损失为

 $T(C) = \frac{W_{\pm}}{(1) + (2)}$ 从而再次转化为确定 T 和 Tc 的值使 T(c) 最小的关系式 ((1)、(2) 结果见上式)

同模型一利用计算机进行穷举比较法计算得出最优解

$$T(C)^* = 9.268$$
  
 $T^* = 306$   
 $Tc^* = 28$ 

同模型一的改进,我们对模型二进行不等间隔检查的改进,用改进的模型一中的g1(T) (单位换刀间隔内的检查次数)、 $g_2(x)$  (在故障 x 前进行检查的次数)、H(x) (从损坏到下次 检查间产生的零件数)代入模型二中,求得

$$T(C)^* = 9.047$$
  
 $T^* = 316$   
 $area^* = 0.017$ 

相对于模型一,由于模型二发生故障后仍有40%的合格品产生,因此给检查带来了困 难, 为了尽量减少误检造成的损失, 于是相应的检查间隔变大而换刀间隔减小, 从而单位期 望损失也由 4.405 变为 9.047.

## 4.5 模型二检查方式的改进(问题 3 的解答)

对于问题二, 由于工序正常时产出的零件仍有 2% 为不合格品, 而工序故障时产生的零 件有 40% 为合格品、这样工作人员在通过定期检查单个零件来确定工序是否出现故障的检 查方式必然会导致正常工序时因检查到不合格零件而误认为出现故障停机的错误和工序发 生故障后检查到的仍是合格品而认为工序正常的错误,都将造成很大损失。于是我们建议 工作人员当检查到一个零件为合格品时,再检查一个零件,若仍是合格品则判断工序正常, 若为不合格品则判定为系统工序出现故障 这样虽然会相应地增加检查的费用,但大大降 低了因误检而造成的损失. 从而使系统工序获得更高的效益 (编者按: 这就是 Baves 决策 的思想, 最好具体算一下这样处理后, 减少了多少误判概率 )

## 5 对模型的评价和改进

本文所阐述的模型是以单位期望效益为目标的更新报酬定理<sup>[3]</sup>的改进与推广。它广泛适用于自动化车床的管理系统,但只能是单道工序加工单一零件的情况,却对扩展到多道工序和多种零件的复杂车床管理系统产生指导意义。本文还应用等概率法对等间隔检查方式进行了改进,利用失效概率密度函数使检查间隔符合等概率分布,该模型更优。本模型对可能发生的故障损失逐一进行了细致的分析求解,但多目标的模型方程比较繁琐,于是本模型选择了用计算机进行了给定范围的穷举比较法采进行求解

在假设中我们假设检查零件时如检查到不合格零件,立即停止生产(即不再产生不合格产品),而实际中由于检查时间不容忽视,必然会多产生一些不合格产品,本模型中并没有考虑,会造成一些误差。另外本模型没有对故障及维修时间提出具体要求,即在整个工序中如何尽量提高生产效率问题上留下了遗憾

#### 参考文献:

- [1] 茆诗松,周纪芗. 概率论与数理统计. 中国统计出版社
- [2] 蔡 俊 可靠性工程学 黑龙江科学技术出版社
- [3] 沈玉波, 冯敬海 可修系统的最优检测更新模型 数学的实践与认识, 1996 3

# The Optimum Checking and Replacing Model for the Cutting Tool of the Automatic Machine Tool

QIZheng-jun, REN Yi, SIYong

(Dalian University of Technology, Dalian 116024)

Abstract Through statistical analysis of more than 100 times breakdown of cutting tools on the automatic machine tool, the checking and replacing model has been studied for cutting tool to machine only one part continuously. In this paper, by using of the *D* inspection method for the large-scale sample situation in the probability theory, it has been proved that the occurring law of cutting tools breakdown accords with the normal distribution. After figuring out the life-span distribution function of the system process, the multi-objective function equation has been obtained in which the unit expected loss of the qualified part is taken as objective and the checking interval as well as the regular replacement interval for cutting tool are variables. By means of enumeration and comparison methods to look for the solution on the microcomputer, the optimum checking interval and the optimum replacing strategy for the cutting tool have been given which could bring out the optimal economic profit in the system process. Since the occurring law of cutting tools breakdown accords the normal distribution, the improved model has been presented by adopting the regular unequal interval checking method and the better results than these of equal interval checking method are obtained

By using the algorithm mentioned above, the function has been solved fairly and the optimum solution has been got. In this paper two study cases are described. For case 1, the intervals of replacing and checking are 369 and 18 respectively, the loss of unit qualified part is 4.615 Yuan and it will be down to 4.405 Yuan if the unequal interval is adopted. For case 2, under complicated conditions, the intervals of replacing and thecking are 306 and 28 respectively, the loss of unit qualified part is 9.268 Yuan and it will change to 9.047 Yuan when using unequal interval. These results provide a more advantage proof for the improved model using the unequal interval checking method.

# 自 动 化 车 床 管 理

于 杰, 蒋爱民, 李荣冰 指导教师: 倪. 勤

(南京航空航天大学, 南京 210016)

**编者按**: 本文思路清晰, 叙述简洁扼要, 在处理 5% 其他故障方面有独到之处 但问题二的分析和结果有不足和错误

**摘要**: 本文讨论了系统的最优维修策略问题, 考虑到题目中所涉及的变量大多为随机变量, 我们建立了单目标的期望值模型 并利用计算机采用穷举搜索法求解得第一种情况最优解为每生产 18 个零件检查 1 次, 当检查到 20 次时更换刀具, 这时生产单个零件的最低平均费用为 4. 62 元

最后, 我们指出了模型中一些未考虑的因素, 分析了这些因素可能对模型产生的影响, 并提出了模型的 改进方案

## 1 问题的提出(略)

## 2 基本假设

- (1) 假定生产任一零件出现故障机会均等, 且相互独立
- (2) 发现故障时无法区分刀具故障和其它故障
- (3) 其它故障服从几何分布
- (4) 每次只检查1个零件
- (5) 零件检查时间很小, 可忽略不计
- (6) 检查间隔是相等的
- (7) 假设随机变量 X 1, X 2 是相互独立的, X 1, X 2 的含义见符号说明

## 3 符号说明

n: 每生产 n 个零件检查一次

m: 检查第m 次时更换新的刀具

T: 定期更换刀具时已生产的产品的总数即刀具更换周期  $T = n \cdot m$