

文章编号: 1005-3085(2002)05-0095-06

# 公交车调度优化模型

李成功, 脱小伟, 郭尚彬

指导教师: 祁忠斌

(兰州工业高等专科学校, 兰州 730050)

**编者按:** 本文根据时间和空间客流不均衡变化的情况研究车辆调度的规律, 在保证一定收益和使顾客满意的情况下给出了调度时刻表。本文分析问题比较精细, 叙述通顺简练。本文的不足之处是对原题中 50% 与 120% 的不同提法考虑不够。

**摘 要:** 本文主要研究了一条公交线路在其每时段内各个车站点的客流统计数据为已知情况下的车辆运行计划时刻表的制定问题。一般情况下, 公交公司在调查研究取得一定数据的基础上都是按“接连开出”的方法安排工作日的车辆行车调度表, 使得在运行期内, 一组车辆“鱼贯而出, 再鱼贯而入”, 而我们主要研究了随着时间和空间上客流不均衡性的变化, 车辆应如何调度的规律, 建立了目标规划模型。实现了“有早出, 有晚出”, 车辆有多有少的调度计划。在保证一定效益和顾客满意的情况下, 使在岗车辆的总运行时间最短。所有的计算都在计算机上实现, 得出了调度时刻表, 且最少的车辆数为 42, 顾客与公交公司的满意程度比为: 0.68:0.46。

**关键词:** 公交车调度; 客流量; 目标规划

**分类号:** AMS(2000) 90C08

**中国分类号:** TB114.1

**文献标识码:** A

## 1 已知数据及问题的提出

我们要考虑的是某城市的一条公交线路上的车辆调度问题。现已知该线路上行的车站总数  $N_1 (=14)$ , 下行的车站总数  $N_2 (=13)$ 。且在问题中给出了某一个工作日(分为  $m$  个时间段, 第  $i$  时间段的时间跨度为  $t_i = 1$  小时)中第  $i$  时间段第  $j$  站点上行方向上、下车的乘客数量为  $Q'_u(ij)$ ,  $Q''_u(ij)$ , 第  $i$  时间段第  $j$  站点下行方向上、下车的乘客数量为  $Q'_d(ij)$ ,  $Q''_d(ij)$ ; 上、下行站点间的距离分别为  $L_j, L'_j$ 。公交公司供给该线路同一型号的大客车, 每辆标准载客量为  $q_0 = 100$  人, 由统计知, 该线路上客车运行的平均速度为  $v = 20$  公里/小时。运营调度要求, 乘客候车时间不要超过  $T_1 = 10$  分钟, 早高峰一般不要超过  $T_2 = 5$  分钟, 车辆满载率不应超过  $\bar{r} = 120\%$ , 一般也不要低于  $\underline{r} = 50\%$ 。

现要我们根据以上资料和要求, 为该线路设计一个便于操作的全天(工作日)的公交车调度方案, 包括两个起点的发车时间表; 一共需要多少辆车; 并给出刻划乘客和公交公司双方利益、满意程度的指标, 进行评估等。

## 2 问题的初步分析及基本假设

制定公交车调度方案需要考虑的因素非常多, 且很多因素都是随机的。为了抓住重点, 简化模型建立及求解, 必须作一定的简化假设和设定。

- 1) 汽车从起点站发车后,都能在额定的时间里到达终点站;
- 2) 实际运行过程中,发车时间间隔允许有一些细小的调整;
- 3) 乘客在规定的时间内都可以乘车;
- 4) 乘客的满意程度只以他所乘的车的拥挤程度来衡量;
- 5) 已知平均速度,故不计乘客上下车和其它因素所占用时间;
- 6) 采用正班全程、终点对开的调度方式。

### 3 模型的建立

该问题给出了一个固定线路上的一个工作日各个站点  $A_j$  在各个时段  $t_i$  的客流量的统计信息及一些要求。统计数据  $Q'_u(ij), Q''_u(ij), Q'_d(ij), Q''_d(ij)$  反映了该条线路上客流量的分布,通过适当的整理分析,可以确定我们要做调度计划所需的信息。我们的模型建立及求解主要通过下面几个步骤:

- 1) 对数据进行处理,并在假设的基础上结合实际,确定车辆调度所需要的参数;
- 2) 在取得参数的基础上,通过目标规划的方法编制运行时刻表;
- 3) 根据运行时刻表,确定顾客与公交公司的满意度,进行模型评价;

(一) 确定各主要运行参数如下:

- 1) 第  $i$  时间段内的客运量  $Q(i)$ :

$$Q(i) = \sum_{j=1}^{N_1} Q'_u(ij) + \sum_{j=1}^{N_2} Q'_d(ij) \quad i = 1, 2, 3, \dots, m \quad (1)$$

- 2) 时间不均匀系数  $K(i)$  及高峰时段:

$$K(i) = Q(i)/\bar{Q} = Q(i) / \left( \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m Q(i) \right) \quad i = 1, 2, 3, \dots, m \quad (2)$$

令  $T_a = \{i | K(i) \geq 1.8\}$ , 称  $T_a$  为高峰时段; 令  $T_b = \{i | 1.0 \leq K(i) < 1.8\}$ , 称  $T_b$  为平峰时段; 令  $T_c = \{i | K(i) < 1.0\}$ , 称  $T_c$  为低峰时段。另外, 记  $K(s) = \max_i \{K(i)\}$ , 即  $s$  为最高峰时段序号。

- 3) 第  $i$  时间段内的客流量  $Q'(i)$ :

$$Q'(i) = \sum_{j=1}^{N_1} (Q'_u(ij) - Q''_u(ij)) + \sum_{j=1}^{N_2} (Q'_d(ij) - Q''_d(ij)) \quad (3)$$

- 4) 高峰站点及其客流量:

高峰站点是指统计时间内沿线路客运量较大运输方向的客流量最大站点。

若记  $Q''_u(i) = \sum_{j=1}^{K_1} (Q'_u(ij) - Q''_u(ij))$ ,  $Q''_d(i) = \sum_{j=1}^{K_2} (Q'_d(ij) - Q''_d(ij))$ , 其中  $K_1, K_2$  别为上、下行高峰站点序号, 则第  $i$  时间段高峰站点客流量为:

$$Q''(i) = \max \{Q''_u(i), Q''_d(i)\} \quad (4)$$

- 5) 周转时间  $t_0(i)$ : 为车辆运行一周所需时间, 影响因素很多, 比如车站停靠时间, 排队待发时间、流量的大小、道路的交通等。在我们假设的基础上, 可设

$$t_0(i) = t_{00} + \Delta T_i \quad (5)$$

其中  $t_{00}$  为车辆往返时间, 即  $t_{00} = \left( \sum_{j=1}^{N_1} L_j + \sum_{j=1}^{N_2} L'_j \right) / v$ ;  $\Delta T_i$  为车辆调度时间, 其分别为:  $0 \leq \Delta T_i \leq 2$  (高峰时);  $0 \leq \Delta T_i \leq 6$  (平峰时);  $0 \leq \Delta T_i \leq 10$  (低峰时)。

- 6) 计划车容量  $q_i$ : 指行车作业计划限定的车辆载客量, 又称计划载客量定额。这是根

据计划时间内线路客流的实际需要、行车经济性要求和运输服务质量标准确定的计划完成的车辆载客量。可按下式确定:

$$q_i = r_i \cdot q_0 \quad (6)$$

其中:  $q_0$  为车辆额定载客量( $q_0 = 100$  人);

$r_i$  为车辆满载率定额。由题意,  $50\% = \underline{r} \leq r_i \leq \bar{r} = 120\%$

7) 行车频率初值  $f'_i$ : 指在第  $i$  时段内通过线路上同一站点的车辆数的计算值, 则

$$f'_i = \frac{Q''(i)}{q_i} \quad (7)$$

8) 所需车辆数及频率:

(1) 每时段车辆数  $A_i$  及频率  $f_i$ :

令  $A'_i = \begin{cases} \frac{f_i}{\eta_i}, & t_i > t_0(i) \\ f_i, & t_i \leq t_0(i) \end{cases}$ , 其中  $\eta_i$  表示第  $i$  时间段车辆的周转系数, 即  $\eta_i = \frac{t_i}{t_0(i)}$ , 则

$$A_i = \begin{cases} \lceil A'_i \rceil, & i \in T_a \\ \lfloor A'_i \rfloor, & i \in T_b \cup T_c \end{cases}, f_i = A_i \quad (8)$$

(2) 不计其它因素的影响, 我们认为, 最高峰时段的车辆数  $A_s$  即为线路所需车辆数  $A$ , 其中  $s$  为最高峰时段序号;

(3) 正、加班车数: 正班车数  $A_n$  与加班车数  $A_w$  通常可根据路线车辆数  $A$ 、客流的时间不均匀系数  $K(s)$  及车辆满载率定额  $r_i$  等按下式确定:

$$A_n = \omega \frac{A_0 r_i}{K(s) r_f} \quad (9)$$

式中:  $\omega$  为车辆系数。

$r_i$  为高峰时段  $s$  的载客率定额;

$r_f$  为平峰期载客率定额。

根据线路车辆类型及平均满载程度的不同情况, 车辆系数约为:  $\omega = 1.0 \sim 1.20$ , 因为同一车型, 所以取  $\omega = 1.0$ 。

加班车数:  $A_w = A - A_n$

(4) 加班区间的确定: 当  $i \in T_a$ , 即在高峰时段时, 需要增开加班车。

9) 行车间隔  $I_i$ :

(1) 行车间隔的计算: 行车间隔是指正点行车时, 前后两辆车到达同一停车站的时间间隔, 又称车距。可由下式确定:

$$I_i = \begin{cases} \min |T_2, t_i / f_i|, & i \in T_a \\ \min |T_1, t_i / f_i|, & i \in T_b \cup T_c \end{cases} \quad (10)$$

行车间隔确定是否合理, 直接影响营运线路的运送能力和运输服务质量(即顾客的满意程度)。

(2) 行车间隔的分配: 即行车间隔计算值的分配, 指对呈现小数的行车间隔值进行取整数处理, 使之确定为适当的数值以便掌握的过程。

假设某段时间  $t_i$  内行车间隔  $I_i$  的计算值为小数, 即  $I_i = E + a$  ( $E$  为  $I$  的整数值部分;  $a$  为小数值部分)。令

$$I_d(i) = \lceil I_i \rceil = E + 1, \quad I_x(i) = \lfloor I_i \rfloor = E \quad (11)$$

再设  $t_i$  内以  $I_d(i), I_x(i)$  为煎隔的车辆数分别为  $S_d, S_x$ , 所需车辆数为  $A_i$ , 则易得

$$S_d = t_i - A_i I_x(i), \quad S_x = A_i - S_d \quad (12)$$

10. 最多运行圈数  $M$ :

记  $T_0$  (小时) 为一个工作日的时间,  $t_m = \min\{t_0(i)\}$ , 则

$$M = (T_0 \times 60) / t_m \quad (13)$$

具体各参数算法及调整:

在已确定车辆调度形式及线路原始数据基础上进行的运行参数计算, 是一个包括初值计算、数值调整和确定参数终值等循环反复进行比较选择的过程, 如果某步骤的计算结果不符合要求, 则应返回至前面有关步骤, 修改有关数据后重新进行, 直至符合要求为止。

具体运行参数的调整通过编程实现(流程图, 程序及结果见附页)。

(二) 建立目标规划模型编制行车时刻表:

我们所制定的行车时刻表是一个  $A \times 2M$  矩阵  $P = (x_{s,j})_{A \times 2M}$ , 其奇、偶数列元素  $x_{s,(2k-1)}, x_{s,2k}$  分别表示第  $s$  班车在第  $k$  圈 ( $k = 1, 2, \dots, M$ ) 中在站点  $A13, A0$  的发车时刻(精确到分钟)。若没发车, 则令  $x_{s,2k-1}$  (或  $x_{s,2k}$ ) 为 0。另外, 当  $x_{s,j} \neq 0$  时, 令  $i = \lfloor x_{s,j} \rfloor - 4$ , 则  $i$  就是时刻  $x_{s,j}$  所属的时间段的序号。

我们要考虑的目标是: 在早高峰之前, 使尽可能多的车尽可能晚出车, 而在晚高峰之后, 又使尽可能多的车, 尽可能早地下班。这样, 作为公交公司, 就可以减少付给因排队待命而在岗的那些行车人员的工资。为此, 令

$$k_1(s) = \min_j |j|_{s_{s,j} \neq 0}, \quad k_2(s) = \max_j |j|_{s_{s,j} \neq 0}, \quad (14)$$

则显然, 第  $s$  班车在第  $\lfloor k_1(s)/2 \rfloor$  圈出车, 在第  $\lfloor k_2(s)/2 \rfloor$  圈收车; 再记  $s'$  为同一圈、同一站上继第  $s$  班车后所发的第一辆车的班次序号。则有目标函数

$$\max \sum_{s=1}^A (k_1(s) + (2M - k_2(s))) \quad (15)$$

及约束条件

$$\begin{cases} |x_{s,j} - x_{s,(j-1)}| = \left\lceil \frac{t_0(i)}{2} \right\rceil \\ |x_{s,j} - x_{s',j}| \in [I_d(i), I_x(i)] \\ 5 \leq x_{s,j} \leq 23 \\ j = 2, 3, \dots, 2M \\ s = 1, 2, \dots, A \end{cases} \quad (16)$$

此模型可通过计算机模拟求解得出行车时刻表从而可制定出调度方案(程序见附录), 但控制变量  $x_{s,j}$  的个数很多, 算法非线性, 计算量很大。在实际编制中往往从高峰时段开始向前后推算, 用手工较容易实现, 而且还可以微调。部分时刻表见表 1。

表 1 行车时刻表(部分)

圈数 班次	1		2		3		4		5		6	
	A13	A0	A13	A0	A13	A0	A13	A0	A13	A0	A13	A0
24		5:00	5:50	6:36	7:21	8:06	8:51					
25					7:22	8:08	8:54	9:40	10:25	11:11	11:56	
26					7:24	8:10						
27					7:26	8:12	8:57					
28					7:28	8:14	9:00	9:45	10:32	11:16	12:02	12:50
29		5:10	6:00	6:44	7:30	8:16						
30			6:02	6:46	7:32	8:18	9:05	9:50			2:07	
31			6:04	6:48	7:34							
32		5:20	6:06	6:50	7:36	8:21	9:07	9:55	10:39	11:22	12:12	
33			6:08	6:52	7:38	8:24	9:10	10:00	10:46	11:30	12:17	13:01

(三) 刻划公交公司及顾客的满意程度:

记  $\bar{q}_i$  为实际某一行车方案中第  $i$  时段上的平均每辆车的载客量, 显然,  $\bar{q}_i = \frac{Q'(i)}{A_i}$ 。

$$\text{令 } p_i = \begin{cases} \frac{\bar{q}_i - 100}{100}, & \bar{q}_i > 100 \\ 0, & \bar{q}_i \leq 100, \end{cases} \quad p'_i = \begin{cases} \frac{q^* - \bar{q}_i}{q^*}, & \bar{q}_i < q^* \\ 0, & \bar{q}_i \geq q^* \end{cases}$$

其中  $q^*$  为车辆收益载客量。

令  $p = \frac{1}{m} \sum_i p_i$ ,  $p' = \frac{1}{m} \sum_i p'_i$ , 则  $p, p'$  分别反映了顾客和公交公司的不满意程度, 即当  $p, p'$  越小时越满意。(  $0 \leq p, p' \leq 1$  )

按本文中所制定的时刻表来计算得出当  $p^* = 0.8$  时,  $p = 0.32$ ,  $p' = 0.54$ 。

#### 4 模型的评价与推广

本文是在一定的假设条件下所考虑问题的, 具有一定的实际推广意义, 可以用来制定一些良好条件下的车辆调度计划, 但对于因素太多、条件太复杂的运行系统则需用人工模拟与理论分析相结合的方法综合考虑。

#### 参考文献:

- [1] 李维斌著, 汽车运输工程[M]. 北京: 人民交通出版社, 1987
- [2] 叶其孝编, 大学生数学建模辅导教材[M]. 长沙: 湖南教育出版社, 1997

### The Optimizing Modle on the Dispatch of Buses

LI Cheng-gong, TUO Xiao-wei, GUO Shang-bin

Teacher: QI Zhong-bin

(Lanzhou Higher Polytechnical College, Lanzhou 730050)

**Abstract:** This passage discusses the problem of how to determine the timetable of the buses on a certain route under the condition of known statistical data of passenger flow at various stops during every time period. Under normal conditions, bus companies arrange the vehicle dispatching timetable on the basis of investigated data with the "succession" method during work days to make a group

of buses "file in and out" during operation period while we have mainly done the research on the uneven variation of the passenger flow in time and space, the research on the laws of how to dispatch buses and we have established a target planning model which has realized the dispatching plan of "some early and some late" and when there are more, when there are fewer. Under the circumstances of ensuring certain benefits and the satisfaction of passengers, the overall operating time of the buses in operation has been made the shortest, the dispatching timetable has been got, while the number for the least buses is 42 and the ratio of satisfaction between passengers and bus companies is 0.48:0.46

**Key words:** Bus Dispatching; Passenger Flow; Target-Planning

-----

(上接 94 页)

## Optimization of Dispatching Buses

FU Chang-jian Yang Cai-xia Qin Min

Advisor: CHEN Jin-min

(SiChuan University, Chengdu 610064)

**Abstract:** It is to find out the best way to dispatch buses. We set a optimized model whose target function is the profit of bus company. At the same time, it guarantee the proportion that the passengers waiting for their buses more than 10 min (or 5 min) in the total is less than a given before. First, every station's nonparameter distribution function about the number of passengers is fitted by method of least squares. We use a simple method to estimate that at least 43 buses are needed, and then, we use Maple to get the optimal solution refer to it. It shows the best plans for dispatching buses in different conditions of the number of passengers. It can help bus company to get the top profit, meanwhile the passengers may not wait for their bus for a long time. In the end, we evaluate and popularize the model, and point out the effective way to improve it

**Key words:** dispatching buses; optimized model; method of least squares

---