对一般的情况来讲，当 θ_i 是个未知量时，线性函数 $f(\theta_i, \theta_j)$ 和 $g(\theta_{i,j}, \psi_{i,j})$ 都难以确定。但在给定数据的条件下，可先运用计算机模拟得到一可行的调整方案 $\{\triangle\theta'_1, \triangle\theta'_2, \cdots, \triangle\theta'_n\}$，在此方案的基础上，以各飞机的初始飞行角度为主要依据，确定 $f(\theta_i, \theta_j)$ 和 $g(\theta_{i,j}, \psi_{i,j})$（当 $\triangle\theta'_i$，$(1 \leq i \leq n)$ 都比较小时，此方法尤其有效），故我们的线性规划模型是可行的，对得出的解我们继续用计算机模拟进行优化，在各飞机的飞行角度调整幅度之和不增加的条件下，使各飞机调整幅度尽量均衡，即，使调整幅度最大的飞机的调整角度最小，因此，我们认为我们所设计的这一模型对处理实际问题是会非常有效的。

飞行管理问题的逐步逼近搜索方法

王　崧　　于劲松　　陆　昱

（北京大学，北京 100871）

指导教师：雷功炎

编者按：本文给出了一种逐步逼近的搜索方法，它尽管不能保证求出最优解，但具有以下三个特点：(1)简单易于编程计算。(2)对目标为绝对值函数与平方和函数两种模型都适用。(3)由计算结果看出对该问题是一个可行的方法。这里只摘录了原文的部分段落。

关键词：搜索法，全局最优解，局部最优解

模型的建立

由于要求中方向解的误差不超过 0.01 度，我们可以只考虑样本空间 $\Omega = [-30°, 30°] \times \cdots \times [-30°, 30°]$ 中所有坐标均为 0.01 的整数倍的点。令

$$\Omega' = \{\triangle\alpha \in \Omega \mid 100\triangle\alpha_i \text{ 为整数}, i = 0,1,2,3,4,5\}.$$

则 Ω' 中共有 $6001^6 \cong 4.7 \times 10^{22}$ 个点。要通过遍历 Ω' 中所有元素来求最小值是不可能的。因此，我们采取了一种搜索算法，实践证明它可在允许的时间消耗下给出较优解（通过本文中后面的具体例子中用此搜索结果与证明了的最优解的比较，我们发现此结果已完全满足了我们的要求）。仍然记

$$F(\triangle\alpha) = \begin{cases} +\infty & \text{存在 } i,j,\ DIST(A_i, A_j) \leq 8 \\ f(\triangle\alpha) & \text{其它} \end{cases}$$

其中 $f(\triangle\alpha)$ 为目标函数方向角改变量的绝对值和（或平方和），DIST(A_i, A_j) 为飞机 A_i 和 A_j 之间的距离。

方法一（基本思路）：

首先在 Ω' 中以较大跨度均匀地取 N 个点，通过遍历计算找到其中使 $F(\triangle\alpha)$ 取最小值的点，然后以该点为中心，找一个较小的区域，在其中再取 N 个点，在这 N 个点中找到使 $F(\triangle\alpha)$ 取最小值的点。如此迭代下去，当区域足够小，或者连续两次找到的点非常接近时（即如果连续两次迭代所得结果位置相邻且目标函数之差小于 0.1°），我们就认为找到了较优的解，此时停止迭代。

此方法的优点在于：它是一个注重全空间的算法。较其它方法，如逐次调整法等，它比较有效地避免了局部行为（即迭代过程中结果收敛到一个局部极小值而非全局最小值的现象）。当点数 N 选取适当时，时间消耗很少，但它仍有一些不足，主要问题是：N 取得较小时，样本点在空间中的分布过于稀疏，仍然有可能出现局部行为，为此，我们在方法一的基础上做了改进，得到方法二。

方法二（改进思路）：

首先在 Ω' 中均匀地取 N 个点，通过遍历计算找到其中使 $F(\triangle\alpha)$ 取最小的 M 个点。以这 M 个点为中心作 M 个小区域，在每一个小区域中均匀地取 N 个点，计算出这 MN 个点中使 $F(\triangle\alpha)$ 取最小值的 M 个点，如此迭代下去，直到找到较优的解（关于较优的解的判别方法同方法一）关于方法二的细节问题参见算法描述，方法二所用时间约为方法一的 M 倍（实际上略少于 M 倍），而在 M 值与小区域的选取方法较好时，可有效地避免局部行为。这个优点在算法描述一节中得到了很好的体现。

飞行管理模型的能量梯度求解法

刘　学　　胡　晨　　陈　涵

（清华大学，北京 100084）

指导教师：高策理

编者按：本问题建模后构成一个非线性规划，求最优解有相当难度，针对本问题本文用一个表征全局性质的能量来表达飞机位置，当达到最佳位置时能量取最小，从而构成能量梯度调整模型，按此模型获得了本问题最优解。本文为作者原论文中部分内容。

关键词：能量梯度，同步算法，异步算法

针对以上问题，我们考虑利用一个能够表征全局性质的量来辅助调节每架飞机的位置。由于最优解对应于一个函数的极值，我们设想用能量来表达飞机的位置，当达到最佳