Modèle de surplus

moi

2024-02-05

## Introduction

Test du modèle de production de Scheafer sur des données. L’ensemble des exemples est tiré de [ressources](https://haddonm.github.io/URMQMF/on-modelling.html), qui utilise le package *MQMF*.

## Ajustement ?

Une introduction avec la régression linéaire (en théorie c’est un rappel pratique).

Soit deux variables , où est la variable explicative et la variable à expliquer. On cherche à ajuste le modèle de régression linéaire suivant

avec le terme d’erreur, la pente de la droite de régression et l’ordonnée à l’origine. L’ajustement se fait par la méthode des moindres carrés ordinaire, à savoir et doivent minimiser la somme des carrés des termes d’erreur. On supposera les hypothèses sous-tendant l’utilisation de ce type de modèle respectées (non colinéarité des variables explicatives - pas utile avec deux variables, indépendances des erreurs - les termes d’erreur ne sont pas corrélés entre eux, exogénéité - pas de corrélation entre variable explicative et terme d’erreur, homoscédasticité - variance constante des termes d’erreur, normalité des termes d’erreur - suit une loi normale). L’estimation des moindres carrés ordinaires est la soluation du programme de minimisation de la somme des carrés des écarts entre les valeurs prédites et les valeurs observées par rapport aux deux paramètres et . On minimise donc :

La fonction est une fonction différentiable de deux variables réelles. Le minimum est calculé à partir de la résolution du système

En utilisant les règles de dérivation d’une fonction, à savoir dans ce cas précis si alors

La première équation donne

$$
-2\sum\_{i=1}^{n}(y\_i-ax\_i-b)=0\\
\Leftrightarrow -2\sum\_{i=1}^{n}(y\_i-ax\_i-b)=0\\
\Leftrightarrow \sum\_{i=1}^{n}y\_i-a\sum\_{i=1}^{n}x\_i-nb=0\\
\Leftrightarrow nb=\sum\_{i=1}^{n}y\_i-a\sum\_{i=1}^{n}x\_i\\
\Leftrightarrow b=\frac{\sum\_{i=1}^{n}y\_i}{n}-a\frac{\sum\_{i=1}^{n}x\_i}{n}\\
\Leftrightarrow b=\bar y-a\bar x\\
$$

avec et les moyennes empriques des et .

La deuxième équation :

$$
-2\sum\_{i=1}^{n}x\_i(y\_i-ax\_i-b)=0\\
\Leftrightarrow \sum\_{i=1}^{n}x\_iy\_i-ax\_i^2-bx\_i=0\\
\Leftrightarrow \sum\_{i=1}^{n}x\_iy\_i-\sum\_{i=1}^{n}ax\_i^2-\sum\_{i=1}^{n}bx\_i=0\\
\Leftrightarrow \sum\_{i=1}^{n}x\_iy\_i-a\sum\_{i=1}^{n}x\_i^2-b\sum\_{i=1}^{n}x\_i=0\\
$$

En remplaçant par $$ *{i=1}{n}x\_iy\_i-a{i=1}{n}x\_i2-(y-ax){i=1}{n}x\_i=0\* {i=1}{n}x\_iy\_i-a*{i=1}{n}x\_i2-y*{i=1}{n}x\_i +ax*{i=1}^{n}x\_i=0\ -a*{i=1}{n}x\_i2+ax\_{i=1}{n}x\_i=y*{i=1}{n}x\_i-{i=1}^{n}x\_iy\_i \ a(x{i=1}{n}x\_i-*{i=1}{n}x\_i2)=y*{i=1}{n}x\_i-{i=1}^{n}x\_iy\_i \ a({i=1}{n}xx\_i-*{i=1}{n}x\_i2)=*{i=1}^{n}yx\_i-*{i=1}{n}x\_iy\_i \ a= \ a= \ a= \ a= \ a= \

$$

#create data frame  
df <- data.frame(x=c(1, 3, 4, 7.5),y=c(1, 5, 7, 8))  
plot(df)  
#calcul manuel  
a1<-(df$x-mean(df$x))  
a2<-(df$y-mean(df$y))  
a3<-sum((df$x-mean(df$x))^2)  
a<-sum(a1\*a2)/a3  
  
a1<-df$x\*(df$y-mean(df$y))  
a2<-df$x\*(df$x-mean(df$x))  
a3<-sum((df$x-mean(df$x))^2)  
a<-sum(a1)/sum(a2)  
  
  
   
#define function to minimize residual sum of squares  
min\_residuals <- function(data, par) {  
 with(data, sum((par[1] + par[2] \* x - y)^2))  
}  
  
#find coefficients of linear regression model  
optim(par=c(0, 1), fn=min\_residuals, data=df)

## Ajustement du modèle de Scheafer

#ajustement  
  
Schaefer<-function(par,data,verbose=FALSE){  
 r<-par[["r"]]  
 K<-par[["K"]]  
 Binit<-par[["Binit"]]  
 q<-par[["q"]]  
 year <- data$Year  
 C <- data$Catch  
 I <- data$Index  
 n <- length(year)  
 B <- numeric(n)  
 B[1] <- Binit  
 for(i in 1:(n-1))  
 {  
 B[i+1] <- max(B[i] + r\*B[i]\*(1-B[i]/K) - C[i], 1)  
 }  
 Ifit <- q \* B  
  
 res <- log(I) - log(Ifit)  
 RSS <- sum(res^2)  
  
 pars <- c(r=r, K=K, Binit=Binit, q=q)  
 refpts <- c(HRmsy=0.5\*r, Bmsy=0.5\*K, MSY=0.25\*r\*K)  
  
 if(verbose)  
 list(B=B, HR=C/B, Ifit=Ifit, res=res, pars=pars, refpts=refpts, RSS=RSS)  
 else  
 RSS  
}

## Albacore d’Atlantic sud

Des données

albacore <- read.table("albacore.dat", header=TRUE)  
plot(albacore)  
plot(albacore$Year,albacore$Catch,type="o",pch=20)  
kable(albacore)  
#ggplot2  
alba2<-albacore%>%tidyr::pivot\_longer(2:3)  
ggplot(alba2,aes(x=Year,y=value))+geom\_line()+facet\_grid(~name)

Ajustement du modèle

init <- c(r=0.5, K=200, Binit=100, q=0.5)  
init <- c(r=0.3, K=200, Binit=300, q=0.1)  
  
  
Schaefer(par=init, albacore)  
optim(init, Schaefer, data=albacore)  
est <- optim(init, Schaefer, data=albacore)$par  
fit <- Schaefer(est, albacore, verbose=TRUE)  
  
par(mfrow=c(2,2))  
  
plot(albacore$Year, fit$Ifit, ylim=c(0,90), yaxs="i", type="l", lwd=4,  
 col="gray", xlab="Year", ylab="Biomass index",  
 main="Albacore: Fit to data")  
points(Index~Year, albacore)  
  
plot(albacore$Year, fit$B, type="l", ylim=c(0,300), yaxs="i", lwd=2,  
 xlab="Year", ylab="Biomass and catch", main="Albacore: Biomass and catch")  
points(Catch~Year, albacore, type="h", lwd=6)  
  
plot(albacore$Year, fit$HR, ylim=c(0,0.35), yaxs="i", type="l",  
 lwd=2, xlab="Year", ylab="Harvest rate", main="Albacore: Harvest rate")  
  
fit$pars  
fit$refpts

################################################################################  
## Georges Bank winter flounder  
  
flounder <- read.table("flounder.dat", header=TRUE)  
  
K.init <- 8 \* mean(flounder$Catch)  
B.init <- 0.5 \* K.init  
q.init <- flounder$Index[1] / B.init  
init <- c(logr=log(0.5), logK=log(K.init),  
 logBinit=log(B.init), logq=log(q.init))  
  
Schaefer(par=init, flounder)  
optim(init, Schaefer, data=flounder)  
optim(init, Schaefer, data=flounder, method="Nelder-Mead",  
 control=list(maxit=1e5, reltol=1e-10))  
nlminb(init, Schaefer, data=flounder, control=list(eval.max=1e4, iter.max=1e4))  
est <- nlminb(init, Schaefer, data=flounder,  
 control=list(eval.max=1e4, iter.max=1e4))$par  
fit <- Schaefer(est, flounder, verbose=TRUE)  
  
par(mfrow=c(2,2))  
  
plot(flounder$Year, fit$Ifit, ylim=c(0,8), yaxs="i", lwd=4, col="gray",  
 type="l", xlab="Year", ylab="Biomass index", main="Flounder: Fit to data")  
points(Index~Year, flounder)  
  
plot(flounder$Year, fit$B, type="l", ylim=c(0,15), yaxs="i", lwd=2,  
 xlab="Year", ylab="Biomass and catch", main="Flounder: Biomass and catch")  
points(Catch~Year, flounder, type="h", lwd=6)  
  
plot(flounder$Year, fit$HR, ylim=c(0,0.6), yaxs="i", type="l",  
 lwd=2, xlab="Year", ylab="Harvest rate", main="Flounder: Harvest rate")  
  
t(fit$pars)  
t(fit$refpts)