

Gli esercizi da 1 a 5 si riferiscono al seguente problema di soddisfacibilità:

$\{\neg P, \neg Q\} \{P, Q\} \{P, R\} \{Q, S\} \{\neg R, S\} \{\neg S, M\} \{\neg M\}$

In tutti, T e F stanno per i valori di verità *Vero* e *Falso*

1. Quali dei seguenti stati potrebbero essere successori dello stato

$[M=T; P=F; Q=F; R=F; S=T]$

se viene fatto un **passo di ottimizzazione** in WalkSAT?

1.a $[M=F; P=F; Q=F; R=F; S=T]$ ✓

La clausola che contiene $\neg M$ non è soddisfatta e potrebbe essere scelta.

1.b $[M=T; P=T; Q=F; R=F; S=T]$ ✓

La clausola $\{P, Q\}$ non è soddisfatta e potrebbe essere scelta. Si può verificare che P è il letterale il cui flip rende più clausole soddisfatte (6 contro le 5 se si invertisse il valore di Q).

1.c $[M=T; P=F; Q=F; R=T; S=T]$ ✗

R sta in una clausola non soddisfatta $\{P, R\}$ ma il passo di ottimizzazione preferirebbe P.

1.d $[M=T; P=F; Q=F; R=F; S=F]$ ✗

S non sta in alcuna clausola non soddisfatta, non può essere scelto

2. Quali dei seguenti stati potrebbero essere successori dello stato

$[M=T; P=T; Q=F; R=F; S=F]$

se viene fatto un **passo di ottimizzazione** in WalkSAT?

$\{\neg P, \neg Q\} \{P, Q\} \{P, R\} \{Q, S\} \{\neg R, S\} \{\neg S, M\} \{\neg M\}$

2.a $[M=F; P=T; Q=F; R=F; S=F]$ ✓

La clausola che contiene $\neg M$ non è soddisfatta e potrebbe essere scelta.

2.b $[M=T; P=T; Q=T; R=F; S=F]$ ✗

Potrebbe essere scelta la clausola non soddisfatta $\{Q, S\}$ ma si può verificare che il flip di Q rende meno clausole soddisfatte rispetto al flip di S (5 contro 6). Q non sarà scelto.

2.c $[M=T; P=T; Q=F; R=F; S=T]$ ✓

Vedi risposta 2.b

2.d $[M=T; P=F; Q=F; R=F; S=T]$ ✗

Ad ogni passo viene invertito il valore di verità di un solo simbolo

3. Quali dei seguenti stati potrebbero essere successori dello stato

[M=F; P=F; Q=T; R=T; S=F]

se viene fatto un **passo casuale** in WalkSAT?

3.a [M=T; P=F; Q=T; R=T; S=F] **X**

Le clausole che contengono M sono già soddisfatte.

3.b [M=F; P=T; Q=T; R=T; S=F] **X**

Le clausole che contengono P sono già soddisfatte.

3.c [M=F; P=F; Q=T; R=F; S=F] **✓**

R sta nella clausola non soddisfatta {¬R, S} e potrebbe essere scelto (il flip di R e il flip di S rendono vere lo stesso numero di clausole, 6)

3.d [M=F; P=F; Q=T; R=T; S=T] **✓**

Vedi risposta 3.c

4. Quale delle seguenti affermazioni è vera considerando il seguente assegnamento **totale** in riferimento all'algoritmo DPLL?

{M=F, P=T, Q=F, R=T, S=T}

4.a L'algoritmo termina restituendo SUCCESSO **X**

La clausola {¬S, M} non è soddisfatta

4.b L'algoritmo termina restituendo FALLIMENTO **✓**

Vedi sopra

5. Si consideri il seguente stato di avanzamento dell'algoritmo DPLL visto a lezione.

Assegnamento parziale	Simboli (non ancora assegnati)
{M=F, S=F}	[P, Q, R]

Quale, tra i seguenti, **può essere** lo stato (assegnamento e simboli non ancora assegnati) al passo successivo?

5.a

Assegnamento parziale	Simboli (non ancora assegnati)
{M=F, S=F, Q=T }	[P, R]

✓

Con l'assegnamento dato, non ci sono simboli puri. D'altro canto, la quarta e la quinta clausola sono "diventate" unitarie. Potrebbe essere scelta la quarta da cui l'assegnamento Q=T.

5.b

Assegnamento parziale	Simboli (non ancora assegnati)
{M=F, S=F, Q=T, P=F }	[R]

✗

Ad ogni passo viene esteso l'aggiornamento parziale con un solo nuovo elemento.

5.c

Assegnamento parziale	Simboli (non ancora assegnati)
{M=F, S=F, R=F }	[P, Q]

✓

Con l'assegnamento dato, non ci sono simboli puri. D'altro canto, la quarta e la quinta clausola sono "diventate" unitarie. Potrebbe essere scelta la quinta da cui l'assegnamento R=F.

5.d

Assegnamento parziale	Simboli (non ancora assegnati)
{M=F, S=F, P=T }	[Q, R]

✗

P non è un simbolo puro, né è l'unico elemento di una clausola unitaria. Il prossimo passo selezionerà una delle clausole unitarie e procederà di conseguenza (vedi 5.a e 5.c)

Negli esercizi da 6 a 8, si fa riferimento alle seguenti regole R1 ÷ R4

R1: $P \Rightarrow \neg Q$
 R2: $\neg Q \Rightarrow (P \vee R)$
 R3: $R \vee \neg S$
 R4: $S \vee \neg P$

6. Data la base di conoscenza KB costituita dalle regole R1 ÷ R4, si completi la Tavola di verità sottostante

P	Q	R	S	R1	R2	R3	R4
T	T	T	T	F	T		
T	T	T	F	F	T		
T	T	F	T	F	T		
T	T	F	F	F	T		
T	F	T	T	T	T		
T	F	T	F	T	T		
T	F	F	T	T	T		
T	F	F	F	T	T		
F	T	T	T	T	T		
F	T	T	F	T	T		
F	T	F	T	T	T		
F	T	F	F	T	T		
F	F	T	T	T	T		
F	F	T	F	T	T		
F	F	F	T	T	F		
F	F	F	F	T	F		

e si dica quali delle seguenti formule sono conseguenza logica di KB

6.1 $P \vee Q$

6.2 $\neg Q \Rightarrow (S \vee R)$

6.3 $(P \wedge \neg S) \Rightarrow \alpha$ dove α è una formula qualsiasi

Soluzione

P	Q	R	S	R1	R2	R3	R4	$P \vee Q$	$\neg Q \Rightarrow (S \vee R)$	$(P \wedge \neg S) \Rightarrow \alpha$
T	T	T	T	F	T	T	T			
T	T	T	F	F	T	T	F			
T	T	F	T	F	T	F	T			
T	T	F	F	F	T	T	F			
T	F	T	T	T	T	T	T	T	T	T
T	F	T	F	T	T	T	F			
T	F	F	T	T	T	F	T			
T	F	F	F	T	T	T	F			
F	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T
F	T	T	F	T	T	T	T	T	T	T
F	T	F	T	T	T	F	T			
F	T	F	F	T	T	T	T	T	T	T
F	F	T	T	T	T	T	T	F	T	T
F	F	T	F	T	T	T	T	F	T	T
F	F	F	T	T	F	F	T			
F	F	F	F	T	F	T	T			

Nella tabella le righe azzurre sono tutti e soli i modelli di KB, da cui si evince che:

6.1 $P \vee Q$ non è conseguenza logica di KB, essendo falsa negli ultimi due modelli di KB

6.2 $\neg Q \Rightarrow (S \vee R)$ è conseguenza logica di KB, essendo vera in tutti i modelli di KB

6.3 $(P \wedge \neg S) \Rightarrow \alpha$ è conseguenza logica di KB, indipendentemente da α , poiché la premessa $P \wedge \neg S$ è falsa in tutti i modelli di KB

7. Quale tra le seguenti è la corretta trasformazione in forma a clausole della KB formata dalle regole R1 \div R4?

- | | | | |
|-----|----------------------|-------------------------|--|
| 7.1 | $\{\neg P, \neg Q\}$ | $\{P, \neg Q, R\}$ | $\{R, \neg S\} \{\neg P, S\}$ X |
| 7.2 | $\{P, \neg Q\}$ | $\{P, Q, R\}$ | $\{R, \neg S\} \{\neg P, S\}$ X |
| 7.3 | $\{\neg P, \neg Q\}$ | $\{P, Q, R\}$ | $\{R, \neg S\} \{\neg P, S\}$ ✓ |
| 7.4 | $\{\neg P, \neg Q\}$ | $\{\neg P, Q, \neg R\}$ | $\{R, \neg S\} \{\neg P, S\}$ X |

8. Si dimostri mediante il metodo di risoluzione che la formula $\neg Q \Rightarrow (S \vee R)$ è conseguenza logica della KB

Soluzione

Sia G la formula data. Trasformiamo in forma a clausole $\neg G$ e deriviamo la clausola vuota da $FC(KB) \cup FC(\neg G)$.

$$FC(\neg G) = FC(\neg(\neg Q \Rightarrow (S \vee R))) = FC(\neg(\neg(Q \vee S \vee R))) = FC(\neg Q \wedge \neg S \wedge \neg R)$$

Dunque, la trasformazione in forma a clausole dà luogo a tre clausole

$\{\neg Q\} \{\neg S\} \{\neg R\}$

Siano allora

C1: $\{\neg P, \neg Q\}$

C2: $\{P, Q, R\}$

C3: $\{R, \neg S\}$

C4: $\{\neg P, S\}$

C5: $\{\neg Q\}$

C6: $\{\neg S\}$

C7: $\{\neg R\}$

le clausole in $FC(KB) \cup FC(\neg G)$. Rappresentiamo un passo di risoluzione come segue

$$C_n, C_m, W \Rightarrow C_k: \{ \dots \}$$

ad indicare che la clausola C_k è ottenuta per risoluzione da C_n e C_m risolvendo il letterale W (che deve occorrere positivamente in C_n (resp. C_m) e negativamente in C_m (resp. C_n))

$$C2, C7, R \Rightarrow C8: \{P, Q\}$$

$$C8, C5, Q \Rightarrow C9: \{P\}$$

$$C9, C4, P \Rightarrow C10: \{S\}$$

$$C10, C6, S \Rightarrow C11: \{ \}$$

Il corrispondente grafo (parziale) di risoluzione è il seguente

