

## Esempio: Join Studenti ed Esami

Matricola	Nome	Cognome	Matricola	Voto	Nome	Cognome	Matricola	Voto
1	Luca	Rossi	1	25	Luca	Rossi	1	25
2	Maria	Bianchi	3	30	Giorgio	Viola	3	30
3	Giorgio	Viola	2	23	Maria	Bianchi	2	23
4	Silvia	Neri	1	29	Luca	Rossi	1	29
5	Enzo	Verdi	4	29	Silvia	Neri	4	29
			1	26	Luca	Rossi	1	26
			5	30	Enzo	Verdi	5	30
			4	30	Silvia	Neri	4	30

Problemi: Matricola, Nome, cognome, voto degli studenti:

- con (almeno un) **voto maggiore di 28 (quantificatore esistenziale)**
- **non** hanno mai ottenuto un **voto maggiore di 28 (differenza)**
- Nomi degli studenti che hanno ottenuto **solo voti maggiore di 28 (quantificatore universale)**

# Quantificatore esistenziale - Parte I

Problema: Matricola, Nome, cognome, voto degli studenti: con (almeno un) **voto maggiore di 28 (quantificatore esistenziale)**

Matri cola	Nome	Cognome
1	Luca	Rossi
2	Maria	Bianchi
3	Giorgio	Viola
4	Silvia	Neri
5	Enzo	Verdi



Matricola	Voto
1	25
3	30
2	23
1	29
4	29
1	26
5	30
4	30

=

Nome	Cognome	Matricola	Voto
Luca	Rossi	1	25
Giorgio	Viola	3	30
<del>Maria</del>	<del>Bianchi</del>	<del>2</del>	<del>23</del>
Luca	Rossi	1	29
Silvia	Neri	4	29
Luca	Rossi	1	26
Enzo	Verdi	5	30
Silvia	Neri	4	30

Luca Rossi va  
eliminato?

?

Join e selezione



## Esempio di trasformazione su quantificatore esistenziale

Matricola, Nome, cognome, materia, data, voto degli studenti con **voto maggiore di 28**.

In che punto applichiamo la restrizione sul voto?

Studenti

Nome	<u>Matricola</u>	Provincia	AnnoNascita
------	------------------	-----------	-------------

Esami

<u>Materia</u>	<u>Matricola*</u>	Data	Voto
----------------	-------------------	------	------

$\pi_{Matr, Nome, Materia, Data, Voto}$

$\bowtie S.matricola = E.matricola$

Studenti S

Esami E

$\pi_{Matr, Nome, Materia, Data, Voto}$

$\sigma_{Voto > 28}$

$\bowtie S.matricola = E.matricola$

Studenti S

Esami E

$\pi_{Matr, Nome, Materia, Data, Voto}$

$\bowtie S.matricola = E.matricola$

$\sigma_{Voto > 28}$

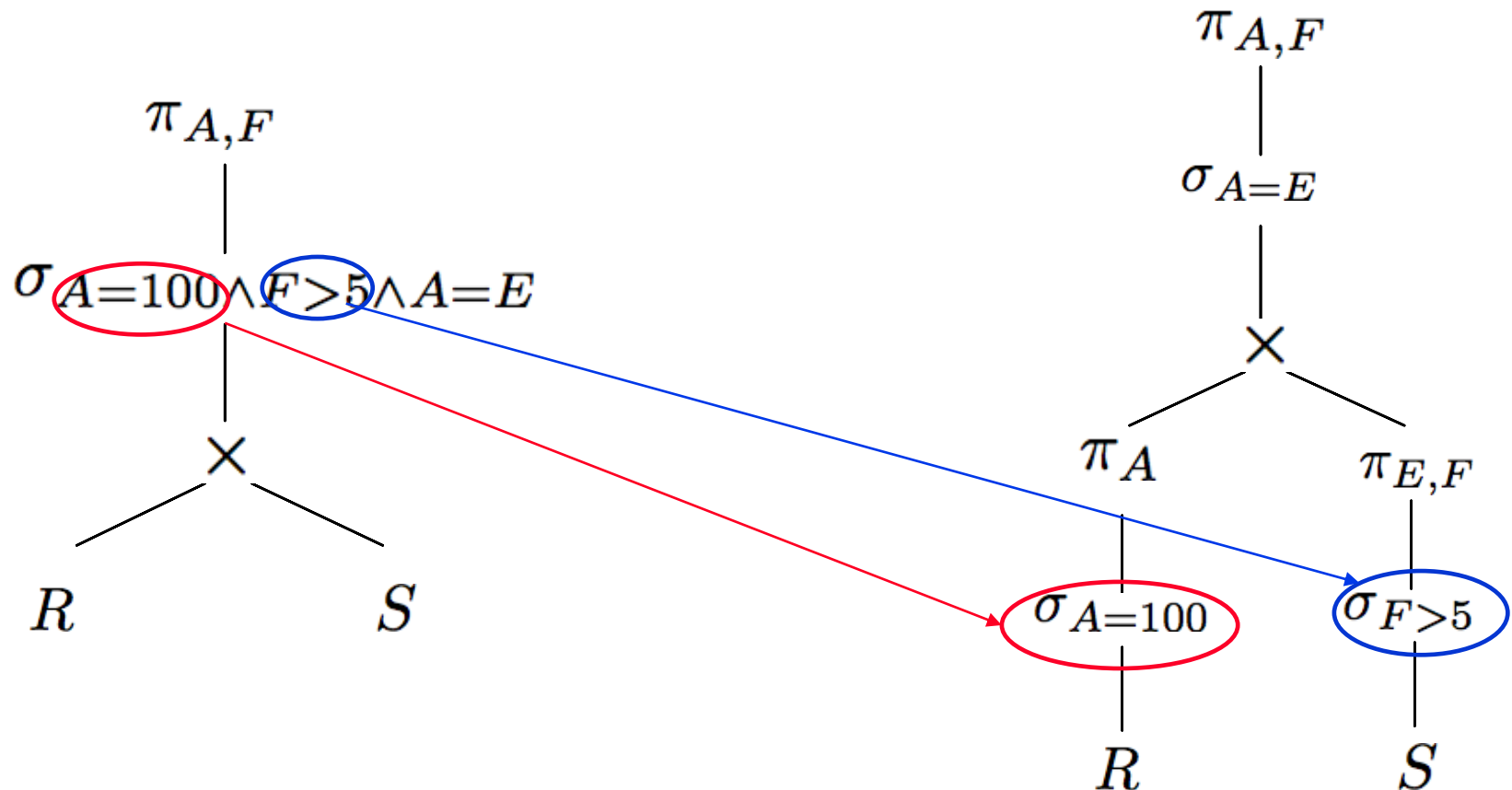
Studenti S

Esami E

## ALBERI LOGICI E TRASFORMAZIONI ALGEBRICHE

- Consideriamo le relazioni  $R(A, B, C, D)$  e  $S(E, F, G)$  e l'espressione:

$$\pi_{A,F}(\sigma_{A=100 \wedge F>5 \wedge A=E}(R \times S))$$



## Esempio 2 - Differenza - Parte I

Problema: studenti che **non** hanno mai ottenuto un **voto maggiore di 28** (differenza)

Matri cola	Nome	Cognome
1	Luca	Rossi
2	Maria	Bianchi
3	Giorgio	Viola
4	Silvia	Neri
5	Enzo	Verdi



Matricola	Voto
1	25
3	30
2	23
1	29
4	29
1	26
5	30
4	30

Nome	Cognome	Matricola	Voto
Luca	Rossi	1	25
Giorgio	Viola	3	30
Maria	Bianchi	2	23
Luca	Rossi	1	29
Silvia	Neri	4	29
Luca	Rossi	1	26
Enzo	Verdi	5	30
Silvia	Neri	4	30

Selezioniamo  
gli studenti  
che hanno  
preso voti >28

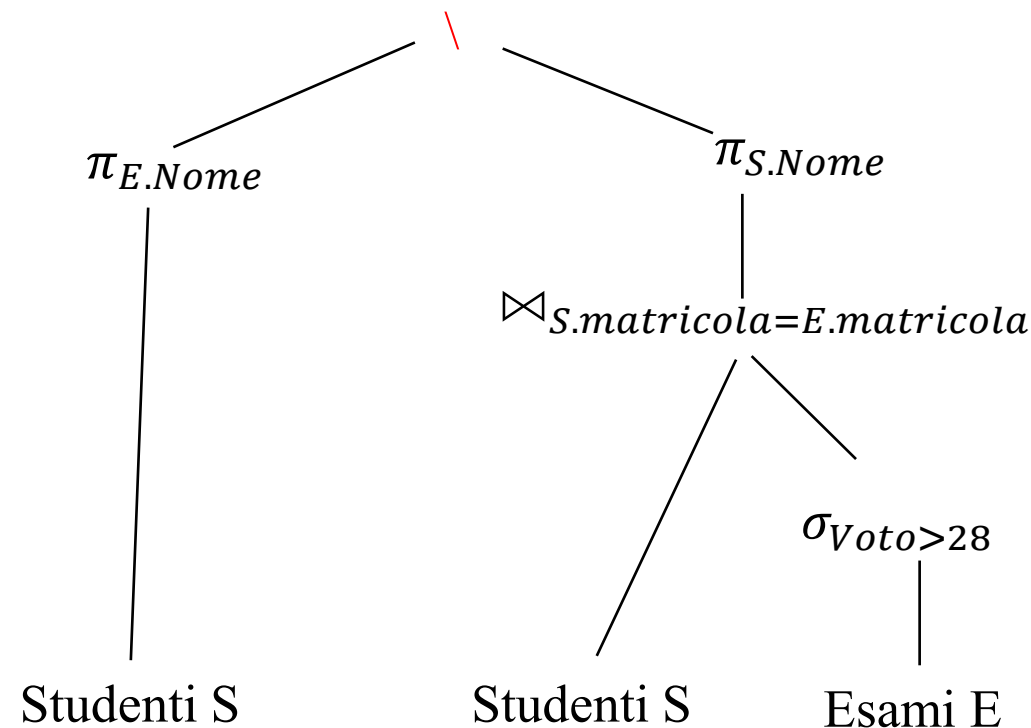
Faccio la differenza fra gli  
studenti e questo insieme

## Esempio 2 - Differenza - Parte II

Nome degli studenti che **non** hanno mai ottenuto un **voto maggiore di 28**.

Studenti	Nome	<u>Matricola</u>	Provincia	AnnoNascita
----------	------	------------------	-----------	-------------

Esami	<u>Materia</u>	<u>Matricola*</u>	Data	Voto
-------	----------------	-------------------	------	------



## Esempio 3 - Quantificatore universale - Parte I

Problema: studenti che hanno ottenuto **solo voti maggiore di 28** (quantificatore universale)

Output: Giorgio,  
Silvia, Enzo

Matri cola	Nome	Cognome
1	Luca	Rossi
2	Maria	Bianchi
3	Giorgio	Viola
4	Silvia	Neri
5	Enzo	Verdi



Matricola	Voto
1	25
3	30
2	23
1	29
4	29
1	26
5	30
4	30

=

Nome	Cognome	Matricola	Voto
<del>Luca</del>	<del>Rossi</del>	<del>1</del>	<del>25</del>
Giorgio	Viola	3	30
<del>Maria</del>	<del>Bianchi</del>	<del>2</del>	<del>23</del>
<del>Luca</del>	<del>Rossi</del>	<del>1</del>	<del>29</del>
Silvia	Neri	4	29
<del>Luca</del>	<del>Rossi</del>	<del>1</del>	<del>26</del>
Enzo	Verdi	5	30
Silvia	Neri	4	30

Selezioniamo  
gli studenti che  
hanno preso  
voti  $\leq 28$

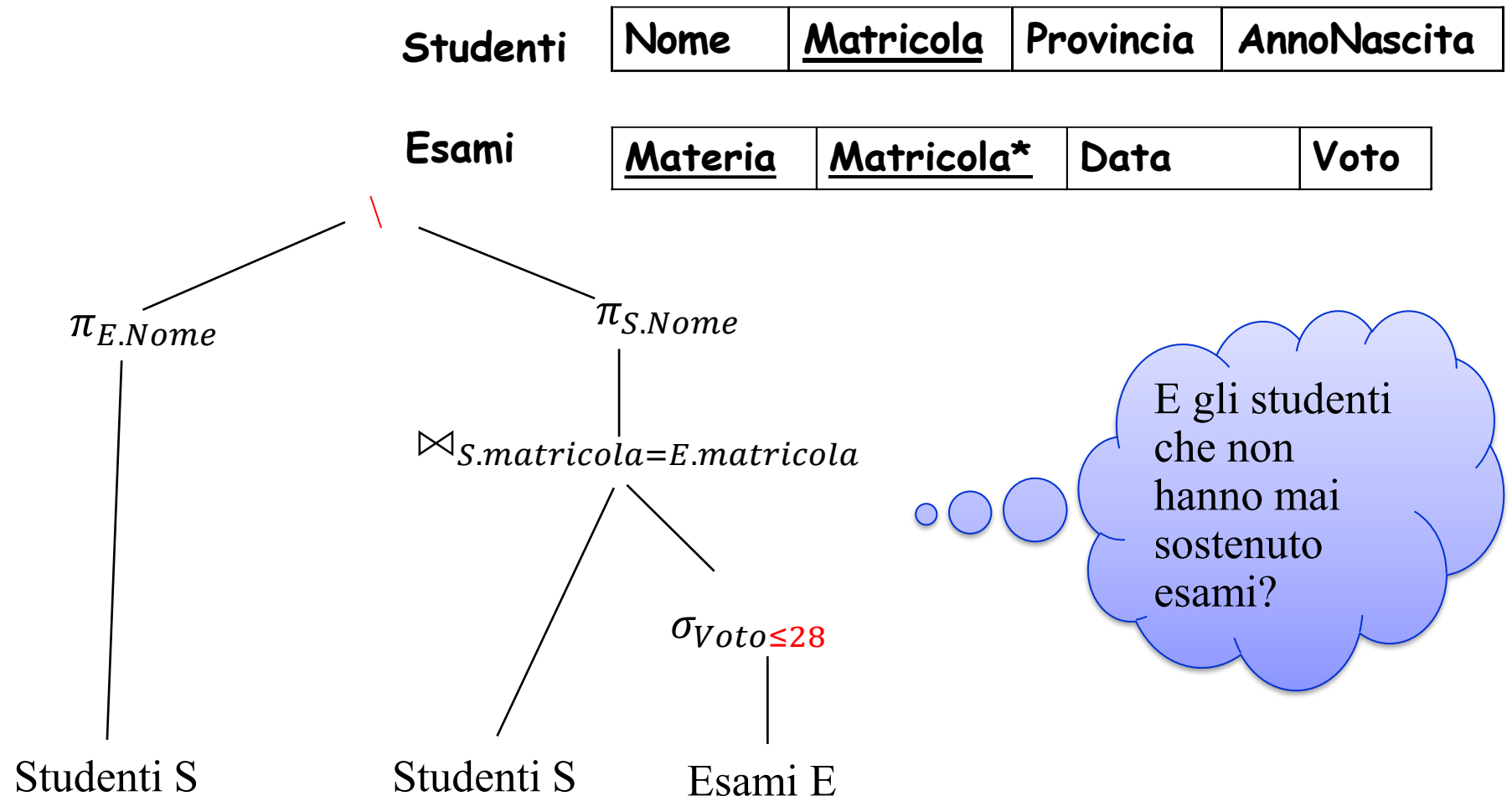
Faccio come prima  
la differenza fra gli  
studenti e questo  
insieme?

Giorgio	Viola
Silvia	Neri
Enzo	Verdi



## Esempio 3 - quantificatore universale - Parte II

Nomi degli studenti che hanno ottenuto **solo voti maggiore di 28**.





## Esempio 3 - Quantificatore universale - Parte I

Studenti che  
hanno sostenuto  
almeno un esame

Problema: studenti che hanno ottenuto **solo voti maggiore di 28 (escludendo quelli che non hanno sostenuto esami)**.

Matri cola	Nome	Cognome
1	Luca	Rossi
2	Maria	Bianchi
3	Giorgio	Viola
4	Silvia	Neri
5	Enzo	Verdi

⊗

Matricola	Voto
1	25
3	30
2	23
1	29
4	29
1	26
4	30

=

Nome	Cognome	Matricola	Voto
Luca	Rossi	1	25
Giorgio	Viola	3	30
Maria	Bianchi	2	23
Luca	Rossi	1	29
Silvia	Neri	4	29
Luca	Rossi	1	26
Silvia	Neri	4	30

Nota che  
Enzo non  
ha  
sostenuto  
esami!

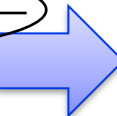
Esami degli  
Studenti con  
voto  $\leq 28$

Nome	Cognome	Matricola	Voto
Luca	Rossi	1	25
Maria	Bianchi	2	23
Luca	Rossi	1	26

Il modello relazionale

Faccio la differenza fra gli studenti che hanno  
sostenuto almeno un esame e questo insieme

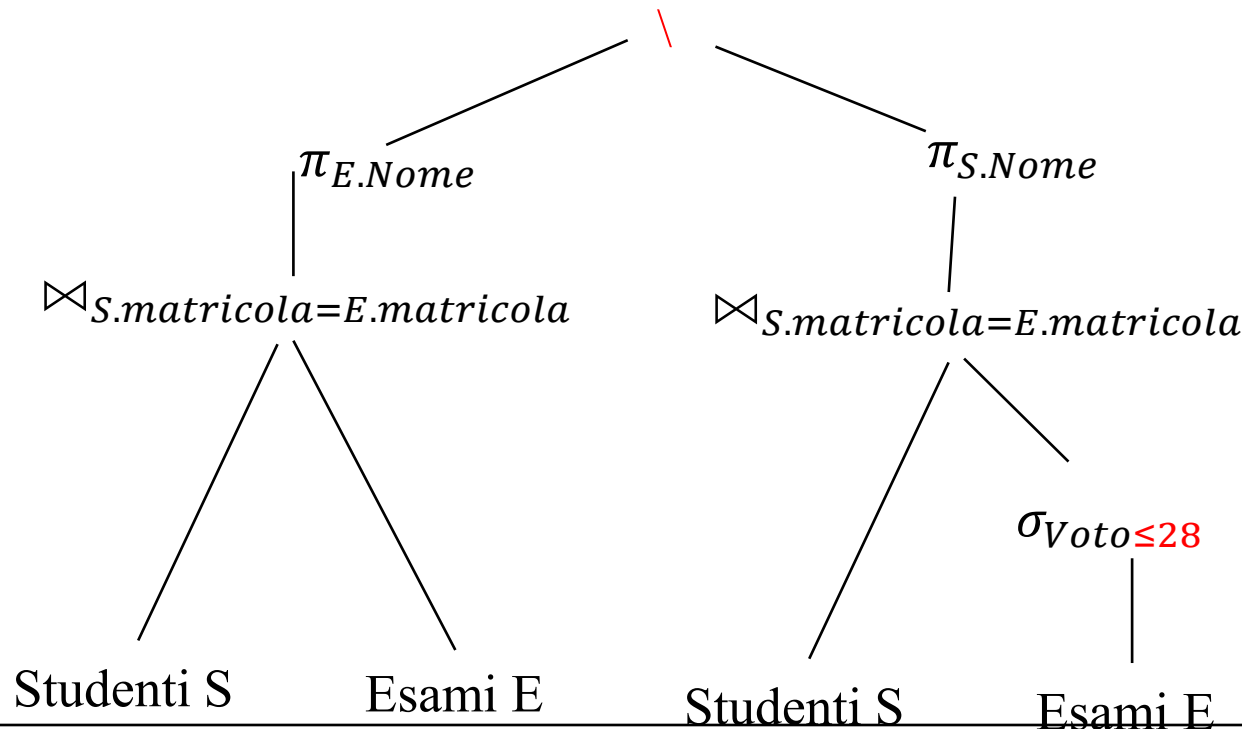
4.87



## Esempio 4 - quantificatore universale - Parte III

Nomi degli studenti che hanno ottenuto **solo voti maggiore di 28 (escludendo quelli che non hanno sostenuto esami)**.

Studenti	Nome	<u>Matricola</u>	Provincia	AnnoNascita
Esami	<u>Materia</u>	<u>Matricola*</u>	Data	Voto



## Non Distributività della proiezione rispetto alla differenza

- In generale

$$\pi_A(R_1 - R_2) \neq \pi_A(R_1) - \pi_A(R_2)$$

- Se  $R_1$  e  $R_2$  sono definite su  $AB$ , e contengono tuple uguali su  $A$  e diverse su  $B$

Imp1

Impiegato	Capo
Neri	Mori
Bianchi	Bruni
Verdi	Bini

Imp2

Impiegato	Capo
Neri	Rossi
Bianchi	Bordeaux
Verdi	Blu

$$\pi_A(\text{Imp1} - \text{Imp2}) \equiv \pi_A(\text{Imp1}) - \pi_A(\text{Imp2}) ?$$

Dipende da chi è  $A$ ....

Se  $R_1$  e  $R_2$  sono definite su  $AB$  e contengono tuple uguali su  $A$  e diverse su  $B$ , NO

## ALGEBRA RELAZIONALE: RAGGRUPPAMENTO

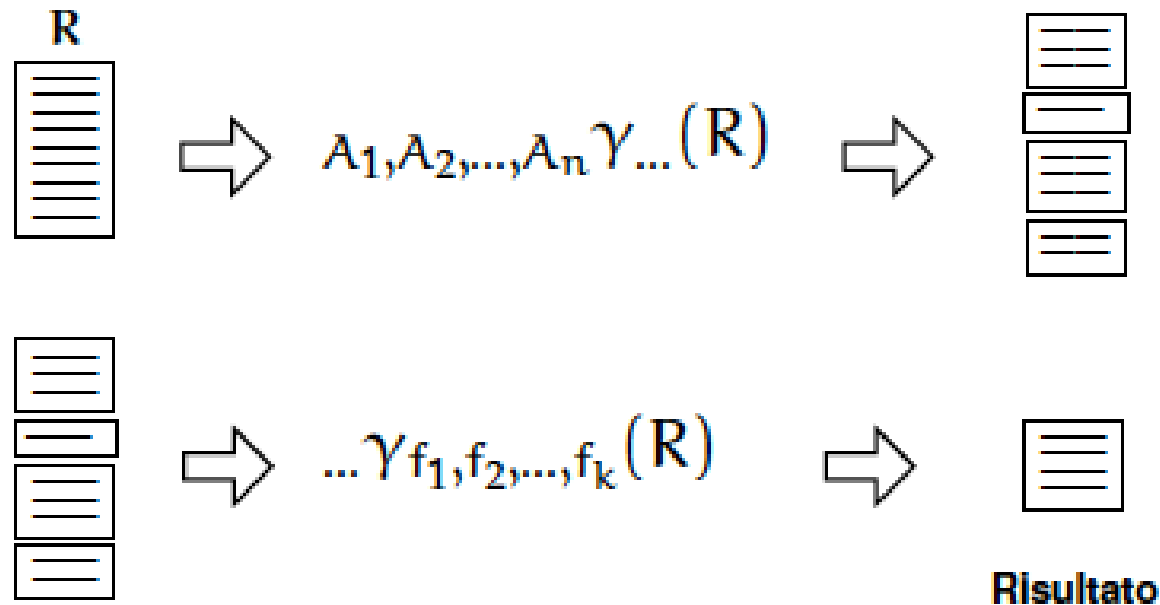
---

- Raggruppamento:  $\{A_i\} \gamma_{\{f_i\}}(R)$
- Gli  $A_i$  sono attributi di R e le  $f_i$  sono espressioni che usano funzioni di aggregazione (min, max, count, sum, ...)
- Il valore del raggruppamento è una relazione calcolate come segue
  - Si partizionano le ennuple di R mettendo nello stesso gruppo tutte le ennuple con valori uguali degli  $A_i$
  - Si calcolano le espressioni  $f_i$  per ogni gruppo
  - Per ogni gruppo si restituisce una sola ennupla con attributi i valori degli  $A_i$  e delle espressioni  $f_i$

## ALGEBRA RELAZIONALE: RAGGRUPPAMENTO

---

$$\{A_i\} \gamma \{f_i\} (R)$$



## ESECUZIONE DEL RAGGRUPPAMENTO

- Per ogni candidato: numero degli esami, voto minimo, massimo e medio:

$\{\text{Candidato}\} \gamma \{\text{count}(*), \text{min}(\text{Voto}), \text{max}(\text{Voto}), \text{avg}(\text{Voto})\} (\text{Esami})$

Materia	Candidato	Voto	Docente
DA	1	20	10
LFC	2	30	20
MTI	1	30	30
LP	2	20	40



Materia	Candidato	Voto	Docente
DA	1	20	10
MTI	1	24	30
LFC	2	30	20
LP	2	20	40

Candidato	Count(*)	min(Voto)	max(Voto)	avg(Voto)
1	2	20	24	22
2	2	20	30	25



# Esempio su due attributi

Clienti

IDCLIENTE	COGNOME	NOME
192	Zavoli	Luigi
97	Grassi	Maria
114	Di Santo	Luigi
42	Zavoli	Luigi
5	Di Santo	Luigi
138	Grassi	Maria
12	Zavoli	Maria

Raggruppamento  
per nome

NOME	COUNT (*)
Maria	3
Luigi	4

Raggruppamento  
per cognome

COGNOME	COUNT(*)
1 Zavoli	3
2 Grassi	2
3 Di Santo	2

Raggruppamento per  
cognome, nome

COGNOME	NOME	COUNT(*)
1 Zavoli	Luigi	2
2 Di Santo	Luigi	2
3 Zavoli	Maria	1
4 Grassi	Maria	2

Concettualmente diversi:  
prima si raggruppa per  
cognome (risp. Nome) e la  
partizione ottenuta si  
partiziona ulteriormente  
per nome (risp. Cognome).

Il risultato è uguale  
perché la partizione finale  
(cognome-nome) è uguale a  
quella (nome-cognome)

Raggruppamento  
per nome,  
cognome

NOME	COGNOME	COUNT(*)
Maria	Grassi	2
Luigi	Zavoli	2
Luigi	Di Santo	2
Maria	Zavoli	1

## RAGGRUPPAMENTO: misura e dimensione

---

- Posso raggruppare per voto?

Materia	Candidato	Voto	Docente
DA	1	20	10
LFC	2	30	20
MTI	1	30	30
LP	2	20	40

- Cosa succede se calcolo  $\min(\text{voto})$ ?



## RAGGRUPPAMENTO su chiave primaria

---

- Posso raggruppare per matricola?

Nome	<u>Matricola</u>	Provincia	AnnoNascita
Isaia	071523	PI	1982
Rossi	067459	LU	1984
Bianchi	079856	LI	1983
Isaia	075649	PI	1984

- Cosa succede se calcolo count(\*)?

## RAGGRUPPAMENTO su chiave primaria

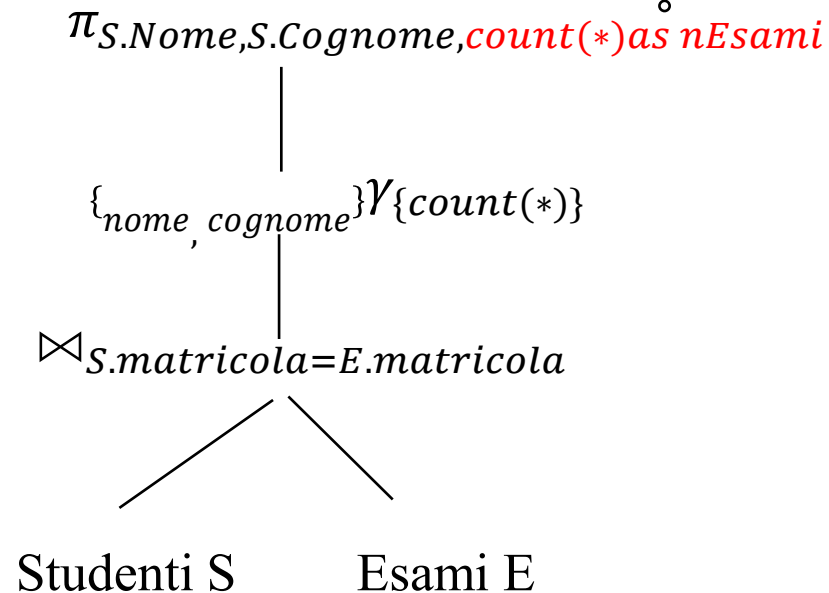
Studenti	Nome	<u>Matricola</u>	Provincia	AnnoNascita
----------	------	------------------	-----------	-------------

Esami	<u>Materia</u>	<u>Matricola*</u>	Data	Voto
-------	----------------	-------------------	------	------

Ridenominazione  
nella proiezione

Per ogni studente,  
visualizzare nome,  
cognome e numero  
degli esami sostenuti

Funziona?

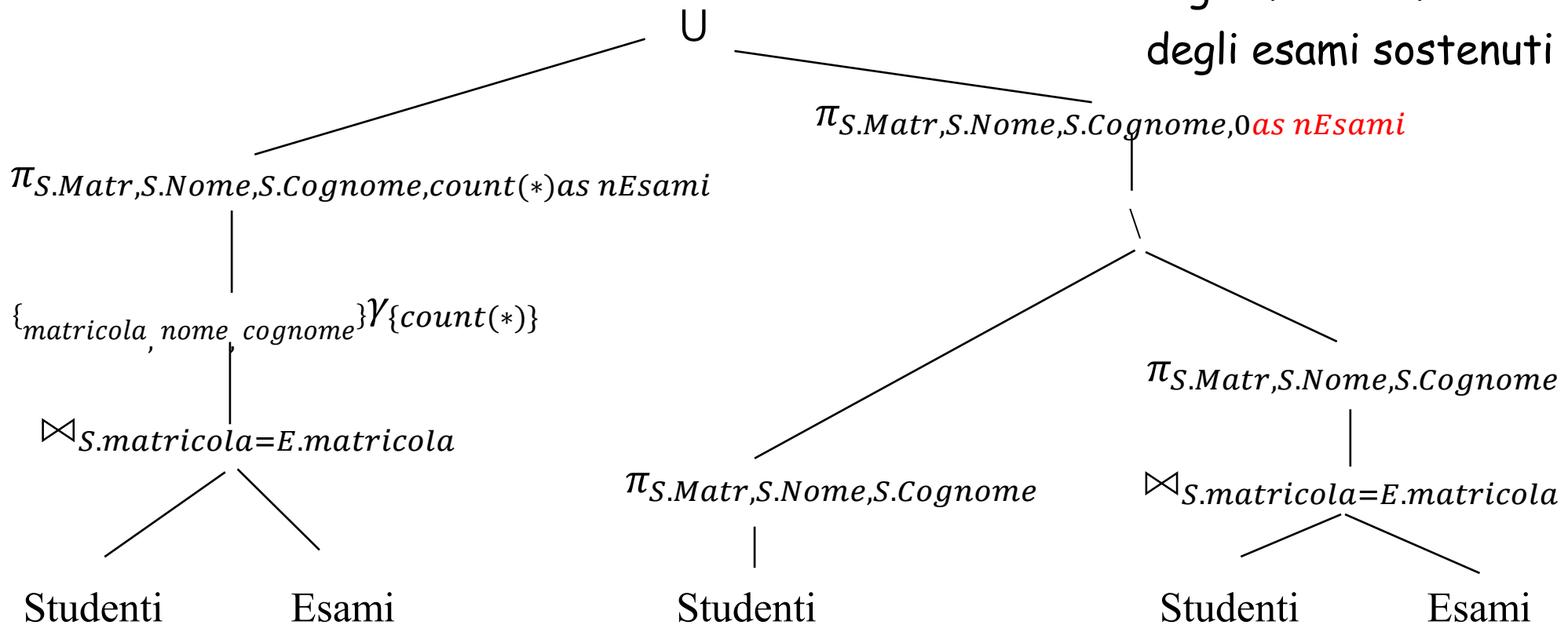


# RAGGRUPPAMENTO su chiave primaria

Studenti	Nome	<u>Matricola</u>	Provincia	AnnoNascita
----------	------	------------------	-----------	-------------

Esami	<u>Materia</u>	<u>Matricola*</u>	Data	Voto
-------	----------------	-------------------	------	------

- Per ogni studente, visualizzare matricola, nome, cognome e numero degli esami sostenuti



## TRASFORMAZIONI ALGEBRICHE

---

- Basate su regole di equivalenza fra espressioni algebriche
- Consentono di scegliere diversi ordini di join e di anticipare proiezioni e restrizioni.
- Alcuni esempi con la relazione  $R(A, B, C, D)$ :

$$\pi_A(\pi_{A,B}(R)) \equiv \pi_A(R)$$

$$\sigma_{C_1}(\sigma_{C_2}(R)) \equiv \sigma_{C_1 \wedge C_2}(R)$$

$$\sigma_{C_1 \wedge C_2}(R \times S) \equiv \sigma_{C_1}(R) \times \sigma_{C_2}(S)$$

$$R \times (S \times T) \equiv (R \times S) \times T$$

$$(R \times S) \equiv (S \times R)$$

$$\sigma_C(X \gamma_F(R)) \equiv X \gamma_F(\sigma_C(R))$$

$$\sigma_{F1 \wedge F2}(E) = \sigma_{F1} (\sigma_{F2}(E))$$

Una selezione congiuntiva può essere sostituita da una cascata di selezioni atomiche

Una proiezione può essere trasformata in una cascata di proiezioni che eliminano i vari attributi in fasi diverse

$$\pi_X(E) = \pi_X(\pi_{XY}(E))$$

se  $E$  è definita su un insieme di attributi che contiene  $Y$  oltre che  $X$ .

Non ha effetto sull'efficienza. Ha effetto sulla leggibilità della query.

$$\sigma_F(E_1 \bowtie E_2) = E_1 \bowtie \sigma_F(E_2)$$

se  $F$  fa riferimento solo ad attributi di  $E_2$ .

Aumenta l'efficienza della query perché la selezione riduce il numero delle righe di  $E_2$  prima del join.

$$\pi_{X_1 Y_2}(E_1 \bowtie E_2) = E_1 \bowtie \pi_{Y_2}(E_2)$$

Se  $E_1$  e  $E_2$  definite rispettivamente su  $X_1$  e  $X_2$ ,  
 $Y_2 \subseteq X_2$  e gli attributi in  $X_2 - Y_2$  non sono  
coinvolti nel join.

Non ha effetto sull'efficienza ma sulla  
leggibilità



## Distributività della selezione rispetto all'unione

$$\sigma_F(E_1 \cup E_2) = \sigma_F(E_1) \cup \sigma_F(E_2)$$

# Distributività della selezione rispetto alla differenza

---

$$\sigma_F(E_1 - E_2) = \sigma_F(E_1) - \sigma_F(E_2)$$

## Distributività della proiezione rispetto all'unione

---

$$\pi_X(E_1 \cup E_2) = \pi_X(E_1) \cup \pi_X(E_2)$$

# Non Distributività della proiezione rispetto alla differenza

---

In generale

$$\pi_A(R_1 - R_2) \neq \pi_A(R_1) - \pi_A(R_2)$$

Se  $R_1$  e  $R_2$  sono definite sull'insieme di attributi  $X=AB$ , e contengono tuple uguali su  $A$  e diverse su  $B$

# Esempio

---

Imp1

Impiegato	Capo
Neri	Mori
Bianchi	Bruni
Verdi	Bini

Imp2

Impiegato	Capo
Neri	Rossi
Bianchi	Bordeaux
Verdi	Blu

$$\pi_A (\text{Imp1} - \text{Imp2}) \equiv \pi_A (\text{Imp1}) - \pi_A (\text{Imp2}) ?$$

Dipende da chi è A....

Se  $R_1$  e  $R_2$  sono definite su AB e contengono tuple uguali su A e diverse su B, NO

## Inglobamento di una selezione in un prodotto cartesiano a formare un join

---

$$\sigma_F (R_1 \bowtie R_2) \equiv R_1 \bowtie_F R_2.$$

## Altre equivalenze

---

- $\sigma_{F_1 \vee F_2} (R) \equiv \sigma_{F_1} (R) \cup \sigma_{F_2} (R).$
- $\sigma_{F_1 \wedge F_2} (R) \equiv \sigma_{F_1} (R) \cap \sigma_{F_2} (R).$
- $\sigma_{F_1 \wedge \neg F_2} (R) \equiv \sigma_{F_1} (R) - \sigma_{F_2} (R).$

Si noti infine che valgono proprietà commutativa e associativa di tutti gli operatori binari (unione, intersezione, join) tranne la differenza.

## OPERATORI ALGEBRICI NON INSIEMISTICI

---

- $\pi^b_{\{A_i\}}(R)$ : proiezione multiinsiemistica (senza eliminazione dei duplicati)
- $\tau_{\{A_i\}}(R)$ : ordinamento



## Calcolo relazionale su ennuple

---

- Il calcolo relazionale è un linguaggio che permette di definire il risultato di un'interrogazione come l'insieme di quelle ennuple che soddisfano una certa condizione  $\phi$ .
- L'insieme delle matricole degli studenti che hanno superato qualcuno degli esami elencati nella relazione  $\text{Materie}(\text{Materia})$ , si può definire come:  
$$\{t.\text{Matricola} \mid t \in \text{Studenti}, \exists m \in \text{Materie}. \exists e \in \text{ProveEsami}. \\ e.\text{Candidato} = t.\text{Matricola} \wedge e.\text{Materia} = m.\text{Materia}\}$$
- Che è equivalente a

$$\pi_{\text{Matricola}}(\text{Studenti} \bowtie_{\text{Matricola} = \text{Candidato}} (\text{ProveEsami} \bowtie \text{Materie}))$$

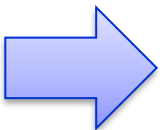
## Esercizio 3 - Trovare le matricole dei capi

---

IMPIEGATI(Matricola, Nome, Età, Stipendio)

Supervisione(Impiegato\*, Capo\*)

- Trovare **matricole** dei capi degli impiegati che guadagnano più di 40 mila euro



## Esercizio 3 - Trovare le matricole dei capi - Soluzione

### Impiegati

Matricola	Nome	Età	Stipendio
7309	Rossi	34	45
5998	Bianchi	37	38
9553	Neri	42	35
5698	Bruni	43	42
4076	Mori	45	50
8123	Lupi	46	60

IMPIEGATI(Matricola,  
Nome, Età, Stipendio)

Supervisione(Impiegato\*,  
Capo\*)

- Trovare le matricole dei capi degli impiegati che guadagnano più di 40 mila euro

### Supervisione

Impiegato	Capo
7309	5698
5998	5698
9553	4076
5698	4076
4076	8123

## Esercizio 3 - Trovare le matricole dei capi - Soluzione

---

IMPIEGATI(Matricola, Nome, Età, Stipendio)

Supervisione(Impiegato\*, Capo\*)

- Trovare **matricole** dei capi degli impiegati che guadagnano più di 40 mila euro

$\pi_{\text{matricole}}(\pi_{\text{Capo}}(\text{Supervisione} \bowtie \text{Impiegato} = \text{Matricola} (\sigma_{\text{Stipendio} > 40}(\text{Impiegati}))))$

## Esercizio 4 - Trovare nome e stipendio dei capi

---

IMPIEGATI(Matricola, Nome, Età, Stipendio)

Supervisione(Impiegato\*, Capo\*)

Trovare **nome e stipendio** dei capi degli impiegati che guadagnano più di 40 mila euro

$$\begin{aligned} & \pi_{\text{Nome, Stipendio}} ( \\ & \text{Impiegati} \bowtie_{\text{Matricola}=\text{Capo}} \\ & \pi_{\text{Capo}} (\text{Supervisione} \\ & \bowtie_{\text{Impiegato}=\text{Matricola}} (\sigma_{\text{Stipendio} > 40} (\text{Impiegati})) ) ) \end{aligned}$$

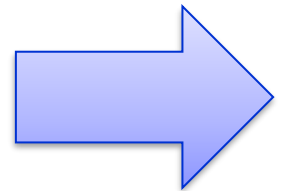
## Esercizio 5

---

IMPIEGATI(Matricola, Nome, Età, Stipendio)

Supervisione(Impiegato\*, Capo\*)

Trovare le matricole dei capi i cui impiegati guadagnano **tutti** più di 40 mila euro



## Esercizio 5

IMPIEGATI(Matricola, Nome, Età, Stipendio)

Supervisione(Impiegato\*, Capo\*)

- Trovare le matricole dei capi i cui impiegati guadagnano **tutti** più di 40 mila euro

Non si può esprimere direttamente nell'algebra, poiché mancano i "quantificatori universali)

$\pi_{\text{Capo}}(\text{Supervisione}) -$

$\pi_{\text{Capo}}(\text{Supervisione}$

$\bowtie_{\text{Impiegato}=\text{Matricola}}$

$(\sigma_{\text{Stipendio} \leq 40}(\text{Impiegati})))$

Assumiamo per semplicità che non ci siano valori NULL in Stipendio

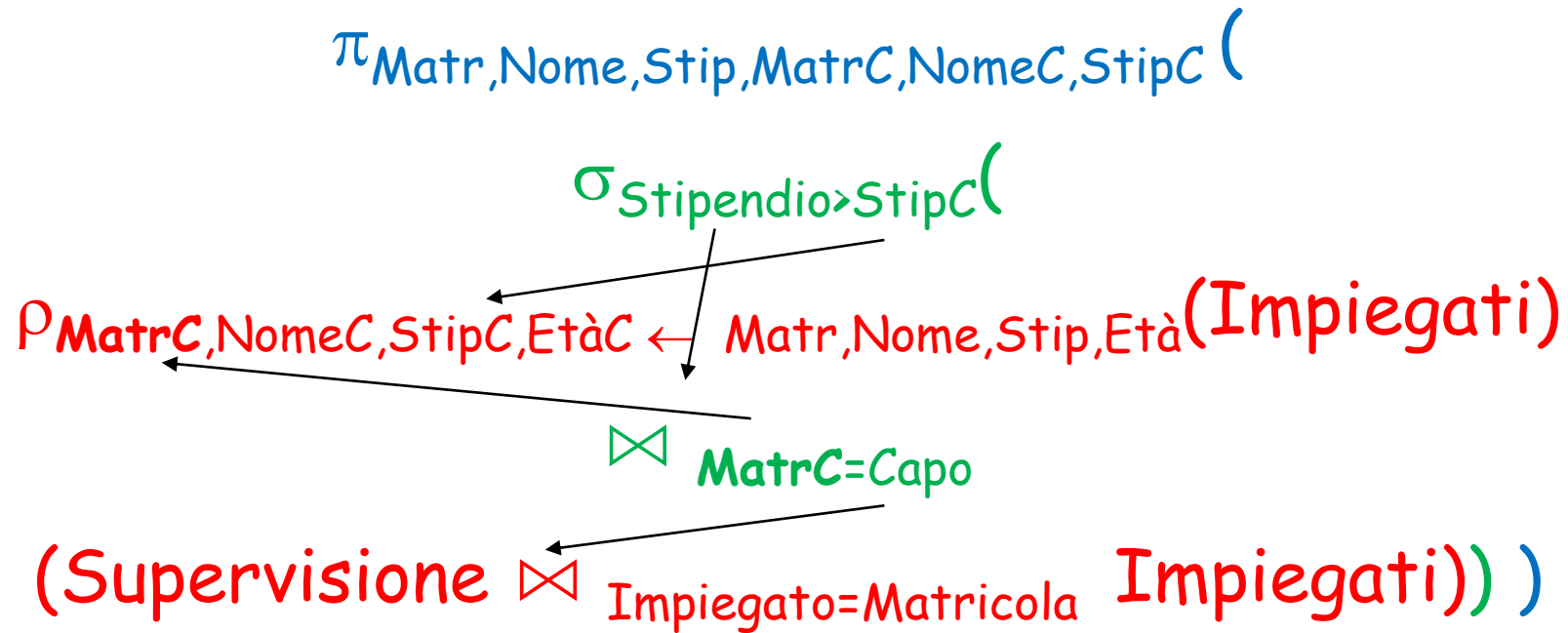
Capi che hanno almeno un Impiegato che guadagna meno di 40

## Esercizio 6

IMPIEGATI(Matricola, Nome, Età, Stipendio)

Supervisione(Impiegato\*, Capo\*)

- Trovare gli impiegati che guadagnano **più** del proprio capo, mostrando matricola, nome e stipendio dell'impiegato e del capo





## Esercizio 7

---

IMPIEGATI(Matricola, Nome, Età, Stipendio)

Supervisione(Impiegato\*, Capo\*)


Trovare quali sono gli impiegati che hanno stipendio **massimo**

$\pi_{\text{Matricola}}(\text{Impiegati}) -$

$\pi_{\text{Matricola}}(\text{Impiegati})$

$\bowtie \text{Stip} < \text{Stip1}$

$(\rho_{\text{Matr1, Nome1, Eta1, Stip1} \leftarrow \text{Matr, Nome, Stip, Età}}(\text{Impiegati}))$



Partiamo dagli  
impiegati che  
**non** hanno lo  
stipendio  
massimo