

SIA 2022: Introducción a Algoritmos Genéticos

2022

Introducción

1975

Un investigador de la Universidad de Michigan, John Holland, propone un algoritmo para encontrar la mejor solución de un problema, basándose en operadores **genéticos**, criterios de evaluación que determinan la **adaptación** de los individuos y métodos de **selección** de los más aptos.

Basados en la reproducción y selección de individuos en la naturaleza.

¿Qué problemas puede resolver? Optimización

La antena 2006 de la nave espacial de la NASA ST5. Esta forma fue encontrada por un algoritmo genético para crear el mejor modo de capturar información. Se conoce como una antena evolucionada.



¿Qué problemas puede resolver?

Los más comunes son los problemas de optimización.

La idea: Combinando buenos estados es posible encontrar mejores.

Pero...

Los problemas

que pueden resolverse deben poseer algunos requerimientos:

- El espacio de las posibles soluciones, debe estar delimitado dentro de un rango y debe ser un espacio finito. Si esto no ocurre, igual podemos aplicar el método con algún criterio de parada.
- Se debe poder definir una función de aptitud que nos indique qué tan buena o mala es una solución.

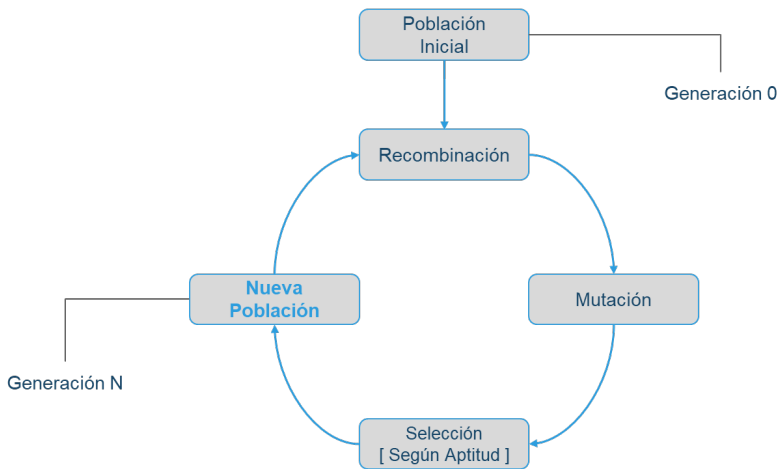
Ventajas

- Cuando se usan para problemas de optimización resultan menos afectados por los máximos locales (falsas soluciones) que las técnicas tradicionales.
- Es posible ejecutarlos en arquitecturas multiprocesador, en forma paralela.

Desventajas

- Pueden tardar mucho en converger, o no converger en absoluto, dependiendo de los parámetros que se utilicen como el tamaño de la población, número de generaciones, características de la función objetivo, etc.
- Pueden converger prematuramente.

Esquema del Algoritmo



Ojo

Los algoritmos genéticos

son solo una de las muchas estrategias de optimización que existen, y no tiene por qué ser la más adecuada en todos los casos.

Por ejemplo

si el problema en cuestión puede optimizarse de forma analítica, es mejor resolverlo de esa forma.

El problema

Representación de los individuos:

¿cómo representamos una solución de nuestro problema mediante cromosomas?

¿a partir de un conjunto de cromosomas dado, cómo obtenemos una solución?

Lenguaje de algoritmos genéticos

- Estructura — > Genotipo
- Población Inicial
- Función de adaptabilidad (o fortaleza) — > fitness
- Método de cruza
- Método de mutación
- Método de selección de nueva generación
- Condición de corte (opcional)

Genotipo

Es la estructura que se utiliza para codificar el cromosoma de un individuo o la representación genética que identifica a un individuo.

El conjunto de cromosomas se llama genotipo, y el organismo resultante, fenotipo.

Por ejemplo:

- Representación binaria: $[001]$ representa el color azul.
- Representación con número reales en el espacio 3D:
 (x_1, x_2, x_3) , $x_i \in \mathbb{R}$, $i \in \{1, 2, 3\}$

Representación binaria

Sirve cuando

los individuos puede codificarse con ceros y unos.

El largo del vector depende de la **precisión** requerida.

Por ejemplo $E = [10001010]$ es una cadena binaria con ocho genes. El **locus** del i -ésimo gen es el que se encuentra en la i -ésima posición y su valor lo da $E(i)$, llamado **Alelo**, $i \in \{1, \dots, 8\}$.

Problema: Puede requerir cadenas de un orden demasiado grande.

Representación con números reales

Para resolver problemas de optimización de funciones reales

$$\max_{(x,y,z) \in I_x \times I_y \times I_z} f(x, y, z)$$

Función de fitness

Dado un individuo

¿cómo medimos su capacidad de sobrevivir, sus posibilidades de procrear y transferir la información de sus genes a la próxima generación?

Debemos poder medir la bondad de cada solución posible.

Operadores de variación y reproducción:

Los operadores son **cruza y mutación**.

A partir de los operadores podemos reproducir y obtener la nueva población.

Método de selección de individuos

Tenemos toda una población evaluada según el fitness y debemos elegir a los individuos que serán padres de la próxima generación. ¿cómo elegir k de ellos? ¿Deben ser los mejores individuos?

¿Qué es una población en el contexto de Algoritmos genéticos?

Individuo

se refiere a cada una de las posibles soluciones del problema que se quiere resolver.

Por ejemplo

Si queremos maximizar $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, entonces algunos individuos son $(x_1, y_1) = (5, -1)$, o $(x_2, y_2) = (-35, 156)$

Población: Conjunto de individuos que voy a considerar.

Población Inicial

Generación 0

La población inicial es elegida aleatoriamente, de tamaño P .

Solamente hay que tener en cuenta las restricciones en caso de que las hubiera.

Algoritmo Básico

- 1 Crear una población inicial aleatoria de P individuos.
- 2 Calcular la fortaleza (fitness) de cada individuo de la población.

Algoritmo

- ③ Crear una nueva población vacía y repetir los siguientes pasos hasta que se hayan creado P nuevos individuos.
 - ① Seleccionar dos individuos de la población existente, donde la probabilidad de selección es proporcional al fitness de los individuos.
 - ② Cruzar los dos individuos seleccionados para generar dos descendientes.
 - ③ Aplicar un proceso de mutación aleatorio sobre los dos nuevos individuos.
 - ④ Seleccionar: los individuos para la nueva generación
- ④ Reemplazar la antigua población por la nueva.
- ⑤ Si no se cumple un criterio de parada, volver al paso 2.

Fitness

Función de Aptitud

Es la función que determina la aptitud de un individuo o de una población.

Por ejemplo: Asignación de Aulas

Dadas las materias (con su día y horario) y una cantidad de aulas y queremos asignar aulas a cada materia, de tal manera que todas sean dadas o al menos la mayor cantidad posible. ¿qué función puede utilizarse como función de aptitud?

Aptitud de un individuo

Evaluación de cada solución posible

Cada individuo de la población debe ser evaluado para cuantificar qué tan bueno es como solución al problema.

Fitness de todos los individuos de una población

Calcular $f(i)$ el valor de fitness para todos individuos $i \in P$, P población actual, entonces

$$\hat{f} = \max_i f(i)$$

y el mejor individuo:

$$\hat{j} = \operatorname{argmax}_i f(i)$$

Cruzamiento

A partir de dos cromosomas se obtienen otros dos.

- Cruza Simple (1 punto)
- Cruza Múltiple (múltiples puntos)
- Cruza uniforme

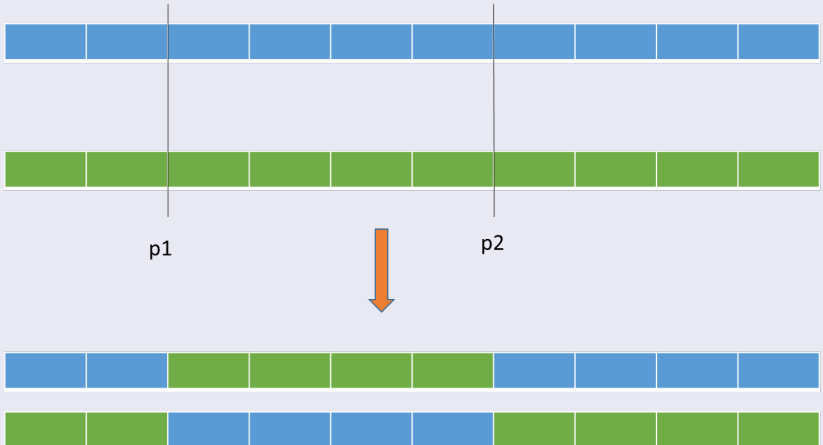
Ejemplo de Cruza Simple

$X_1 = (s_1, \dots, s_n)$ y $X_2 = (t_1, \dots, t_n)$, se elige un punto $p \in \{1, \dots, n\}$ al azar, y se intercambian los alelos a partir del locus p , entonces se producen dos hijos:

$$Y_1 = (s_1, \dots, s_p, t_{p+1} \dots t_n) \quad Y_2 = (t_1, \dots, t_p, s_{p+1}, \dots t_n)$$

Cruzamiento

Ejemplo de Cruza Múltiple de 2 puntos



Cruzamiento

Cruzamiento Uniforme

En cada elemento del cromosoma, se intercambian los alelos con una probabilidad de 0,5.

Mutación

- Proporciona un pequeño elemento de aleatoridad en los individuos de la población.
- Imita un comportamiento natural, porque cuando se genera la descendencia siempre se produce algún tipo de diversidad en la nueva población.

Mutación

Es una modificación aleatoria en un gen de un cromosoma, con alguna probabilidad.

Por ejemplo:

En representación binaria

[1111111] muta a [1110111] con una probabilidad p .

Mutación en representación real

Con una probabilidad p de mutación

Se realiza mediante una perturbación aleatoria de los valores.

Por ejemplo, $x'_i = x_i + r$, $r \sim N(0, \sigma)$, $\sigma \in \mathbb{R}$ ó

$r \sim U[-a, a]$, $a \in \mathbb{R}$

Mutación

El papel fundamental de las mutaciones

es no dejar que los individuos de la población caigan en máximos o mínimos locales permitiendo que constantemente se redistribuya la población sobre el espacio de búsqueda.

Sin embargo

una probabilidad de mutaciones demasiado elevada podría hacer que perdamos buenas soluciones impidiendo o retardando la convergencia.

Selección

Una vez obtenidos los individuos descendientes de una población en una generación, hay que elegir P individuos de entre los $2P$ individuos que forman parte de la población en la generación actual.

Selección de individuos

- **Muestreo Directo — Elite:** Selecciona los individuos con mayor aptitud.
- **Muestreo Estocástico:** Selecciona los individuos combinando la aptitud y el azar.

Selección individuos

- **Método de ruleta:** la probabilidad de que un individuo sea seleccionado es proporcional a su fitness relativo.

$$P(\text{seleccionar} - i) = p_i = \frac{f(i)}{\sum_{i=1}^P (f(i))} \quad i = 1, \dots, P$$

Problemas

¿Cómo se hace? Calcular $q_j = \sum_{i=1}^j p_i$, $r \sim U[0, 1]$, si $q_j < r \leq q_{j+1}$, elijo el individuo j .

Selección individuos

Problemas

si el fitness de unos pocos individuos es muy superior al resto, serán seleccionados de forma repetida y casi todos los individuos de la siguiente generación serán **hijos** de los mismos **padres**, lo cual produce poca variación y estancamiento en la solución.

Selección individuos

- **Método rank:** la probabilidad de selección de un individuo es inversamente proporcional a la posición que ocupa después de ordenar todos los individuos de mayor a menor fitness.

$$P(\text{seleccion} - i) = p_i = \frac{P - \text{rank}(f(i))}{P}$$

Siendo *rank* la función que ordena de mayor a menor. Luego la selección se realiza igual que antes.

Selección individuos: Método rank

Ventajas

Este método es más suave que el método ruleta cuando la diferencia entre los mayores fitness es muy superior al resto.

Selección individuos

Selección competitiva (tournament) o torneos probabilísticos:

- ❶ Elegir un valor de umbral u , $u \in [0, 0.5, 1]$.
- ❷ Seleccionar aleatoriamente dos parejas de individuos de la población (todos con la misma probabilidad).
- ❸ Tomar $r \sim U[0, 1]$
 - ❶ si $r < u$ seleccionar el más apto de la pareja, en caso contrario el menos apto.
 - ❷ repetir el proceso con la otra pareja y luego con los dos ganadores.

Selección individuos

Selección de Boltzmann:

- Usa una función de variación de temperatura que controla que la selección de individuos no sea entre los mejores todo el tiempo.
- Se pretende mantener que la selección sea uniforme al comienzo y elitista al final, con el objetivo de dar mayor oportunidad a los individuos menos aptos.

Selección individuos

Selección de Boltzmann:

- Al principio usa un valor alto de temperatura, lo cual hace la búsqueda sea casi uniforme haciendo que todos los individuos tengan la misma probabilidad de ser seleccionados.
- Con el transcurso de las generaciones, la temperatura se reduce gradualmente, lo que convierte el proceso de selección en un procedimiento elitista.

Selección de Boltzmann:

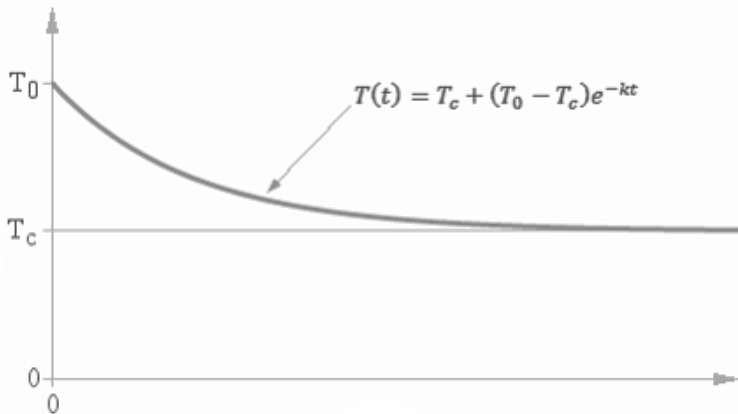
i : individuo, t : generación, T temperatura

$$VE(i, t) = \frac{e^{f(i,t)/T}}{\sum_{i=1}^P e^{f(i,t)/T}}$$

$f(i, t)$ es la función de aptitud en la generación t .

Luego, se utiliza esta pseudo-aptitud VE como aptitud para seleccionar con el método de selección Ruleta.

Selección de Boltzmann: Función de Temperatura



Selección individuos

- **Selección truncada:** se realizan selecciones aleatorias de individuos, habiendo descartado primero los k (k también es un parámetro) individuos con menor fitness de la población.

Convergencia Prematura

Llega a una solución pero...

sin presentar más variedad de la que introduce la mutación y sin haber llegado a una aptitud aceptable, decimos que la población sufrió una **convergencia prematura**.

Algunas de las causas son:

- Una presión de selección muy alta (selección muy estricta)
- Una probabilidad de mutación muy baja
- Un tamaño de población muy escaso

Criterios de corte

- Tiempo
- Cantidad de generaciones
- Solución aceptable
- Estructura: Una parte relevante de la población no cambia en una cantidad de generaciones.
- Contenido: El mejor fitness no cambia en una cantidad de generaciones.

Implementación para el TP

Parámetros:

- 1 Cantidad de generaciones t .
- 2 Operaciones de Cruza (son tres).
- 3 Mutación: parámetros p y σ ó a .
- 4 Selección: elite, ruleta, rank, torneos, Boltzman y selección truncada.