



자료구조-알고리즘-시간복잡도

:: 자료구조 예

- 변수(variable)
- 배열(array), 리스트(list)
접근 : 원소의 index
읽기, 쓰기: a[0]
삽입 : append
삭제 : pop

:: 인류 최초의 알고리즘 : 최대공약수(GCD)

- gcd_sub, gcd_mod, gcd_rec
나머지를 활용한 방법이 더 효율적임.

gcd_sub의 경우
gcd(2,100) 경우 100을 한번 빼면 98 .. 이런 식으로 계산이 50번 이루어짐

gcd_mod의 경우
gcd(2,100)을 나머지로 한번만에 끝내버림.

gcd_rec = gcd(a, b%a) or gcd(a%b, b)

최대공약수 알고리즘 정리 페이지 → [Code page](#)

:: 알고리즘의 시간복잡도 (time complexity)

- 가상컴퓨터에서 가상언어로 작성된 가상코드를 시뮬레이션한다고 가정한다.
- 특정 입력에 대해 수행되는 알고리즘의 기본연산의 횟수로 수행시간을 정의한다.
- 문제는 입력의 종류가 무한하므로 모든 입력에 대해 수행시간을 측정하여 평균을 구하는 것은 현실적으로 가능하지 않다.
- 따라서 **최악의 경우의 입력**을 가정하여, **최악의 경우의 입력**에 대한 알고리즘의 수행시간을 측정한다.
-

```
algorithm arrayMax(A,n)
input: n개의 정수를 저장한 배열 A
output: A의 수 중에서 최대값
currentMax = A[0]
for i = 1 to n-1 do
    if currentMax < A[i]
        currentMax = A[i]
return currentMax
```

방법

1. 모든 입력에 대해 기본 연산 횟수를 더한 후 평균
현실적으로 불가능
2. 가장 안 좋은 입력(worstcase input)에 대한 기본 연산 횟수를 측정

T(n) = 2n-1

알고리즘 수행 시간 = 최악의 입력에 대한 기본연산 횟수

```
algorithm sum1(A,n):
    sum = 0
    for i = 0 to n-1 do
        if A[i] % 2 == 0:
            sum += A[i]
    return sum
```

- 1. sum = 0이다를 대입함으로써 1번
- 2. %와 == 기본연산으로 2번
- 3. +=로 인해 2번

worst case는 모든 값이 짝 수일 경우 전부 해당이 되기 때문에 최악의 입력

- 항상 참이 되기 때문

T(n) = 4n+1

4n인 이유는 for문 안에서 기본연산으로 인해 4번인데 for문은 n번만큼 반복하므로 4n이다. +1은 제일 첫번째 sum = 0으로 인한 1번

:: Big-O 표기법

- 1. n이 증가할 때 가장 빨리 증가하는 항(최고차항)만 남기고 다른 항은 모두 생략한다.
 - 2. 가장 빨리 증가하는 항에 곱해진 상수 역시 생략한다.
 - 3. 남은 항을 O() 안에 넣어 표기한다.
-
- O(1) 시간 알고리즘 :: 값을 1 증가시킨 후 리턴
 - O(log n) 시간 알고리즘 :: log의 밑은 2라고 가정 : n을 이진수로 표현했을 때의 비트 수 계산 알고리즘
 - O(n) 시간 알고리즘 :: n개의 수 중에서 최대값 찾는 알고리즘
 - O(n²) 시간 알고리즘 :: 두 배열 A, B의 모든 정수 쌍의 곱의 합을 계산하는 알고리즘
 - O(n³) 시간 알고리즘 :: n * n인 2차원 행렬 A와 B의 곱을 계산하여 결과 행렬 C를 리턴하는 알고리즘
 - O(2ⁿ) 이상의 시간이 필요한 알고리즘 :: k번째 피보나치 수 계산하는 알고리즘

Big-O

Aa Big-O 표기법	≡ 명칭	≡ N이 1,000일 때의 연산 횟수
<u>O</u> (1).	상수 시간(Constant time)	1,000
<u>O</u> (logN).	로그 시간(Log time)	
<u>O</u> (N).	선형 시간	
<u>O</u> (NlogN).	로그 선형 시간	10,000
<u>O</u> (N²).	이차 시간	1,000,000
<u>O</u> (N³).	삼차 시간	1,000,000,000
<u>O</u> (2ⁿ).	지수 시간	

- 알고리즘의 수행시간 = 최악의 경우의 입력에 대한 기본연산 횟수

수행시간 $T(n)$ = 함수값을 결정하는 **최고차항**만으로 간단하게 풀기 : **Big-O 표기법**

$$T_1(n) = 2n - 1 \quad T_1(n) = O(n)$$

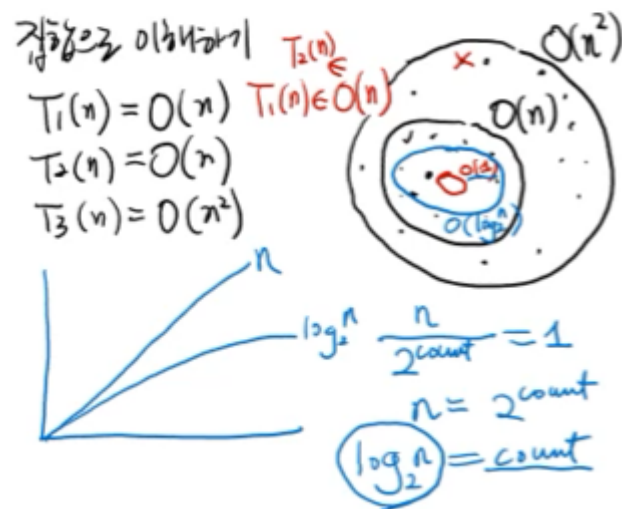
$$T_2(n) = 4n + 1 \quad T_1(n) = O(n)$$

1. 최고차항만 남긴다.
2. 최고차항 계수(상수)는 생략
3. Big-O(최고차항)

수행시간 $T(n)$ = 함수값을 결정하는 최고차항만으로 간단하게 풀기 : Big-O 표기법

$$\begin{aligned} T_1(n) &= 2n - 1 & T_1(n) &= O(n) \\ T_2(n) &= 4n + 1 & T_2(n) &= O(n) \\ T_3(n) &= \frac{5}{2}n^2 - \frac{3}{2}n + 1 & T_3(n) &= O(n^2) \end{aligned}$$

① 최고차항만 남긴다
② 최고차항 계수(상수)는 생략
③ Big-O(최고차항)



예1: `def increment-one(a):`
`return a + 1` $T(n) = 1$

예2: `def number-of-bits(n):`
`count = 0`
`while n > 0:`
`n = n // 2`
`count += 1`
`return count`

$O(1) = O(n^0)$

$T(n) = c \cdot \log_2 n + 1 = O(\log_2 n)$