華南理工大學
South China University of Technology

Convergence and Robustness Analysis of the Varying-Parameter RNN

Ling-Dong Kong

School of Automation Science & Engineering, South China University of Technology

目录

CONTENT

華南理工大學
South China University of Technology

PART 1. 选题背景

1 / 选题背景 - 毕设基础

“国家级大学生创新创业训练项目”

「时变问题的递归神经网络求解、优化及实际应用」

· 项目编号：201710561204

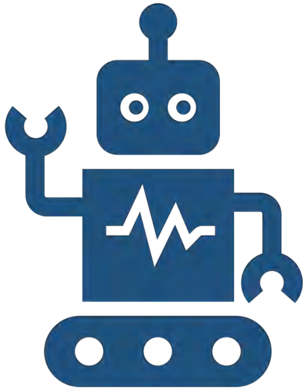
· 项目等级：优秀结题

详见论文附录

1 / 选题背景 - 三个话题

TVQP问题

网络模型设计



机器人应用

1 / 选题背景 - TVQP问题

时变二次规划（Time-Varying Quadratic Programming）问题

一般形式： 目标函数(objective function) ＋ 约束条件(constrain)

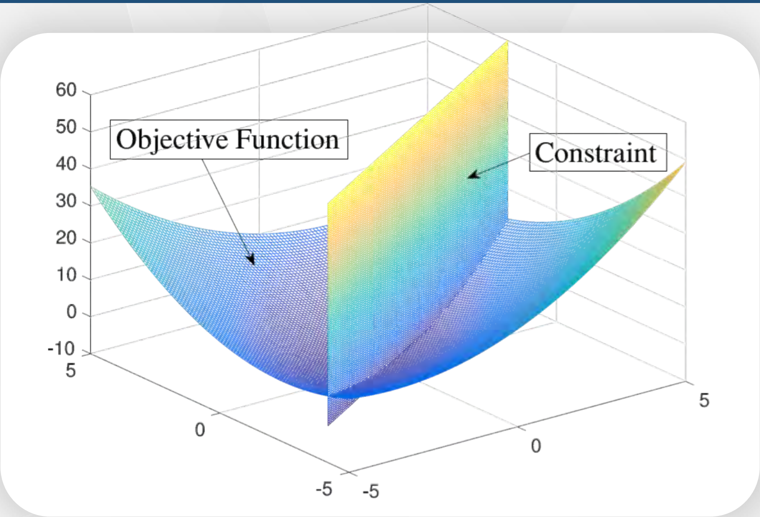
研究意义： 数学领域、工程领域

传统方法： 内点法、共轭梯度法、有效集法等数值方法

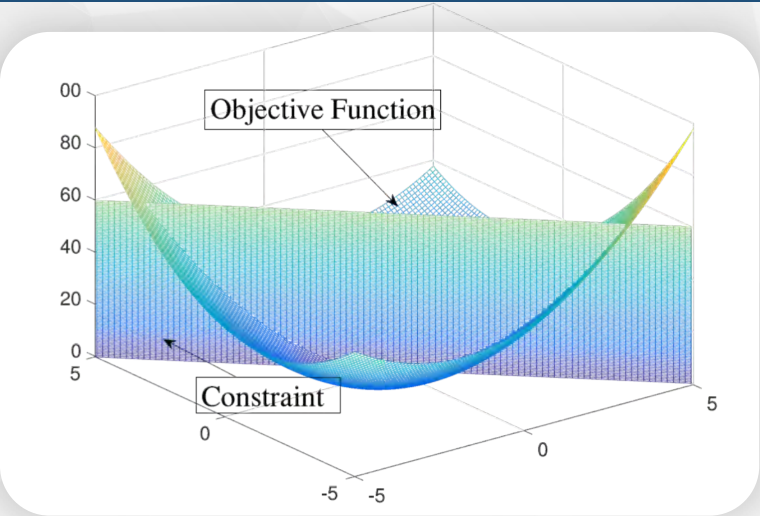
缺　陷： 具有一定可行性，但算力不足，计算时间长、精度低

详见论文P1

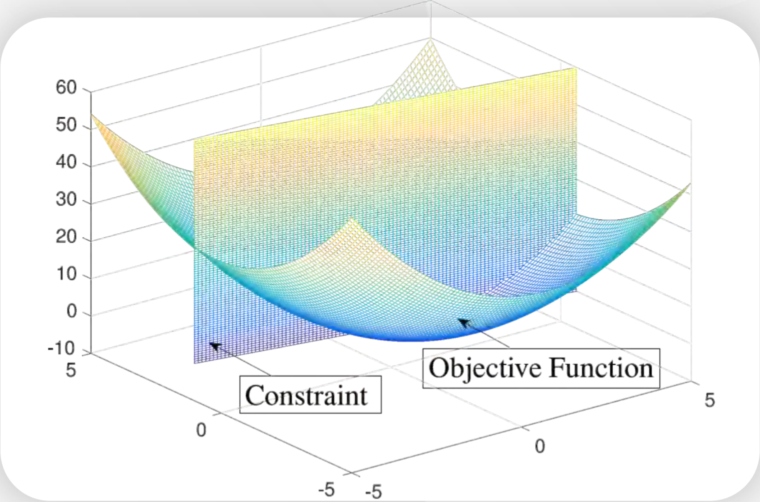
1 / 选题背景 - TVQP问题



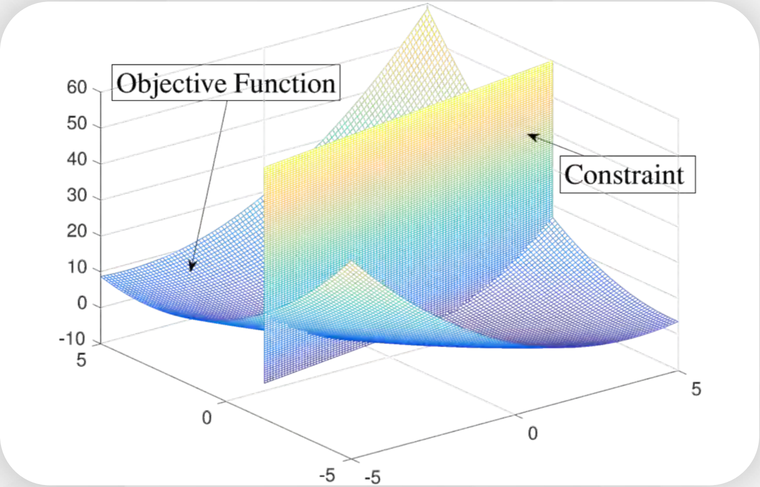
a) $t = 2.8000s$



b) $t = 5.5000s$



c) $t = 7.8000s$



d) $t = 9.9500s$

详见论文P8

1 / 选题背景 - 网络模型设计

递归神经网络（Recurrent Neural Network, RNN）

结构特点: 具有时间序列循环结构，各神经元相互连接形成有向回路

记忆功能: 当前状态(current state) 取决于 过去状态(pass state)

优　势: 适于可变长时间序列信号和数据的处理，可模拟动态系统

主流模型: Zeroing Neural Network (ZNN)、Gradient Neural Network(GNN)、Primal Dual Neural Network (PDNN)等

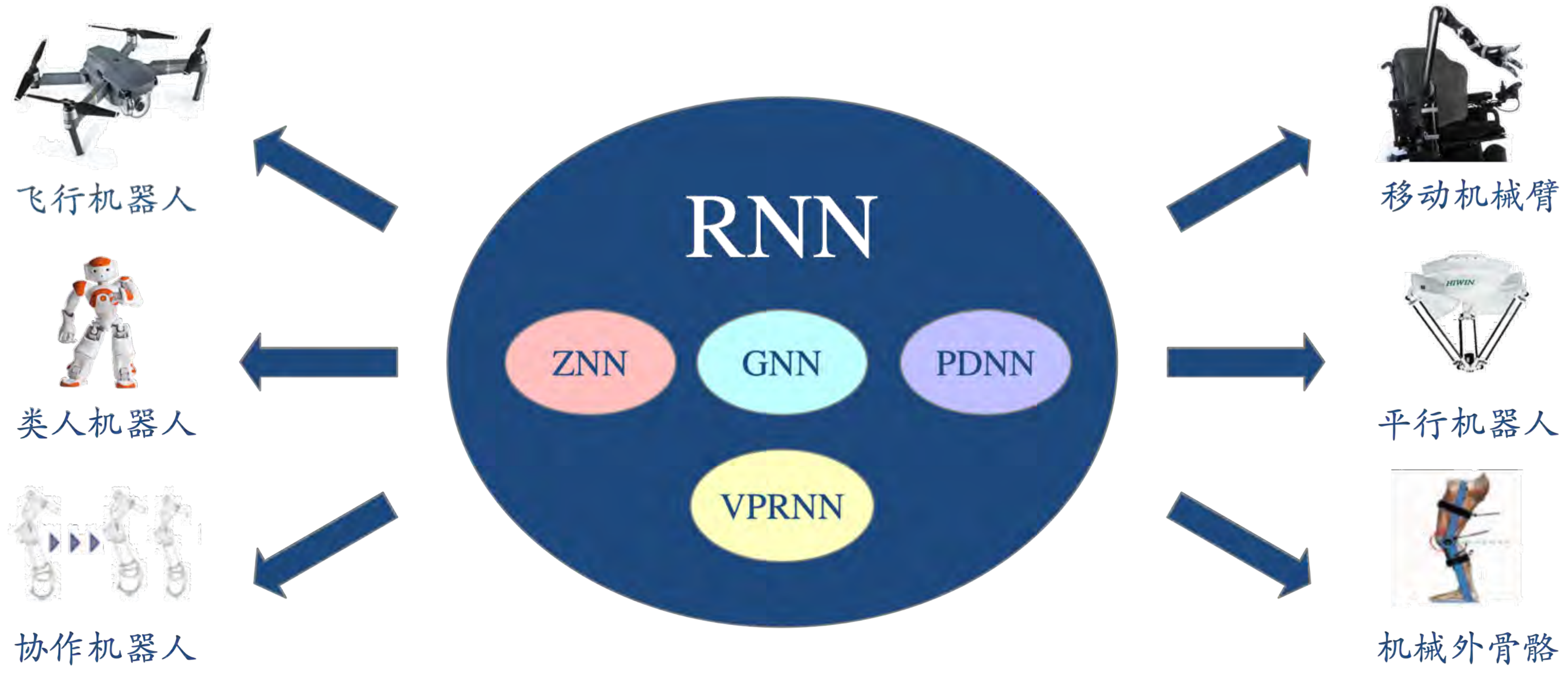
详见论文P3

1 / 选题背景 - 网络模型设计

PDNN	GNN	ZNN
× 计算时间较长	√ 计算时间较短	√ 计算时间较短
√ 时变问题	× 时变问题	√ 时变问题
× 误差收敛慢	× 误差收敛慢	× 误差收敛慢
× 模型复杂	√ 模型简单	√ 模型简单
× 鲁棒性差	× 鲁棒性差	× 鲁棒性差

详见论文P3

1 / 选题背景 - 机器人应用



详见论文P5

华南理工大学
South China University of Technology

PART 2. 论文结构

2 / 论文结构

第一章
- 绪论

第二章
- 网络设计与收敛性分析

第三章
- 噪声环境下的鲁棒性分析

第四章
- 计算机仿真与实物实验

PART 3. 创新点

3 / 创新点

[1]模型创新

[2]收敛性

[3]鲁棒性

[4]应用创新

模型上：引入时变参数

理论上：①收敛性证明；

②鲁棒性证明

应用上：①风险投资；

②机械臂路径规划

华南理工大学
South China University of Technology

PART 4. 主要内容

TVQP-E:

$$\begin{aligned}\min.\ & \frac{1}{2}x^{\mathrm{T}}(t)Q^{\mathrm{T}}(t)x(t)+P^{\mathrm{T}}(t)x(t)\\ \mathrm{s.t.}\ & A(t)x(t)=B(t)\end{aligned}$$

TVQP-I:

$$\begin{aligned}\min.\ & \frac{1}{2}x^{\mathrm{T}}(t)Q^{\mathrm{T}}(t)x(t)+P^{\mathrm{T}}(t)x(t)\\ \mathrm{s.t.}\ & A(t)x(t)=B(t)\\ & K(t)x(t)\leq D(t)\\ & (\text{或}\ -K(t)x(t)\geq D(t)\ )\end{aligned}$$

详见论文P7

4 / 主要内容 - 优化过程

（有约束☹）TVQP-E 和 TVQP-I

拉格朗日乘子法、KKT条件

（无约束☺）矩阵方程 $W(t)Y(t) = G(t)$

误差函数 $e(t) = W(t)Y(t) - G(t)$

神经动力学方程 $\dot{e}(t) = -(\gamma + t^{\gamma})\Phi(e(t))$

详见论文P10

Varying-Parameter RNN, VPRNN：

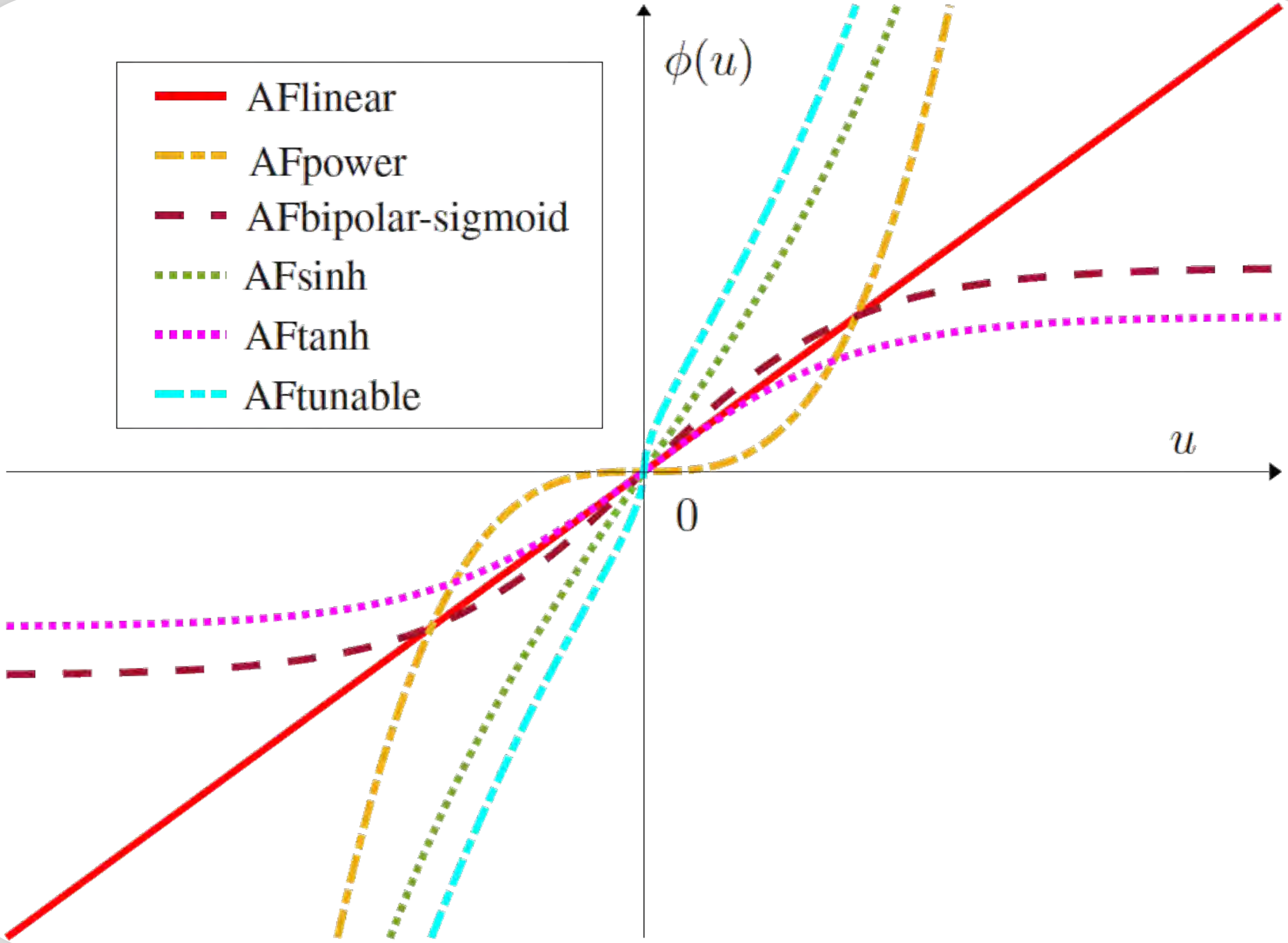
$$W(t)\dot{Y}(t) = -(\gamma + t^{\gamma})\Phi\big(W(t)Y(t) - G(t)\big) - \dot{W}(t)Y(t) + \dot{G}(t)$$

特点： 引入时变参数 $(\gamma + t^{\gamma})$ 和激活函数阵列 $\Phi(\cdot)$ 对网络进行加速

优势： 收敛速度更快、鲁棒性更好

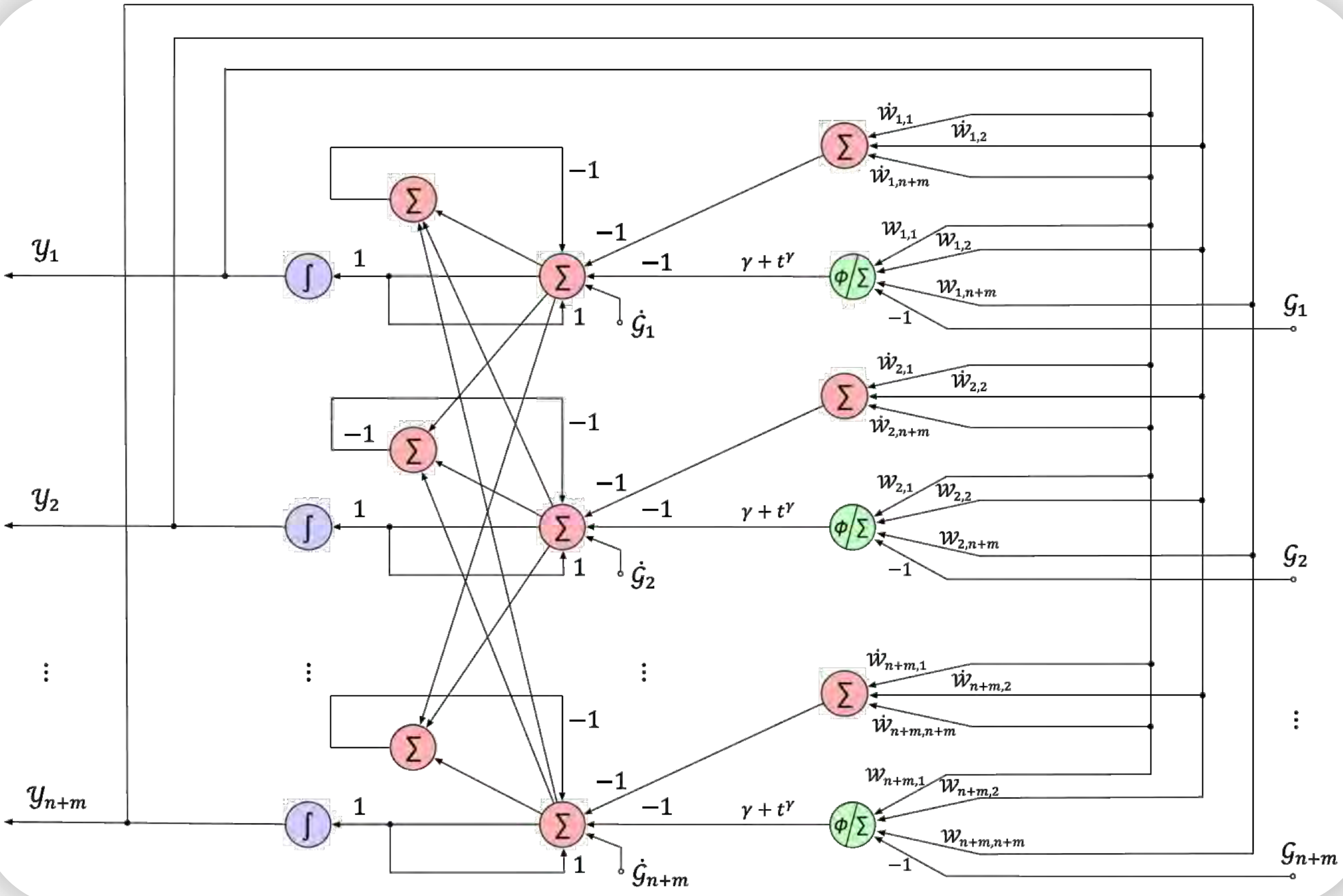
详见论文P13

4 / 主要内容 - 激活函数



*图注：
激活函数
曲线示意图

4 / 主要内容 - 网络结构



*图注：
VPRNN网络结构示意图

详见论文P14

4 / 主要内容 - 传统方法

ZNN：

$$W(t)\dot{Y}(t) + \dot{W}(t)Y(t) - \dot{G}(t) = -\gamma\Phi\big(W(t)Y(t) - G(t)\big)$$

理论推导

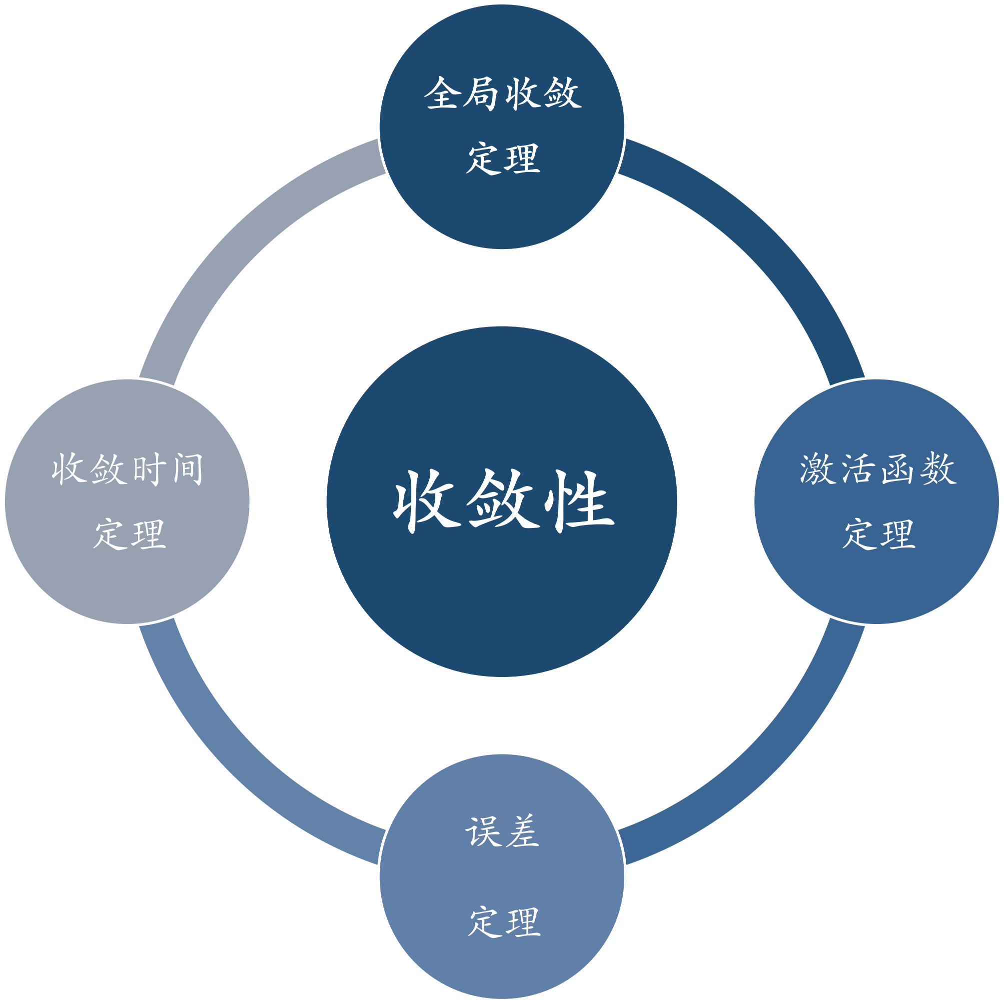
仿真验证

收敛性

鲁棒性

详见论文P15

4 / 主要内容 - 收敛性定理



	ZNN	VPRNN
全局收敛	是	是
收敛速度	指数	超指数
激活函数	适用	适用
收敛时间	长	短
收敛误差	大	小

详见论文P15

李雅普诺夫方程：

$$V(t)=\frac{\|e(t)\|_2^2}{2}=\frac{1}{2}e^{\mathrm{T}}(t)e(t)=\sum_{i}^{n+m}\frac{1}{2}e_i^2(t)\geq 0$$

$$\dot{V}(t)=\frac{dV(t)}{dt}=e^{\mathrm{T}}(t)\dot{e}(t)=-(\gamma+t^{\gamma})\sum_{i}^{n+m}e_i(t)\phi(e(t))<0$$

噪声项 ⟶ 系统稳定

ZNN ⟶ 收敛至误差上界

VPRNN ⟶ 收敛至零

4 / 主要内容 - 计算机仿真

误差分析

- ✓ 激活函数比较
- ✓ 时变参数比较

高维情况讨论

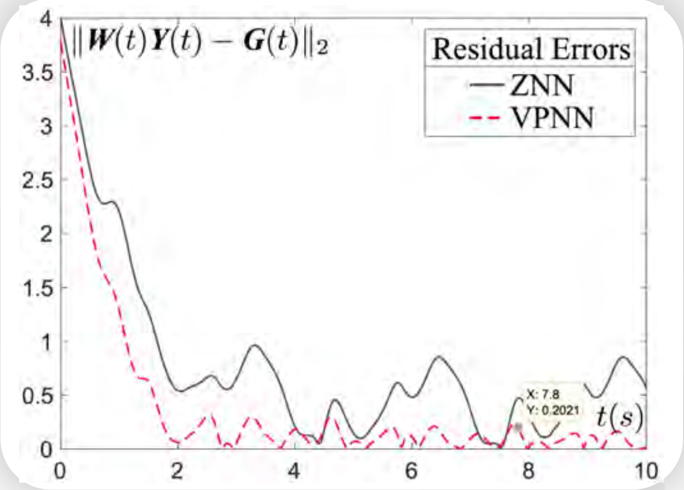
- ✓ 5维情况
- ✓ 15维情况

风险投资

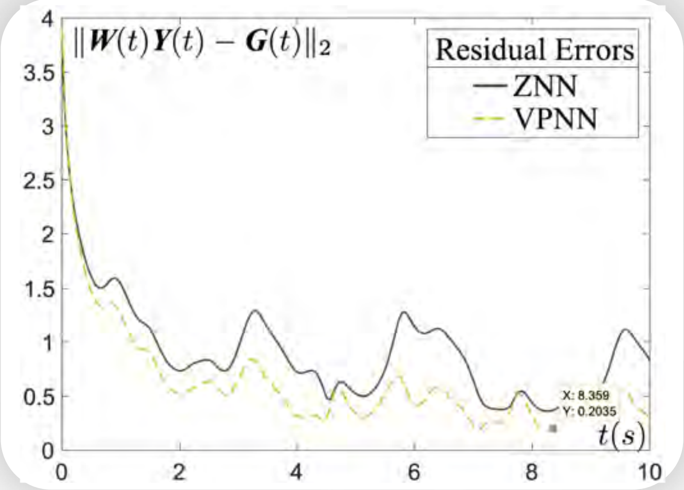
机械臂路径规划

详见论文P36

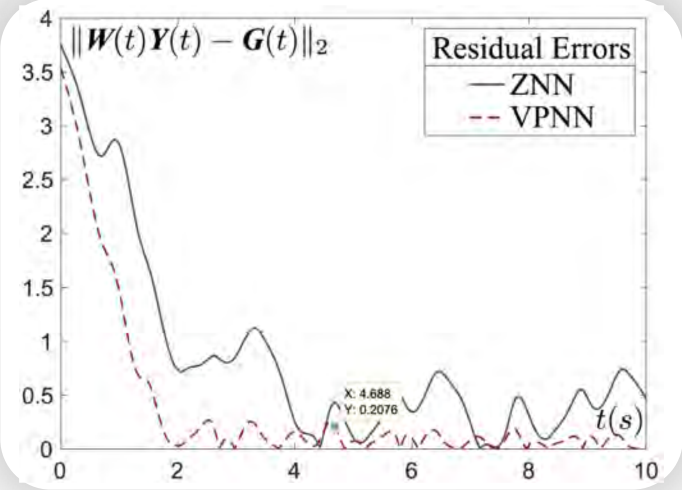
4 / 主要内容 - 激活函数比较



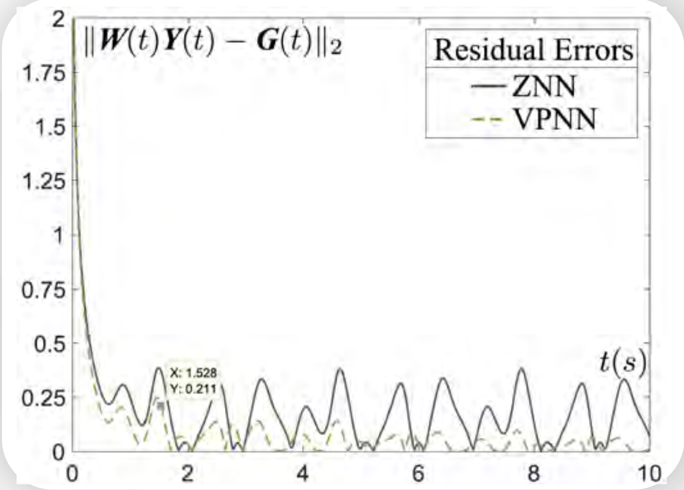
a) AFlinear



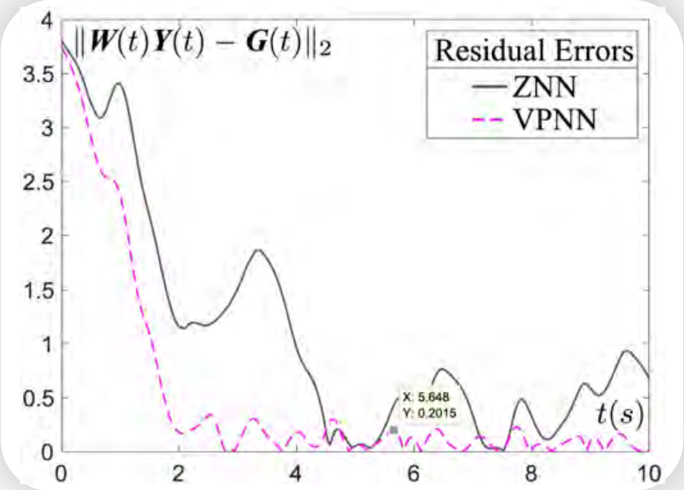
b) AFpower



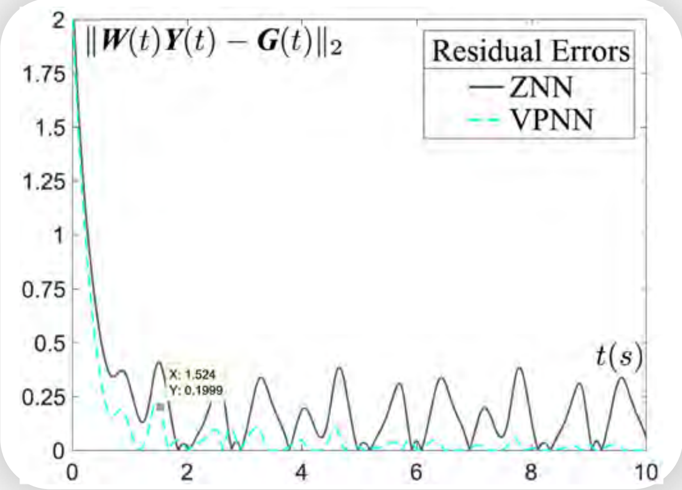
c) AFb-sigmoid



d) AFsinh



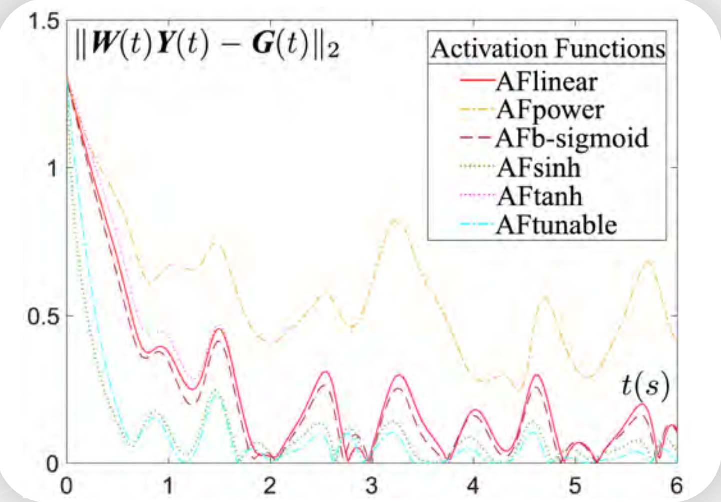
e) AFtanh



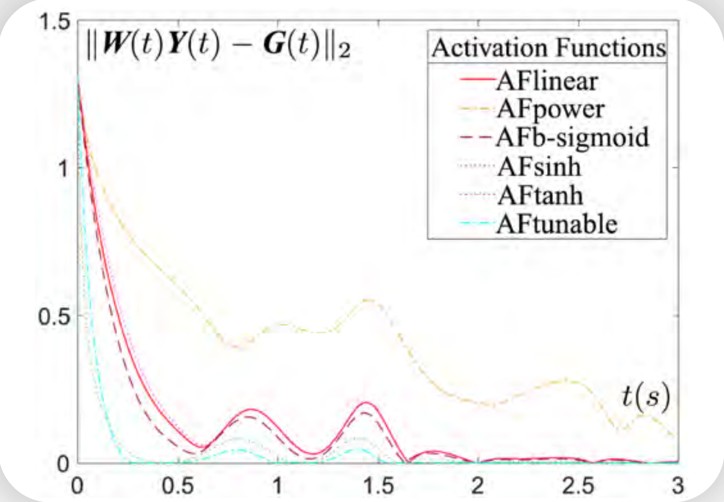
f) AFtunable

详见论文P37

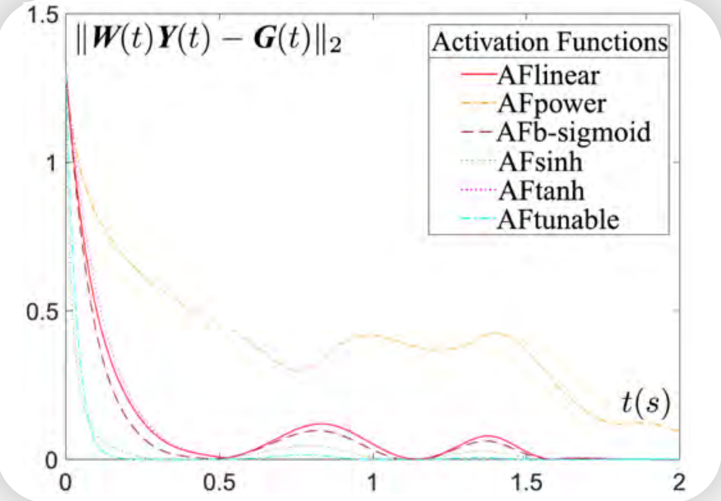
4 / 主要内容 - 时变参数γ比较



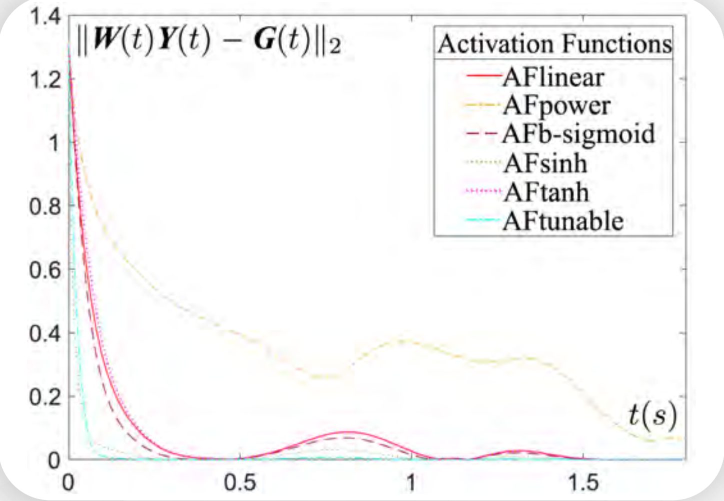
a) $\gamma = 1$



b) $\gamma = 5$



c) $\gamma = 10$



d) $\gamma = 15$

详见论文P39

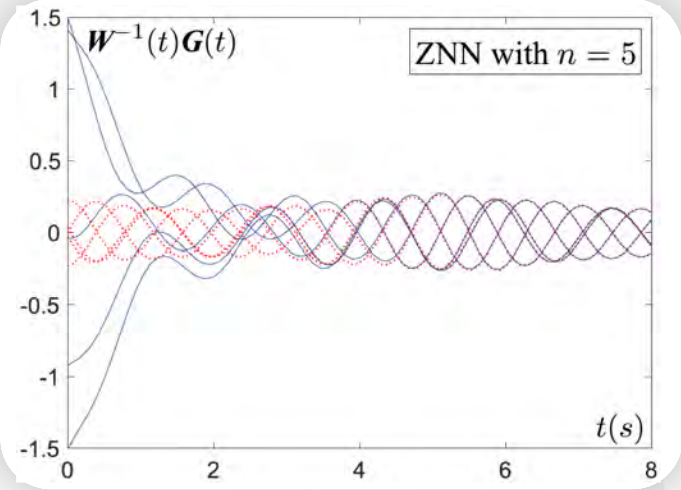
4 / 主要内容 - 时变参数γ比较

表1　使用不同参数γ的情况下，误差达到0.2时所花费的时间

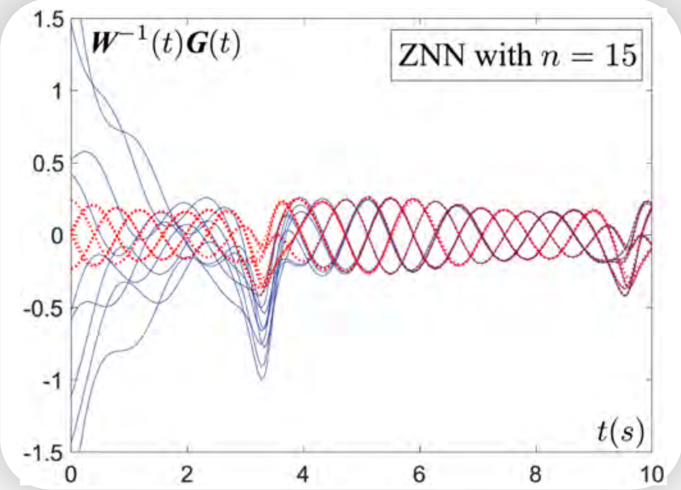
时间$t(s)$	$t_{\gamma=1}$	$t_{\gamma=5}$	$t_{\gamma=10}$	$t_{\gamma=15}$
AFlinear	7.8040	1.4690	0.2094	0.1341
AFpower	—	2.8080	1.6540	1.5110
AFb-sigmoid	4.6880	0.3085	0.1862	0.1146
AFsinh	1.5280	**0.1127**	**0.0521**	**0.0323**
AFtanh	5.6480	0.4078	0.2094	0.1441
AFtunable	**1.5240**	0.1246	0.0647	0.0395

详见论文P40

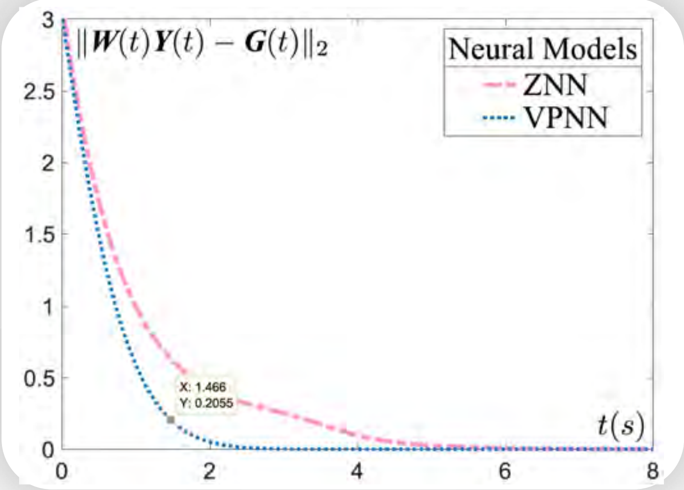
4 / 主要内容 - 高维情况讨论



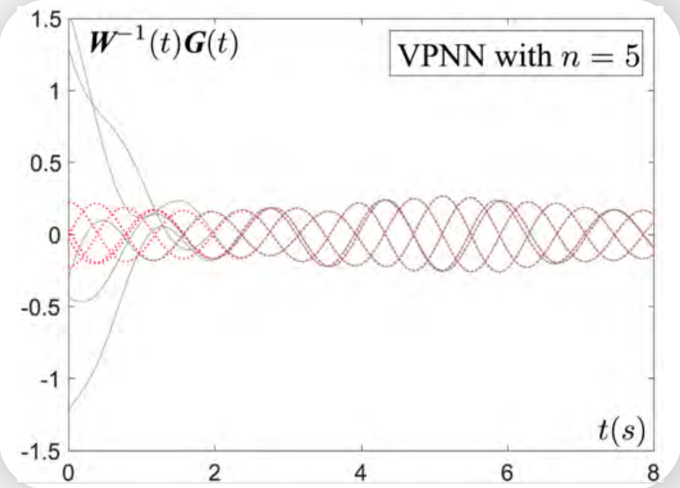
a)



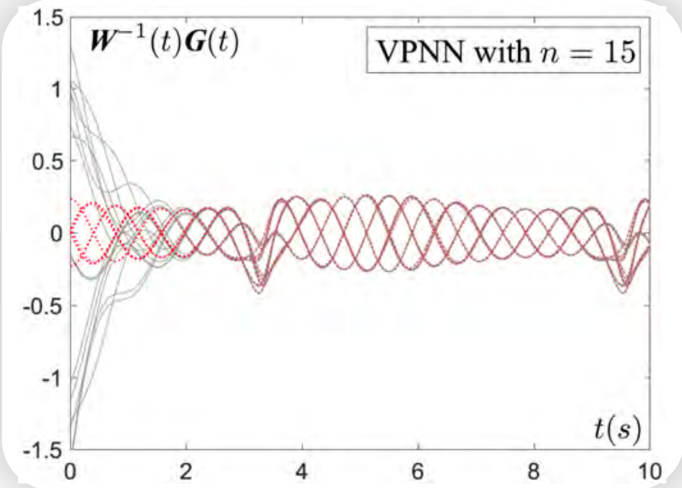
b)



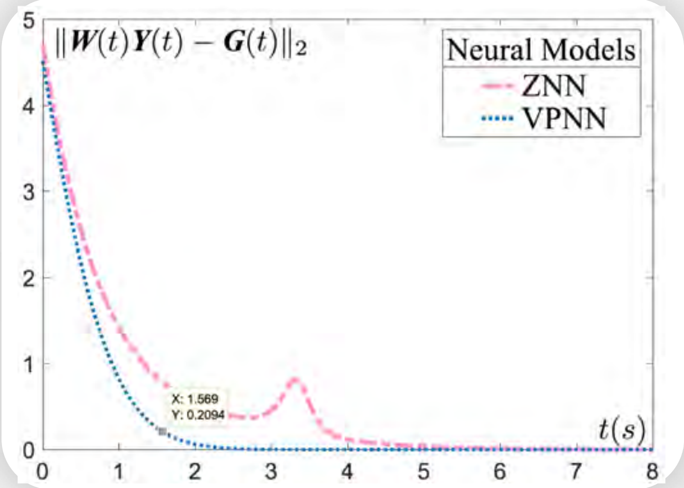
c)



d)



e)



f)

详见论文P41

表2 证券投资分配占比

序号i	x_1	x_2	x_3
$t = 0.0000s$	0.3333	0.3333	0.3333
$t = 0.4125s$	0.3214	0.3063	0.3723
$t = 0.8250s$	0.2700	0.2104	0.5196
$t = 1.2375s$	0.2482	0.1248	0.6270
$t = 1.6500s$	0.2373	0.0732	0.6895
$t = 2.0625s$	0.2188	0.0551	0.7261
$t = 2.8875s$	0.2077	0.0700	0.7233
…	…	…	…

*Markowit均值-方差组合优化模型[48]:

$$\min.\ \sigma^2(t) = x^{\mathrm{T}}(t)\Sigma(t)x(t)$$

$$\mathrm{s.t.}\quad d^{\mathrm{T}}(t)x(t) = v(t)$$

$\Sigma(t)$为协方差矩阵，表示投资风险；

$x(t) = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ 表示投资配额；

$\mathrm{d}(t) = (d_1, d_2, \dots, d_n)$ 表示期望收益率；

$v(t)$表示利润衡量指标

详见论文P48

4 / 主要内容 - 机械臂路径规划

*重复运动RMP模型[52]:

$$\min.\ \frac{1}{2}\left\|\dot{\theta}(t)+C(t)\right\|_2^2$$

$$\text{s.t.}\quad \mathcal{J}(\theta(t))\dot{\theta}(t)=\dot{r}(t)+U(r(t)-f(\theta))$$

$\mathcal{J}(\theta)=\partial f(\theta)/\partial\theta$ 表示Jacobian矩阵；

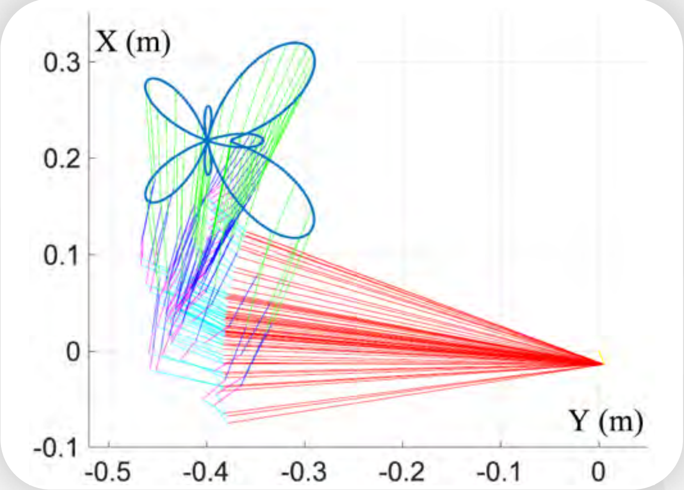
$C(t)=\kappa(\theta(t)-\theta(0))$ 表示关节角漂移量；

$r(t)=f(\theta(t))$ 为前向运动学表达式；

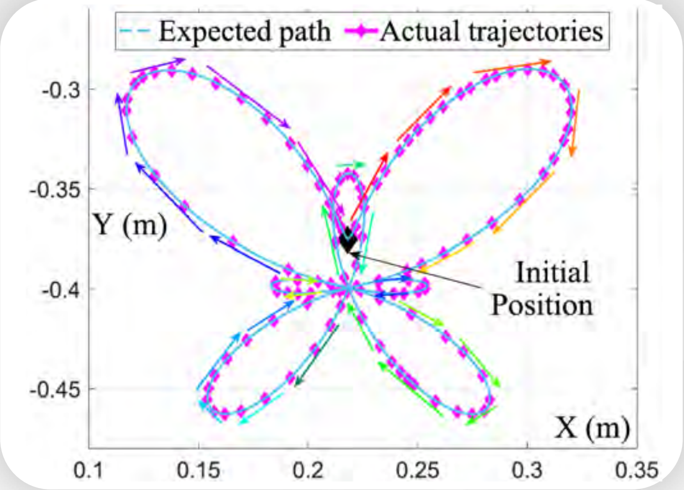
$\dot{r}(t)$ 表示末端执行器速度向量；$U(\cdot)$ 表示反馈控制映射矩阵

详见论文P43

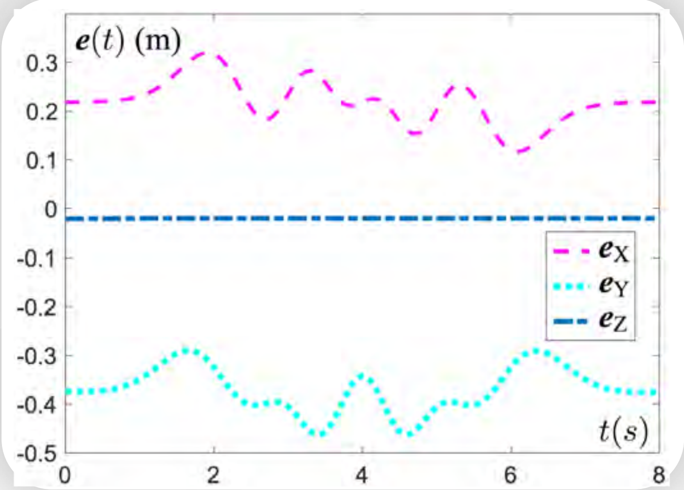
4 / 主要内容 - 机械臂路径规划



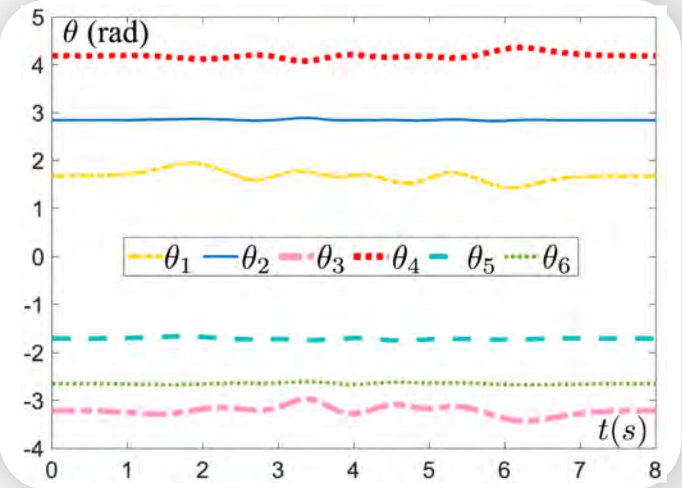
a)



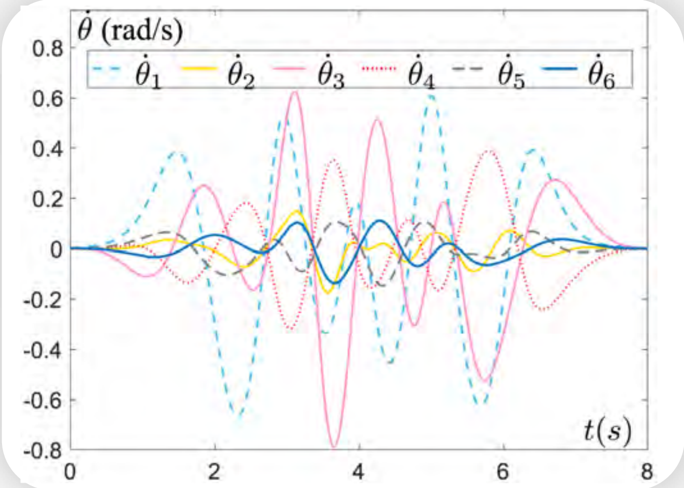
b)



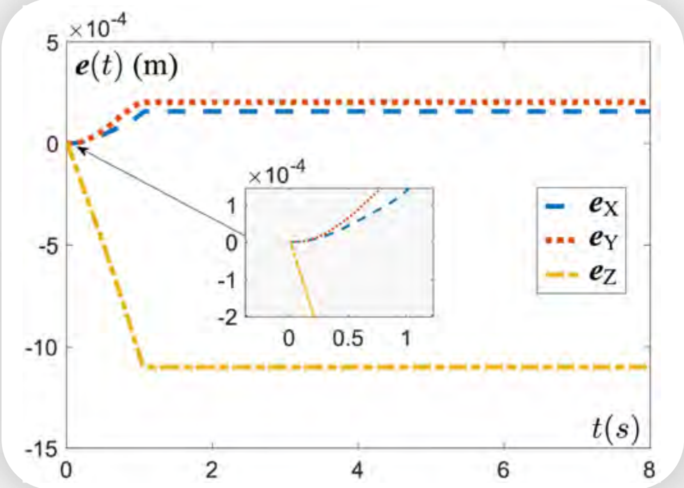
c)



d)



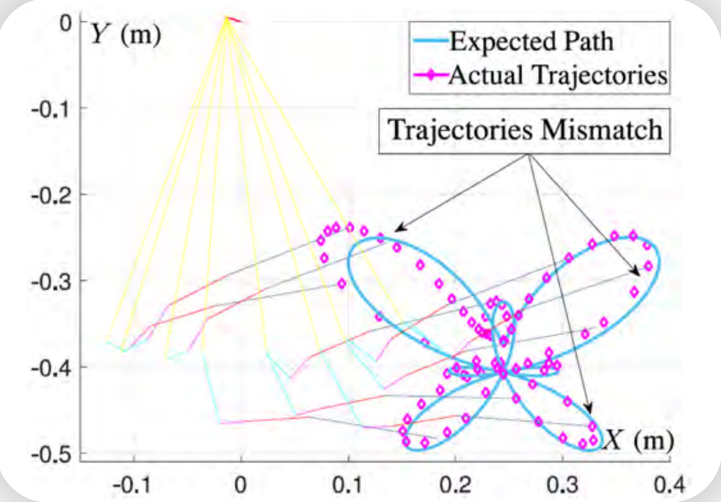
e)



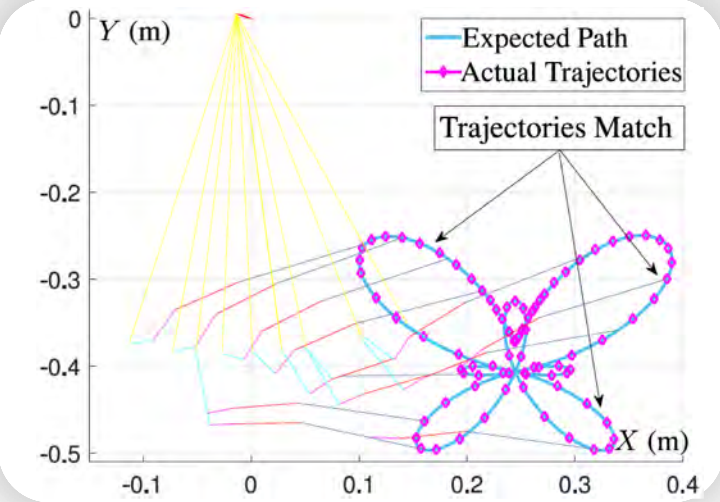
f)

详见论文P43

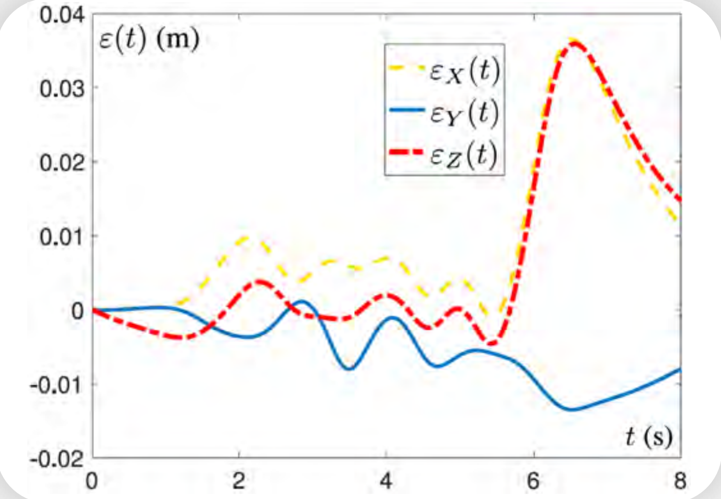
4 / 主要内容 - 机械臂路径规划



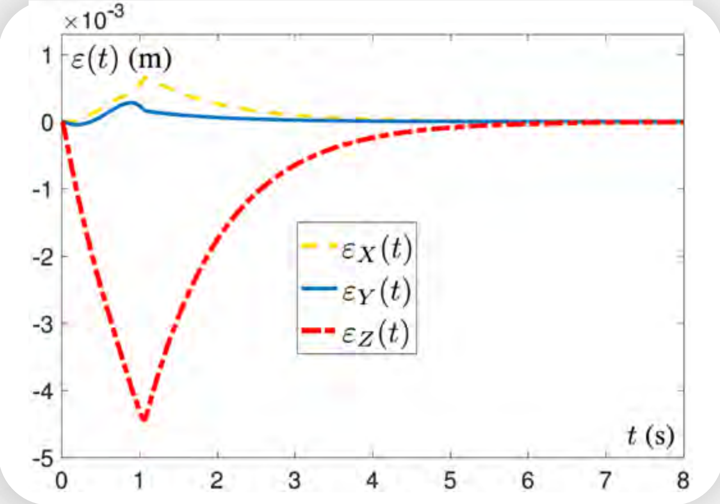
a) ZNN



b) VPRNN



c) ZNN



d) VPRNN

详见论文P45

4 / 主要内容 - 实物实验

详见论文P47

华南理工大学

South China University of Technology

PART 5. 毕设成果

5 / 毕设成果

学术论文：

[1] Z. Zhang, <u>L.-D. Kong</u>, L. Zheng, “Power-Type Varying Parameter RNN for Solving TVQP Problems: Design, Analysis and Applications[J]”, ***IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*** (*Impact Factor:7.982), 2018.

[2] Z. Zhang, <u>L.-D. Kong</u>, L. Zheng, et al., “Robustness Analysis of a Power-Type Varying-Parameter Recurrent Neural Network for Solving Time-Varying QM and QP Problems and Applications[J]”, ***IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*** (*Impact Factor: 5.131), 2018.

[3] Z. Zhang, X. Deng, B. Liao, <u>L.-D. Kong</u>, L. Li, “A Varying-Gain Recurrent Neural Network and Its Application to Solving Online Time-Varying Matrix Equation[J]”, ***IEEE Access*** (*Impact Factor: 3.557), 2018.

详见论文附录

5 / 毕设成果

发明专利：

[1] “一种时变凸二次规划求解器设计方法”，
专利申请号：201711114059.3

[2] “一种用于冗余度机械臂运动规划的变参神经求解器设计方法”，
专利申请号：201711114425.5

[3] “一种求解含噪声时变问题的神经动力学方法 ”，
专利申请号： 201711161743.7

[4] “一种抗噪声干扰的冗余度机械臂路径规划方法 ”，
专利申请号： 201711147249.5

详见论文附录

華南理工大學
South China University of Technology

Part 6. 总结&致谢

6 / 总结&致谢 - 总结

①
TVQP问题

②
VPRNN

③
收敛性

④
鲁棒性

⑦
机械臂

⑥
风险投资

⑤
误差收敛

6 / 总结&致谢 - 致谢

華南理工大學
South China University of Technology

NANYANG TECHNOLOGICAL UNIVERSITY

親

師

友

眾

華南理工大學
South China University of Technology

THANKS!