ĐẠI HỌC ĐÀ NẴNG
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ THÔNG TIN VÀ TRUYỀN THÔNG VIỆT - HÀN
Vietnam - Korea University of Information and Communication Technology

GIẢI TÍCH

GV: NGUYỄN QUỐC THỊNH

http://vku.udn.vn/

Chương 1.

TẬP HỢP - ÁNH XẠ - SỐ PHỨC

Bài 1. TẬP HỢP

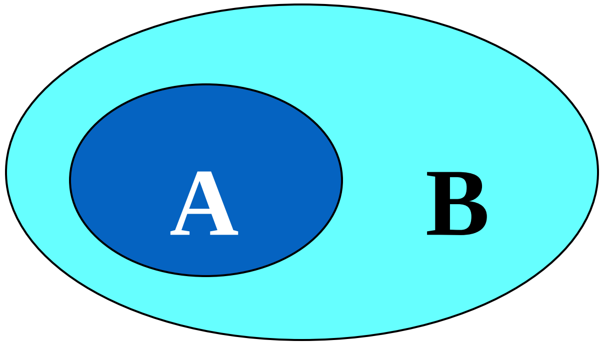
I. Tập hợp

1. **Định nghĩa:** Tập hợp là khái niệm cơ bản của toán học, như tập hợp các sinh viên trong lớp, tập hợp các số tự nhiên...

+ Nếu a là phần tử của tập X, ta viết : a $\in$ X. (đọc a thuộc X).
+ Nếu a không là phần tử của tập X, ta viết : a $\notin$ X.(đọc a không thuộc X).
+ Tập hợp không có phần tử nào được gọi là tập rỗng, k/h: $\varnothing$

2. Tập con

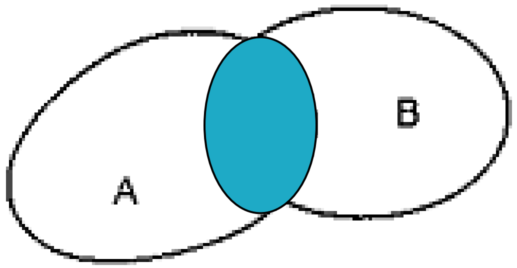
$$A \subset B \Leftrightarrow \{x \in A \Rightarrow x \in B\}$$



II. Các phép toán về tập hợp

1. Giao của hai tập hợp

$$\boxed{A \cap B = \{x \mid x \in A \,\&\, x \in B\}}$$

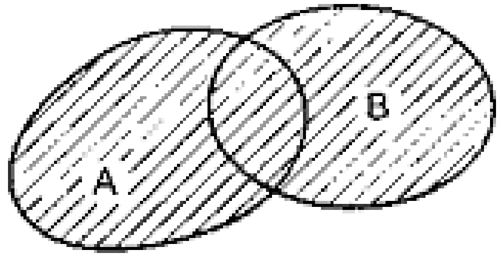


$$VD: Cho \quad A = \{1;2;3;4;5\} \,\&\, B = \{0;2;4;5;8\}$$

$$A \cap B = \{2;4;5\}$$

2. Hợp của hai tập hợp

$$\boxed{A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}}$$

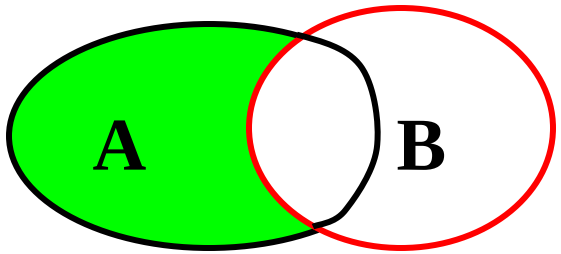


$$VD: Cho \quad A = \{a;b;c;d\} \,\&\, B = \{a;c;e;f;g\}$$

$$A \cup B = \{a;b;c;d;e;f;g\}$$

3. Hiệu của hai tập hợp

$$\boxed{A \setminus B = \{x \mid x \in A \;\&\; x \notin B\}}$$



$$VD: Cho \quad A = \{0;1;2;3;4;5\} \;\&\; B = \{0;2;4;6;8\}$$

$$A \setminus B = \{1;3;5\}$$

4. Tích Decart

$$\boxed{A \times B = \{(a,b) \mid a \in A, b \in B\}}$$

$$VD: A = \{1;2\}, B = \{a;b;c\}$$

$$A \times B = \{(1,a);(1,b);(1,c);(2,a);(2,b);(2,c)\}$$

BÀI TẬP

Bài 1: Cho $A=\{1,2\}, B=\{1,2,3,4\}$. Tìm X sao cho $A\cup X=B$.

Bài 2: Cho $X=\{a,b,c,d,e,g\}$.

a)Tìm Y thoả $Y\subset X$ & $X\setminus Y=\{b,c,e\}$

b) Tìm A,B thoả: $A\cup B=X,\ B\setminus A=\{d,e\},\ A\setminus B=\{a,b,c\}$

Bài 2. ÁNH XẠ

I. Định nghĩa: Cho hai tập X, Y $\neq \varnothing$.

$$\mathbf{f : X \longrightarrow Y}$$

$$x \longrightarrow y = f(x)$$

X: tập hợp *nguồn*, Y: tập hợp *đích*.

II. Các loại ánh xạ

1. Đơn ánh

Ánh xạ $f : X \to Y$ gọi là đơn ánh nếu

$$\forall x_1, x_2 \in X, \ \mathbf{x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)} \ .$$

2. Toàn ánh

Ánh xạ $f : X \to Y$ gọi là toàn ánh nếu

với mọi $y_0 \in Y$, tồn tại $x_0 \in X$ sao cho $y_0 = f(x_0)$.

3. Song ánh

Ánh xạ $f : X \to Y$ gọi là *song ánh* nếu

f vừa đơn ánh vừa toàn ánh

III. Ánh xạ ngược

Cho $f : X \to Y$ là một song ánh. Ánh xạ ngược, *kí hiệu* **f^{-1}**

$$f^{-1} : Y \to X$$

$$y \longmapsto x = f^{-1}(y) \text{ với } y = f(x).$$

Ví dụ: Tìm ánh xạ ngược của song ánh

a) $y = 2x + 3$

Giải: Ta có $y = 2x + 3 \Rightarrow x = \dfrac{y-3}{2}$

Vậy ánh xạ ngược là: $y = \dfrac{x-3}{2}$

$b) y = e^{2x} + 5$ Áp dụng t/c: $a = e^{b} \Leftrightarrow b = \ln a$

Giải: Ta có

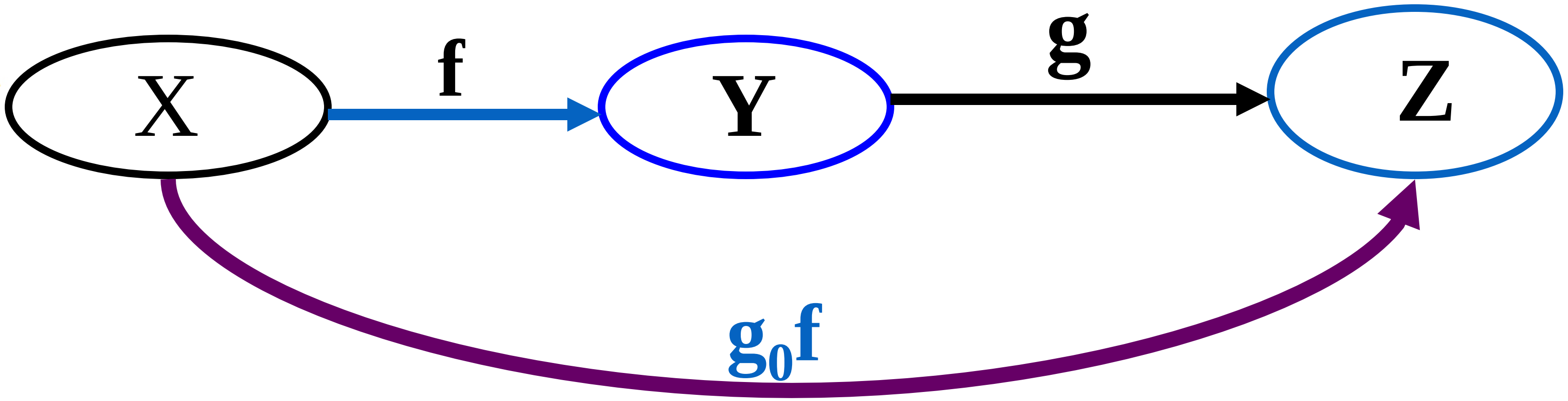
$$y = e^{2x} + 5 \Rightarrow e^{2x} = y - 5$$

$$\Rightarrow 2x = \ln(y-5)$$

$$\Rightarrow x = \frac{\ln(y-5)}{2}$$

Vậy ánh xạ ngược là: $y = \dfrac{\ln(x-5)}{2}$

IV. Tích (hợp) của hai ánh xạ



Cho $f : X \to Y$ và $g : Y \to Z$

$x \mapsto y = f(x)$ $\quad$ $y \mapsto z = g(y) = g[f(x)]$

Như vậy tồn tại $\mathbf{h : X \to Z}$

$\mathbf{x \mapsto z = h(x) = g[f(x)]}$

Khi đó, h gọi là *ánh xạ hợp (tích)* của hai ánh xạ f và g.

Kí hiệu $h = g_0f$

Ví dụ:

a) Cho hai ánh xạ: f(x) = 2x + 3 và g(x) = ln(x).

Tìm ánh xạ tích **$g_0 f$**

Ta có: $(g_0 f)(x) = g[f(x)] = g(2x+3) = \ln(2x+3)$

b) Cho hai ánh xạ: f(x) = 3x +5 và g(x) = sin(2x – 3)

+ Tìm ánh xạ tích **$g_0 f$**

+Tìm ánh xạ tích **$g_0 f^{-1}$**

Ta có: $f^{-1}(x) = (x-5)/3$

$$\Rightarrow (g_0 f^{-1})(x) = g[f^{-1}(x)] = g\left(\frac{x-5}{3}\right) = \sin\left(2.\frac{x-5}{3} - 3\right) = \sin\left(\frac{2x-19}{3}\right)$$

Bài 3. SỐ PHỨC

I. Số phức

1. Định nghĩa

- ***Số phức*** là biểu thức có dạng **$z = a + bi$**

trong đó:

$a, b \in R$, $\mathbf{i^2 = -1}$

a gọi là phần thực,

b gọi là phần ảo,

i: đơn vị ảo.

Tập hợp tất cả các số phức được kí hiệu là **C**.

2. Chú ý

* Nếu **$z = a + bi$** thì **$-z = -a - bi$** là số phức đối của z.

* Số phức $z = a + bi$ có số phức liên hợp là $\bar{z} = a - bi$

* Cho hai số phức: $z_1 = a_1 + ib_1$

$z_2 = a_2 + ib_2$

$$z_1 = z_2 \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = a_2 \\ b_1 = b_2 \end{cases}$$

II. Các phép tính về số phức

Cho 2 số phức: $z_1 = a_1 + b_1 i$, $z_2 = a_2 + b_2 i$.

1. Phép cộng các số phức

$$z_1 + z_2 = (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2)i$$

2. Phép nhân các số phức

$$z_1.z_2 = (a_1 + ib_1).(a_2 + ib_2)$$

$$= a_1a_2 + ia_1b_2 + ib_1a_2 + i^2b_1b_2$$

$$= (a_1a_2 - b_1b_2) + (a_1b_2 + a_2b_1)\,i$$

III. Các ví dụ

1. Tìm các số thực x, y sao cho

$$(3 - i)x + (4 + 2i)y = 2 + 6i$$

2. Tìm phần thực và phần ảo của số phức:

$$a)\ A = (2 + 3i)(3 - 5i)$$

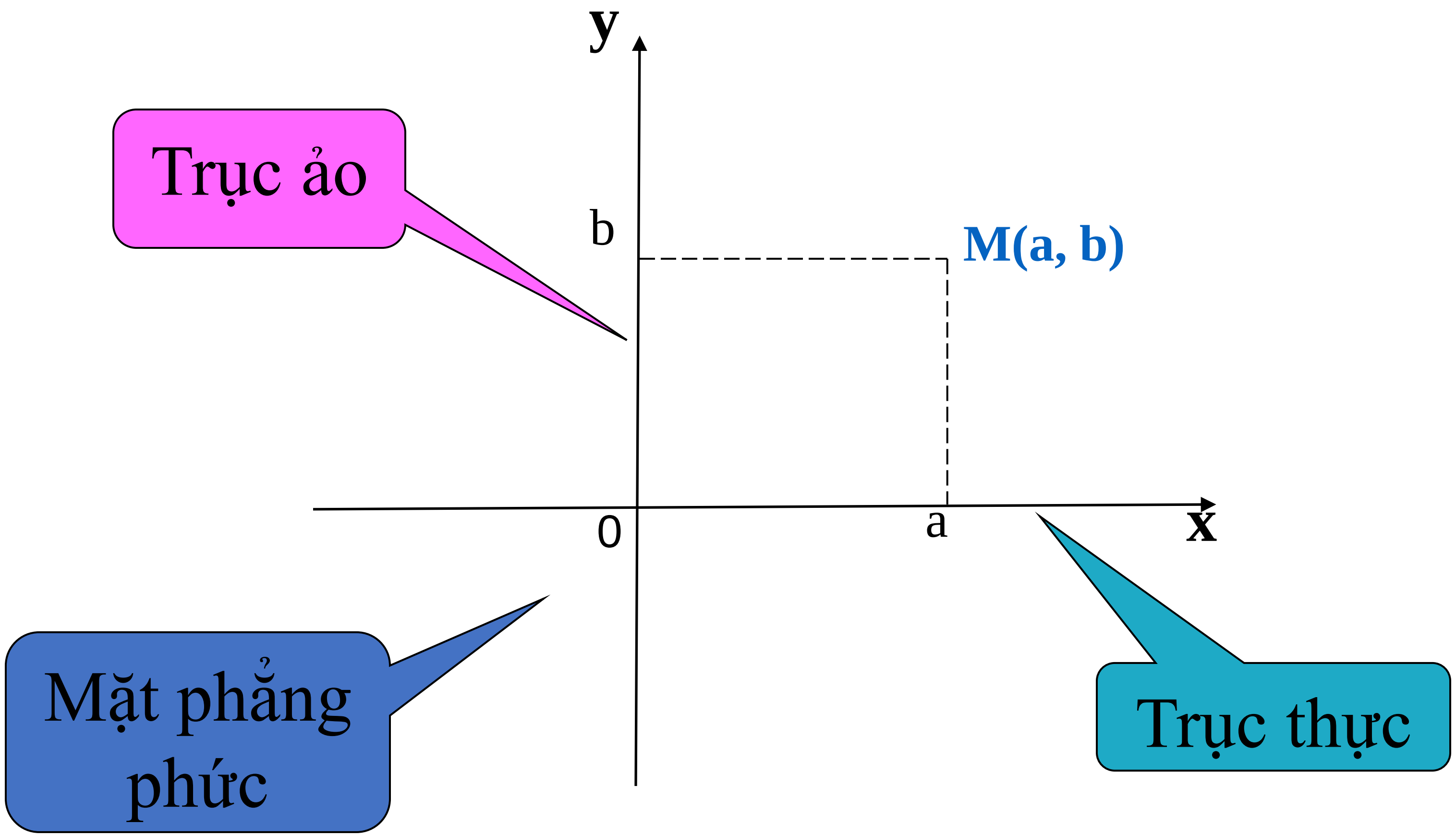
$$b)\ B = \frac{4 - 2i}{1 + \sqrt{3}i}$$

3. Tính $B = (1 + i)^{2012}$

IV. Dạng lượng giác của số phức

1. Biểu diễn hình học của số phức

$$z = a + ib \rightleftarrows M(a,b)$$



2. Dạng lượng giác của số phức

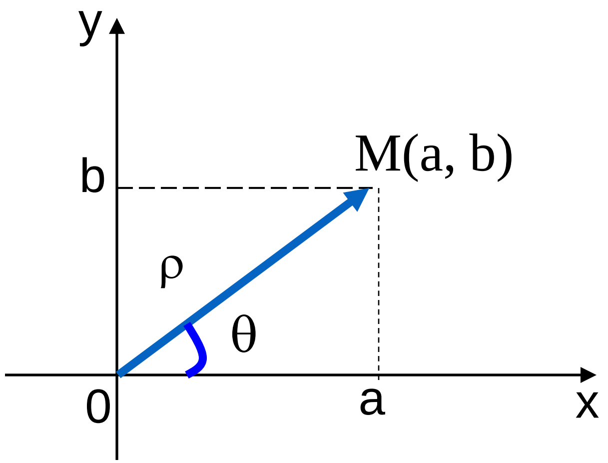
Gọi **M(a, b)** là ảnh của số phức **z = a + bi** trong (Oxy).

Giả sử z ≠ (0, 0). Đặt:

$$\rho = OM = \sqrt{a^2 + b^2}\,; \quad \theta = \left(\overrightarrow{Ox};\overrightarrow{OM}\right)$$

Khi đó: a = ρ cosθ ; b = ρ sinθ.

- **z = ρ (cosθ + isinθ)** gọi là dạng lượng giác của số phức.



- ρ gọi là *môđun* của z, kí hiệu |z|.

- θ gọi là *agumen* của z,

Ví dụ: Tìm dạng lượng giác của các số phức sau:

$$a)\ \ z = 1 + \sqrt{3}i$$

$$b)\ \ z = 1 - i$$

$$c)\ 1 - \sqrt{3}i$$

3. Phép nhân và chia số phức dưới dạng lượng giác

a) Định lý:

Cho $z_1 = \rho_1(\cos\theta_1 + i\sin\theta_1)$; $z_2 = \rho_2(\cos\theta_2 + i\sin\theta_2)$

♦ $z_1.z_2 = \rho_1\rho_2[\cos(\theta_1+\theta_2) + i\sin(\theta_1+\theta_2)]$

♦ Nếu $z_2 \neq 0$ thì

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2}[\cos(\theta_1-\theta_2) + i.\sin(\theta_1-\theta_2)]$$

b) Hệ quả: (Công thức Moivre)

$$Cho \quad z = \rho(\cos\theta + i\sin\theta)$$

Khi đó:

$$\boxed{z^n = \rho^n(\cos n\theta + i\sin n\theta)} \quad (*)$$

$$\boxed{\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{\rho}\left[\cos\left(\frac{\theta + k2\pi}{n}\right) + i\sin\left(\frac{\theta + k2\pi}{n}\right)\right]}$$

Ví dụ: Tìm phần thực và phần ảo của các số phức sau:

$$a)\ \ A=\left(\frac{1+\sqrt{3}i}{1-i}\right)^{12}$$

$$b)\ \ B=\sqrt[4]{\frac{\sqrt{3}+i}{1+i}}$$

V. Giải phương trình bậc 2 trên tập số phức

$$\Delta > 0: x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}, x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\Delta = 0: x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$$

$$\Delta < 0: x_1 = \frac{-b - i\sqrt{-\Delta}}{2a}, x_2 = \frac{-b + i\sqrt{-\Delta}}{2a}$$

VD: Giải phương trình sau

$$x^2 + 3x + 2 = 0$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

BÀI TẬP

Bài 1:

Cho hai hàm số f(x) = 3x – 2 và g(x) = (2x^2 -1)\(1+x^3)

Tìm ánh xạ ngược $\mathbf{f^{-1}}$ và ánh xạ tích $\mathbf{g_0f^{-1}}$

Bài 2: Tìm phần thực và phần ảo

$$a)\ \ A = (1+\sqrt{3}i)^{10}(\sqrt{3}+i)^8$$

$$b)\ \ B = \sqrt[6]{\frac{1+i}{1-\sqrt{3}i}}$$

Hết chương 1