

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский университет ИТМО»

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Лабораторная работа по информатике №2

Синтез помехоустойчивого кода

Вариант №69

Выполнил:

Студент группы Р3106

Мельник Фёдор Александрович

Проверил:

Балакшин П.В.,

Кандидат технических наук, доцент ФПиКТ

Санкт-Петербург, 2024

## Оглавление

Задание.....	3
Основные этапы вычисления .....	4
Часть №1.....	4
Часть №2.....	7
Часть №3.....	8
Дополнительное задание.....	9
Заключение.....	10
Список использованных источников .....	11

## Задание

1. Определить свой вариант задания с помощью номера в ISU (он же номер студенческого билета). Вариантом является комбинация 3-й и 5-й цифр. Т.е. если номер в ISU = 123456, то вариант = 35.
2. На основании номера варианта задания выбрать набор из 4 полученных сообщений в виде последовательности 7-символьного кода.
3. Построить схему декодирования классического кода Хэмминга (7;4), которую представить в отчёте в виде изображения.
4. Показать, исходя из выбранных вариантов сообщений (по 4 у каждого – часть №1 в варианте), имеются ли в принятом сообщении ошибки, и если имеются, то какие. Подробно прокомментировать и записать правильное сообщение.
5. На основании номера варианта задания выбрать 1 полученное сообщение в виде последовательности 11-символьного кода.
6. Построить схему декодирования классического кода Хэмминга (15;11), которую представить в отчёте в виде изображения.
7. Показать, исходя из выбранного варианта сообщений (по 1 у каждого – часть №2 в варианте), имеются ли в принятом сообщении ошибки, и если имеются, то какие. Подробно прокомментировать и записать правильное сообщение.
8. Сложить номера всех 5 вариантов заданий. Умножить полученное число на 4. Принять данное число как число информационных разрядов в передаваемом сообщении. Вычислить для данного числа минимальное число проверочных разрядов и коэффициент избыточности.
9. Дополнительное задание №1 (позволяет набрать от 86 до 100 процентов от максимального числа баллов БаРС за данную лабораторную). Написать программу на любом языке программирования, которая на вход получает набор из 7 цифр «0» и «1», записанных подряд, анализирует это сообщение на основе классического кода Хэмминга (7,4), а затем выдает правильное сообщение (только информационные биты) и указывает бит с ошибкой при его наличии.

# ОСНОВНЫЕ ЭТАПЫ ВЫЧИСЛЕНИЯ

Для решения задач использовались материалы изданий «Помехоустойчивое кодирование»<sup>[1]</sup> и Помехоустойчивые коды<sup>[2]</sup>

## Часть №1

Схема декодирования и выполнения классического кода Хэмминга (7;4) представлена на [рисунке №1](#) и [рисунке №2](#) соответственно.

	1	2	3	4	5	6	7	
$2^x$	$r_1$	$r_2$	$i_1$	$r_3$	$i_2$	$i_3$	$i_4$	$S$
1	X		X		X		X	$S_1$
2		X	X			X	X	$S_2$
4				X	X	X	X	$S_3$

$$S_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4$$

$$S_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4$$

$$S_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4$$

Рисунок 1 - схема декодирования классического кода Хэмминга (7;4)

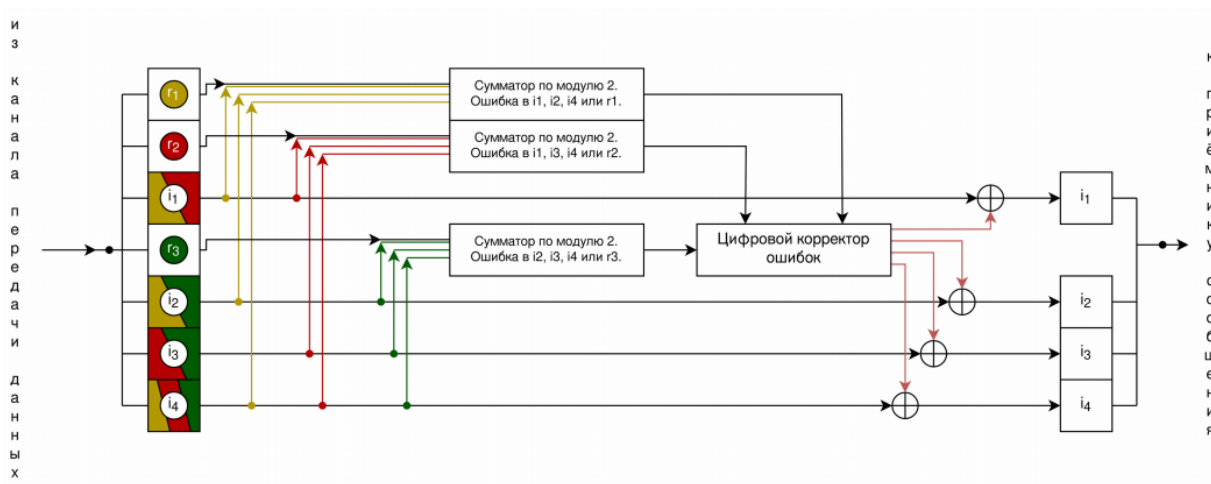


Рисунок 2 - схема выполнения классического кода Хэмминга (7;4)

### Сообщение №1:

$r_1$	$r_2$	$i_1$	$r_3$	$i_2$	$i_3$	$i_4$
1	0	1	0	0	1	1

$$S_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

$$S_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$

$$S_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0$$

	1	2	3	4	5	6	7	
$2^x$	$r_1$	$r_2$	$i_1$	$r_3$	$i_2$	$i_3$	$i_4$	
1	X		X		X		X	S1
2		X	X			X	X	S2
4				X	X	X	X	S3

Синдром  $S(S_1, S_2, S_3) = 110 \Rightarrow$  ошибка в  $i_1$

Исправленный вариант: 1000011

Исходное сообщение без ошибки: 0011

### Сообщение №2:

$r_1$	$r_2$	$i_1$	$r_3$	$i_2$	$i_3$	$i_4$
0	1	0	0	1	1	0

$$S_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 1$$

$$S_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 0$$

$$S_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 0$$

	1	2	3	4	5	6	7	
$2^x$	$r_1$	$r_2$	$i_1$	$r_3$	$i_2$	$i_3$	$i_4$	
1	X		X		X		X	S1
2		X	X			X	X	S2
4				X	X	X	X	S3

Синдром  $S(S_1, S_2, S_3) = 100 \Rightarrow$  ошибка в  $r_1$

Исправленный вариант: 1100110

Исходное сообщение без ошибки: 0110

### Сообщение №3:

$r_1$	$r_2$	$i_1$	$r_3$	$i_2$	$i_3$	$i_4$
1	1	0	1	0	0	0

$$S_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 1$$

$$S_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 1$$

$$S_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 1$$

	1	2	3	4	5	6	7	
$2^x$	r1	r2	i1	r3	i2	i3	i4	
1	X		X		X		X	S1
2		X	X			X	X	S2
4				X	X	X	X	S3

Синдром  $S(S_1, S_2, S_3) = 111 \Rightarrow$  ошибка в  $i_4$

Исправленный вариант: 110100**1**

Исходное сообщение без ошибки: 000**1**

Сообщение №4:

$r_1$	$r_2$	$i_1$	$r_3$	$i_2$	$i_3$	$i_4$
1	0	1	0	0	0	0

$$S_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 = 0$$

$$S_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 = 1$$

$$S_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 0$$

	1	2	3	4	5	6	7	
$2^x$	r1	r2	i1	r3	i2	i3	i4	
1	X		X		X		X	S1
2		X	X			X	X	S2
4				X	X	X	X	S3

Синдром  $S(S_1, S_2, S_3) = 010 \Rightarrow$  ошибка в  $r_2$

Исправленный вариант: 1**1**10000

Исходное сообщение без ошибки: 1000

## Часть №2

Схема декодирования и выполнения классического кода Хэмминга (15;11) представлена на [рисунке №3](#) и [рисунке №4](#) соответственно.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
$2^x$	$r_1$	$r_2$	$i_1$	$r_3$	$i_2$	$i_3$	$i_4$	$r_4$	$i_5$	$i_6$	$i_7$	$i_8$	$i_9$	$i_{10}$	$i_{11}$	$S$
1	X		X		X		X		X		X		X		X	$S_1$
2		X	X			X	X			X	X			X	X	$S_2$
4				X	X	X	X					X	X	X	X	$S_3$
8								X	X	X	X	X	X	X	X	$S_4$

$$S_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 \oplus i_5 \oplus i_7 \oplus i_9 \oplus i_{11}$$

$$S_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 \oplus i_6 \oplus i_7 \oplus i_{10} \oplus i_{11}$$

$$S_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 \oplus i_8 \oplus i_9 \oplus i_{10} \oplus i_{11}$$

$$S_4 = r_4 \oplus i_5 \oplus i_6 \oplus i_7 \oplus i_8 \oplus i_9 \oplus i_{10} \oplus i_{11}$$

Рисунок 3 - схема декодирования классического кода Хэмминга (15;11)

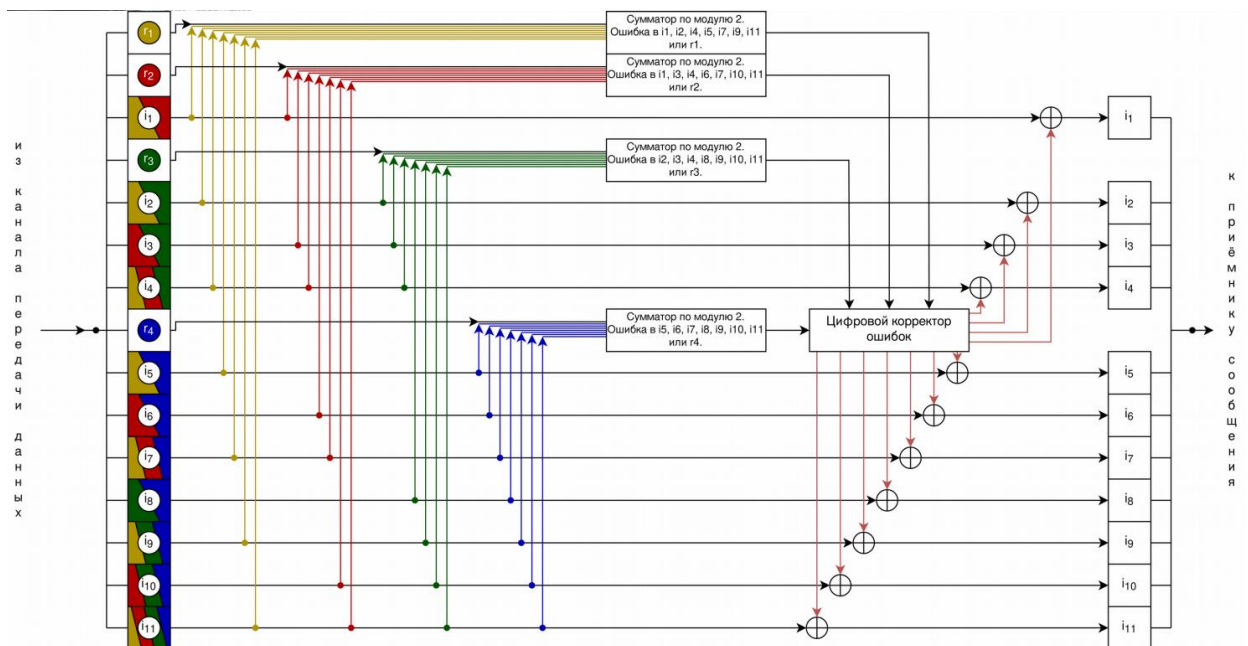


Рисунок 4 - Схема выполнения классического кода Хэмминга (15;11)

$r_1$	$r_2$	$i_1$	$r_3$	$i_2$	$i_3$	$i_4$	$r_4$	$i_5$	$i_6$	$i_7$	$i_8$	$i_9$	$i_{10}$	$i_{11}$
0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0

$$S_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 \oplus i_5 \oplus i_7 \oplus i_9 \oplus i_{11} = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 1$$

$$S_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 \oplus i_6 \oplus i_7 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 = 0$$

$$S_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 \oplus i_8 \oplus i_9 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 = 1$$

$$S_4 = r_4 \oplus i_5 \oplus i_6 \oplus i_7 \oplus i_8 \oplus i_9 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 = 1$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
$2^x$	$r_1$	$r_2$	$i_1$	$r_3$	$i_2$	$i_3$	$i_4$	$r_4$	$i_5$	$i_6$	$i_7$	$i_8$	$i_9$	$i_{10}$	$i_{11}$	S
1	X		X		X		X		X		X		X		X	$S_1$
2		X	X			X	X			X	X			X	X	$S_2$
4				X	X	X	X					X	X	X	X	$S_3$
8								X	X	X	X	X	X	X	X	$S_4$

Синдром  $S(S_1, S_2, S_3, S_4) = 1011 \Rightarrow$  ошибка в  $i_9$

Исправленный вариант: 001110001010000

Исходное сообщение без ошибки: 11001010000

### Часть №3

Число информационных разрядов ( $i$ ) =  $(51 + 88 + 13 + 10 + 69) * 4 = 924$

$2^r \geq r + i + 1 \Rightarrow 1024 \geq 935 \Rightarrow$  Минимальное число проверочных разрядов ( $r$ ) = 10

$$\text{Коэффициент избыточности} = \frac{r}{i+r} = \frac{10}{924+10} = \frac{5}{467} \approx 0,010707$$



## Дополнительное задание

Решение задания представлено на языке программирования Python. Исходный код программы можно найти по ссылке:

[https://github.com/ldpst/itmo/blob/main/sem-1\\_inf/labs/lab2/main.py](https://github.com/ldpst/itmo/blob/main/sem-1_inf/labs/lab2/main.py)

Результат выполнения программы на 4 числах из [части №1](#) и 6 случайных числах представлен на [рисунке №5](#).

```
1. Исходное сообщение: 1010011
Ошибка в бите i1. Сообщение без ошибок: 0011
2. Исходное сообщение: 0100110
Ошибка в бите r1. Сообщение без ошибок: 0110
3. Исходное сообщение: 1101000
Ошибка в бите i4. Сообщение без ошибок: 0001
4. Исходное сообщение: 1010000
Ошибка в бите r2. Сообщение без ошибок: 1000
5. Исходное сообщение: 1100110
Ошибок нет
6. Исходное сообщение: 1101000
Ошибка в бите i4. Сообщение без ошибок: 0001
7. Исходное сообщение: 0110101
Ошибка в бите i1. Сообщение без ошибок: 0101
8. Исходное сообщение: 0010111
Ошибка в бите i4. Сообщение без ошибок: 1110
9. Исходное сообщение: 1110111
Ошибка в бите r3. Сообщение без ошибок: 1111
10. Исходное сообщение: 0001100
Ошибка в бите r1. Сообщение без ошибок: 0100
```

Рисунок 5 - Результат выполнения программы

## Заключение

В процессе выполнения лабораторной работы я познакомился с помехоустойчивым кодированием, узнал, какими преимуществами и недостатками оно обладает, научился строить таблицы декодирования классического хода Хэмминга и написал собственную программу на языке программирования Python для проверки сообщения на ошибки и исправления их.

## Список использованных источников

1. Смирнов, В. А. Помехоустойчивое кодирование / В. А. Смирнов. — М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2014. — 280 с.
2. Шевченко, А. А. Помехоустойчивые коды / А. А. Шевченко. — М.: Горячая линия — Телеком, 2018. — 350 с.