Actividad 2 - Ecuaciones Diferenciales de 1er Orden Homogéneas, Lineales y Exactas

Laura Daniela Romero Montañez

Facultad de ingeniería, Universidad Iberoamericana

Ingeniería en Software

Licenciado: DAVID MAURICIO FORERO TOBARIA

Abril del 2024

UNIVERSIDAD IBEROAMERICANA

Facultad de Ingeniería Curso.

Ecuaciones Diferenciales

ACTIVIDAD No. 2

Ecuaciones Diferenciales de 1er Orden Homogéneas, Lineales y Exactas.

La técnica aplicada busca la realización y puesta en marcha operativa de los conceptos aprendidos hasta aquí en la unidad, los cuales requerirán de todo el empeño del estudiante en el desarrollo de un taller físico estructurado con ejercicios de orden de dificultad ascendente. Los mismos deberán ser enviados bajo los parámetros y tiempos estipulados.

Guía de la actividad

Paso 1: La actividad está comprendida por un taller de catorce (14) ejercicios sobre operaciones resolución de ecuaciones Diferenciales que emplean métodosde solución de tipo homogéneo, lineal y exacta, estos ejercicios serán asignadospor el docente de acuerdo CON SU NÚMERO ID, a través del foro de acompañamiento, en la resolución de cada ejercicio recuerde que debe EVIDENCIAR, una SECUENCIA PROCEDIMENTAL, es decir debe escribir explicaciones, argumentos, palabras, que permitan justificar el nivel de comprensión alcanzado en la solución del procedimiento.

Paso 2: Al terminar los ejercicios, debe escanear el documento (en el documento escaneado se deben ver claramente la presentación de los ejercicios propuestos,el desarrollo, el planteamiento y el procedimiento, así como los resultados encontrados).

Paso 3: El documento debe ser subido en la plataforma bajos los parámetros (tipos de formatos) y en los plazos dispuestos (tiempos de entrega).

1. [Puntuación Máxima: 1,0 Punto]

Resuelva las siguientes EDO por medio de la Sustitución Lineal:

1. $(x - y)\,dx + xdy = 0$
2. $(x + y)\,dx + xdy = 0$
3. $xdx + (y - 2x)\,dy = 0$
4. $ydx = 2(x + y)\,dy$
5. $(y^2 + yx)\,dx - x^2\,dy = 0$
6. $(y^2 + yx)\,dx + x^2\,dy = 0$
7. $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y - x}{y + x}$
8. $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{x + 3y}{3x + y}$
9. $-y\,dx + (x + \sqrt{xy})\,dy = 0$
10. $x\dfrac{dy}{dx} = y + \sqrt{x^2 - y^2},\ x > 0$

2. [Puntuación Máxima: 1,0 Punto]

Resuelva las siguientes EDO por medio de la estructura de una EcuaciónDiferencial Homogénea:

1. $\frac{dy}{dx} = \frac{x^4 + y^4}{x^2 y}$
2. $\frac{dy}{dx} = \frac{xy}{x^3 - y^3}$
3. $(y + \sqrt{x^3 - y^3})dx - xdy = 0$
4. $(x + ye^{\frac{x}{y}}dx - xe^{\frac{x}{y}}dy = 0$
5. $y(Ln\,y + Ln\,x)dx = (xLny - xLny - y)dy$

3. [Puntuación Máxima: 2,0 Puntos]

En los problemas 1 a 18, determine si la ecuación diferencial dada es exacta. Enel caso de NO ser exacta proponga un camino de solución y en caso de ser exacta resuelva la EDO en su totalidad:

1. $(2x-1)\,dx + (3y+7)\,dy = 0$
2. $(2x+y)\,dx - (x+6y)\,dy = 0$
3. $(5x+4y)\,dx + (4x-8y^3)\,dy = 0$
4. $(\text{sen}\, y - y\,\text{sen}\, x)\,dx + (\cos x + x\cos y - y)\,dy = 0$
5. $(2xy^2-3)dx + (2x^2y+4)dy = 0$
6. $\left(2y - \dfrac{1}{x} + \cos 3x\right)\dfrac{dy}{dx} + \dfrac{y}{x^2} - 4x^3 + 3y\,\text{sen}\, 3x = 0$
7. $(x^2-y^2)\,dx + (x^2-2xy)\,dy = 0$
8. $\left(1 + \ln x + \dfrac{y}{x}\right)dx = (1 - \ln x)dy$
9. $(x - y^3 + y^2\,\text{sen}\, x)\,dx = (3xy^2 + 2y\cos x)\,dy$
10. $(x^3+y^3)\,dx + 3xy^2\,dy = 0$
11. $(y\ln y - e^{-xy})\,dx + \left(\dfrac{1}{y} + x\ln y\right)dy = 0$
12. $(3x^2y + e^y)\,dx + (x^3 + xe^y - 2y)\,dy = 0$
13. $x\dfrac{dy}{dx} = 2xe^x - y + 6x^2$
14. $\left(1 - \dfrac{3}{y} + x\right)\dfrac{dy}{dx} + y = \dfrac{3}{x} - 1$
15. $\left(x^2y^3 - \dfrac{1}{1+9x^2}\right)\dfrac{dx}{dy} + x^3y^2 = 0$
16. $(5y-2x)y' - 2y = 0$
17. $(\tan x - \text{sen}\, x\,\text{sen}\, y)\,dx + \cos x\cos y\,dy = 0$
18. $(2y\,\text{sen}\, x\cos x - y + 2y^2e^{xy^2})\,dx =$
    $(x - \text{sen}^2 x - 4xye^{xy^2})\,dy$

4. [Puntuación Máxima: 1,0 Punto]

En los problemas 7 a 16, obtenga la solución general de la ecuación:

7. $\frac{dy}{dx} - y = e^{3x}$.

8. $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + 2x + 1$.

9. $\frac{dr}{d\theta} + r\tan\theta = \sec\theta$.

10. $x\frac{dy}{dx} + 2y = x^{-3}$.

11. $(t + y + 1)dt - dy = 0$.

12. $\frac{dy}{dx} = x^2e^{-4x} - 4y$.

13. $y\frac{dx}{dy} + 2x = 5y^3$.

14. $x\frac{dy}{dx} + 3y + 2x^2 = x^3 + 4x$.

15. $(x^2 + 1)\frac{dy}{dx} + xy = x$.

16. $(x^2 + 1)\frac{dy}{dx} = x^2 + 2x - 1 - 4xy$.

Desarrollo actividad

Punto 1:

Resuelva las siguientes EDO por medio de la Sustitución Lineal:

8. $$\frac{dy}{dx} = \frac{x + 3y}{3x + y}$$

8. $$\frac{dy}{dx} = \frac{x + 3y}{3x + y}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x + 3y}{3x + y}$$

$$\frac{dv}{dx} = \frac{3+dy}{dx}$$ Definimos la nueva variable v = 3x + y. Derivar la nueva variable.

$$\frac{dv}{dx} - 3 = \frac{x+3v}{v}$$ Sustituir en la EDO original.

$v\,dv = (x+3v)\,dx - 3v\,dx$ Separar variables.

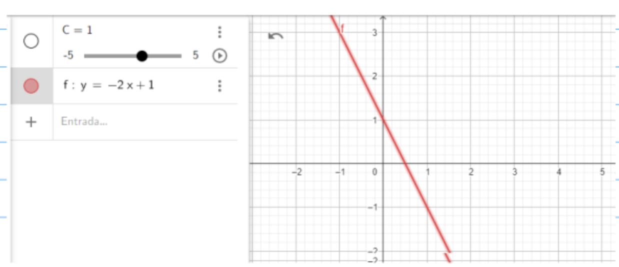
$\int v\,dv = \int (x+3v)\,dx - \int 3v\,dx$ Integramos de ambos lados-

$$\frac{1}{2}v^2 = \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}v^2 - \frac{3}{2}v^2 + C$$ Resolver la integral

$v = x + C$ Despejamos v.

$3x + y = x + C$ Sustituir la variable original.

$y = -2x + C$ Despejamos y.



9. $-y\,dx + (x + \sqrt{xy})\,dy = 0$

9. $-y\,dx + (x + \sqrt{xy})\,dy = 0$

$-y\ dx + (x + \sqrt{xy})\ dy = 0$

$-y\ dx + (x + u)dy = 0$ — Definimos la nueva variable $u = \sqrt{xy}$. sustituimos u^2 por xy.

$(u - y)\ dx + x\ dy = 0$ — Separamos las variables

$\int(u - y)\ dx + \int x\ dy = C$ — Integramos ambos lados de la ecuación. Agregamos constante.

$ux - \frac{1}{2}y^2 + \frac{1}{2}x^2 = C$

$\sqrt{xy}\ x - \frac{1}{2}y^2 + \frac{1}{2}x^2 = C$ — Sustituimos u por su definición original.

$y = 2\left(\frac{C - \frac{1}{2}x^2}{x\sqrt{x} + x}\right)$ — Despejamos y.

$y = \frac{2C}{\sqrt{x} + 1 - x}$ — Simplificar la solución.

10. $x\dfrac{dy}{dx} = y + \sqrt{x^2 - y^2}, x > 0$

10. $x\dfrac{dy}{dx} = y + \sqrt{x^2 - y^2}, x > 0$

$$x \frac{dy}{dx} = y + \sqrt{x^2 - y^2}\ ,\ x>0$$

$$\frac{du}{dx} = 2x - 2y \frac{dy}{dx}$$

Sustituimos u por $x^2 - y^2$. Derivamos la ecuación u = x^2 − y^2 con respecto a x

$$x \frac{dy}{dx} = y + \sqrt{u}$$

Sustituimos u y du/dx en la EDO original.

$$(2x-2y \frac{dy}{dx}) = y + \sqrt{u}$$

$$2y \frac{dy}{dx} - y = -2x + \sqrt{u}$$

Reordenamos la ecuación para obtener una expresión de dy/dx.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2}y - x + \frac{1}{2}\sqrt{x^2 - y^2}$$

Reemplazamos u por su expresión original.

$$\frac{\frac{dy}{dx}}{\sqrt{x^2-y^2}} = \frac{1}{2} - \frac{x}{\sqrt{x^2-y^2}}$$

Aislamos las variables y e x y sus diferenciales.

$$\int \frac{\frac{dy}{dx}}{\sqrt{x^2-y^2}} = \int \frac{1}{2} - \frac{x}{\sqrt{x^2-y^2}}$$

Integramos ambos lados de la ecuación

$$\arcsin\left(\frac{y}{x}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)x - \sqrt{x^2-y^2} + C$$

Punto 2:

Resuelva las siguientes EDO por medio de la estructura de una Ecuación Diferencial Homogénea

$$3.\ (y + \sqrt{x^3 - y^3})dx - xdy = 0$$

$$3.\ (y + \sqrt{x^3 - y^3})dx - xdy = 0$$

$(y+\sqrt{x^3-y^3})dx-xdy=0$

$(vx+\sqrt{x^3-(vx)^3})dx-x(vx)d=0$ Reemplazamos y con vx.

$(vx+x\sqrt{1-v^3})dx-(vx)dx=0$ Se sustituye $\sqrt{x^3-v^3x^3}$ por $x\sqrt{1-v^3}$.

$(v+\sqrt{1-v^3})dx-(vx)^2dx=0$ Se factoriza x del primer término. Se divide ambos lados por x^2.

$\frac{dv}{v^2-v+1} = \frac{dx}{\sqrt{1-v^3}}$ Reorganizamos la ecuación, para que las variables v u x se encuentren en lados opuestos.

$\int\frac{dv}{v^2-v+1} = \int\frac{dx}{\sqrt{1-v^3}}$ Integramos de ambos lados.

$u=1-v^3$

$\ln|v-1|-\frac{1}{2}\ln|1-(\frac{y}{x})^2|=\frac{1}{3}\ln|1-(\frac{y}{x})^3|+C$

$\ln|v-1|-\frac{1}{2}\ln|x^2-y^2|=\frac{1}{3}\ln|x^3-y^3|+C$

4. $(x + ye^{\frac{x}{y}}dx - xe^{\frac{x}{y}}dy = 0$

4. $(x + ye^{\frac{x}{y}}dx - xe^{\frac{x}{y}}dy = 0$

$(x+ye^{x/y})dx-xe\ dy=0$

$(x+ye^{x/y})dx-xe\ dy=0$ Reemplazamos v con y/x.

$(1 + v)\ dx - v\ dv = 0$ Se sustituye y e y' por v y dv/dx.

$\frac{(1 + v)}{v}dv= dx$ Separamos variables-

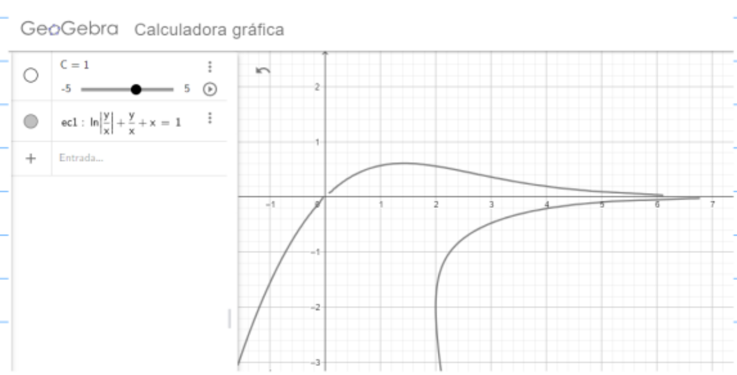
$\int\frac{1 + v}{v}dv= \int dx$ Integramos ambos lados de la ecuación.

$\int \frac{(1 + v)}{v} dv = \ln|v| + v + C$ Agregamos una constante C

$\int dx = x + C'$

$\ln|v| + v + x = C$ Combinamos las constantes de integración.

$\ln|y/x| + y/x + x = C$ Sustituyendo v por y/x.



5. $y(Ln\, y + Ln\, x)dx = (xLny - xLny - y)dy$

5. $y(Ln\, y + Ln\, x)dx = (xLny - xLny - y)dy$

y(ln(y)+ln(x))dx=(xln(y)-xln(y)-y)dy

$y(\ln(y)+\ln(x))=(x\ln(y)-x\ln(y)-y)\frac{dy}{dx}$ dx pasa al otro lado de la acuación a dividir.

y(ln(y)+ln(x))=(xln(y)-xln(y)-y)y' Sustituimos dy/dx con y'.

Despejamos y'

0*y=(xln(y)-xln(y)-y)y' Sumamos elementros similares: ln(x)-ln(x)=0

0=(xln(y)-xln(y)-y)y' Aplicamos la regla 0*a=0

y'=0 Utilizando el teorema de factor cero: si ab=0 entonces a=0 o b=0

y=∫0dx Si f'(x)=g(x) entonces f(x)=∫g(x)dx

y=0*x

y=0+C Agregamos una constante

y=C

Punto 3:

Determine si la ecuación diferencial dada es exacta. En el caso de NO ser exacta proponga un camino de solución y en caso de ser exacta resuelva la EDO en su totalidad

15. $\left(x^2y^3 - \frac{1}{1+9x^2}\right)\frac{dx}{dy} + x^3y^2 = 0$

15. $\left(x^2y^3 - \frac{1}{1+9x^2}\right)\frac{dx}{dy} + x^3y^2 = 0$

$(x^2y^3 - \frac{1}{1+9x})\frac{dx}{dy} + x^3y^2 = 0$: $(x^2y^3 - \frac{1}{1+9x^2})\frac{dx}{dy} = -x^3y^2$

$(x^2y^3 - \frac{1}{1+9x^2})\, x' = -x^3y^2$ Se sustituye dy/dx por x'(y).

$(x^2y^3 - \frac{1}{1+9x^2})\frac{1}{y'} = -x^3y^2$ Despejamos y'

$\frac{1*(x^2y^3-1/1+9x^2)}{y'} = -x^3y^2$ Multiplicamos fracciones a* b/c= a*b/c

$\frac{x^2y^3-1/1+9x^2}{y'} = -x^3y^2$ Simplificar

$\frac{\frac{x^2y^3(9X^2+1)-1}{1+9x^2}}{y'} = -x^3y^2$ Simplificamos x^3y^2 en una fracción: $\frac{x^2y^3(9X^2+1)-1}{1+9x^2}$

$\frac{x^2y^3(9X^2+1)-1}{(1+9x^2)y'} = -x^3y^2$ Aplicamos las propiedades de las fracciones $\frac{b/c}{a} = \frac{b}{a*c}$

$\frac{x^2y^3(9X^2+1)-1}{(1+9x^2)y'}y' = -x^3y^2y'$ Multiplicamos ambos lados por y'

$\frac{x^2y^3(9X^2+1)-1}{(1+9x^2)} = -x^3y^2y'$ Simplificar

$-x^3y^2y' = \frac{x^2y^3(9X^2+1)-1}{(1+9x^2)}$ Intercambiamos lados

$$\frac{-x^3y^2y'}{-x^3y^2} = \frac{\dfrac{x^2y^3(9X^2+1)-1}{(1+9x^2)}}{-x^3y^2}$$

Dividimos ambos lados entre $-x^3y^2$

$$y' = \frac{\dfrac{x^2y^3(9X^2+1)-1}{(1+9x^2)}}{-x^3y^2}$$

Simplificar

$$y' = -\frac{\dfrac{x^2y^3(9X^2+1)-1}{(1+9x^2)}}{x^3y^2}$$

Aplicamos las propiedades de las fracciones: $a/-b = -a/b$

$$y' = -\frac{x^2y^3(9X^2+1)-1}{(1+9x^2)x^3y^2}$$

Aplicamos las propiedades de las fracciones: $\dfrac{b/c}{a} = \dfrac{b}{c*a}$

$$y' = -\frac{x^2y^3(1+9X^2)-1}{x^3(1+9x^2)y^2}$$

Odernamos las ecuación.

$$(vx)' = -\frac{x^2(vx)^3(1+9X^2)-1}{x^3(1+9x^2)(vx)^2}$$

Sustituimos $y=vx$, v es una función de x

$$(vx)' = -\frac{x^5v^3(1+9X^2)-1}{x^5v^2(1+9x^2)}$$

Simplificar

$$vx'+v = -\frac{x^5v^3(1+9X^2)-1}{x^5v^2(1+9x^2)}$$

$(vx)' = xv'+v$

$$\frac{18x^7v^3+2x^5v^3-1}{9x^2+1} + x^6v^2v' = 0$$

Reescribimos como una ecuación diferencial exacta.

Vamos a verificar que $\frac{\partial M(x,y)}{\partial y} = \frac{\partial N(x,y)}{\partial x}$

$\frac{1}{9x^2+1}(18x^7v^3+2x^5v^3-1)'$ Tratamos x como constante
Sacaremos la constante:(a*f)'=a*f'

$\frac{1}{9x^2+1}((18x^7v^3)'(+2x^5v^3)'(-1)')$ Aplicamos la regla de las suma/diferencia: (f±g)'f'±g'

$\frac{1}{9x^2+1}(18x^7(v^3)'+2x^5(v^3)'(-1)')$ Sacamos las constantes: (a*f)'=a*f'

$\frac{1}{9x^2+1}(18x^7*3v^{3-1}+2x^5*v^{3-1}'(-1)')$ Aplicamos la regla de la potencia: $d/dx(x^a)=a*x^{a-1}$

$\frac{1}{9x^2+1}(54x^7v^2+6x^5v^2(-1)')$ Simplificar

$\frac{1}{9x^2+1}(54x^7v^2+6x^5v^2-0)$ 1'=0

$\frac{1}{9x^2+1}(54x^7v^2+6x^5v^2)$ $(54x^7v^2+6x^5v^2-0)=(54x^7v^2+6x^5v^2-0)$

$\frac{54x^7v^2+6x^5v^2}{9x^2+1}$ Multiplicamos fracciones a* b/c= a*b/c

$\frac{54x^5x^2v^2+6x^5v^2}{9x^2+1}$ Se aplica las leyes de los exponente $a^{b+c}=a^ba^c$
$x^7=x^5x^2$

$\frac{9*6x^5x^2v^2+1*6x^5v^2}{9x^2+1}$ Reescribimos la ecuación.

$\frac{6v^2x^5(9x^2+1)}{9x^2+1}$ Refactorizamos el termino común $6y^2x^5$
Entonces $\frac{\partial N}{\partial x}=6v^2x^5$, es Verdadero

Vamos a encontrar $\Psi(x,y)$

Encontrar $\Psi(x, f\_111)$ mediante la integración de cualquiera de las siguientes expresiones: $\Psi=\int M(x,f\_111)dx$ o $\Psi=\int N(x,f\_111)df\_111$
Integraremos $\int N df\_111= \int x^6 f\_111^2 \, df\_111$

$$\int x^6 f\_111^2 \, df\_111$$

$$x^6 * \int f\_111^2 \, df\_111$$

$$x^6 * \frac{f\_111^{2+1}}{2+1}$$

$$x^6 * \frac{f\_111^{3}}{3}$$

$$\frac{x^6 * f\_111^3}{3} + C$$

Reemplazaremos C con n(x), ya que x fue tratada como una constante.

$$\frac{x^6 * f\_111^3}{3} + n(x)$$

$$\frac{x^6 * f\_111^3}{3} + \left(-\frac{1}{3}arctan(3x)+c\_1\right) \qquad n(x)= -1/3arctan(3x)+c\_1$$

$$\Psi = \frac{x^6 * f\_111^3}{3} - \frac{1}{3}arctan(3x)+c\_1$$

$$\frac{x^6 * f\_111^3}{3} - \frac{1}{3}arctan(3x)=c\_1$$

La ecuación es una ecuación diferencial exacta, ya que:
Unda EDO de la forma $M(x,y)y'=0$ es una ecuación diferencial exacta si se cumple lo siguiente:
1- Si existe una función $\Psi(x,y)$ yal que $\Psi\_x(x,y)=M(x,y), \Psi\_y(x,y)=N(x,y)$
2- $\Psi(x,y)$ tiene derivadas parciales constinuas

$$\frac{\partial M(x,y)}{\partial y} = \frac{\partial^2 \Psi(x,y)}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 \Psi M(x,y)}{\partial x \partial y} = \frac{\partial N(x,y)}{\partial x}$$

Despejamos v

$$\frac{x^6 * f^3\_111}{3} - \frac{1}{3}arctan(3x)=c\_1$$

$$\frac{x^6 * v^3}{3} = c\_1 + \frac{1}{3}arctan(3x)$$

Movemos 1/3 arctan(ex) al lado derecho.

$$x^6 * v^3 = 3c\_1 + arctan(3x)$$

Múltiplicamos ambos lados por 3.

$$v^3 = \frac{3c\_1}{x^6} + \frac{arctan(3x)}{x^6}$$

Dividimos ambos lados por x^6.

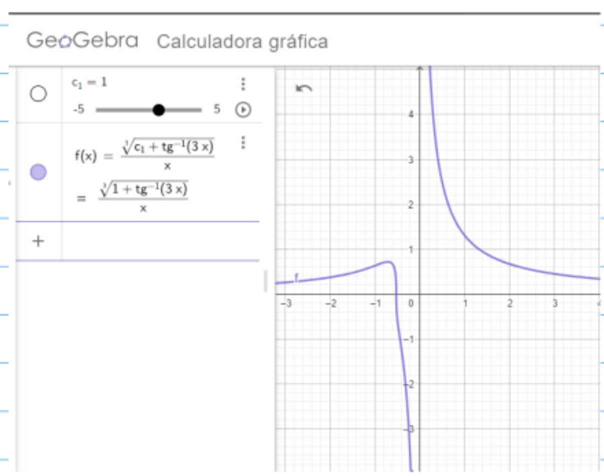
$$v = \sqrt[3]{\frac{3c\_1}{x^6} + \frac{arctan(3x)}{x^6}}$$

$$v = \frac{\sqrt[3]{3c\_1 + arctan(3x)}}{x^2}$$

$$\frac{y}{x} = \frac{\sqrt[3]{3c\_1 + arctan(3x)}}{x^2}$$

Sustituimos v=y/x

$$y = \frac{\sqrt[3]{3c\_1 + arctan(3x)}}{x}$$



$$y = \frac{\sqrt[3]{3c\_1 + arctan(3x)}}{x}$$

16. $(5y-2x)y'-2y=0$

16. $(5y-2x)y'-2y=0$

(5y-2x)y'-2y=0

-2y+(5y-2x)y'=0

Vamos a verificar que $\frac{\partial M(x,y)}{\partial y} = \frac{\partial N(x,y)}{\partial x}$

Calculamos $\frac{\partial M}{\partial y}$	Calculamos $\frac{\partial N}{\partial y}$
(-2y)'	((5y-2x))'
-2*1	(5y)'-(2x)'
-2	0-1
	-2

Es verdadero

Vamos a encontrar $\Psi(x,y)$

Encontrar $\Psi(x, y)$ mediante la integración de cualquiera de las siguientes expresiones: $\Psi=\int M(x,y)dx$ o $\Psi=\int N(x,y)dy$
Integraremos $\int Ndy= \int 5y-2xdy$

$\int 5y-2xdy$

$-2xdy+\int 5ydy$ Aplicamos la regla de la suma $\int f(x)\pm g(x)dx=\int f(x)dx\pm\int g(x)dx$

$-2xy+\int 5ydy$

$-2xy+\frac{5y^2}{2}$

$-2xy+\frac{5y^2}{2}$ +C_1 Agregamos una constante a la solución

$$\Psi(x,y) = -2xy + \frac{5y^2}{2} + C_1$$

$$c_2 = -2xy + \frac{5y^2}{2} + C_1 \qquad \Psi(x,y) = \Psi c_2$$

$$-2xy + \frac{5y^2}{2} = C \qquad \text{Combinamos constantes}$$

$$y = \frac{4x + \sqrt{16x+40C}}{10}, \quad y = \frac{4x - \sqrt{16x+40C}}{10} \qquad \text{Despejamos y}$$

$$y = \frac{4x + \sqrt{16x^2C}}{10}, \quad y = \frac{4x - \sqrt{16x^2C}}{10} \qquad \text{Simplificar}$$

La ecuación es una ecuación diferencial exacta, ya que:
Unda EDO de la forma M(x,y)y'=0 es una ecuación diferencial exacta si se cumple lo siguiente:
1- Si existe una función $\Psi(x,y)$ yal que $\Psi_x(x,y)=M(x,y), \Psi_y(x,y)=N(x,y)$

2- $\Psi(x,y)$ tiene derivadas parciales constinuas

$$\frac{\partial M(x,y)}{\partial y} = \frac{\partial^2 \Psi(x,y)}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 \Psi M(x,y)}{\partial x \partial y} = \frac{\partial N(x,y)}{\partial x}$$

17. $(\tan x - \operatorname{sen} x \operatorname{sen} y)\, dx + \cos x \cos y\, dy = 0$

17. $(\tan x - \operatorname{sen} x \operatorname{sen} y)\, dx + \cos x \cos y\, dy = 0$

(tan(x)-sen(x)sen(y))dx+cos(x)cos(y)dy=0

$$\tan(x)-\operatorname{sen}(x)\operatorname{sen}(y)+\cos(x)\cos(y)\frac{dy}{dx}=0$$

tan(x)-sen(x)sen(y)+cos(x)cos(y)y'=0   Sustituimos dy/dx con y'

tan(x)-sen(x)sen(y)+cos(x)cos(y)y'=0

Vamos a verificar que $\frac{\partial M(x,y)}{\partial y} = \frac{\partial N(x,y)}{\partial x}$

Calculamos $\frac{\partial M}{\partial y}$	Calculamos $\frac{\partial N}{\partial y}$
(tan(x))'-(sen(x)sen(y))'	(cos(x)cos(y))'
0-sin(x)cos(y)	cos(y)(cos(x))'
-sin(x)cos(y)	cos(y)(-sin(x))
	-sin(x)cos(y)

Es verdadero

Vamos a encontrar Ψ(x,y)

Encontrar Ψ(x, y) mediante la integración de cualquiera de las siguientes expresiones: Ψ=∫M(x,y)dx o Ψ=∫N(x,y)dy
Integraremos ∫Ndy= ∫cos(x)cos(y)dy

∫cos(x)cos(y)dy

cos(x)∫cos(y)dy

cos(x)sen(y)

cos(x)sen(y)+C

$\Psi(x,y)=\cos(x)sen(y)+n(x)$ Reemplazamos la C con n(x), ya que fue tratada con una constante

Calculamos n(x)

$(\cos(x)sen(y)+n(x))'$

$(\cos(x)sen(y))'+n'(x)$

$-sen(y)sen(x)+n'(x)$

$-sen(y)sen(x)+n'(x)$

$-sen(y)sen(x)+n'(x)=\tan(x)-sen(x)sen(y)$ Intercambiamos lados

Sumamos sen(y)sen(x) a ambos lados

$-sen(y)sen(x)+n'(x)+sen(y)sen(x)=\tan(x)sen(y)-sen(x)+sen(y)sen(x)$

$n'(x)=\tan(x)$ Simplificar

$n(x)=\int\tan(x)dx$ Si $f'(x)= g(x)$ entonces $f(x)=\int g(x)dx$

$\int\frac{sen(x)}{\cos(x)}dx$ Reescribimos usando identidades trigonométricas.

$(\cos(x))'$ Aplicamos integración por sustitución. Sustituimos: $u=\cos(x)$

$\frac{du}{dx}=-sen(x)$ $du= -sen(x)dx$

$dx= \left(-\frac{1}{\sin(x)}\right)du$

$\int\frac{sen(x)}{u}\left(-\frac{1}{sen(x)}\right)du$

$\int-\frac{sen(x)}{u}*\frac{1}{sen(x)}du$ Simplificar

$$\int -\frac{sen(x)*1}{usen(x)}du$$

$$\int -\frac{1}{u}du$$

$-ln(u)$ Usamos la integral común: $\int 1/u \, du= ln(u)$, suponiendo un logaritmo de valores complejos.

$-ln(cos(x))+ c_1$ Sustituimos en laecuación $u=cos(x)$ y le agregamos una constante a la solución.

$n(x)=-ln(cos(x))+ c_1$ Se integra la ecuación completa.

$\Psi(x,y)=-ln(cos(x))+ c_1$

$\Psi(x,y)=cos(x)sen(y)+(-ln(cos(x))+ c_1)$

$\Psi(x,y)=cos(x)sen(y)-ln(cos(x))+ c_1$

$cos(x)sen(y)-ln(cos(x))+ c_1= c_2$ $\Psi(x,y)= \Psi c_2$

$cos(x)sen(y)-ln(cos(x))= C$ Combinamos constantes

Despejamos y

$cos(x)sen(y)= C+ln(cos(x))$ Movemos $ln(cos(x))$ al lado derecho.

Dividimos ambos lados entre $cos(x)$

$$\frac{cos(x)sen(y)=}{cos(x)} \frac{C}{cos(x)} \frac{+ln(cos(x))}{cos(x)}; \; x \neq \frac{\pi}{2} + 2\pi, \; x\neq\frac{3\pi}{2}+2\pi n$$

$$\operatorname{sen}(y)= \frac{C+\ln(\cos(x))}{\cos(x)}; \quad x \neq \frac{\pi}{2}+2\pi,\ x\neq\frac{3\pi}{2}+2\pi n$$

Aplicamos propiedades trigonométricas inversas.

$$y= \arcsin\left(\frac{C+\ln(\cos(x)}{\cos(x)}\right)+2\pi n, \pi+\arcsin\left(\frac{C+\ln(\cos(x)}{\cos(x)}\right)+2\pi n$$

La ecuación es una ecuación diferencial exacta, ya que:
Unda EDO de la forma M(x,y)y'=0 es una ecuación diferencial exacta si se cumple lo siguiente:
1- Si existe una función $\Psi(x,y)$ yal que Ψ_x(x,y)=M(x,y),Ψ_y(x,y)=N(x,y)

2- $\Psi(x,y)$ tiene derivadas parciales constinuas

$$\frac{\partial M(x,y)}{\partial y} = \frac{\partial^2 \Psi(x,y)}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 \Psi M(x,y)}{\partial x \partial y} = \frac{\partial N(x,y)}{\partial x}$$

18. $(2y \operatorname{sen} x \cos x - y + 2y^2 e^{xy^2})\, dx = (x - \operatorname{sen}^2 x - 4xye^{xy^2})\, dy$

18. $(2y \operatorname{sen} x \cos x - y + 2y^2 e^{xy^2})\, dx = (x - \operatorname{sen}^2 x - 4xye^{xy^2})\, dy$

$(2y \operatorname{sen}(x) \cos(x) - y + 2y^2 e^{xy^2})dx = (x - \operatorname{sen}^2 x - 4xye^{xy^2})dy$

Conocemos que:
$M(x,y) = 2\operatorname{sen}(x)\cos(x) - y + 2y^2 e^{xy^2}$
$N(x,y) = x - \operatorname{sen}^2 x - 4xye^{xy^2}$

Vamos a verificar que $\dfrac{\partial M(x,y)}{\partial y} = \dfrac{\partial N(x,y)}{\partial x}$

Calculamos $\dfrac{\partial M}{\partial y}$ Calculamos $\dfrac{\partial N}{\partial y}$

$2\operatorname{sen}(x)\cos(x) - 1 + 4ye^{xy^2} + 4xy^3 e^{xy^2}$ $1 - 4ye^{xy^2} - 4xy^3 e^{xy^2}$

Es Incorrecto

Vemos que $\partial M/\partial y$ no es igual a $\partial N/\partial x$, lo que indica que la ecuación diferencial dada no es exacta.

Para resolver una ecuación diferencial no exacta, uno de los métodos es buscar un factor integrante que la convierta en una ecuación exacta.

Punto 4:

En los problemas 7 a 16, obtenga la solución general de la ecuación

7. $\frac{dy}{dx} - y = e^{3x}$.

7. $\frac{dy}{dx} - y = e^{3x}$.

$\frac{dy}{dx} - y = e^{3x}$

$y' - y = e^{3x}$ Una EDO lineas de primer orden tiene forma y'(x)+p(x)y=q(x). Se sustituye dy/dx por y'.

La ecuación esta en forma de EDO lineal de primero orden
$y'(x)+p(x)y=q(x)$
$p(x)=-1,\ q(x)=e^{3x}$

Vamos a encontrar el factor de integración $\mu'(x)=e^{3x}$.

$\mu'(x)=\mu(x)p(x)$ Encontrar el factor de integración μ(x), tal que $\mu'(x)*p(x)=\mu'(x)$.

$\frac{\mu'(x)}{\mu(x)} = \frac{\mu(x)p(x)}{\mu(x)}$ Dividimos ambos lados entre μ(x).

$\frac{\mu'(x)}{\mu(x)} = p(x)$ Simplificar

$(\ln(\mu(x)))'=-1$ $p(x)=1$

Ahora, se resolvera $(\ln(\mu(x)))'=-1$

$\mu'(x)=e^{-x+c_1}$

$\mu'(x)=e^{-x}\ e^{c_1}$ Se aplica las leyes de los exponente $a^{b+c} = a^{b} a^{c}$
$e^{-x+c_1}=e^{-x}\ e^{c_1}$

$\mu(x)=e^{-x}$ La constante e^{c_1} puede ser descartada (será absorbida había C)

Escribimos las ecuación con la forma $(\mu(x)*y)'=\mu(x)*q(x)$

$y'-y=e^{3x}$ Multiplicamos por el factor de integración, $\mu(x)$ y reescribimos la ecuación como $(\mu(x)*y(x))'=\mu(x)*q(x)$

$y'e^{-x}-ye^{-x}=e^{3x}e^{-x}$ Multiplicacmos ambos lados por el factor de integración, e^{-x}

$y'e^{-x}-ye^{-x}=e^{2x}$ Simplificar

$(e^{-x}y)'=e^{2x}$ Aplicamos la regla del producto: $(f*g)'=f'*g+f*g'$ $f=e^{-x}$, $g=y$: $y'e^{-x}-ye^{-x}=(e^{-x}y)'$

Ahora, se resolvera $(e^{-x}y)'=e^{2x}$

$e^{-x}y=\int e^{2x}dx$ Si $f'(x)=g(x)$, entonces $f(x)=\int g(x)dx$

$\int e^{2x}dx$ Vamos a aplicar integración por sustitución $\int f(g(x))*g'(x)dx=f(u)du, u=g(x)$

$\frac{du}{dx}=2$ Sustituir $u=2x$

$=\int e^{u}\frac{1}{2}du$ $du=2dx$ $dx=1/2\ du$

$=\frac{1}{2}*\int e^{u}du$ Sacamos la constante: $\int a*f(x)dx=a*\int f(x)dx$

$=\frac{1}{2}e^{u}$ Aplicamos la regla de integracción: $\int e^{u}du=e^{u}$

$=\frac{1}{2}e^{2x}$ Sustituimos en la ecuación $u=2x$

$=\frac{1}{2}e^{2x}+C$ Agegamos la constante a la solución

$$e^{-x}y = \frac{1}{2}e^{2x} + C$$ Completamos la ecuación

Ahora despejaremos y

$$e^{-x}y = \frac{1}{2}e^{2x} + C$$

$$\frac{e^{-x}y}{e^{-x}} = \frac{1/2\, e^{2x}}{e^{-x}} + \frac{C}{e^{-x}}$$ Dividimos ambos lados entre e^{-x}

$$y = \frac{1/2\, e^{2x}}{e^{-x}} + \frac{C}{e^{-x}}$$ Simplificar, eliminamos los terminos comunes e^{-x}

$$\frac{e^{-x}y}{e^{-x}} = y$$

Ahora simplificaremos $\frac{1/2\, e^{2x}}{e^{-x}} + \frac{C}{e^{-x}}$

$$\frac{e^{2x}/2}{e^{-x}} + \frac{C}{e^{-x}}$$ Se multiplican fracciones: a* b/c = a*b/c

$$\frac{e^{2x}}{2e^{-x}} + \frac{C}{e^{-x}}$$ Aplicamos las propiedades de las fracciones:

$$\frac{b/c}{a} = \frac{b}{c*a}$$

$$\frac{e^{3x}}{2} + \frac{C}{e^{-x}}$$ Aplicacíomos las leyes de los exponentes

$$x^a / x^b = x^{a-b}$$

$$\frac{e^{2x}}{2e^{-x}} = \frac{e^{2x-(-x)}}{2} = \frac{e^{3x}}{2}$$

$$\frac{e^{3x}}{2} + \frac{C/1}{e^{-x}}$$ Aplicacíomos las leyes de los exponentes

$$a^{-b} = 1/a^{b}$$

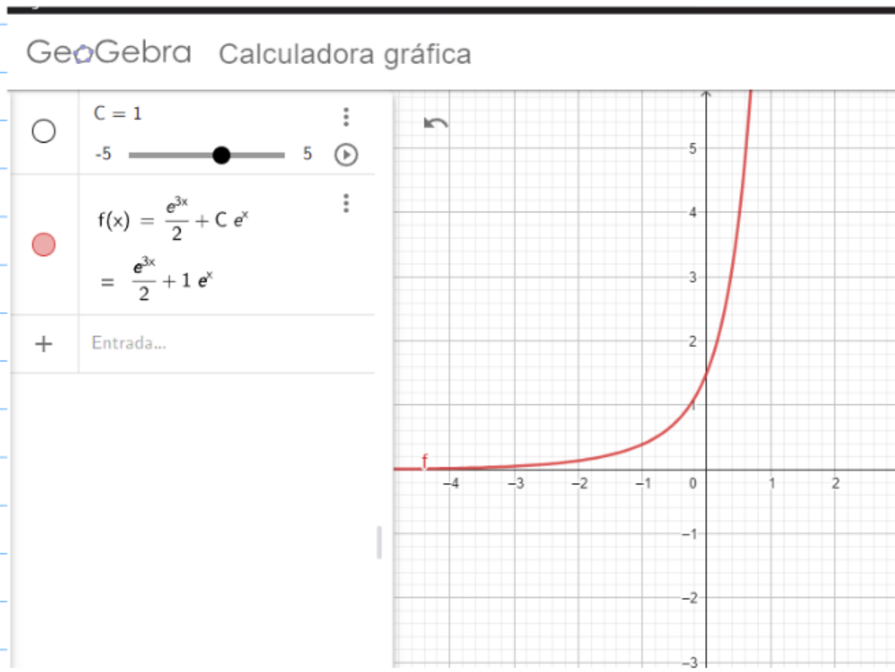
$$e^{-x} = \frac{1}{e^{x}}$$

$$\frac{e^{3x}}{2} + C\,e^{-x}$$ Aplicamos las propiedades de las fracciones:

$$\frac{a}{1} = a$$

$$y=\frac{e^{3x}}{2}+C\ e^{-x}$$

Asumiendo que C=1



$$8.\quad \frac{dy}{dx}=\frac{y}{x}+2x+1\ .$$

$$8.\quad \frac{dy}{dx}=\frac{y}{x}+2x+1\ .$$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{y}{x}+2x+1$$

$$y'=\frac{y}{x}+2x+1$$

Reescribiremos como una EDO linea de primer orden.
De forma estandar y'(x)+p(x)y=q(x)
Se sustituye dy/dx por y'.

$$y'-\frac{y}{x}=\frac{y}{x}+2x+1-\frac{y}{x}$$

Restamos y/x de ambos lados.

$$y'-\frac{y}{x}=+2x+1$$

Simplificar

$$y'-\frac{1}{x^{y}}=+2x+1$$

Reescribimos en la forma estándar
p(x)= -1/x, q(x)=2x+1

Vamos a encontrar el factor de integración

$$\mu'(x)=\mu(x)p(x)$$

Encontrar el factor de integración μ'(x), tal que
μ(x)p(x) = μ'(x)

$$\frac{\mu'(x)}{\mu(x)}=\frac{\mu(x)p(x)}{\mu(x)}$$

Dividir ambos lados entre μ(x)

$$\frac{\mu'(x)}{\mu(x)}=p(x)$$

Simplificar

$$(\ln(\mu(x)))'=p(x) \qquad (\ln(\mu(x)))'=\frac{\mu'(x)}{\mu(x)}$$

$$(\ln(\mu(x)))'=-\frac{1}{x} \qquad p(x)=-\frac{1}{X}$$

$(\ln(\mu(x)))' = \int -\frac{1}{x}\,dx$ Si $f(x)=g(x)$ entonces $f(x)=\int g(x)dx$

$(\ln(\mu(x))) = -\int \frac{1}{x}\,dx$ Sacamos la constante: $\int a*f(x)dx=a*\int f(x)dx$

$(\ln(\mu(x))) = -\ln(x)$ usamos la integral común: $\int 1/x\,dx$, suponiendo un logaritmo de valores complejos.

$(\ln(\mu(x))) = -\ln(x)+ c\_1$ Agregamos constante a la solución.

Despejaremos $\mu(x)$

$\mu(x)=e^{-\ln(x)+c\_1}$ Utilizaremos la definición de logaritmo: Pi $\log\_a(b)=c$ entonces $b=a^c$

$\ln(\mu(x)) = -\ln(x)+ c\_1$: $\mu(x)=e^{-\ln(x)+c\_1}$

$\mu(x)=e^{-\ln(x)}\,e^{c\_1}$ Aplicamos las leyes de los exponentes: $a^{b+c}=a^b\,b^c$

$\mu(x)=(e^{\ln(x)})^{-1}\,e^{c\_1}$ Aplicamos las leyes de los exponente: $a^{ab}=(a^b)^c$

$\mu(x)=x^{-1}\,e^{c\_1}$ Aplicar las propiedades de los logaritmos: $a^{\log\_a(b)}=b$

$e^{\ln(x)}=x$

$\mu(x)= e^{c\_1}\frac{1}{x}$ Aplicar las leyes de los exponente: $a^{-1}=1/a$

$x^{-1} = 1/x$

$\mu(x)= \frac{1*e^{c\_1}}{x}$ Multiplicamos fracciones: $a*\frac{b}{c}=\frac{a*b}{c}$

$\mu(x)= \frac{e^{c\_1}}{x}$

$\mu(x)=\frac{1}{x}$ La constante $e^{c_{-1}}$ puede ser descartada (será absorbida hacia C).

Vamos a escribir la ecuación con la forma $(\mu(x)*y)'=\mu(x)*q(x)$.

$y'-\frac{1}{x}y = +2x +1$ Multiplicams por el factor de integración, $\mu(x)$ y reescribimos la ecuación como $(\mu(x)*y)'=\mu(x)*q(x)$

$y'\frac{1}{x} - \frac{1}{x}y\frac{1}{x} = 2x\frac{1}{x} +1\frac{1}{x}$ Multiplicamos ambos lados por el factor de integración,1/x.

$\frac{y'}{x} - \frac{y}{x^2} =2+\frac{1}{x}$ Simplificar

$(\frac{1}{x}y)' =2+\frac{1}{x}$ Aplicar la regla del producto:$(f*g)'=f'*g'$

$f=\frac{1}{2}$, $g=y$: $\frac{y'}{x} - \frac{y}{x} = (\frac{1}{x}y)'$

$\frac{1}{x}y =\int 2 + \frac{1}{x}dx$ Si $f'(x)=g(x)$ entonces $f(x)=\int g(x)dx$

$\frac{1}{x}y =\int 2dx + \int \frac{1}{x} dx$ Aplicamos la regla de la suma: $\int f(x)\pm g(x)dx=\int f(x)dx\pm \int g(x)dx$

$\frac{1}{x}y =2x + \ln(x)$ $\int 2dx=2x$: $\int 1/xdx=\ln(x)$

$\frac{1}{x}y =2x + \ln(x) + C$ Agregamos la constante a la solución.

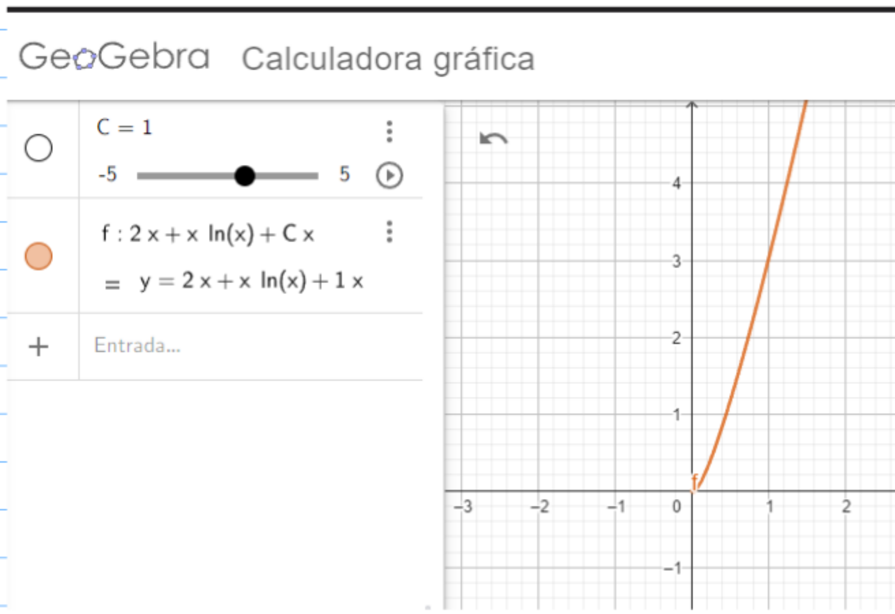
$\frac{1}{x}yx =2xx + \ln(x)x + Cx$ Multiplicamos ambos lados por x.

$y = 2xx + \ln(x)x + Cx$

$\frac{1}{x} yx = \frac{1 * yx}{x} = 1 * y = y$

$y = 2x^2 + x\ln(x) + Cx$

$2xx = 2x^{1+1} = 2x^2$



$$9.\ \frac{dr}{d\theta} + r\tan\theta = \sec\theta\ .$$

$$9.\ \frac{dr}{d\theta} + r\tan\theta = \sec\theta\ .$$

$$\frac{dr}{d\theta} + r\ \tan\theta = \sec\theta$$

$r'(\theta) + r\ \tan(\theta) = \sec(\theta)$ Se sustituye dy/dθ por r'(θ).

$r'(\theta) + \tan\theta\ r(\theta) = \sec(\theta)$ Reescribimos en la forma estándar
$y'(x)+p(x)*y=q(x)$
$p(x)= \tan(\theta)r(\theta),\ q(x)=\sec(\theta)$

Hayaremos el factor de integración

$\mu'(\theta) = \mu(\theta)*p(\theta)$ Encontrar el factor de integración μ(x), tal que: $\mu(x)*p(x)=\mu'(x)$

$$\frac{\mu'(\theta)}{\mu(\theta)} = \frac{\mu(\theta)*p(\theta)}{\mu(\theta)}$$ Dividimos ambos lados entre μ(θ)

$$\frac{\mu'(\theta)}{\mu(\theta)} = p(\theta)$$ Simplificar

$(\ln(\mu(\theta)))' = p(\theta)$ $(\ln(\mu(\theta)))'=\frac{\mu'(\theta)}{\mu(\theta)}$

$(\ln(\mu(\theta)))' = \tan(\theta)$ $p(\theta)=\tan(\theta)$

$\ln(\mu(\theta)) = \int\tan(\theta)d\theta$ Si $f'(x)=g(x)$ entonces $f(x)=\int\tan(x)dx$

$$\ln(\mu(\theta)) = \int \frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)}d\theta$$ Usaremos la siguiente identidad:
$\tan(\theta)=\sin(x)/\cos(x)$

Aplicaremos integración por sustitución

$$\int \frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)} d\theta$$

$$\frac{du}{d\theta} = -\sin(\theta)$$

Sistituimos: $u=\cos(\theta)$

$$du= -\sin(\theta)d\theta$$

$$d\theta= \left(-\frac{1}{\sin(\theta)}\right)du$$

$$\int \frac{\sin(\theta)}{u} \left(-\frac{1}{\sin(\theta)}\right)du$$

$$\int \frac{\sin(\theta)}{u} \left(-\frac{1}{\sin(\theta)}\right)du$$

Simplificamos $\frac{\sin(\theta)}{u} \left(-\frac{1}{\sin(\theta)}\right)$

$$-\frac{\sin(\theta)}{u} * \frac{1}{\sin(\theta)}$$

Multiplicamos los parentesis:(-a)=-a.

$$-\frac{\sin(\theta)*1}{u\ \sin(\theta)}$$

Multiplicamos fracciones: a/b*c/b=a*c/b*d

$$-\frac{1}{u}$$

Eliminamos los terminos comunes:sin(θ)

$$\int -\frac{1}{u}\, du$$

$-\int \frac{1}{u}\, du$ Sacamos la constante $\int a*f(x)dx=a*\int f(x)dx$

$-\ln(u)$ Usamos la integral común: $\int 1/u\, du=\ln(u)$, suponiendo un logaritmo de valores complejos.

$-\ln(\cos(\theta))$ Sustituimos en la ecuación $u=\cos(\theta)$

$-\ln(\cos(\theta))+c_1$ Agregamos una constante a la solución

$\ln(\mu(\theta))=-\ln(\cos(\theta))+c_1$ Reemplazamos en la ecuación original.

Ahora, despejaremos $\mu(\theta)$

$\mu(\theta)=e^{-\ln(\cos(\theta))+c_1}$ Utilizaremos la definición de logaritmos:
Pi $\log_a (b)=c$ entonces $b=a^c$
$\ln(\mu(\theta))=-\ln(\cos(\theta))+c_1$: $\mu(\theta)=e^{-\ln(\cos(\theta))+c_1}$

$\mu(\theta)=e^{-\ln(\cos(\theta))}\ e^{c_1}$ Aplicamos las leyes de los exponente:
$a^{b+c}=a^b\ a^c$

$\mu(\theta)=(e^{\ln(\cos(\theta))})^{-1}\ e^{c_1}$ Aplicamos las leyes de los exponentes:
$a^{bc}=(a^b)^c$

$\mu(\theta)=\cos^{-1}(\theta)\ e^{c_1}$ Aplicamos las propiedades de los logaritmos:
$a^{\log_a(b)}=b$
$e^{\ln(\cos(\theta))}=\cos(\theta)$

$\mu(\theta)=e^{c_1}\frac{1}{\cos(\theta)}$ Aplicar las leyes de los exponentes $a^{-1} = 1/a$
$\cos^{-1}(\theta)=\frac{1}{\cos(\theta)}$

$\mu(\theta)=\frac{1*e^{c_1}}{\cos(\theta)}$ Multiplicamos las fracciones:
$a*\frac{b}{c}=\frac{a*b}{c}$

$\mu(\theta)=\frac{e^{c_1}}{\cos(\theta)}$

$\mu(\theta)=\dfrac{1}{\cos(\theta)}$ La constante e puede ser descartada (será absorbida hacia C)

$\mu(\theta)=\sec(\theta)$ Simplificar

Escribiremos la ecuación con la forma $(\mu(x)*y)'=\mu(x)*q(x)$

$r'(\theta)+\tan(\theta)r(\theta)=\sec(\theta)$ Multiplicamos por el factor de integración, $\mu(x)$ y reescribimos la ecuación como $(\mu(x)*y)'=\mu(x)*q(x)$

$r'(\theta)\sec(\theta)+\tan(\theta)\sec(\theta)r(\theta)\sec(\theta)=\sec(\theta)\sec(\theta)$ Multiplicamos ambos lados por el factor de integración, $\sec(\theta)$

$r'(\theta)\sec(\theta)+\tan(\theta)r(\theta)\sec(\theta)=\sec^2(\theta)$ Simplificar

$(\sec(\theta)r(\theta))'=\sec^2(\theta)$ Aplicamos la regla del producto: $(f*g)'= f'*g + f*g'$ $f=\sec(\theta)$, $g=r(\theta)$: $r'(\theta)\sec(\theta)+\tan(\theta)r(\theta)\sec(\theta)=(\sec(\theta)r(\theta))'$

$\sec(\theta)r(\theta)=\int\sec^2(\theta)d\theta$ Si $f(x)=g(x)$ entonces $f(x)=\int g(x)dx$

$\int\sec^2(\theta)d\theta=\tan(\theta)+C$ Aplicamos la regla de integración $\int\sec\ (\theta)d\theta = \tan(\theta) = \tan(\theta)+ C$

$\sec(\theta)r(\theta)=\tan(\theta)+C$

$\dfrac{\sec(\theta)r(\theta)}{\sec(\theta)} = \dfrac{\tan(\theta)}{\sec(\theta)} + \dfrac{C}{\sec(\theta)}$ Dividir ambos lados entre $\sec(\theta)$

$r(\theta) = \dfrac{\tan(\theta)}{\sec(\theta)} + \dfrac{C}{\sec(\theta)}$ Simplificar

10. $x\dfrac{dy}{dx} + 2y = x^{-3}$.

10. $x\dfrac{dy}{dx} + 2y = x^{-3}$.

$x\dfrac{dy}{dx} + 2y = x^{-3}$

$xy'+2y = x^{-3}$

Reescribiremos como una EDO linea de primer orden. De forma estandar $y'(x)+p(x)y=q(x)$ Se sustituye dy/dx por y'.

$xy'+2y = x^{-3}$

Reescribimos en la forma estándar $y'(x)+p(x)*y= q(x)$

$xy'+2y = \dfrac{1}{x^3}$

Simplificar

$\dfrac{xy'}{x}+\dfrac{2y}{x} = \dfrac{1/x^3}{x}$

Dividimos ambos lados entre x.

$y'+\dfrac{2y}{x} = \dfrac{1}{x^4}$

Simplificar

$y'+\dfrac{2}{x}y = \dfrac{1}{x^4}$

Reescribimos en la forma estándar $p(x)=2/x$, $q(x)=1x^4$

Encontraremos el factor de integración μ(x), tal que $\mu(x)*p(x)=\mu'(x)$

$\mu'(x) = \mu(x)*p(x)$

$\dfrac{\mu'(x)}{\mu(x)} = \dfrac{\mu(x)*p(x)}{\mu(x)}$

Dividimos ambos lados entre μ(x)

$\dfrac{\mu'(x)}{\mu(x)} = p(x)$

Simplificar

$(\ln(\mu(x)))'=p(x)$

$(\ln(\mu(x)))'=\dfrac{\mu'(x)}{\mu(x)}$

$(\ln(\mu(x)))'=\dfrac{2}{x}$

$p(x)=2/x$

$\ln(\mu(x))=\int \frac{2}{x}\,dx$	Si $f'(x)=\int g(x)dx$
$\ln(\mu(x))=2\int \frac{1}{x}\,dx$	Sacamamos la constante: $\int a*f(x)dx= a*\int f(x)dx$
$\ln(\mu(x))=2\ln(x)+c_1$	Usamos la integral común: $\int 1/x\, dx=\ln(x)$, suponiendo un logaritmo de valores complejos.
$\mu(x)=e^{2\ln(x)+c_1}$	Utilizamos la definición de algoritmo: Pi $\log:a(b)=c$ entonces $b=a^c$ $\ln(\mu(x))=2\ln(x)+c_1$: $\mu(x)=e^{2\ln(x)+c_1}$
$\mu(x)=e^{2\ln(x)}\ \ e^{c_1}$	Aplicamos las leyes de los exponente: $a^{b+c}\ =a^b\ a^c$
$\mu(x)=(e^{\ln(x)})^2\ \ e^{c_1}$	Simplificar $e^{2\ln(x)}$
$\mu(x)=e^{c_1}x^2$	Aplicamos las propiedades de los logaritmos: $a^{\log_a(b)}=b$ $e^{\ln(x)}\ =x^2$
$\mu(x)=e^{c_1}x^2$	La constante e puede ser descartada (será absorbida hacia C)
$y'+\frac{2}{x}\ y\ =\ \frac{1}{x^4}$	Muliplicamos por el factor de integración, $\mu(x)$ y reescribimos la ecuación como $(\mu(x)*y(x))'=\mu(x)*q(x)$
$y'x^2+\frac{2}{x}\ y*x^2=\frac{1x^2}{x^4}$	Multiplicamos ambos lados por el factor de integración, x^2 .
$x^2y'+\ 2xy\ =\ \frac{1}{x^2}$	Simplificar
$(x^2y)'\ =\ \frac{1}{x^2}$	Aplicamos la regla de producto: $(f*g)'=f'*g+f*g'$ $f=x^2$, $g=y$: $x^2\ y'+2xy=(x^2\ y)'$
$x^2y=\ \int\frac{1}{x^2}\ dx$	Si $f(x)=g(x)$ entonces $f(x)=\int g(x)dx$

Alpicaremos la regla de la potencia

$\int x^{-2}\,dx$	Aplicamos las leyes de los exponentes: $1/a^b\ =a^{-b}$ $1/x^2\ =x^{-2}$

$\frac{x^{-2+1}}{-2+1}$	Aplicamos las leyes de los exponentes: $\int x^{a}dx=\frac{x^{a+1}}{a+1},\ a \neq -1$
$\frac{x^{-1}}{-1}$	Restamos
$-\frac{x^{-1}}{1}$	Aplicamos las propiedades de las fracciones: a/-b = - a/b
$-x^{-1}$	Aplicamos la regla a/1 = a
$-\frac{1}{x}$	Aplicamos las leyes de los exponenetes: $a^{-1} = 1/a$
$x^{2}y=-\frac{1}{x} + c\_1$	Complementamos la ecuación y agregamos una constante a la solución
$\frac{x^{2}y}{x^{2}}=-\frac{1/x}{x^{2}} + \frac{c\_1}{x^{2}}$	Dividimos ambos lados entre x^{2}
$y=-\frac{1/x}{x^{2}} + \frac{c\_1}{x^{2}}$	Simplificar
$y=-\frac{1}{xx^{2}} + \frac{c\_1}{x^{2}}$	Aplicamos las propiedades de las fracciones: $\frac{b/c}{a} = \frac{b}{c*a}$
$y=-\frac{1}{x^{3}} + \frac{c\_1}{x^{2}}$	Simplificar

Bibliografía.

- MateFacil. (2016, 22 junio). 25. Ecuación diferencial mediante sustitución lineal [Vídeo]. YouTube. https://www.youtube.com/watch?v=3eN3QgTcpZw
- colaboradores de Wikipedia. (2024, 13 marzo). Ecuación diferencial homogénea. Wikipedia, la Enciclopedia Libre. https://es.wikipedia.org/wiki/Ecuaci%C3%B3n_diferencial_homog%C3%A9nea
- Calculadora de ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO). (s. f.). https://es.symbolab.com/solver/ordinary-differential-equation-calculator
- GeoGebra - the world's favorite, free math tools used by over 100 million students and teachers. (s. f.). GeoGebra. https://www.geogebra.org/?lang=es
- Acevedo Borges, E. (2009). Ecuaciones diferenciales: (ed.). Editorial ebooks Patagonia - Editorial Universidad de La Serena. https://elibro.net/es/lc/biblioibero/titulos/190626
- Alonso de Mena, A. I. Calzada Delgado, J. A. & Álvarez López, J. (2008). Ecuaciones diferenciales ordinarias: ejercicios y problemas resueltos: (ed.). Delta Publicaciones. https://elibro.net/es/lc/biblioibero/titulos/60259
- García Hernández, A. E. (2015). Ecuaciones diferenciales: (ed.). Grupo Editorial Patria. https://elibro.net/es/lc/biblioibero/titulos/39438