Capítulo 1

Elaboração

Nesta etapa do projeto será realizado o estudo de conceitos do sistema que tenha relação com o sistema a ser desenvolvido, a análise de domínio e a identificação de pacotes, tendo como intuito uma melhor compreensão do software a ser desenvolvido. Além disso, será efetuada uma análise dos requisitos, para ajustar os requisitos iniciais e assim desenvolver um sistema útil, para que, futuramente, seja possível reutilizar e realizar a extensão do mesmo, como por exemplo incluir o cálculo da queda de pressão, conhecida como impedância, para determinar o declínio de injetividade e produtividade do poço.

Figura 1.1: Elaboração e análise de domínio (adaptado de [**?**])

1.1 Análise de domínio

O objetivo desta etapa é a compreensão do domínio, da aréa que abrange o software a ser desenvolvido, visto que o diagrama de pacotes representa as áreas abordadas. Além disso, visa determinar o que pode ser reaproveitado em outros sistemas.

- O desenvolvimento do software, aborda a migração de finos em meios porosos, um assunto presente em várias áreas e processos da engenharia, como a filtração industrial de líquidos e gases, a cromatografia de exclusão por tamanho, entre outros. No caso da engenharia de petróleo, especificamente, ocorre a captura e liberação de partículas pela rocha no meio poroso, ou seja, a migração de finos no reservatório causando o declínio na permeabilidade. A permeabilidade é uma propriedea da área petrolífera de suma importância, visto que, afeta diretamente a produtividade/injetividade do poço.

Disciplinas relacionadas ao desenvolvimento do sistema:

- Petrofísica: aborda as propriedades físicas de minerais e rochas, sendo necessária para entender os conceitos de permeabilidade, composição da matriz rochosa e do espaço poroso. As propriedades da rocha reservatório.

- Físico-química: para compreensão das reações que ocorrem do liquído com componentes presentes no meio poroso.
- Mecânica dos fluidos: estudo do comportamento dos fluidos. Essa área aborda as propriedades do fluido, que é necessária para entender o conceito de viscosidade e aborda algumas das forças que agem nas partículas como as forças de arraste e de elevação. Além da força gravitacional, no entanto o campo gravitacional é considerado agente externo na mecânica dos fluidos.
- Eletrostática: é a área da física que estuda as cargas elétricas em repouso, necessária para entender como atua as forças eletróstaticas sobre as partículas, que são causadas pelas interações entre as mesmas (colóides).
- Mecânica: área da física onde estuda os movimentos dos corpos, sendo necessária para entender o conceito de velocidade.
- Engenhária de reservatório: estudo da modelagem do comportamento dos fluidos de reservatório, e dos mecanismos de produção. Também estuda e propõe o método de recuperação secundária e/avançada de petróleo, estuda o comportamento do fluido no interior da rocha reservatório e visa estimar a reserva, entre outros. Fundamental para o entendimento e desenvolvimento da modelagem matemática e do sistema a ser desenvolvido.

1.2 Formulação teórica

Para avaliar a migração de finos é necesário analisar a captura de finos, descrita pela teoria fundamental de filtração profunda e a liberação de finos, descrita pelo modelo fenomenológico de filtração profunda. Esse processo é representado através da equação de balanço de massa, de cinética de captura e de liberação de partículas de acordo com Herzig et al. (1970). No presente estudo, as equações foram determinadas a partir do modelo modificado desenvolvido por Siqueira (2010), Bedrikovetsky et al. (2010) e Russel et al. (2018) que serão apresentadas nas subseções.(ARRUMAR REF)

O modelo fenomenológico de migração de finos devido a injeção de água de baixa salinidade honrando a formação de pontes e a demora na liberação de partículas é realizada através das equações do balanço de massa das partículas , do balanço de massa dos íons, da cinética de captura, da cinética de liberação de partículas e da lei de Darcy modificada , de acordo com as premissas mencionadas na seção 3.2.1. Por meio da modelagem foi obtida a equação para determinar a concentração de partículas depositadas. As propriedades do fluído e do meio poroso são obtidas por meio de experimentos laboratoriais utilizando amostras/testemunhos, através da literatura ou até mesmo por meio de dados, informações de casos de estudo e dados de campo.

1.2.1 Premissas do Problema

- Escoamento monofásico de salmoura em meio poroso de geometria linear (testes de laborátorio, testemunhos).
- Fluídos e sólidos são considerados incompressíveis.
- Não ocorre dispersão/difusão significativa de íons e sólidos.
- Taxa de captura de partículas é influencida pela concentração de partículas em suspensão, ocorre formação de pontes em alta concentração e captura de partículas por adesão em baixa concentração.
- Ocorre choque de salinidade instantâneo.
- Físico-química do processo (aumento do pH, difusão de íons nas camadas de argilominerais, etc.) encapsulada por cinética de liberação de partículas similar a dessorção iônica.
- Quantidade máxima de partículas presas por adesão depende do balanço de forças na parede do poro (salinidade/pH, velocidade do fluxo).

1.2.2 Equações

- Balanço de massa de partículas

A equação do balanço de massa descreve a variação de massa dentro do meio poroso devido ao fluxo do fluido, representada pela diferença da massa que entrou e a massa que saiu na direção do fluxo. Essa equação é muito utilizada na área de engenharia de reservatório para estudo do fluxo de líquido em meios porosos, para estudo do balanço de materiais que na realidade é o balanço de massa dos fluidos no interior dos poros da rocha-reservatório, entre outras áreas. Essa equação determina o acúmulo de partículas durante o fluxo de um fluido em um determinado periodo de tempo e espaço. No presente estudo o meio poroso é considerado unidemensional, com área de seção transversal variável A(x). Além disso, é levo em consideração fluxo linear em uma seção tranversal Δx e área A(x), durante um intervalo de tempo Δt. Assim a equação do balanço de massa obtida para esse caso é apresentada como:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\phi c + \sigma_a + \sigma_s) + \frac{\partial}{\partial x}(Uc) = 0, \tag{1.1}$$

onde ϕ é a porosidade do meio, $t\,[unid]$ o tempo, x a posição, σ_a a concentração de partículas retidas nas paredes dos poros por adesão, σ_sa concentração de partículas retidas por exclusão por tamanho/pontes , c a concentração de partículas suspensas e U a velocidade de Darcy.

IMAGEM

- Balanço de massa de íons

A equação do balanço de massa de íons foi introduzida, pois a injeção de água de baixa salinidade acarreta a difusão de íons nas camadas de argilominerais. O inchamento de argilominerais, ocorre devido a injeção de uma solução salina em um meio onde não esta em equilíbrio com ele.

Essa equação segue o mesmo conceito da equação do balanço de massa de partículas, no entanto é considerado a concentração molar χou massa por volume do íon. Assim a equação do balanço obtida:

$$\frac{\partial(\phi\chi)}{\partial t} + \frac{\partial(U\chi)}{\partial x} = 0, \tag{1.2}$$

onde $\chi\,[unid]$ é a concentração molar ou massa por volume.

- Cinética de captura de partículas

A equação cinética de captura e liberação de partículas do modelo de Herzig et al. (1970) é empírica, e é representada como:

$$\frac{\partial\sigma_a}{\partial t} = \lambda^{'}(\sigma)cU - k_{det}(U)\sigma_a, \tag{1.3}$$

onde a taxa de captura é proporcional ao fluxo advectivo de partículas suspenas (cU), e o termo de liberação é proporcional a concentração de partículas retidas. Nesse modelo c e $\sigma_a$representa a concentração suspensa e a concentração retida, respectivamente. A função de filtração é representada por $\lambda^{'}(\sigma)$,quando essa função é constante é conhecida como coeficiente de filtração, isso ocorre quando a deposição é pequena. O coeficiente de liberação de partículas é representado por $k_{det}(U)$, e o módulo da velocidade de Darcy é representado por U. O coeficiente de liberação é normalmente determinado experimentalmente, sendo uma limitação do modelo. O valor do coeficiente de liberação é considerado como zero na equação (acima), para melhor exposição do modelo fenomenológico de filtração profunda.

O modelo clássico de filtração profunda apresenta algumas limitações, uma delas é o equilíbrio mecânico da partícula. A cinética de liberação desta equação () não reflete a condição do equílibrio mecânico das partículas. A condição de equilíbrio é responsável pela permanência ou liberação da partícula, de acordo com as forças que atuam na partícula que são as forças eletrostáticas, força de arraste, força de elevação e força gravitacional. Vários estudos foram realizados e foi desenvolvido o modelo de liberação de partícula modificado, onde condiz com a condição do equílibrio mecânico. No modelo proposto por Bedrikovetsky et al. (2011a), substitui-se a cinética de liberação pela função de retenção máxima (crítica). Essa função determina que ocorrerá captura de partículas até o momento em que a quantidade de partículas retida seja igual ou inferior a função de rentenção maxíma. A equação do modelo modificado é representada como:

$$\frac{\partial \sigma_s}{\partial t} = \alpha \lambda c, \tag{1.4}$$

$$\sigma_a = \sigma_{cr}(\gamma, U). \tag{1.5}$$

No presente estudo, a equação cinética de captura de partículas é baseada na equação do modelo clássico de filtração profunda MODIFICADA(CONFERIR), porém considerando a concentração mínima para a formação de pontes (c_b). Quando a concentração de partículas (c) é maior ou igual a concentração mínima para formação de pontes o coeficiente de filtração é a soma do coeficiente de filtração por exclusão pelo tamanho e por formação de pontes, pois considera-se que ocorre os dois fenômenos. No entanto, quando $c < c_b$ ocorre apenas captura de partícula por exclusão pelo tamanho. A cinética de captura é representada pela equação abaixo:

$$\frac{\partial \sigma_s}{\partial t} = \begin{cases} (\lambda_b + \lambda_s) \quad Uc & ; \quad c \geqslant c_b, \\ \lambda_s U c & ; \quad c < c_b, \end{cases} \tag{1.6}$$

onde o $\lambda_s\,[unidade]$ representa o coeficiente de filtração por exclusão pelo tamanho, $\lambda_b\,[unidade]$ representa o coeficiente de filtração por formação de pontes e $c_b\,[v/v]$ a concentração mínima para formação de pontes. Uma análise dimensional da equação precedente será realizada para encontrar dimensões de lambda. Para efeito de análise dimensional, será considerarado vol. Part./vol. Rocha como equivalente à vol. part./vol. fluido.

- Cinética de liberação de partículas

Neste modelo matemático é considerada a influência da salinidade da água injetada, ou seja a concentração molar de íons da solução, no caso a água de baixa salinidade. Devido ao fato de que a salinidade causa a liberação de partículas. Como é conhecido a quantidade máxima de partículas presas por adesão depende do balanço de forças na parede do poro, ou seja, depende da da velocidade de fluxo, da salinidade/pH, temperatura entre outros fatores. A equação da cinética de liberação é representada como:

$$\frac{\partial \sigma_a}{\partial t} = -C \left| \sigma_a - \sigma_{a,M}(\chi, U) \right|^n, \tag{1.7}$$

onde C e n são variáveis constantes do modelo, σ_a é a concentração de partículas retidas nas paredes dos poros por adesão,e $\sigma_{a,M}$ é a concentração de equilíbrio para as partículas aderidas na parede do poro, em função de χ e U.

- Lei de Darcy modificada

A lei de Darcy, descreve o fluxo de um fluído em um meio poroso. Esta lei relaciona a velocidade aparente do fluído com os gradientes de pressão, uma variável importante para avaliar o declínio da permeabilidade, que normalmente é expressa em termos de pressão.No entanto, no presente estudo será utilizada a lei de Darcy modificada(BARENBLATT et al., 1990). A equação do problema unidimensional na direção x é expressa como:

$$U = -\frac{k_0 k(\sigma)}{\mu}\frac{\partial p}{\partial x}, \tag{1.8}$$

onde k_0é a permeabilidade inicial, ∇P o gradiente de pressão, μé a viscosidade do fluido e $k(\sigma)$ representa a redução percentual da permeabilidade em função da deposição.

A função $k(\sigma)$ é adotada como:

$$k(\sigma) = \frac{1}{1+\beta\sigma}, \tag{1.9}$$

onde β é conhecido como o coeficiente de dano à formação, que é considerado constante. Esse coeficiente, é uma constate empírica que depende das características das partículas retidas e do meio poroso.

Através da lei de Darcy modificada é possível calcular a queda de pressão dimensional:

$$-\triangle p(t) = \frac{\mu UL}{k_0} + \frac{\mu UL}{k_0}\beta\int_0^L \sigma_s(x,t)dx. \tag{1.10}$$

- Condições iniciais do problema

$$c(x,0) = \sigma_s(x,0) = 0; \tag{1.11}$$

$$\sigma_a(x,0) = \sigma_{a0.}; \tag{1.12}$$

onde $\sigma_{a0.}$representa a concentração de partículas retidas nas paredes dos poros por adesão inicial. O cálculo da concentração é obtida através da equação (), tomando como exemplo a caulinita como principal mineral presente:

$\%_a$ Caulinita

$$V_a = V(1-\phi)\%_a. \tag{1.13}$$

$$\sigma = \frac{V_{sólido}}{V} \Rightarrow \sigma_{a0} = \frac{V(1-\phi)\%_a}{V} = (1-\phi)\%_a. \tag{1.14}$$

$$\chi(x,0) = \chi_H; \tag{1.15}$$

- Condições de contorno

$$c(0,t) = 0; \tag{1.16}$$

$$\chi(0,t) = \chi_{L.} \tag{1.17}$$

nas condições de contorno, quando $x = 0$, a concentração em suspensão é nula, visto que, à montante do testemunho a injeção de água é ausente de partículas.

1.2.3 Modelagem da Quantidade de Partículas Depositadas

Nesta seção será apresentada a solução do sistema de equações da subseção 3.2.3. O sistema de equações admite solução semi-analítica e parte do sistema solução númerica. Sabendo que a velocidade de Darcy U é determinada pela vazão de injeção do teste, que é conhecida e constante é possivel observar que a equação do balanço de massa dos íons está desacoplada do resto do sistema. Por meio do método das características a equação do balanço de massa de íons é escrita como:

$$\frac{d\chi}{d\eta} = \frac{\partial\chi}{\partial t}\frac{dt}{d\eta} + \frac{\partial\chi}{\partial x}\frac{dx}{d\eta} = \frac{\partial\chi}{\partial t}\phi + \frac{\partial\chi}{\partial x}U = 0. \tag{1.18}$$

Assim:

$$\phi = \frac{dt}{d\eta} \Rightarrow t - t_0 = \phi\eta; \tag{1.19}$$

$$U = \frac{dx}{d\eta} \Rightarrow x - x_0 = U\eta. \tag{1.20}$$

As condições possibilitam o cálculo da salinidade da solução em qualquer seção trasnveral e a qualquer momento, como:

$$\chi(x,t) = \begin{cases} \chi_H \quad , & \quad x > \frac{Ut}{\phi}, \\ \chi_L \quad , & ; \quad x < \frac{Ut}{\phi}. \end{cases} \tag{1.21}$$

Determinada a salinidade é possivel resolver a equação da cinética de liberação de partícula, através da equação () que pode ser reecrista como:

$$\frac{\partial\sigma_a}{\partial t} = -C(\sigma_a(x,t) - \sigma_{a,M}(\chi(x,t),U))^n. \tag{1.22}$$

Para obter a concentração de partículas retidas nas paredes dos poros por adesão (σ_a), é realizada a integração da equação precedente. Primeiro, é percebido que as características desta equação são todas verticais.Segundo, estas características são divididas em dois segmentos: em um dos segmentos o t $\epsilon \left[0, \frac{\phi x}{U}\right)$ e no outro semi-infinito t \epsilon $\left(\frac{\phi x}{U}, \infty\right)$.

Resolvendo a integração, considerando os limites de integração, é obtida a equação para σ_a quando n =1 e quando $n \neq$1.

Através da equação do balanço de massa (), da equação de cinética de captura () e da equação (), é obtida a equação de concentração de partículas suspensas (c) para n =1, levando em consideração as condições do $t < \frac{\phi x}{U}$ e do $t \geq \frac{\phi x}{U}$, e em cada condição do tempo é levado em consideração a condição de $c < cb$ e $c \geqslant cb$, onde cb é a concentração mínima para formação de pontes e o mesmo ocorre para $n \neq$1. As equações e condições são:

para $n = 1$

$$\sigma_a(x,t) = \begin{cases} \sigma_{a0}, & t < \frac{x\phi}{U}, \\ \sigma_{a,M} + (\sigma_{a0} - \sigma_{a,M})e^{-C(t-\frac{x\phi}{U})}, & t > \frac{x\phi}{U}. \end{cases} \tag{1.23}$$

$$\frac{\partial \sigma_a}{\partial t} = \begin{cases} 0, & t < \frac{x\phi}{U} \\ -C(\sigma_{a0} - \sigma_{a,M})e^{-C(t-\frac{x\phi}{U})}, & t > \frac{x\phi}{U}. \end{cases} \tag{1.24}$$

para $n \neq 1$

$$\sigma_a(x,t) = \begin{cases} \sigma_{a0}, & t < \frac{x\phi}{U}, \\ \left[\sigma_{a,M} + (\sigma_{a0} - \sigma_{a,M})^{1-n} - C(1-n)(t - \frac{x\phi}{U})\right]^{\frac{n}{1-n}}, & t > \frac{x\phi}{U}. \end{cases} \tag{1.25}$$

$$\frac{\partial \sigma_a}{\partial t} = \begin{cases} 0, & t < \frac{x\phi}{U}, \\ -C\left[(\sigma_{a0} - \sigma_{a,M})^{1-n} - C(1-n)\left(t - \frac{x\phi}{U}\right)\right]^{\frac{n}{1-n}}, & t > \frac{x\phi}{U}. \end{cases} \tag{1.26}$$

Para encontrar a concentração de partículas suspensas no meio $c(x,t)$, utiliza-se a equação do balanço de massa (), a equação da cinética de captura () e a cinética de liberação de partículas de acordo com o n. Obtendo:

para $n = 1$, temos dois casos onde

1. $t < \frac{x\phi}{U}$

- $c < cb$

$$c(x,t) = 0. \tag{1.27}$$

- $c \geq cb$

$$c(x,t) = 0 \Rightarrow \sigma_s(x,t) = 0. \tag{1.28}$$

2. $t \geq \frac{x\phi}{U}$

- $c < cb$

$$c(x,t) = \frac{C(\sigma_{a0} - \sigma_{a,M})e^{-C(t-\frac{x\phi}{U})}}{U\lambda_s}(1 - e^{-\lambda_s x}) \tag{1.29}$$

- $c \geq cb$

$$c(x,t) = \frac{C(\sigma_{a0} - \sigma_{a,M})e^{-C(t-\frac{x\phi}{U})}}{U(\lambda_b + \lambda_s)}\left[1 - \frac{1 - \frac{U(\lambda_b+\lambda_s)c_b}{C(\sigma_{a0}-\sigma_{a,M})e^{-C(t-\frac{x\phi}{U})}}}{\left(1 - \frac{U\lambda_s c_b}{C(\sigma_{a0}-\sigma_{a,M})e^{-C(t-\frac{x\phi}{U})}}\right)^{1+\frac{\lambda_b}{\lambda_s}}} e^{(\lambda_b+\lambda_s)x}\right]. \tag{1.30}$$

para $n \neq 1$, temos dois casos onde

1. $t < \frac{x\phi}{U}$

- $c < c_b$

$$c(x,t) = 0. \tag{1.31}$$

- $c \geq cb$

$$c(x,t) = 0 => \sigma_s(x,t) = 0. \tag{1.32}$$

2. $t \geq \frac{x\phi}{U}$

- $c < c_b$

$$c(x,t) = \frac{C\left[(\sigma_{a0} - \sigma_{a,M})^{1-n} - C(1-n)(t - 2\frac{\phi x}{U})\right]^{\frac{n}{1-n}}(1 - e^{-x\lambda_s})}{\lambda_s U}, \tag{1.33}$$

onde $t_0 = t - \frac{\phi x}{U}$ e $\eta = \frac{x}{U}$.

- $c \geq cb$

$$c(x,t) = \frac{C\left[(\sigma_{a0} - \sigma_{a,M})^{1-n} - C(1-n)(t - 2\frac{\phi x}{U})\right]^{\frac{n}{1-n}}}{U(\lambda_s + \lambda_b)}$$

$$\left[1 - \frac{[1 - \frac{U(\lambda_s+\lambda_b)c_b}{C\left[\left(\sigma_{a0}-\sigma_{a,M}\right)^{1-n} - C(1-n)(t-2\frac{\phi x}{U})\right]^{\frac{n}{1-n}}}]e^{-x(\lambda_b+\lambda_s)}}{\left(1 - \frac{\lambda_s U c_b}{C\left[\left(\sigma_{a0}-\sigma_{a,M}\right)^{1-n} - C(1-n)(t-2\frac{\phi x}{U})\right]^{\frac{n}{1-n}}}\right)^{1+\frac{\lambda_b}{\lambda_s}}}\right], \tag{1.34}$$

onde $t_0 = t - \frac{\phi x}{U}$ e $\eta = \frac{x}{U}$.

A zona de formação de pontes é quando a concentração de partículas suspensas é igual a concentração mínima para formação de pontes. Sendo assim, ao igualar a equação de $c(x,t)$ a cb em cada caso é encontado o tb, o momento em que inicia a formação de pontes. Obtendo :

para $n = 1$

$$tb = \frac{x\phi}{U} + \frac{1}{C}ln(\frac{C(\sigma_{a0} - \sigma_{a,M})(1 - e^{-\lambda_s x})}{c_b U \lambda_s}), \tag{1.35}$$

para $n \neq 1$

$$t_b = 2\frac{\phi x}{U} + \frac{(\sigma_{a0} - \sigma_{a,M})}{C(1-n)}^{1-n} - \frac{1}{C(1-n)}\left(\frac{\lambda_s U c_b}{C\left(1 - e^{-x\lambda_s}\right)}\right)^{\frac{1-n}{n}}. \tag{1.36}$$

Para encontrar a concentração de partículas retidas por exclusão por tamanho/pontes, utiliza-se a equação de cinética de captura e $c(x,t)$. É levado em consideração tres casos, onde $t < \frac{\phi x}{U}$, $t \geq \frac{\phi x}{U}$ e $t < tb$,e por fim o caso onde $t < \frac{\phi x}{U}$ ou $t > tb$ para n =1 e para n ≠1. As equações obtidas foram:

para $n = 1$, temos três casos:

1. $t < \frac{x\phi}{U}$

$$\sigma_s(x_0, t) = 0 \tag{1.37}$$

2. $t \geq \frac{x\phi}{U}$ e $t < t_b$

$$\frac{\partial \sigma_s}{\partial t} = (\lambda_s + \lambda_b)U\frac{C(\sigma_{a0} - \sigma_{a,M})e^{-C(t-\frac{x\phi}{U})}}{U(\lambda_s + \lambda_b)}\left[1 - \frac{1 - \frac{U(\lambda_s+\lambda_b)}{C(\sigma_{a0}-\sigma_{a,M})e^{-C(t-\frac{x\phi}{U})}}}{\left(1 - \frac{U\lambda_s c_b}{C(\sigma_{a0}-\sigma_{a,M})e^{-C(t-\frac{x\phi}{U})}}\right)}\right], \tag{1.38}$$

$$\sigma_s(x_0, t) = C(\sigma_{a0} - \sigma_{a,M})$$

$$* \left[\frac{1 - e^{-C(t-\frac{\phi x_0}{U})}}{C} + e^{-\left(\lambda_s+\lambda_b-C\left(\frac{x\phi}{U}\right)x_0\right)}\int_{\frac{\phi x}{U}}^{t}\frac{\frac{U(\lambda_s+\lambda_b)c_b}{C(\sigma_{a0}-\sigma_{a,M})e^{\frac{C\phi x_0}{U}}} - e^{-Ct}}{\left(1 - \frac{U\lambda_s c_b}{C(\sigma_{a0}-\sigma_{a,M})e^{\frac{C\phi x_0}{U}}}\right)}dt\right], \tag{1.39}$$

cuja integral só pode ser expressa em termos de funções elementares.

3. $t \geq \frac{x\phi}{U}$, $t > t_b$ ou $t < \frac{x\phi}{U}$

$$\frac{\partial \sigma_s}{\partial t}(x_0, t) = C(\sigma_{a0} - \sigma_{a,M})(1 - e^{\lambda_s x_0})e^{-C(t-\frac{x\phi}{U})}, \tag{1.40}$$

$$\sigma_s(x_0, t) = \sigma_s\left(x_0, max(t_b(x_0), \frac{\phi x_0}{U})\right) +$$

$$+(\sigma_{a0} - \sigma_{a,M})(1 - e^{-\lambda_s x_0})e^{(C\frac{\phi x_0}{U})}\left[e^{-Cmax(tb,\frac{\phi x}{U})} - e^{-ct}\right]. \tag{1.41}$$

.

Para $n \neq 1$,temos três casos, onde

1. $t < \frac{x\phi}{U}$

$$\sigma_s(x_0, t) = 0 \tag{1.42}$$

2. $t \geq \frac{x\phi}{U}$ e $t < t_b$

$$\frac{\partial \sigma_s(x_0,t)}{\partial t} = C\left[(\sigma_{a0}-\sigma_{a,M})^{1-n} - C(1-n)(t-2\frac{\phi x}{U})\right]^{\frac{n}{1-n}}$$

$$* \left[1 - \frac{[1-\frac{U(\lambda_s+\lambda_b)c_b}{C\left[\left(\sigma_{a0}-\sigma_{a,M}\right)^{1-n}-C(1-n)(t-2\frac{\phi x}{U})\right]^{\frac{n}{1-n}}}]e^{x(\lambda_b+\lambda_s)}}{\left(1-\frac{\lambda_s U c_b}{C\left[\left(\sigma_{a0}-\sigma_{a,M}\right)^{1-n}-C(1-n)(t-2\frac{\phi x}{U})\right]^{\frac{n}{1-n}}}\right)^{1+\frac{\lambda_b}{\lambda_s}}}\right], \quad (1.43)$$

$$\sigma_s(x_0,t) - \sigma_s(x_0,\frac{\phi x}{U}) = C\int_{\frac{\phi x}{U}}^{t}\left[(\sigma_{a0}-\sigma_{a,M})^{1-n} - C(1-n)(t-2\frac{\phi x}{U})\right]^{\frac{n}{1-n}}$$

$$* \left[1 - \frac{[1-\frac{U(\lambda_s+\lambda_b)c_b}{C\left[\left(\sigma_{a0}-\sigma_{a,M}\right)^{1-n}-C(1-n)(t-2\frac{\phi x}{U})\right]^{\frac{n}{1-n}}}]e^{x(\lambda_b+\lambda_s)}}{\left(1-\frac{\lambda_s U c_b}{C\left[\left(\sigma_{a0}-\sigma_{a,M}\right)^{1-n}-C(1-n)(t-2\frac{\phi x}{U})\right]^{\frac{n}{1-n}}}\right)^{1+\frac{\lambda_b}{\lambda_s}}}\right] dt, \quad (1.44)$$

cuja integral só pode ser expressa em termos de funções elementares.

3. $t \geq \frac{x\phi}{U}$, $t > t_b$ ou $t < \frac{x\phi}{U}$

$$\frac{\partial \sigma_s(x_0,t)}{\partial t} = C\left[(\sigma_{a0}-\sigma_{a,M})^{1-n} - C(1-n)(t-2\frac{\phi x}{U})\right]^{\frac{n}{1-n}}(1-e^{-x\lambda_s}), \quad (1.45)$$

$$\sigma_s(x_0,t) - \sigma_s(x_0, max(tb(x_0),\frac{\phi x_0}{U})) = (1-e^{-x\lambda_s})\frac{(n-1)}{(1-n)}$$

$$\left[[(\sigma_{a0}-\sigma_{a,M})^{1-n} - C(1-n)(t-2\frac{\phi x}{U})]^{\frac{1}{1-n}}\right]. \quad (1.46)$$

1.2.4 Método Númerico

1.3 Identificação de pacotes – assuntos

Pacote é um conjunto de classes que se relacionam por meio de conceitos, assuntos em comum, ou seja, que fazem parte de uma mesma área.

- Pacote DadosTestemunho: Pacote de dados inseridos pelo usuário. Informações que foram obtidas através da literatura, ou através de experimentos laboratoriais.
- Pacote MétodoNumerico: Pacote onde apresenta o método númerico para cálculo das integrais que não tem solução analítica, apenas númerica. Além disso, nesse pacote é inserida a equação da integral a ser calculada.
- Pacote Simulação:Composto de diversas equações para realização do cálculo da concentração retida nas paredes dos poros por adesão, concentração em suspensão, concentração retida por exclusão por tamanhao/pontes e do cálculo da zona de formação de pontes para determinar o tempo que inicia a formação de pontes (t_b).

1.4 Diagrama de pacotes – assuntos

Através do diagrama de pacotes é possível observar as dependências entre as diferentes partes do sistemas. Pode ser composto por sistemas, subsistemas, hierarquias de classes, classes, interfaces, componentes, nós, colaborações e casos de uso.

No presente projeto, o diagrama de pacotes é composto por três pacotes, o pacote de dados, de método númerico e de simulação.

coloque aqui texto falando do diagrama de pacotes, referencie a figura. Veja Figura 1.2.

Figura 1.2: Diagrama de Pacotes