

Matemática Olímpica

Consequências da Desigualdade de Cauchy

Palestrante: [Seu Nome]

Instituição: [Sua Instituição]

Evento: [Nome do Evento]

Data: [Data da Apresentação]

Exemplo de Problema Matemático

Enunciado

Considere os números reais (a) e (b). Prove que a desigualdade de Cauchy-Schwarz é dada por:

$$(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) \geq (ax + by)^2$$

para todos os números reais (a), (b), (x) e (y).

Solução

Vamos demonstrar a desigualdade de Cauchy-Schwarz.

Parte 1

Considere os vetores:

$$\mathbf{u} = (a, b) \quad \text{e} \quad \mathbf{v} = (x, y)$$

Parte 2

Aplicamos a desigualdade de Cauchy-Schwarz:

$$(\mathbf{u} \cdot \mathbf{v})^2 \leq (\mathbf{u} \cdot \mathbf{u})(\mathbf{v} \cdot \mathbf{v})$$

Parte 3

Calculamos os produtos internos:

$$(ax + by)^2 \leq (a^2 + b^2)(x^2 + y^2)$$

Portanto, a desigualdade está provada.

