

Escuela Superior Politécnica del Litoral Facultad de Ingeniería en Mecánica y Ciencias de la Producción Guía de Práctica de Mecánica de Fluidos

PRÁCTICA #5

"SIMILITUD EN BOMBAS CENTRÍFUGAS: BOMBAS HOMÓLOGAS"

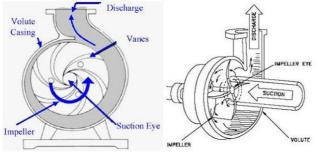
OBJETIVOS:

- 1. Determinar si dos bombas: modelo y prototipo, son homólogas.
 - a. Aplicar correctamente los grupos adimensionales derivados del teorema Pi-Buckingham para determinar el punto de mejor rendimiento de la bomba con ayuda del análisis gráfico.
 - b. Analizar el comportamiento de las curvas adimensionales para dos bombas que se dicen homólogas entre sí.
 - c. Identificar posibles parámetros que influyan en la discrepancia observada entre el comportamiento de la bomba modelo con la bomba prototipo.

INTRODUCCIÓN

Una de las turbomaquinarias de flujo radial más comúnmente usadas son las bombas centrífugas. Este tipo de bomba consiste en un rotor conocido como impeller y una cobertura comúnmente llamada voluta, por su forma. En el caso de las bombas centrífugas al ser máquinas de flujo radial; el fluido de trabajo entra por el "eye" del impeller y como resultado del movimiento giratorio del mismo, es desplazada por inercia de forma radial hasta entrar en contacto con las paredes interiores de la voluta. Es aquí que el área transversal de la voluta aumenta conforme nos dirigimos hacia la salida logrando como resultado aumentar la presión al reducir la velocidad del flujo (Principio de Bernoulli).

Figura 1.
Esquema del interior de una bomba centrífuga



El fluido de trabajo entra de forma axial por el ojo del impeller y por inercia es impulsada de forma radial hacia las paredes internas de la voluta

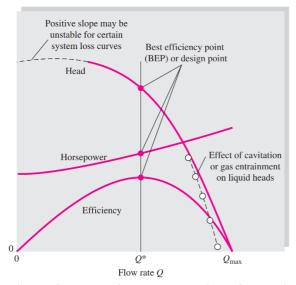
El objetivo de la voluta es transformar la velocidad del fluido de trabajo que pasa a través de la bomba, en presión. Para esto utiliza unas aspas también conocidas como álabes, generalmente curvos. Los álabes están diseñados para proporcionar el camino de salida óptimo (menor resistencia) para el fluido de trabajo. Existen bombas de diferentes tamaños



de voluta, de impeller, para distintas condiciones y fluidos. En esta ocasión nuestro estudio se centra principalmente en la comparación y discusión del comportamiento entre dos bombas: un modelo y un prototipo.

Para comparar ambas bombas primero debemos estudiar las **curvas características del rendimiento de una bomba** o solo curvas características de una bomba. Estas consisten en varias curvas que representan el comportamiento de aumento de cabezal a través de la bomba, el requerimiento de potencia mecánica hacia el impeller de la bomba, la potencia hidráulica entregada al fluido de trabajo y la eficiencia de la bomba para distintos valores de caudal. En la **figura 2**. se muestra un ejemplo de *algunas* de las curvas características para una bomba centrífuga.

Figura 2. Curvas características para una bomba centrífuga (White, 2008)



El punto de mejor rendimiento (BEP) es la condición en la cual la bomba trabaja a la mayor eficiencia para un caudal y un cabezal total determinados

Leyes de similitud

En la mecánica de fluidos la mayoría de los problemas no pueden ser resueltos por métodos analíticos o resolución de ecuaciones. Muchos de los problemas requieren un esfuerzo combinado; tanto de análisis analítico como experimental y numérico. Los ingenieros que resuelven problemas relacionados con la mecánica de fluidos deben estar preparados para manejar y correlacionar dichos datos experimentales obtenidos por terceros. (Munson, 2016) Un resultado obvio de la experimentación en el laboratorio es lograr que los resultados sean los más generales posibles en términos de aplicación; por esta razón los ingenieros estudian "modelos" controlados cuidadosamente bajo ciertas condiciones, con la finalidad de predecir el comportamiento de otros sistemas o "prototipos" con características similares. (White, 2008)











Para esto se utiliza el análisis dimensional, cuyo objetivo es reducir el número de variables y por lo tanto la complejidad de las que depende un fenómeno físico. Esto se logra reduciendo las "n" variables dimensionales de las que depende el fenómeno; a tan solo "k" variables adimensionales donde n-k=1, 2, 3, ó 4 depende de la complejidad del problema. Generalmente n-k es igual al número de dimensiones: primarias, básicas o también conocidas como fundamentales. (White, 2008)

En mecánica de fluido las dimensiones fundamentales son las siguientes:

Dimensiones básicas	Dimensiones básicas (alternativas)			
	(atternativas)			
M: Masa	F: Fuerza			
T: Tiempo	T: Tiempo			
L: Longitud	L: Longitud			
Θ: Temperatura	Θ: Temperatura			

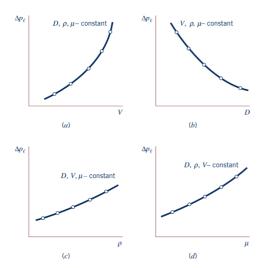
Para planear un experimento es necesario determinar cuáles de las variables fundamentales afectan directamente el fenómeno que se quiere estudiar. Tomemos por ejemplo el caso de un fluido newtoniano incompresible en flujo estable a través de una tubería circular de pared lisa dispuesta en forma horizontal. Es importante para los ingenieros determinar la caída de presión por unidad de longitud a lo largo de la tubería debido a la fricción para requerimientos de diseños posteriores. En estos casos, lo primero que se hace es decidir qué variables afectarían esta caída de presión. Posteriormente, como resultado de un buen análisis bibliográfico se esperaría contar con variables como el diámetro D, la viscosidad dinámica μ , la densidad ρ y la velocidad promedio a la que se mueve el fluido a lo largo de la tubería (Munson, 2016). De esta manera, podría existir una relación de esta forma:

$$\Delta p_l = f(D, \mu, \rho, V)$$

Lo que simplemente indica que la caída de presión por unidad de longitud es en cierta forma una función de los parámetros que se encuentran en paréntesis.

Una manera de resolver este problema sería variar uno por uno los parámetros dentro del paréntesis mientras los demás se mantienen constante. Por ejemplo se podría comenzar variando el diámetro al menos 10 veces mientras se mantienen las demás variables constantes.

Figura 3.Dependencia de la caída de la presión en término de diferentes factores de estudio



Nota: Estas gráficas por si solas no explican el comportamiento general que se requiere predecir, por esta razón es imperativo lograr combinar toda esta información para cualquier caso que se presente. (Munson, 2008)

Este procedimiento debería repetirse para cada variable, siempre manteniendo las demás constantes ya que el propósito es estudiar la relación general completa que hay entre todas las variables independientes y la caída de presión por unidad de longitud. (**figura 3.**)

Tal vez el lector comience a notar que puede existir un problema al momento de llevar a cabo estos experimentos. Algunos son evidentes, como es el caso de necesitar al menos 10 distintos diámetros de tubería, al menos 10 distintos fluidos con diferentes densidades, al menos 10 distintas viscosidades y por supuesto al menos 10 distintas velocidades promedio de flujo. Lógicamente llevar a cabo todas estas iteraciones/combinaciones demandarían un gran esfuerzo económico y de tiempo, ya que habría que repetir el experimento al menos 10⁴ veces o 10000 veces, si eres algo lento.

Afortunadamente hay una manera mucho más eficiente y simple de acabar con estas y otras dificultades. Utilizando el teorema de **Pi-Buckingham**.

El teorema nos indica que para <u>este problema en específico</u> se pueden construir **dos productos o grupos adimensionales** que representen exactamente el mismo comportamiento.

$$\frac{D * \Delta p_l}{\rho * V^2} = \phi \left(\frac{\rho * V * D}{\mu} \right)$$

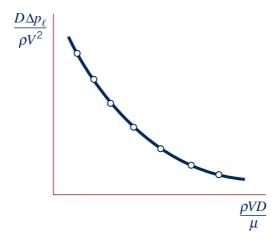
De esta forma en lugar de trabajar con 5 variables (entre dependiente e independientes) ahora se trabaja con solo 2. El experimento se reduce a tan solo variar uno de los 4 parámetros



independientes y mantener los demás constantes, variando así el grupo adimensional $\left(\frac{\rho*V*D}{\mu}\right)$ y determinando sus correspondientes valores de $\frac{D*\Delta p_l}{\rho*V^2}$.

La representación gráfica de este experimento se presenta en la **figura 4**, que muestra la curva general válida para cualquier combinación de tubería lisa y cualquier fluido. Este experimento se pudo lograr manteniendo el diámetro de la tubería constante y escogiendo un fluido de fácil acceso como el agua (densidad y viscosidad constante) para junto con la variación de la velocidad promedio de flujo determinar los distintos grupos adimensionales. Lo que hace de este experimento mucho más fácil y excesivamente menos costoso en comparación a la alternativa mencionada previamente.

Figura 4. Curva adimensional de la caída de presión (Munson, 2008)



En cuanto a bombas centrífugas se refiere, los grupos adimensionales que derivan del teorema de Pi-Buckingham son los siguientes:

C_H: Grupo adimensional cabezalC_P: Grupo adimensional Potenciaη: Eficiencia (ya es adimensional)

$$\begin{split} C_{H} &= \frac{gh_{a}}{\omega^{2}D^{2}} = \phi_{1} \bigg(\frac{\ell_{i}}{D}, \frac{\varepsilon}{D}, \frac{Q}{\omega D^{3}}, \frac{\rho \omega D^{2}}{\mu} \bigg) \\ C_{\mathcal{P}} &= \frac{\dot{W}_{\text{shaft}}}{\rho \omega^{3}D^{5}} = \phi_{2} \bigg(\frac{\ell_{i}}{D}, \frac{\varepsilon}{D}, \frac{Q}{\omega D^{3}}, \frac{\rho \omega D^{2}}{\mu} \bigg) \\ \eta &= \frac{\rho g Q h_{a}}{\dot{W}_{\text{shaft}}} = \phi_{3} \bigg(\frac{\ell_{i}}{D}, \frac{\varepsilon}{D}, \frac{Q}{\omega D^{3}}, \frac{\rho \omega D^{2}}{\mu} \bigg) \end{split}$$

Los términos que corresponden a la rugosidad relativa (ε/D) y al número de Reynolds $\left(\frac{\rho\omega D^2}{\mu}\right)$ pueden ser despreciados cuando: Como es de costumbre, la experimentación ocurre a muy grandes números de Reynolds (este comportamiento se puede observar en el diagrama de Moody) y como resultado del dominio que ejercen las grandes irregularidades internas de



la cavidad de la bomba en contraste con la rugosidad interna de las paredes (Munson, 2008; White, 2016).

Con estas simplificaciones y para bombas de la misma familia geométrica (donde todos los parámetros geométricos ℓ_i están escalados) los grupos adimensionales dependen únicamente de $\frac{Q}{\omega D^3}$ que llamamos **grupo adimensional Caudal** (CQ), como se muestra a continuación (Munson, 2008).

$$\frac{gh_a}{\omega^2 D^2} = \phi_1 \left(\frac{Q}{\omega D^3}\right)$$
$$\frac{\dot{W}_{\text{shaft}}}{\rho \omega^3 D^5} = \phi_2 \left(\frac{Q}{\omega D^3}\right)$$
$$\eta = \phi_3 \left(\frac{Q}{\omega D^3}\right)$$

g: gravedad

h_a: Cabezal total

 ω : Velocidad angular del impeller

D: Diámetro impeller

Q: Caudal

ρ: Densidad

 \dot{W}_{shaft} : Potencia mecánica al eje (freno)

EQUIPOS:

El sistema consiste básicamente de dos bombas centrífugas homólogas que operan en un circuito cerrado. Ellas pueden ser estudiadas trabajando individualmente, en serie o en paralelo. Estas bombas son consideradas geométricamente similares.

La bomba N-1 (Prototipo) tiene un rango de velocidad de 0 a 3000 r.p.m. y la bomba N-2 (Modelo) es reversible, es decir, puede trabajar como bomba y como turbina. Y tiene un rango de velocidad de 0 a 3500 r.p.m.

PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL:

- 1) Poner las válvulas en la posición de trabajo de la bomba N-1 (prototipo): abrir la válvula en la línea de succión y la válvula en la línea de descarga completamente.
- 2) Incrementar suavemente la velocidad de la bomba N-1 hasta 2500 RPM.
- 3) El caudal se regula mediante el cierre de la válvula de descarga. Para cada decremento de caudal se mantiene la velocidad (RPM) constante y se toman lecturas de caudal (Q), cabezales de succión (h_s) y descarga (h_d) , y fuerza en el dinamómetro (F) para las diferentes posiciones de la válvula.
- 4) Cebar la bomba N. 2 usando la bomba N. 1 en caso de ser necesario.
- 5) Poner las válvulas en la posición de trabajo de la bomba N. 2: abrir la válvula en la línea de succión y la válvula en la línea de descarga completamente. Apagar la bomba N. 1.
- 6) Incrementar suavemente la velocidad de la bomba N. 2 hasta 3000 RPM.
- 7) Realizar el paso 3 para la bomba N. 2.

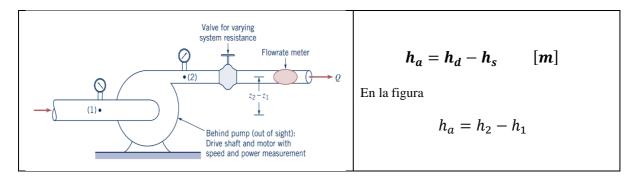


DATOS:

Diámetro del rotor Bomba N. 1 (Prototipo): 140 mm Diámetro del rotor Bomba N. 2 (Modelo): 101 mm

CÁLCULOS:

Para el **cálculo del cabezal total h_a** necesitamos determinar con ayuda de los manómetros los cabezales de succión y descarga (h_s y h_d , respectivamente) medidos en metros (m).



Posteriormente calculamos la potencia hidráulica entregada al fluido de trabajo por la bomba, ésta puede calcularse utilizando la siguiente ecuación:

$$\dot{W}_{water} = \rho g Q h_a \qquad [Watts]$$

Donde ρ , g, Q son la densidad del fluido de trabajo, gravedad y el caudal o flujo volumétrico a través de la bomba en unidades internacionales.

Luego calculamos la potencia al freno en el eje, denominada como:

$$\dot{W}_{shaft} = \omega T$$
 [Watts]

Donde ω es la velocidad angular (rad/s) y T es el torque que a su vez se calcula simplemente como el producto entre el brazo (0,165 metros) y la fuerza que causa el torque. Ambas variables en unidades internacionales.

$$T = (0, 165m) * F$$
 [N. m]

Si no hubiera ningún tipo de pérdidas la potencia que se entrega del motor al impeler de la bomba \dot{W}_{shaft} debería ser igual a la potencia que se entrega de la bomba al fluido de trabajo \dot{W}_{water} . Pero en la realidad \dot{W}_{water} es siempre menor a \dot{W}_{shaft} . Por lo tanto la eficiencia de la bomba se define como:

$$\eta = \frac{\dot{W}_{water}}{\dot{W}_{shaft}} \qquad Adimensional$$



Estos cálculos los vamos a repetir al menos 10 veces para cada bomba. Como resultado tendríamos las siguientes tablas.

Tabla 1. *Tabla de datos experimentales*

BOMBA N- 1 @2500 RPM (PROTOTIPO)				BOMBA N- 2 @3000 RPM (MODELO)			
Q (lt/s)	h _s (m)	h _d (m)	F (N)	Q (lt/s)	h _s (m)	h _d (m)	F (N)

Tabla 2. Tabla de resultados experimentales.

BOMBA N- 1 @2500 RPM (PROTOTIPO)				BOMBA N- 2 @3000 RPM (MODELO)			
Q (m³/s)	ha (m)	Ŵ _{water} (W)	₩ _{shaft} (W)	Q (m³/s	ha (m)	Ŵ _{water} (W)	\dot{W}_{shaft} (W)

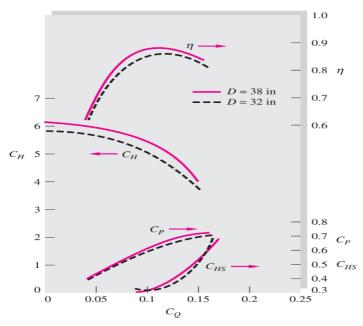


Tabla 3. Grupos adimensionales.

BOMBA N- 1 @2500 RPM (PROTOTIPO)				BOMBA N- 2 @3000 RPM (MODELO)				
C_Q	C _H	C_{P}	η	$oxed{C_{Q}} oxed{C_{H}} oxed{C_{P}} oxed{\eta}$				

GRÁFICOS:

- Graficar h_a, \dot{W}_{shaft} , \dot{W}_{water} y η versus Q experimentales para ambas bombas.
- Comparar curvas adimensionales para ambas bombas (modelo con prototipo) en una misma gráfica. (C_H, C_P, η) vs C_Q. Ejemplo en la siguiente imagen.



No olvidar la propagación de errores debida a las incertidumbres en los manómetros (cabezal), medidor de caudal (caudal) y dinamómetro (fuerza y por lo tanto torque).

REFERENCIAS

White, F. M. (2023). Fluid Mechanics (6th ed.). Mcgraw-Hill College.

Gerhart, A. L., Hochstein, J., I., & Gerhart, P. M. (2020). *Munson, Young and Okiishi's Fundamentals of Fluid Mechanics* (8th ed.). Wiley.