

---

## A 题 太阳能路灯光伏板的朝向设计问题

太阳能路灯由太阳能电池板组件部分（包括支架）、LED 灯头、控制箱（包含控制器、蓄电池）、市电辅助器和灯杆几部分构成。太阳能电池板通过支架固定在灯杆上端。太阳能电池板也叫光伏板，它利用光伏效应接收太阳辐射能并转化为电能输出，经过充放电控制器储存在蓄电池中。

太阳能辐射由直射辐射和散射辐射组成，其中直射辐射对聚集太阳能系统起到了至关重要的影响。大气层对太阳能直射辐射的衰减变化量与其辐射强度、所穿过的大气层厚度成正比，其中衰减系数（ $W/(m^2 \cdot km)$ ）反映了一个地区大气层的透光性能。通常地球表面大气层厚度按 1000 公里计算，大气层可视为包裹地球的球壳。太阳光到达大气层外层上的平均太阳能辐射强度  $I_0$  为  $1353W/m^2$ 。受地球运行轨道及太阳光传播的距离影响，大气层外层太阳能辐射强度随时间发生改变。附件 sheet2 给出了 1-12 月份大气层外层太阳能辐射强度具体数值。

安装光伏板的朝向直接影响到光伏板获得太阳辐射能量的多少。光伏板的朝向包括方位角和水平仰角，方位角为光伏板的法线在水平面上的投影与正南方向的夹角。并按如下方法规定：如果一个光伏板朝向正南，那么它的方位角为零；如果一个光伏板朝向正东，那么它的方位角为  $90^\circ$ ；如果一个光伏板朝向正西，那么它的方位角为  $-90^\circ$ ；水平仰角为光伏电池板平面与水平面的夹角。当太阳光线和光伏板的法线方向一致时，光伏板瞬时受到的太阳照射能量最大，否则会有余弦损失。

某城区地处北纬  $30^\circ 35'$ ，东经  $114^\circ 19'$ ，附件 sheet1 给出了该城区 2023 年 5 月 23 日晴天状况下测得地表水平面受到的太阳直射强度值。关于赤纬

角、太阳高度角、太阳时角等相关概念，可参见全国大学生数学建模竞赛 2012B 题附件 6、2015A 题讲解和 2023A 题附录。请在仅考虑太阳直射辐射的情况下建立数模，回答如下问题：

1. 请计算 2025 年每月 15 日，在晴天条件下，**该城区**一块面积为  $1\text{m}^2$  的光伏板朝向正南方且水平倾角分别为  $20^\circ$ 、 $40^\circ$ 、 $60^\circ$  时受到的最大太阳直射强度和太阳直射辐射总能量；
2. 如果光伏板受到的太阳直射辐射总能量最大时，可使路灯蓄电池储电量最大。请设计**该城区**固定安装太阳能光伏板的朝向，使光伏板在晴天条件下受到的太阳直射辐射日均总能量最大；
3. 当光板受到太阳直射强度过低时，它转换电能的效率也很低；而当光伏板受到太阳直射强度过高时，它转换电能实现储电的效率也会受到限制。理想的情况是，光伏板受到太阳直射强度上午大于  $150\text{ W/m}^2$ 、下午大于  $100\text{ W/m}^2$  的时间尽可能长，这样可以使路灯蓄电池的储电效率更高。综合考虑路灯蓄电池的储电效率高和储电量大的这两个目标，请设计出光伏板固定安装的最优朝向，并计算晴天条件下光伏板受到的太阳直射辐射日均总能量和太阳直射辐射（上午大于  $150\text{ W/m}^2$ 、下午大于  $100\text{ W/m}^2$ ）时长。