

太阳能路灯光伏板朝向模型

摘要

太阳能路灯光伏板朝向问题是太阳能光电领域的关键课题。为了解决该问题，本文基于数学建模理论，利用几何分析知识、微积分、数学证明、优化模型来建立模型，并对模型进行了理论分析、灵敏度检验、模型建立、模型推演，证明了模型的合理性。

针对问题一：首先分别以光伏板和地表面分别建立空间坐标系，然后采用几何分析方法求得太阳直射光伏板的强度，并利用天文知识求得太阳直射地表的强度，联立就可以建立**路灯光伏板朝向模型**。由于大气层会对太阳辐射造成衰减，因此通过题目所给数据和上面模型可以求得**大气透过率为：0.5553**，接着计算光伏板在特定朝向下的最大太阳直射强度与太阳直射辐射总能量并记录在**表 2** 中，由于模型参数较多，本文通过**控制变量法**对模型进行了**灵敏度检验**，证明了模型的合理性。

针对问题二：可以利用到问题一中的灵敏度分析的结果，先建立**基于梯度下降算法的无约束目标优化模型**，目标函数为日均太阳光总能量最大，不断调整学习率得到收敛点：最优的倾角为： 35.38° ，最优朝向角为： 0° (正南)，日均最大能量为： 14226.47KJ 。为了避免**局部最优解**我们再次使用**网格搜索算法**来进行修正，最终得到最佳解为：朝向角： 0° (正南)，倾角： 26.00° ，日均总能量： 14310.64KJ 。

针对问题三：为了实现储电效率高和触电量大的两个目标，可以建立**多目标优化模型**，本文采用**非支配排序遗传算法 II(NSGA-II)**来求解模型，通过多次求解取平均值得到最优倾角 $\beta = 24.6870^\circ$ ，最优朝向角 $Z_s = 3.2233^\circ$ ，日均太阳辐射时长 $t = 8.458h$ ，日均辐射总能量 $E = 1.43 \times 10^4 \text{KJ}$ 。为了使模型更有普适性，本文进行了**模型推广**，计算了北半球不同纬度范围光伏板的最优朝向，结果记录在**表 6** 中。

关键词：几何分析法 梯度下降算法 网格搜索 优化模型

一、问题重述

问题背景：

太阳能路灯由太阳能电池板组件部分（包括支架）、LED 灯头、控制箱（包含控制器、蓄电池）、市电辅助器和灯杆几部分构成。太阳能电池板通过支架固定在灯杆上端。太阳能电池板也叫光伏板，它利用光伏效应接收太阳辐射能并转化为电能输出，经过充放电控制器储存在蓄电池中。

问题一：

请计算 2025 年每月 15 日，在晴天条件下，该城区一块面积为 1m^2 的光伏板朝向正南方且水平倾角分别为 20° 、 40° 、 60° 时受到的最大太阳直射强度和太阳直射辐射总能量

问题二：

如果光伏板受到的太阳直射辐射总能量最大时，可使路灯蓄电池储电量最大。请设计该城区固定安装太阳能光伏板的朝向，使光伏板在晴天条件下受到的太阳直射辐射日均总能量最大。

问题三：

当光板受到太阳直射强度过低时，它转换电能的效率也很低；而当光伏板受到太阳直射强度过高时，它转换电能实现储电的效率也会受到限制。理想的情况是，光伏板受到太阳直射强度上午大于 150W/m^2 、下午大于 100W/m^2 的时间尽可能长，这样可以使路灯蓄电池的储电效率更高。综合考虑路灯蓄电池的储电效率高和储电量这两个目标，请设计出光伏板固定安装的最优朝向，并计算晴天条件下光伏板受到的太阳直射辐射日均总能量和太阳直射辐射（上午大于 150W/m^2 、下午大于 100W/m^2 ）时长。

二、问题分析

2.1 问题一的分析

问题一需要计算城区一光伏板在不同时间，不同水平仰角，所得到的不同太阳最大直射强度和太阳直射辐射的总能量。因此应该把握两个要点，一是找到水平倾角与太阳高度角的关系，二是找到大气层外层太阳能辐射强度与地面直射的辐射强度的关系。但是根据文献中大气透过率需要根据实际数据来求得，可以通

过 Sheet1 来求得近似大气透过率，即等效计算了衰减系数。再根据 sheet2 就可计算每个月 15 日的最大太阳直射强度和太阳直射辐射总能量。

2.2 问题二的分析

问题二想要通过改变在该城区的固定安装太阳能板的朝向进一步求解日均太阳直射辐射总能量，但是我们没有 365 天的数据，只能取每个月的 15 号来近似当月的太阳辐射情况，因此问题就转换为将 12 个月的 15 号太阳辐射累加再取平均作为日均太阳总能量。之后可以使用单目标无约束优化方法来进行求解。

2.3 问题三的分析

问题三较问题二新增了一个优化目标，即日均太阳直射辐射时长，与问题二的求解思路是类似的，也是将每月 15 号的辐射累加取平均作为近似，只不过这次是一个多目标优化问题，可以使用智能算法来进行求解找到最优解。

三、模型假设

1. 假设每个月的平均天数为 30 天。
2. 假设每个月 15 号都是晴天。
3. 假设大气衰减系数在晴天条件下是恒定的。
4. 假设不同月中每日的太阳辐射强度近似不变，可以用每月 15 日的太阳辐射数据代表整个月的太阳辐射数据。
5. 假设光线在大气中沿直线传播。
6. 假设路灯蓄电池中的储电量不会有其他形式的损耗。
7. 假设光伏板效率恒定，不随温度或其他条件变化。
8. 在题目说明中拟定了光伏板的朝向角向正南为 0° ，但是本文问了建立模型采取向正北为 0° ，罗盘方向（顺时针旋转）。

四、符号说明

符号	说明	单位
δ	赤纬角	rad
n	一年中的第 n 天	天
ω	太阳时角	rad
T	当地时间	h
K	消光系数	/
α	太阳高度角	rad
I_0	大气层外的太阳辐射强度	W / m^2
I_{DN}	地面直射辐射强度	W / m^2
L	大气层厚度	m
φ	当地纬度	rad
r_s	太阳方位角	rad
β	采光面倾角	rad
Z_s	采光面朝向角	rad
θ_T	采光面法线与太阳辐射夹角	rad
I_B	直射采光的辐射强度	W / m^2
KL	大气透过率	/
S	采光面面积	m^2
E	日均太阳直射辐射总能量	J
t	日均太阳直射辐射总能量	s
tt	满足约束的时间段	s
$I_{Bi}(t)$	第 i 个月的 15 号在离散时刻瞬时辐射强度	W/m^2

五、模型建立与求解

5.1 问题一模型建立与求解

5.1.1 路灯光伏板朝向模型建立

要计算太阳辐射直射太阳能板的能量，需要一些明确一些基本概念，要计算大气外层太阳能辐射强度与地面直射辐射强度的关系。

a) 太阳赤纬角与时角

太阳赤纬角是指太阳入射光与地球赤道之间的角度，它会随季节不同而发生周期性变化。如图 1 所示，对不同的赤纬角在相同地方就会有不同的大气外层太阳能辐射强度。根据 Cooper 方程进行近似计算得到式(1.1):

$$\delta = 23.45^\circ \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{365} \times (n + 284)\right) \quad (1.1)$$

其中， n 为一年中的第几天，从元旦开始为第一天。

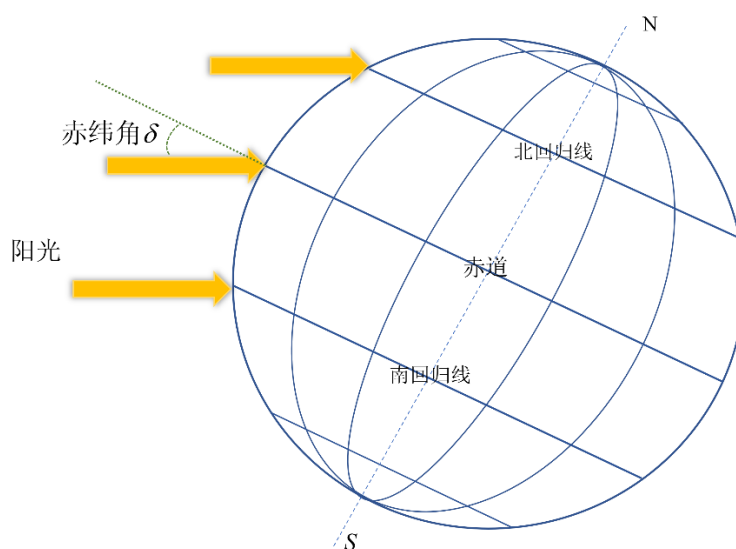


图 1

如果不考虑地表曲线及大气折射的影响，那么可以得到时角：

$$\omega = 15 \cdot (T - 12) \quad (1.2)$$

在式(1.2)中， T 为当地时刻，当地中午 12 点时刻，太阳时刻为 0° ， ω 在上午为负值，在下午为正值。

b) 太阳辐射直射强度计算

建立如图 2 所示的坐标系。

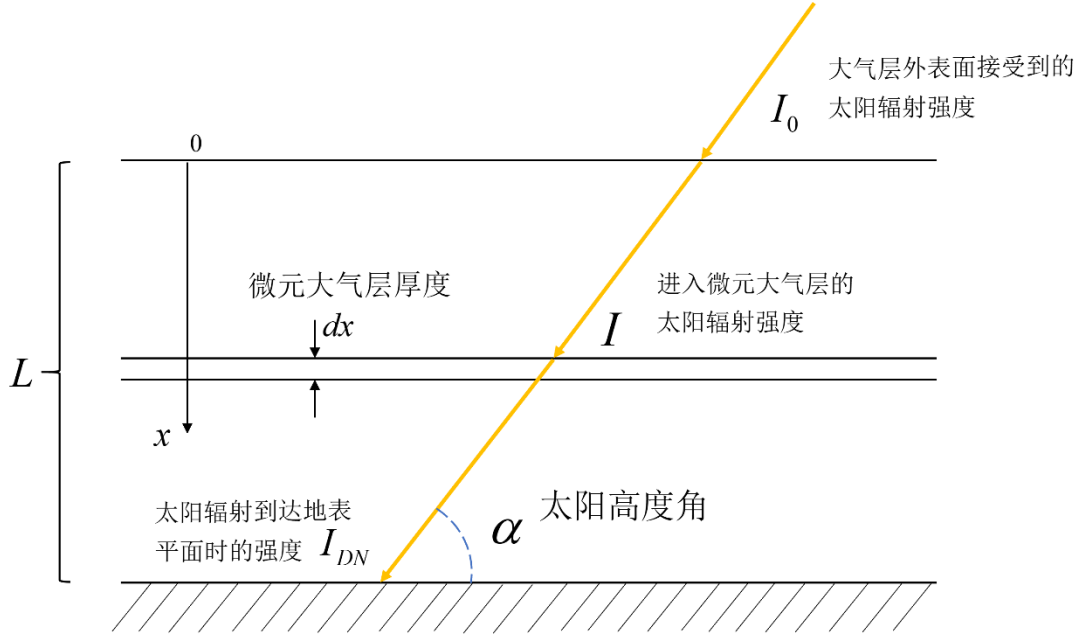


图 2

由于太阳辐射经过大气层，其强度有所衰减，并且这一衰减量根据文献[2]可以知道是与通过大气层的路线长度成比例的，并且还与辐射强度自身的大小有关。从而对一微元大气层，太阳辐射经过它后的衰减量为：

$$dI = -KI \frac{dx}{\sin(\alpha)} \quad (1.3)$$

在上式中， K 为大气吸收太阳辐射能力的系数，称为消光系数。

对式(1.3)进行积分如式(1.4)：

$$\int_{I_0}^{I_{DN}} \frac{dI}{I} = -\frac{K}{\sin(\alpha)} \int_0^L dx \quad (1.4)$$

得到太阳辐射到达地表平面的强度：

$$I_{DN} = I_0 e^{-KL/\sin\alpha} \quad (1.5)$$

c) 太阳高度角和方位角

在地球某一点处看到的太阳方向，称为太阳的位置。它需要由两个角度来表示，即太阳高度角 α 和太阳方位角 r_s 。如图 3 所示，太阳高度角是太阳直射光线与地平线间的夹角，太阳方位角是太阳直射光线在地平面上的投影与地平面正南方向所夹的角。

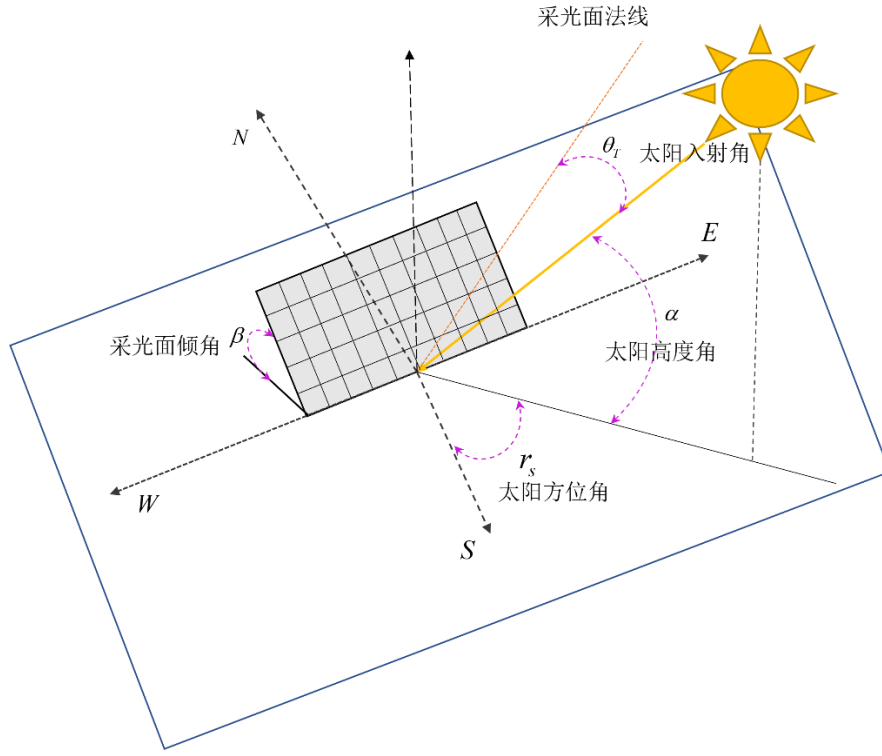


图 3 太阳角关系图

太阳的高度角会随着地方时和太阳赤纬角的变化而变化。太阳赤纬角使用式(1.1)来计算，观测地的地理纬度使用 φ 表示，地方时（时角）用 ω 表示，则太阳高度角的计算为：

$$\sin(\alpha) = \sin(\varphi)\sin(\delta) + \cos(\varphi)\cos(\delta)\cos(\omega) \quad (1.6)$$

太阳方位角：

$$\cos(r_s) = \frac{\sin(\delta) - \sin(\alpha)\sin(\varphi)}{\cos(\alpha)\cos(\varphi)} \quad (1.7)$$

d) 太阳直射光伏板的辐射强度

在图 3 中橙色线段为光伏板的法向量，现在我们需要求出黄线（太阳光线）与这个法向量的夹角。参考文献[3]可以知道，由于采光面是面向赤道的，所以任意倾斜角 β 的倾斜面可以表示为式(1.8)，其中 Z_s 为采光面的朝向角，即采光面正向与正北方向间的夹角。

$$\cos(\theta_T) = \cos\alpha \cdot \sin\beta \cdot \cos(r_s - Z_s) + \sin\alpha \cdot \cos\beta \quad (1.8)$$

那么就可以得到直射光伏板的分量为：

$$I_B = I_{DN} \cdot \text{abs}(\cos\theta_T) \quad (1.9)$$

综合式(1.1)~(1.9)可以建立路灯光伏板朝向模型，如下式：

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta = 23.45 \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{365} \times (n + 284)\right) \\ \omega = 15 \cdot (T - 12) \\ \alpha = \arcsin(\cos\delta \cdot \cos\varphi \cdot \cos\omega + \sin\delta \cdot \sin\varphi) \\ r_s = \arccos\left(\frac{\sin\delta - \sin\alpha \cdot \sin\varphi}{\cos\alpha \cdot \cos\varphi}\right) \\ I_{DN} = I_0 \cdot e^{-KL/\sin\alpha} \\ I_B = I_{DN} \cdot \text{abs}(\cos\theta_T) \\ \cos(\theta_T) = \cos\alpha \cdot \sin\beta \cdot \cos(r_s - Z_s) + \sin\alpha \cdot \cos\beta \end{array} \right. \quad (1.10)$$

5.1.2 模型求解

a) 计算大气透过率 KL

在 sheet1 中提供了某地一天中太阳的地面直射辐射量，通过将数据代回模型就可以解决式(1.10)中的 KL 取值问题。由于 L 在同一地点可以视为常数，因此通过不同数据求解的 KL 值，也就等效为 K 值（消光系数）。求解 KL 的公式为：

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi = 30.58^\circ, I_0 = 1334 \\ KL = \sin\alpha \cdot \ln \frac{I_0}{I_{DN}} \\ \alpha = \arcsin(\cos\delta \cdot \cos\varphi \cdot \cos\omega + \sin\delta \cdot \sin\varphi) \\ \omega = 15 \cdot (T - 12) \\ \delta = 23.45 \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{365} \times (n + 284)\right) \end{array} \right. \quad (1.11)$$

如表 1 所示，为 KL 在一天中从 6:00 ~ 19:00 的平滑取值：

表 1

	6:00 ~ 10:30	10:30 ~ 15:30	15:30 ~ 19:00
KL 取值	0.7988	0.5695	0.5306
	0.8099	0.5650	0.5274
	0.8253	0.5673	0.5204
	0.7865	0.5635	0.5071
	0.7282	0.5531	0.4846

	0.6710	0.5439	0.4542
	0.6229	0.5330	0.3723
	0.5971	0.5307	0.1731
	0.5790	0.5291	0.0486

作出 KL 的变化曲线如图 4 KL 在一天中的变化所示，可以看到它的值尽管在同一地点也是随时间而变化的，但是整体趋近于中间，只有在日出和日落时间点出现了异常值。因此可以取平均值 **0.5553** 作为 KL 的固定值，方便下面计算太阳日照最大强度和太阳直射辐射总能量。

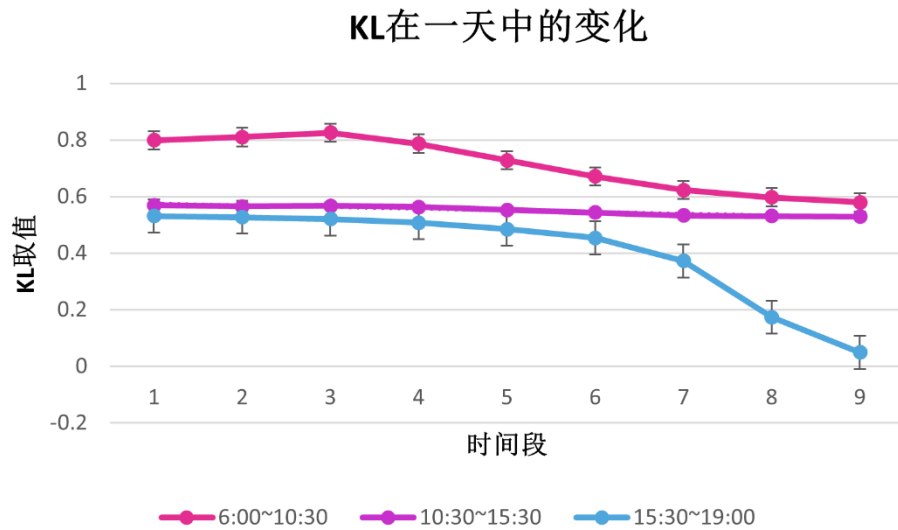


图 4 KL 在一天中的变化

b) 计算最大太阳直射强度和太阳直射辐射总能量

题目要计算 2025 年每个月 15 号的太阳直射情况，因此可以借助 sheet2 中的每个月的大气层外层太阳能辐射强度数据进行计算。首先给出每个月 15 号相对于 1 月 1 号的天数为 $date = [14, 46, 74, 105, 135, 166, 196, 227, 258, 288, 319, 349]$ ，由于题目一中光伏板是朝向正南的，有 $Z_s = 180^\circ$ ，因此可以将式(1.8)简化为：

$$\cos\theta_r = -\cos\alpha \cdot \cos r_s \cdot \sin\beta + \sin\alpha \cdot \cos\beta \quad (1.12)$$

可以对每天的太阳辐射强度进行积分得到当月 15 号的辐射总能量为式 (1.13)，但是由于测量大气透过率时是以半小时为间隔，将从日出到日落的时间划分为 27 份的离散时间序列来计算的，因此这里采用梯度法则来近似积分，具体为式(1.14)所示。

$$E = 3600 \cdot S \cdot \int_{t_0}^{t_n} I_B(t) dt \quad (1.13)$$

$$E \approx 3600 \cdot S \cdot \sum_{i=1}^{n-1} \frac{I_B(t_i) + I_B(t_{i+1})}{2} \cdot (t_{i+1} - t_i) \quad (1.14)$$

通过 a,b 步骤可以求得太阳辐射数据如表 2 所示:

表 2

倾角 月份	20°		40°		60°	
	max_ I_B (w/m^2)	$E(J)$ (1×10^5)	max_ I_B (w/m^2)	$E(J)$ (1×10^5)	max_ I_B (w/m^2)	$E(J)$ (1×10^5)
1 月	483.19	90.66	557.39	106.83	564.37	110.12
2 月	590.04	119.48	643.77	132.41	619.85	129.38
3 月	689.25	150.02	703.86	152.82	633.57	139.06
4 月	745.75	172.88	705.98	160.95	581.05	129.60
5 月	748.72	180.51	666.63	154.60	504.13	110.81
6 月	733.38	179.88	632.48	147.36	455.30	98.78
7 月	731.87	178.30	639.38	148.73	469.77	102.50
8 月	735.08	173.67	676.69	155.72	536.68	119.08
9 月	700.06	156.71	693.05	154.60	602.45	133.85
10 月	612.56	127.57	652.63	137.57	613.99	130.99
11 月	504.61	96.96	572.74	112.28	571.79	114.06
12 月	449.92	82.63	526.27	98.81	539.13	103.07

分析表 2 中的数据可以得到图 5 和图 6:

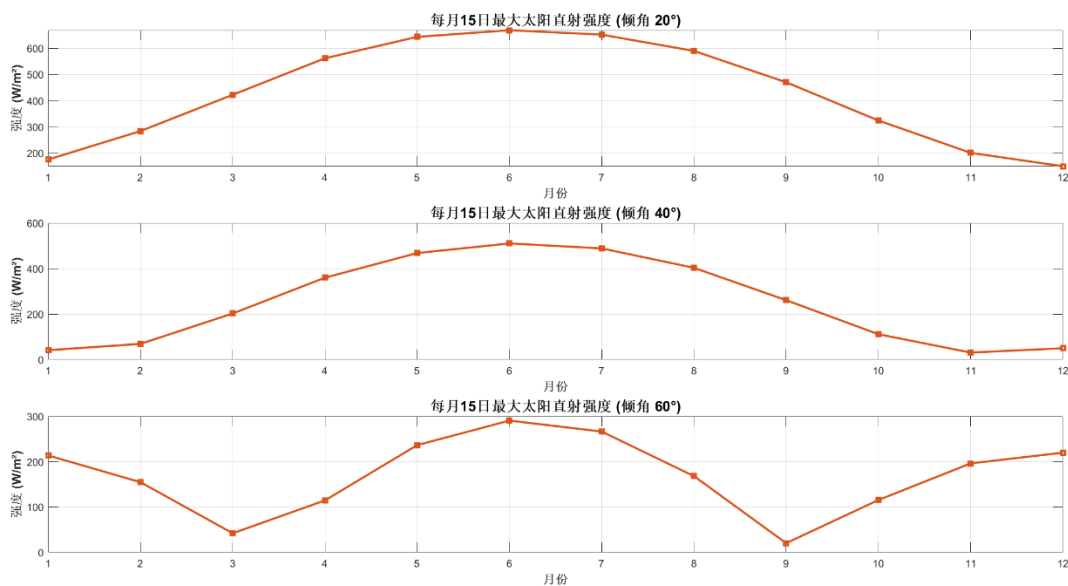


图 5 最大直射强度随月份变化

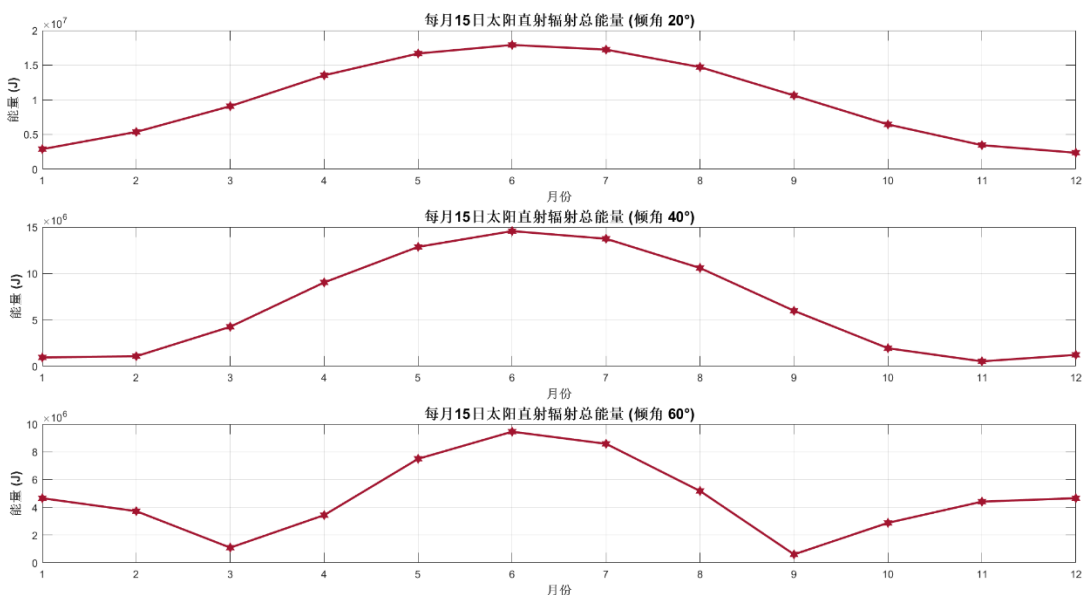


图 6 辐射总能量随月份变化

5.1.3 结果分析

从图 5 和图 6 中可以看到，当光伏板的倾角为 20° 和 40° 时，所得到的最大直射强度呈现中间高，两边低的对称分布。

因为对于北半球而言，**赤纬角**在夏季较大，导致光线更垂直于地面，因此夏季的太阳辐射强度较高。而冬季的赤纬角较小，太阳光线较斜，太阳的辐射强度较低。

对**高度角**来说，角度越大，太阳光线越垂直于地面，辐射强度越高，在每天

的正中午，高度角应该达到最大值，在一年之中，高度角在夏季达到最高，在冬季最低。

而就**方位角**而言，正午时，太阳位于正南方向，方位角为 0° ，早上太阳从东边升起，方位角为负，下午太阳在西边落下，方位角为正。而光伏板在正午时刻最有利于接收最大辐射，因为此时刻太阳光线最接近垂直于版面。

对于光伏板的**倾角**，正确的倾角能够最大化的接收太阳辐射，一般来说，光伏板的最佳倾角与当地的纬度相近。

5.1.4 灵敏度分析

由于第一问的要求已经固定了光伏板的朝向角为正南 (180°)，光伏板的倾角 $\beta = 20^\circ, 40^\circ, 60^\circ$ ，但是根据这些固定参数无法检验本文模型的合理性，因此这里采用**控制变量法**来进行灵敏度检验

a) 水平倾角 β 的灵敏度检验

针对本题，设置光伏板朝向正南，即 $Z_s = 180^\circ$ 。得到光伏板在不同倾角下的辐射强度和辐射总能量如图 7 最大太阳直射强度随倾角的变化图 7 和图 8 所示：

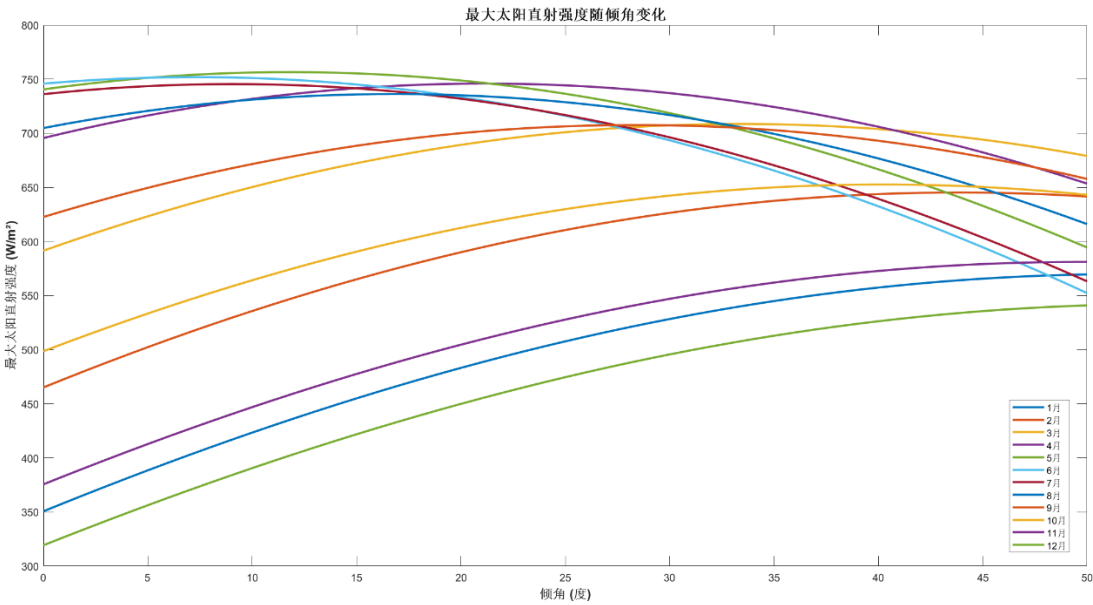


图 7 最大太阳直射强度随倾角的变化

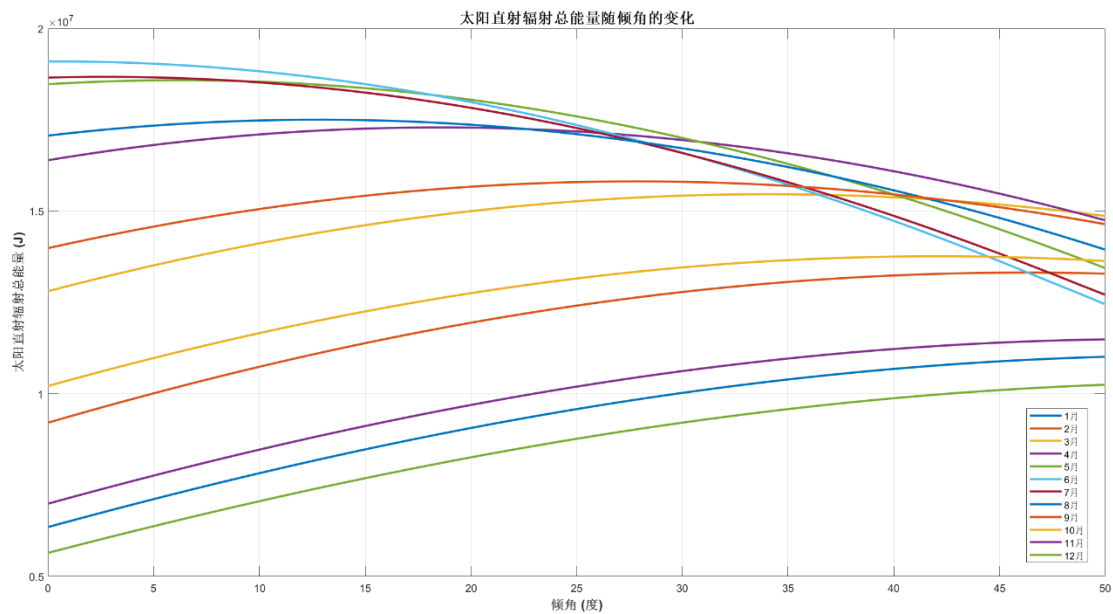


图 8 太阳直射辐射总能量随倾角的变化

b) 朝向角 Z_s 的灵敏度检验

通过固定光伏板的倾角 $\beta = [10^\circ, 20^\circ, 30^\circ]$ 来观察朝向角从 $Z_s \in [0, 360]$ 的变化，如图 9 和图 10 所示：

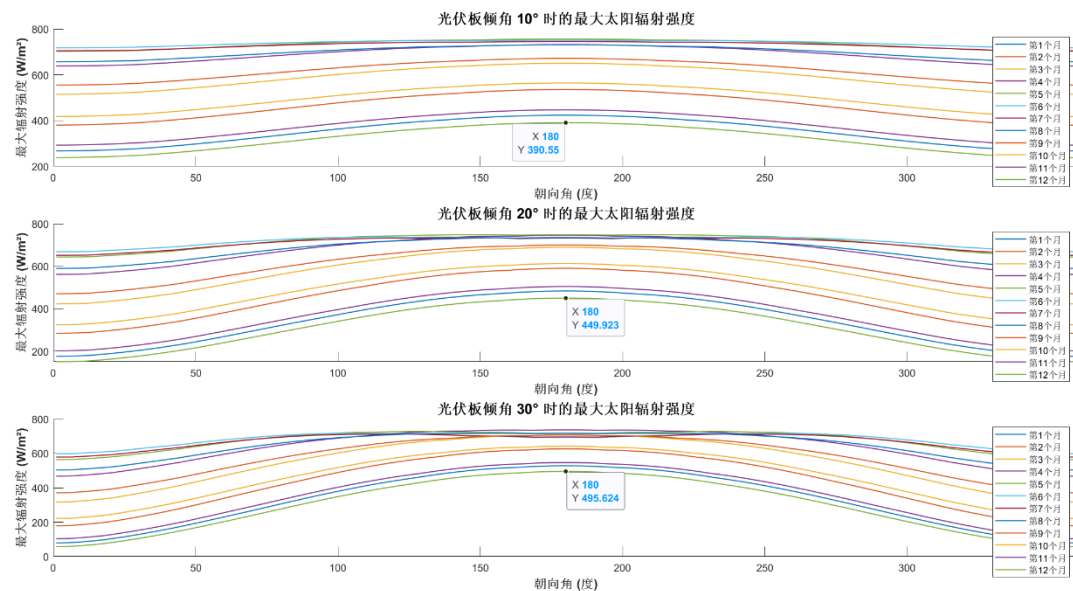


图 9 太阳最大辐射强度随光伏板朝向角的变化

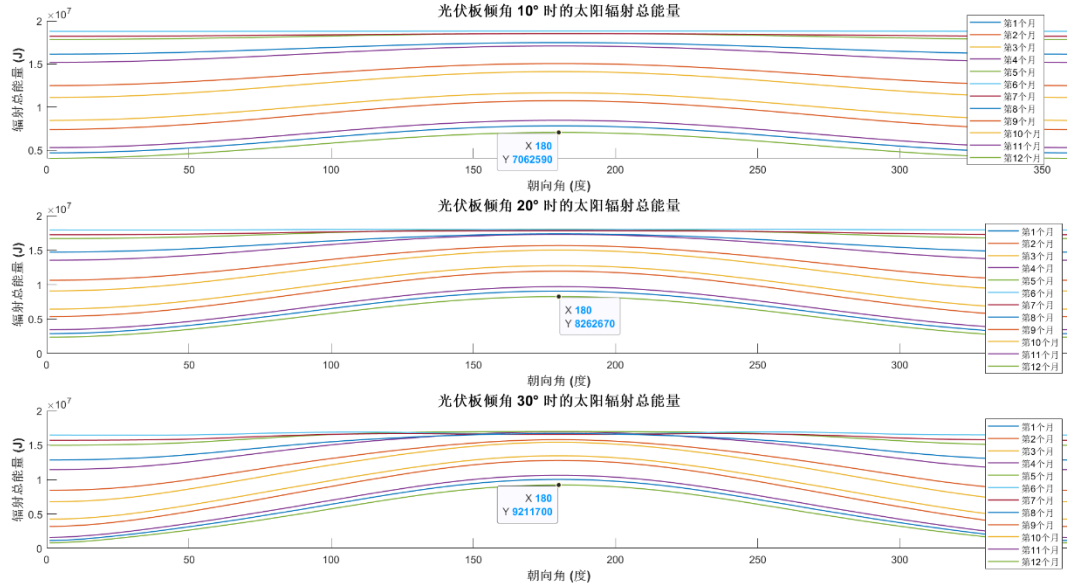


图 10 太阳辐射总能量随光伏板朝向角的变化

c) 灵敏度检验结果分析

观察图 7、图 8 可以发现随着光伏板的倾角由 0° 变化到 90° ，不论是辐射强度还是辐射总能量，变化的总体趋势基本一致，即到 40° 左右之前都是先减小，然后 40° 左右又开始增大，但始终没有超过 0° 的辐射值，可以说明当光伏板水平放置时在当前纬度位置为最优结果。

观察图 9、图 10 可以发现在当前纬度下，控制光伏板的倾角为固定的 β 角，得到光伏板的朝向角在 180° (正南) 左右时，接收到的最大太阳辐射量和辐射总能量均为最大，并且总体呈现对称分布。说明当太阳朝向正南方向时，会得到最优的太阳辐射情况。

综合四个图可以发现，夏季时太阳辐射强度和总能量总体优于其它季节，秋季和春季次之，最后是冬季，符合客观认知。

综上，可以验证本文提出的路灯光伏板朝向模型是符合客观规律的，较为合理的模型，具有实际的应用价值。

5.2 问题二模型建立与求解

5.2.1 基于梯度下降算法的太阳能光伏板朝向模型

本题需要优化光伏板在该城区的朝向来使在晴天条件下受到的太阳直射辐射日均总能量最大，因此可以建立基于梯度下降算法的无约束单目标优化模型，目标函数为日均太阳光总能量最大，表示为式(2.1):

$$\max E = \frac{1}{n} \int_{i=1}^n \int_{t_{sunrise}}^{t_{sunset}} I_{Bi}(t) dt, n = 365 \quad (2.1)$$

但是为了简化问题，我们假设了每个月的 15 号就可以代表当月的一个整体太阳照射情况，并且我们计算每天的照射总能量时也是借助离散时间来近似的，综上因此可以得到式：

$$\max E = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \sum_{t_{sunrise}}^{t_{sunset}} I_{Bi}(t) dt, k = 12 \quad (2.2)$$

其中， $I_{Bi}(t)$ 代表第 i 个月的 15 号在离散时刻的瞬时照射强度。

由于梯度下降算法对于初始迭代点以及参数的选取较为敏感，选取不当就会陷入局部最优解，因此这里参考 5.1.4 中的灵敏度分析来进行求解，在图 9、图 10 中都是朝向角 $Z_s = 180^\circ$ 时为最优，而在图 7、图 8 中显示倾角 $\beta = 0^\circ$ 为最优。

因此可以选取 $Z_s = 180^\circ, \beta = 0^\circ$ 作为初始点。接着需要计算梯度的更新公式：

a) 对朝向角 Z_s 求偏导数

$$\frac{\partial I_{tilt,i}(Z_s, \beta)}{\partial Z_s} = I_{DN,i} \cdot (\cos \alpha \cdot \sin \beta \cdot \sin(r_s - Z_s)) \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial E(Z_s, \beta)}{\partial Z_s} = \sum_{i=1}^N \frac{\partial I_{tilt,i}(Z_s, \beta)}{\partial Z_s} \quad (2.4)$$

b) 对倾角 β 求偏导数

$$\frac{\partial I_{tilt,i}(Z_s, \beta)}{\partial \beta} = I_{DN,i} \cdot (-\sin(\alpha) \cdot \sin(\beta) + \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) \cdot \cos(r_s - Z_s)) \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial E(Z_s, \beta)}{\partial \beta} = \sum_{i=1}^N \frac{\partial I_{tilt,i}(Z_s, \beta)}{\partial \beta} \quad (2.6)$$

有了上面两个梯度后，就可以在每次迭代中更新朝向角和倾角：

$$\begin{aligned} Z_s &= Z_s - \eta \frac{\partial E}{\partial Z_s} \\ \beta &= \beta - \eta \frac{\partial E}{\partial \beta} \end{aligned} \quad (2.7)$$

在不断的调试算法过程中认为学习率 $\eta = 10^{-8}$ 为最佳，最终求得在当前纬度下最优的倾角为：**35.38°**，最优朝向角为：**180.00°**，日均最大能量为：**14226.47KJ**。

5.2.2 使用网格搜索算法对梯度结果进行修正

网格搜索法的基本思想是将二维或三维空间划分为规则的网格格点，来寻找全局最优解或次优解。在本题中为三维空间,x 轴与 y 轴分别表示光伏板的朝向角与倾角，z 轴代表日均总能量。表 3 为算法的伪代码：

表 3

Algorithm:	基于网格算法的太阳能光伏板朝向优化算法
initialize:	$azimuth \in [135^\circ, 225^\circ]$ (光伏板朝向角), $beta \in [0^\circ, 50^\circ]$ (光伏板倾角范围)
1:	for each azimuth(a):
2:	set total_E =0:
3:	for each beta(k):
4:	for each month(i=1~12):
5:	calculate 赤纬角, 太阳高度角, 太阳方位角
6:	for each timepoint(j):
7:	calculate 地面直射强度
8:	end
9:	accumulate today's Total_energy
10:	end
11:	end
12:	if find total_E < Total_energy
13:	updata total_E、best_beta、best_Z
14:	end
15:	end
output:	最优朝向角及倾角 best_Z,best_beta,日均最大总能量 total_E

如图 11，通过网格算法遍历朝向角，可以得到其**全局最优解**，最佳朝向为：
朝向角：180°(正南)，倾角：26.00°，日均总能量：14310.64KJ

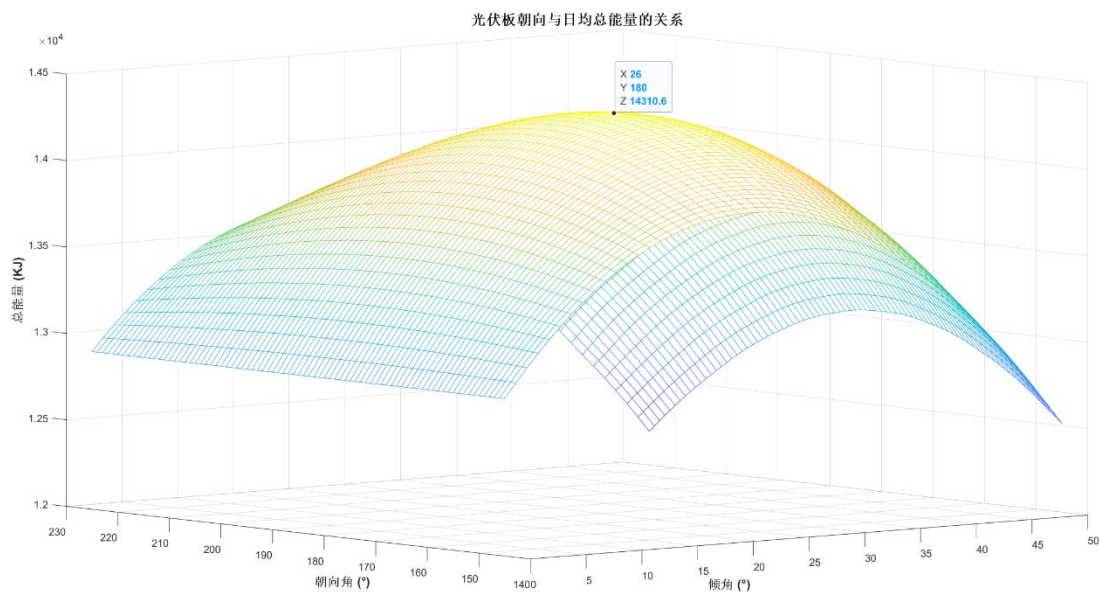


图 11 最优光伏板朝向

5.2.3 模型结果分析

朝向角 180 度意味着光伏板面向正南方向，这是因为在北半球，正南方向可以最大化地接收太阳辐射。从图 11 中可以看出，当朝向角接近 180 度时，日均总能量较高，这与光伏板面向南方接收最多太阳辐射的理论相符。如果朝向角偏离 180 度，尤其是向东西方向偏移时，可以发现日均总能量会下降，因为这样会减少光伏板在太阳路径上的暴露时间。26° 的倾角则是考虑到了该地区纬度与太阳高度角的关系，以达到最大的年平均接收辐射量。在给定的纬度下，一个适当的倾角可以增加光伏板在不同时间段接收到的太阳辐射量。倾角过小（接近 0 度）或过大（接近 90 度）都将导致接收到的辐射量减少，因为它们不能有效地捕获太阳在一天中的辐射。

5.3 问题三的模型建立与求解

5.3.1 基于改进遗传算法的光伏板朝向模型

本问需要考虑到路灯蓄电池与的储电效率高，触电量两个目标条件，而对于约束条件也很明显，即上午太阳直射强度需要大于 150 W/m^2 ，下午大于 100 W/m^2 ，综上就可以建立多目标优化模型如式(3.1)：

$$\begin{aligned}
& \min F = [-E \quad -t] \\
& s.t. \begin{cases} I_B(j) > 150 \quad \text{and} \quad j \leq 13 \\ I_B(j) > 100 \quad \text{and} \quad j > 13 \\ \beta \in [0, \pi/2] \\ Z_s \in [3 \cdot \pi/4, 5 \cdot \pi/4] \\ j \in [1, 2, \dots, 27] \end{cases} \\
& \text{其中: } E = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \sum_{t_{\text{sunrise}}}^{t_{\text{sunset}}} I_{Bi}(t) dt, k=12, \text{代表日均总照射量} \\
& t = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \sum_{t_{\text{sunrise}}}^{t_{\text{sunset}}} tt \, dt, k=12, \text{代表日均太阳直射辐射时长} \quad (3.1) \\
& I_{Bi}(t) \text{代表第} i \text{个月的15号在离散时刻的瞬时照射强度} \\
& tt \text{代表满足约束的时间段}
\end{aligned}$$

由于是多目标优化问题，因此将采用非支配排序遗传算法来有效解决这个问题，算法流程如表 4：

表 4

Algorithm:	基于 NSGA-II 的光伏板朝向算法
initialization:	随机生成初始种群，每个个体包括不同纬度光伏板朝向角和倾角
step 1:	计算个体适应度来进行选择，交叉和变异
step 2:	评估目标函数（根据适应度值）
step 3:	非支配排序。Pareto 最优前沿个体为最优
step 4:	拥挤距离计算及环境选择。保留拥挤距离较大的个体及非支配个体
step 5:	收敛判定
step 6:	如果不收敛则返回 step 1
Output:	Pareto 最优解集，即不同纬度下最优光伏板朝向角和倾角

5.3.2 模型求解

先求解题目中给定纬度下的最优储电效率与储电量，即 $\varphi = 30^\circ 35'$ 。使用改进遗传算法求得的 5 组解如表 5：

表 5

组号	$\beta(^{\circ})$	$Z_s(^{\circ})$	$t(h)$	$E(1 \times 10^4 \text{ KJ})$
1	24.9936	183.5322	8.458	1.43

2	25.5531	180.1287	8.375	1.431
3	25.5675	180.1851	8.417	1.431
4	22.8486	186.9878	8.542	1.428
5	24.4723	185.2830	8.5	1.43
平均值	24.6870	183.2233	8.458	1.43

通过对比 5.2.2 中的结果，可以发现只需要微小调整就可以满足储电效率与触电量同时最优，也验证了问题二中解的正确性。图 12 为算法求出的解的示意图，可以根据具体的需求来进行调整，比如需要储电量更多那就选择靠近左上方的点，如果需要当前的效率最优那就选择右下方的点。如果没有具体的要求可以选择均值作为最优解，即靠中间位置的点。

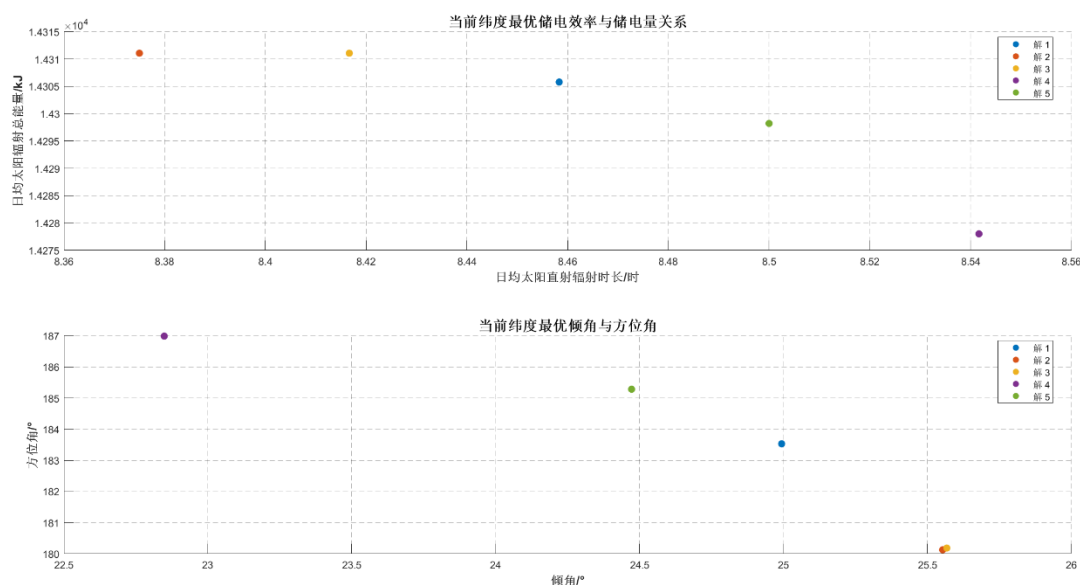


图 12 最优解

5.3.3 模型推广

在 5.3.2 中只是解出了当前纬度下最优的日均辐射时长和总能量，但是在不同的纬度范围内，其得到的结果以及最优倾角与方位角肯定是不一样的，因此这里将北纬划分为 9 份，然后具体求每一个纬度范围内的最优解。

表 6

纬度范围	最优倾角	最优方向角	太阳直射时长(h)	太阳直射总能量(KJ)
0~10	↓ 5.68800024	↑ 195.784357	8.921296296	16284.81352
10~20	↓ 13.1859433	↓ 171.086794	8.763888889	15852.76687
20~30	↓ 21.5167583	→ 176.71554	8.578703704	14992.57783
30~40	→ 28.7253028	→ 181.076619	8.270833333	13652.89597
40~50	→ 35.3862192	→ 180.109589	7.628571429	11788.08289
50~60	→ 42.4420607	→ 180.512212	6.354166667	9495.136762
60~70	↑ 45.9552853	→ 179.450717	5.128571429	7300.834376
70~80	↑ 60.6544792	↓ 159.319113	4.283333333	5036.528999
80~90	↑ 55.9776298	↑ 184.791472	3.21547619	3446.073236

如表 6 所示，为在不同的纬度范围所得到的太阳直射时长与太阳总能量，其可以明显的发现，越靠近赤道所得到的太阳辐射总能量最大，太阳直射时长最长，这是因为赤道太阳高度角最大，在全年都能够接收到很强烈的太阳辐射。观察图 13 可以发现光伏板的最优倾角会随着纬度增高而变大，而朝向角会随着纬度减小而变大。

随着纬度的增加，太阳的高度角会变小，光伏板需要更大的倾角来捕捉低角度的太阳光，从而提高太阳能转化效率。对于朝向角而言，随着纬度的增加，太阳的路径会变得更加倾斜，尤其在冬季，为了最大化的捕捉到太阳的辐射，光伏板的朝向角需要向偏向东南或西南方向，以适应太阳的升起和落下。

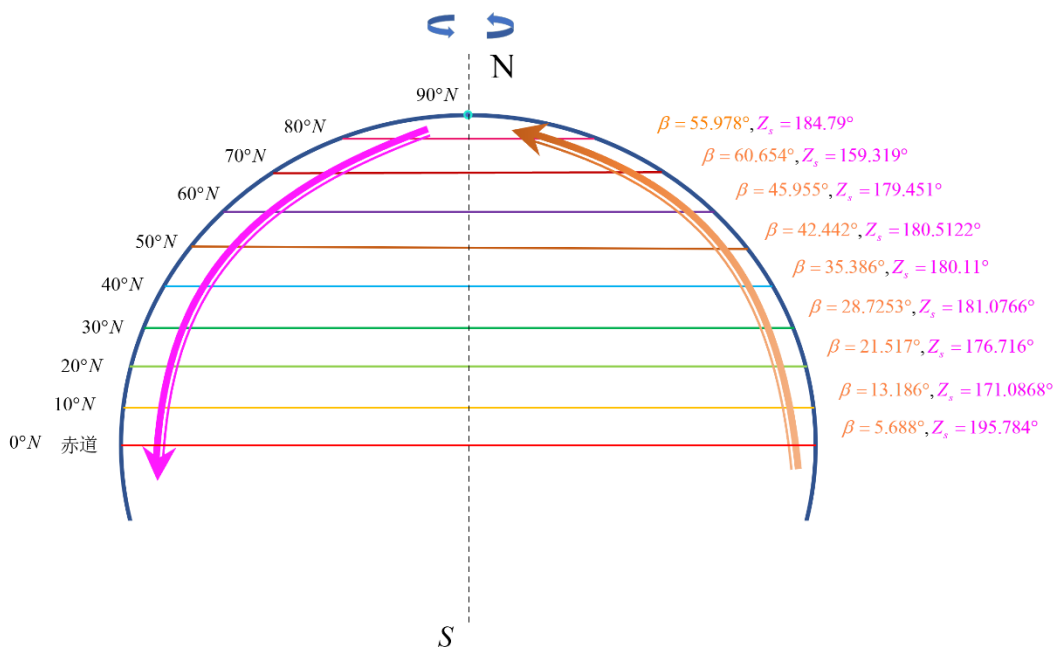


图 13 最优倾角与朝向角随纬度的变化

六、模型评价与改进

6.1 模型优点

- ☺ 本文的所有模型始终基于数学理性思维，利用几何分析知识，微积分，优化模型来建立模型，并且对模型进行结论分析、灵敏度检验、模型建立、模型验证等步骤。
- ☺ 在问题三的求解中，我们对模型进行了推广，基于改进遗传算法求得了在不同纬度下的最优朝向角度和倾角，使模型更具有普适性。
- ☺ 由于本文中涉及到的变量较多，并且每一个参数的微小改变都会对最终的优化模型求解产生巨大的影响，因此本文使用控制变量方法来对多个变量进行灵敏度分析，并根据灵敏度分析的结果确定最优解的范围。

6.2 模型不足

- ☺ 本文对于大气透过率的估计较为保守，具体的求解还需要大量的数据才能清除。
- ☺ 本文建立的路灯光伏板朝向模型中，光伏板是固定的，但在实际的应用过程中可能随着太阳赤纬角、高度角的变化而自动变化角度能够获得更优的日均辐射总能量与辐射时长。

6.3 模型改进

本文模型假定在晴天条件下估计日均总能量与太阳直射辐射时长，但实际一年中会有大量的阴天与雨天，这些天气条件会显著影响太阳辐射强度和光伏板的实际发电量。因此，需要通过以下方法对模型进行改进：

- i. 引入天气因素
 - 通过统计分析，计算不同天气条件下的太阳辐射强度。
 - 根据各类天气的出现概率，修正日均总能量和太阳直射辐射时长的估计值。
- ii. 调整大气透过率
 - 在阴天和雨天条件下，太阳辐射会受到更大的大气衰减。
 - 根据不同天气类型调整大气透过率，以获得更加准确的辐射强度估计。
- iii. 模型验证与参数调整

- 通过对比不同纬度和季节的实际发电数据，验证和调整模型参数。
- 提升模型在各种气候条件下的适用性和鲁棒性。

七、参考文献

- [1] 梅晓妍, 王民权, 邹琴梅, et al. 任意朝向的光伏电池板最佳安装倾角的研究[J]. 电源技术, 2014, 38(04): 687-690,733.
- [2] 林媛.太阳辐射强度模型的建立及验证[J].安徽建筑工业学院学报（自然科学版）,2007,15(5):44-46
- [3] 韩斐,潘玉良,苏忠贤.固定式太阳能光伏板最佳倾角设计方法研究[J].工程设计学报,2009,16(5):348-353

八、附录

附录清单：

附件一：code1 问题 1 问题求解代码

附件二：code2 问题 1 灵敏度分析代码

附件三：code3 问题 2 梯度下降算法代码

附件四：code4 问题 2 网格搜索代码

附件五：code5 问题 3 基于 NSGA-II 求解当前纬度下代码

附件六：code6 问题 3 模型推广代码

附件七：OptimizationResults.xlsx 模型推广结果

附件一：

code1：求解大气透射率、每个月辐射强度与总能量、结果分析

%%%%%%%%%% 模型参数求解 求大气透射率 %%%%%%%%%%

clear; clc;

% 读取数据

w1 = xlsread("附件.xlsx", 'sheet1');

w2 = xlsread("附件.xlsx", 'sheet2');

% 本地纬度

wd = deg2rad(30.58);

% 检测时间（小时）

t = 24 * w1(:, 1);

% 到地强度

I_DN = w1(:, 2);

% 太阳时角

sj = pi / 12 * (t - 12);

% 太阳赤纬角，2023 年 5 月 23 日

D = 143;

```

delta = 23.45 * sind((360 / 365) * (D - 81)); % 太阳赤纬角
delta = deg2rad(delta); % 转换为弧度

% 太阳高度角
sin_gdj = cos(delta) * cos(wd) * cos(sj) + sin(delta) * sin(wd);
gdj = asin(sin_gdj);

% 太阳方位角
cos_fwj = (sin(delta) - sin(gdj) .* sin(wd)) ./ (cos(gdj) .* cos(wd));
fwj = acos(cos_fwj);

%% 计算 K 值
% 大气层外层的辐射强度
I0 = 1334;
KL = sin(gdj).*log(I0./I_DN);
KL0 = movmean(KL,3);
KL0 = mean(KL0);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% 第一问模型求解 %%%%%%%%%%%%%%%
clc,clear,close all

%% 每个月 15 号
date = [14,46,74,105,135,166,196,227,258,288,319,349];

% 大气透过率
KL = 0.5553;

% 当地纬度
fai = deg2rad(30.58);

% 大气层外太阳辐射强度(W/m²)
I0 = [1405,1394,1378,1353,1334,1316,1308,1315,1330,1350,1372,1392];

% 时间序列(h)
time = 6:0.5:19;

```



```

time = time';
% 太阳时角(弧度)
omega = pi/12*(time-12);
% 每月 15 日的太阳赤纬角
delta = zeros(12,1);
alpha = zeros(12,27);
r_s = zeros(12,27);
I_DN = zeros(12,27);
for i = 1:12
    n = date(i);
    % 第 i 个月的太阳赤纬角(弧度)
    delta(i) = deg2rad(23.45 * sind((360/365)*(n-81)));
    % 太阳高度角
    alpha(i,:) = asin(cos(delta(i))*cos(fai)*cos(omega) + sin(delta(i))*sin(fai));
    % 太阳方位角
    r_s(i,:) = acos((sin(delta(i)) - sin(alpha(i,:)).*sin(fai)) ./
(cos(alpha(i,:)).*cos(fai)));
    % 地面直射强度
    for j = 1:27
        if alpha(i,j) > 0
            I_DN(i,j) = I0(i) .* exp(-KL ./ sin(alpha(i,j)));
        end
    end
end

% 光伏板的倾角
beta = [20,40,60];beta = deg2rad(beta);

I_B = zeros(3,27);
% 不同倾斜角度下的辐射强度和总辐射能量

```

```

    for k = 1:length(beta)
        % 直射太阳板的强度(考虑到了余弦损失)
        %  $I_B(k,:) = -I_{DN}(i,:) \cdot \sin(\alpha(i,:) + \beta(k)) \cdot \cos(\text{abs}(r_s(i,:)))$ ;
         $I_B(k,:) = I_{DN}(i,:) \cdot \text{abs}(\sin(\alpha(i,:)) \cdot \cos(\beta(k)) + \cos(\alpha(i,:)) \cdot \sin(\beta(k)) \cdot \cos(r_s(i,:)))$ ;

        E = trapz(time,I_B(k,:)*3600);
        fprintf('第%d 个月光伏板倾角 %d° 时的最大太阳直射强度:%.2f\n',i,rad2deg(beta(k)),max(I_B(k,:)));
        fprintf('第%d 个月光伏板倾角 %d° 时的太阳直射辐射总能量: %.2f\n', i,rad2deg(beta(k)), E);
    end
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% 模型结果分析 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
beta = [20, 40, 60];
beta = deg2rad(beta);
% 初始化存储变量
max_intensity = zeros(12, 3);
total_energy = zeros(12, 3);
delta = zeros(12,1);
alpha = zeros(12,27);
r_s = zeros(12,27);
I_DN = zeros(12,27);
for i = 1:12
    n = date(i);
    % 第 i 个月的太阳赤纬角(弧度)
    delta(i) = deg2rad(23.45 * sind((360/365)*(n-81)));
    % 太阳高度角
    alpha(i,:) = asin(cos(delta(i))*cos(fai)*cos(omega) + sin(delta(i))*sin(fai));

```

```

% 太阳方位角
r_s(i,:) = acos((sin(delta(i)) - sin(alpha(i,:)).*sin(fai)) ./
(cos(alpha(i,:)).*cos(fai)));
% 地面直射强度
for j = 1:27
    if alpha(i,j) > 0
        I_DN(i,j) = I0(i) .* exp(-KL ./ sin(alpha(i,j)));
    end
end
I_B = zeros(3,27);
% 计算不同倾斜角度下的辐射强度和总辐射能量
for k = 1:length(beta)
    I_B(k,:) = I_DN(i,:) .* abs(sin(alpha(i,:)) .* cos(beta(k)) + cos(alpha(i,:)) .*
sin(beta(k)) .* cos(r_s(i,:)));
    max_intensity(i, k) = max(I_B(k,:));
    total_energy(i, k) = trapz(time, I_B(i,:)*3600);
end
end

% 绘制最大太阳直射强度变化情况
figure;
for k = 1:length(beta)
    subplot(3,1,k);
    plot(1:12, max_intensity(:, k), '-s','Color','#D95319','LineWidth',2);
    title(['每月 15 日最大太阳直射强度 (倾角 ' num2str(rad2deg(beta(k))) '° )'],
'FontSize', 14, 'FontWeight', 'bold');
    xlabel('月份', 'FontSize', 12, 'FontWeight', 'bold');
    ylabel('强度 (W/m²)', 'FontSize', 12, 'FontWeight', 'bold');
    xlim([1,12])
end

```

```

        grid on;
end

% 绘制总辐射能量变化情况
figure;
for k = 1:length(beta)
    subplot(3,1,k);
    plot(1:12, total_energy(:, k), '-h','Color','#A2142F','LineWidth',2);
    title(['每月 15 日太阳直射辐射总能量 (倾角 ' num2str(rad2deg(beta(k)))
'° )'], 'FontSize', 14, 'FontWeight', 'bold');
    xlabel('月份', 'FontSize', 12, 'FontWeight', 'bold');
    ylabel('能量 (J)', 'FontSize', 12, 'FontWeight', 'bold');
    xlim([1,12])
    grid on;
end

```

附件二：

code2：对问题一的灵敏度分析

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% 倾角变化 %%%%%%%%%
date = [14, 46, 74, 105, 135, 166, 196, 227, 258, 288, 319, 349];
% 大气透过率
KL = 0.5553;
% 当地纬度
fai = deg2rad(30.58);
% 大气层外太阳辐射强度(W/m²)
I0 = [1405, 1394, 1378, 1353, 1334, 1316, 1308, 1315, 1330, 1350, 1372, 1392];
% 时间序列(h)
time = 6:0.5:19;
time = time';
% 太阳时角(弧度)

```

```

omega = pi/12 * (time - 12);

% 光伏板的倾角从 0 到 90 度变化
beta_range = 0:1:90;
beta_range_rad = deg2rad(beta_range);

% 初始化存储变量
max_intensity = zeros(12, length(beta_range));
total_energy = zeros(12, length(beta_range));
delta = zeros(12,1);
alpha = zeros(12,27);
r_s = zeros(12,27);
I_DN = zeros(12,27);

for i = 1:12
    n = date(i);
    % 第 i 个月的太阳赤纬角(弧度)
    delta(i) = deg2rad(23.45 * sind((360/365)*(n-81)));
    % 太阳高度角
    alpha(i,:) = asin(cos(delta(i))*cos(fai)*cos(omega) + sin(delta(i))*sin(fai));
    % 太阳方位角
    r_s(i,:) = acos((sin(delta(i)) - sin(alpha(i,:)).*sin(fai)) ./
(cos(alpha(i,:)).*cos(fai)));
    % 地面直射强度
    for j = 1:27
        if alpha(i,j) > 0
            I_DN(i,j) = I0(i) .* exp(-KL ./ sin(alpha(i,j)));
        end
    end
end

```

```

I_B = zeros(3,27);
% 计算不同倾斜角度下的辐射强度和总辐射能量
for k = 1:length(beta_range_rad)
    I_B(i,:) = I_DN(i,:) .* abs(sin(alpha(i,:)) .* cos(beta_range_rad(k)) +
cos(alpha(i,:)) .* sin(beta_range_rad(k)) .* cos(r_s(i,:)));
    max_intensity(i, k) = max(I_B(i,:));
    total_energy(i, k) = trapz(time, I_B(i,:)*3600);
end
end

% 绘制最大太阳直射强度变化情况
figure(1);
for i = 1:12
    plot(beta_range, max_intensity(i, :), 'LineWidth', 2);
    hold on;
end
title('最大太阳直射强度随倾角变化', 'FontSize', 14, 'FontWeight', 'bold');
xlabel('倾角 (度)', 'FontSize', 12, 'FontWeight', 'bold');
ylabel('最大太阳直射强度 (W/m²)', 'FontSize', 12, 'FontWeight', 'bold');
legend('1 月', '2 月', '3 月', '4 月', '5 月', '6 月', '7 月', '8 月', '9 月', '10 月', '11 月', '12
月', 'Location', 'Best');
for k = 1:12
    plot(beta_range, total_energy(k,:), 'LineWidth', 2);
    hold on;
end
title('太阳直射辐射总能量随倾角的变化', 'FontSize', 14, 'FontWeight', 'bold');
xlabel('倾角 (度)', 'FontSize', 12, 'FontWeight', 'bold');
ylabel('太阳直射辐射总能量 (J)', 'FontSize', 12, 'FontWeight', 'bold');
legend('1 月', '2 月', '3 月', '4 月', '5 月', '6 月', '7 月', '8 月', '9 月', '10 月', '11 月', '12

```

```

月', 'Location', 'Best');
grid on;
hold off;

%%%%%%%%%%%%%% 朝向角变化 %%%%%%%%%%%%%%%

clc, clear, close all

%% 每个月 15 号
date = [14, 46, 74, 105, 135, 166, 196, 227, 258, 288, 319, 349];
% 大气透过率
KL = 0.5553;
% 当地纬度
fai = deg2rad(30.58);
% 大气层外太阳辐射强度(W/m²)
I0 = [1405, 1394, 1378, 1353, 1334, 1316, 1308, 1315, 1330, 1350, 1372, 1392];
% 时间序列(h)
time = 6:0.5:19;
time = time';
% 太阳时角(弧度)
omega = pi/12 * (time - 12);

% 光伏板的倾角
beta = [10, 20, 30];
beta = deg2rad(beta);

% 朝向角从东到南再到西(弧度)
azimuth = deg2rad(0:1:360);

% 结果存储
max_I_B = zeros(12, length(azimuth), length(beta));

```

```

total_energy = zeros(12,length(azimuth),length(beta));

% 太阳赤纬角，太阳高度角和太阳方位角
delta = zeros(12,1);
alpha = zeros(12,27);
r_s = zeros(12,27);
I_DN = zeros(12,27);
I_B = zeros(3,27);
for i = 1:12
    n = date(i);
    % 第 i 个月的太阳赤纬角(弧度)
    delta(i) = deg2rad(23.45 * sind((360/365)*(n-81)));
    % 太阳高度角
    alpha(i,:) = asin(cos(delta(i))*cos(fai)*cos(omega) + sin(delta(i))*sin(fai));
    % 太阳方位角
    r_s(i,:) = acos((sin(delta(i)) - sin(alpha(i,:)).*sin(fai)) ./
(cos(alpha(i,:)).*cos(fai)));
    % 地面直射强度
    for j = 1:27
        if alpha(i,j) > 0
            I_DN(i,j) = I0(i) .* exp(-KL ./ sin(alpha(i,j)));
        end
    end
end

% 计算不同方位角和倾斜角度下的辐射强度
for a = 1:length(azimuth)
    for k = 1:length(beta)
        % 不同倾斜角度下的辐射强度
        I_B(i,:) = I_DN(i,:).*

```



```

abs(cos(alpha(i,:)).*cos(r_s(i,:)).*sin(beta(k)).*cos(azimuth(a))      +
cos(alpha(i,:)).*sin(azimuth(a)).*sin(beta(k)).*sin(r_s(i,:))          +
sin(alpha(i,:)).*cos(beta(k)));
        max_I_B(i, a, k) = max(I_B(i,:));
        total_energy(i,a,k) = trapz(time, I_B(i,:)*3600);
    end
end
end

% 绘制结果
figure(1);
for k = 1:length(beta)
    subplot(length(beta), 1, k);
    hold on;
    for i = 1:12
        plot(rad2deg(azimuth), max_I_B(i, :, k),'LineWidth',1);
    end
    xlim([0,360])
    hold off;
    xlabel('朝向角 (度)', 'FontSize', 12, 'FontWeight', 'bold');
    ylabel('最大辐射强度 (W/m²)', 'FontSize', 12, 'FontWeight', 'bold');
    title(['光伏板倾角 ', num2str(rad2deg(beta(k))), '° 时的最大太阳辐射强度
'], 'FontSize', 14, 'FontWeight', 'bold');
    legend(arrayfun(@(x) ['第', num2str(x), '个月'], 1:12, 'UniformOutput', false));
end
figure(2);
for k = 1:length(beta)
    subplot(length(beta), 1, k);
    hold on;

```

```

    for i = 1:12
        plot(rad2deg(azimuth), total_energy(i, :, k), 'LineWidth', 1);
    end
    xlim([0, 360])
    hold off;
    xlabel('朝向角 (度)', 'FontSize', 12, 'FontWeight', 'bold');
    ylabel('辐射总能量 (W/m²)', 'FontSize', 12, 'FontWeight', 'bold');
    title(['光伏板倾角 ', num2str(rad2deg(beta(k))), '° 时的太阳辐射总能量'],
'FontSize', 14, 'FontWeight', 'bold');
    legend(arrayfun(@(x) ['第', num2str(x), '个月'], 1:12, 'UniformOutput', false));
end

```

附件三：

code3: 梯度下降算法求解模型

```

%% 使用梯度下降策略求解
clc, clear, close all

% 参数初始化
date = [14, 46, 74, 105, 135, 166, 196, 227, 258, 288, 319, 349]; % 每个月的 15 号
KL = 0.5553; % 大气透过率
latitude = 30 + 35/60; % 当地纬度
fai = deg2rad(latitude);
I0 = [1405, 1394, 1378, 1353, 1334, 1316, 1308, 1315, 1330, 1350, 1372, 1392]; % 大气
层外太阳辐射强度(W/m²)
time = 6:0.5:19; % 时间序列(h)
time = time';
omega = deg2rad(15 * (time - 12)); % 太阳时角(弧度)
delta = zeros(12, 1); % 赤纬角
alpha = zeros(12, 27); % 太阳高度角
r_s = zeros(12, 27); % 太阳方位角

```

```

I_DN = zeros(12,27); % 地面直射强度

% 梯度下降参数
learning_rate = 1e-8; % 学习率
num_iterations = 1000; % 迭代次数
azimuth = deg2rad(180); % 初始朝向角
beta = deg2rad(26); % 初始倾角

% 梯度下降过程
for iter = 1:num_iterations
    grad_azimuth = 0;
    grad_beta = 0;
    total_E = 0;

    for i = 1:12
        n = date(i);
        % 第 i 个月的太阳赤纬角(弧度)
        delta(i) = deg2rad(23.45 * sin((2*pi/365)*(n+284)));
        % 太阳高度角
        alpha(i,:) = asin(cos(delta(i))*cos(fai)*cos(omega) +
sin(delta(i))*sin(fai));
        % 太阳方位角
        phi_s_temp = acos((sin(delta(i)) - sin(alpha(i, :)) * sin(fai)) ./
(cos(alpha(i, :)) * cos(fai)));
        phi_s = phi_s_temp;
        phi_s(omega >= 0) = 2 * pi - phi_s_temp(omega >= 0);
        r_s(i, :) = phi_s;

        for j = 1:27

```

```

        if alpha(i,j) > 0
            I_DN(i,j) = I0(i) .* exp(-KL ./ sin(alpha(i,j))); % 地面直射强度
        end
    end

    % 计算直射太阳板的强度(考虑到了余弦损失)
    I_B = I_DN(i,:) .* abs(sin(alpha(i,:)) .* cos(beta) + cos(alpha(i,:)) .*
sin(beta) .* cosd(rad2deg(r_s(i,:))-rad2deg(azimuth)));
    % 累积当天的能量值
    E = trapz(time,I_B*3600)/1000;
    total_E = total_E + E; % 累加每个月能量值

    % 计算梯度
    grad_azimuth = grad_azimuth + sum(I_DN(i,:) .* (sind(rad2deg(r_s(i,:))-
rad2deg(azimuth))));
    grad_beta = grad_beta + sum(I_DN(i,:) .* (-sin(alpha(i,:)) .* sin(beta) +
cos(alpha(i,:)) .* cos(beta) .* cosd(rad2deg(r_s(i,:))-rad2deg(azimuth))));
    end

    % 更新参数
    azimuth = azimuth - learning_rate * grad_azimuth;
    beta = beta - learning_rate * grad_beta;
end

% 输出最优结果
fprintf('最优固定倾角为: %.2f° \n', rad2deg(beta));
fprintf('最优固定朝向角为: %.2f° \n', rad2deg(azimuth));
fprintf('日均最大总能量为: %.2f\n', total_E/12);

```

附件四：

code4: 网格算法对梯度下降解进行修正

```
%% 第二问，使用网格算法来进行求解
%% 通过每个月的 15 号来近似该月的情况，我们的目标是使 12 个月的（只
对应 12 个数据）
%% 辐射总能量达到最大，通过之前对该地的灵敏度检验，已经确定了该地的
最优朝向角
%% 应该在 135~225° 之间，通过网格算法来确定个朝向角对应的最优倾角。
clc, clear, close all

date = [14,46,74,105,135,166,196,227,258,288,319,349]; % 每个月的 15 号
KL = 0.5553; % 大气透过率
% 当地纬度
latitude = 30 + 35/60;
fai = deg2rad(latitude);
I0 = [1405,1394,1378,1353,1334,1316,1308,1315,1330,1350,1372,1392]; % 大气
层外太阳辐射强度(W/m²)
time = 6:0.5:19; % 时间序列(h)
time = time';
% 太阳时角(弧度)
omega = deg2rad(15 * (time - 12));

azimuth = deg2rad(145:1:225); % 光伏板的朝向角从 60~75 度变化
beta_range_rad = deg2rad(0:1:50); % 光伏板的倾角从 0~50 度变化

delta = zeros(12,1); % 赤纬角
alpha = zeros(12,27); % 太阳高度角
r_s = zeros(12,27); % 太阳方位角
I_DN = zeros(12,27); % 地面直射强度
```

```

total_E = zeros(length(beta_range_rad), length(azimuth)); % 每年总能量

for a = 1:length(azimuth)
    for k = 1:length(beta_range_rad)
        for i = 1:12
            n = date(i);

            % 第 i 个月的太阳赤纬角(弧度)
            delta(i) = deg2rad(23.45 * sin((2*pi/365)*(n+284)));
            % 太阳高度角
            alpha(i,:) = asin(cos(delta(i))*cos(fai)*cos(omega) +
sin(delta(i))*sin(fai));
            % 太阳方位角
            % r_s(i,:) = acos((sin(delta(i))-sin(alpha(i,:)).*sin(fai)) ./
(cos(alpha(i,:)).*cos(fai))));
            phi_s_temp = acos((sin(delta(i)) - sin(alpha(i, :)) * sin(fai)) ./
(cos(alpha(i, :)) * cos(fai)));
            phi_s = phi_s_temp;
            phi_s(omega >= 0) = 2 * pi - phi_s_temp(omega >= 0);
            r_s(i, :) = phi_s;

            for j = 1:27
                if alpha(i,j) > 0
                    I_DN(i,j) = I0(i) .* exp(-KL ./ sin(alpha(i,j))); % 地面直射
强度
                end
            end

            % 计算直射太阳板的强度(考虑到了余弦损失)

```

```

        I_B = I_DN(i,:) .* abs(sin(alpha(i,:)) .* cos(beta_range_rad(k)) +
cos(alpha(i,:)) .* sin(beta_range_rad(k)) .* cosd(rad2deg(r_s(i,:))-
rad2deg(azimuth(a))));

        % 累积当天的能量值

        E = trapz(time,I_B*3600)/1000;

        total_E(k,a) = total_E(k,a) + E; % 累加每个月的能量值

    end

end

end

% 找到最大能量及对应的倾角和朝向角
[compare_E, index] = max(total_E(:));
[best_k, best_a] = ind2sub(size(total_E), index);
best_beta = beta_range_rad(best_k);
best_Z = azimuth(best_a);

fprintf('最优固定倾角为: %.2f° \n', rad2deg(best_beta));
fprintf('最优固定朝向角为: %.2f° \n', rad2deg(best_Z));
fprintf('日均最大总能量为: %.2f\n', compare_E/12);

% 绘制三维网格图
[Beta, Azimuth] = meshgrid(rad2deg(beta_range_rad), rad2deg(azimuth));
figure;
mesh(Beta, Azimuth, total_E./12);
xlabel('倾角 (°)', 'FontSize', 12, 'FontWeight', 'bold');
ylabel('朝向角 (°)', 'FontSize', 12, 'FontWeight', 'bold');
zlabel('总能量 (KJ)', 'FontSize', 12, 'FontWeight', 'bold');
title('光伏板朝向与日均总能量的关系', 'FontSize', 14, 'FontWeight', 'bold');

```

附件五:

code5: 基于 NSGA-II 求解当前纬度下的最优解

```
%%%%%%%%%%%%%% 当前纬度最优解 %%%%%%%%%%%%%%%  
clc, clear;  
latitude = 30 + 35/60;  
fitnessfcn = @(x) fun(x, latitude);  
nvars = 2;  
lb = [0, 3*pi/4]; % 下界  
ub = [pi/2, 5*pi/4]; % 上界  
options = optimoptions('gamultiobj', 'PopulationSize', 100, 'MaxGenerations', 300);  
[x, fval] = gamultiobj(fitnessfcn, nvars, [], [], [], [], lb, ub, options);  
% 结果提取  
figure;  
numSolutions = size(fval, 1);  
colors = lines(numSolutions); % 使用默认的 colormap 为每个解生成不同的颜色  
  
% 第一个子图: 储电效率与储电量关系  
subplot(2, 1, 1);  
hold on;  
for i = 1:numSolutions  
    scatter(-fval(i, 1), -fval(i, 2), 50, 'filled', 'MarkerFaceColor', colors(i, :));  
end  
xlabel('日均太阳直射辐射时长/时', 'FontSize', 12, 'FontWeight', 'bold');  
ylabel('日均太阳辐射总能量/kJ', 'FontSize', 12, 'FontWeight', 'bold');  
title('当前纬度最优储电效率与储电量关系', 'FontSize', 14, 'FontWeight', 'bold');  
grid on;  
set(gca, 'GridLineStyle', '--', 'GridColor', 'k', 'GridAlpha', 0.3);  
legend(arrayfun(@(x) sprintf('解 %d', x), 1:numSolutions, 'UniformOutput', false),
```



```

'Location', 'best');
hold off;

% 第二个子图：倾角与方位角关系
subplot(2, 1, 2);
hold on;
for i = 1:numSolutions
    scatter(rad2deg(x(i, 1)), rad2deg(x(i, 2)), 50, 'filled', 'MarkerFaceColor',
colors(i, :));
end
xlabel('倾角/° ', 'FontSize', 12, 'FontWeight', 'bold');
ylabel('方位角/° ', 'FontSize', 12, 'FontWeight', 'bold');
title('当前纬度最优倾角与方位角', 'FontSize', 14, 'FontWeight', 'bold');
grid on;
set(gca, 'GridLineStyle', '--', 'GridColor', 'k', 'GridAlpha', 0.3);
legend(arrayfun(@(x) sprintf('解 %d', x), 1:numSolutions, 'UniformOutput', false),
'Location', 'best');
hold off;

```

附件六

code6: 模型推广代码

```

%%%%%%%%%%%%%% 计算不同纬度范围的最优朝向 %%%%%%%%%%%%%%%
clc, clear;
% 定义纬度范围
latitude_ranges = [0, 10; 10, 20; 20, 30; 30, 40; 40, 50; 50, 60; 60, 70; 70, 80; 80, 90];
num_ranges = size(latitude_ranges, 1);

% 预分配结果矩阵
results = zeros(num_ranges, 5);

```

```

% 设置 Excel 文件名
filename = 'OptimizationResults.xlsx';

for range_idx = 1:num_ranges
    lat_min = latitude_ranges(range_idx, 1);
    lat_max = latitude_ranges(range_idx, 2);
    lat_mean = mean([lat_min, lat_max]);

    % 定义优化问题
    fitnessfcn = @(x) fun(x, lat_mean);
    nvars = 2;
    lb = [0, 3*pi/4]; % 下界
    ub = [pi/2, 5*pi/4]; % 上界
    options = optimoptions('gamultiobj', 'PopulationSize', 100, 'MaxGenerations',
300);
    [x, fval] = gamultiobj(fitnessfcn, nvars, [], [], [], [], lb, ub, options);

    % 计算平均值
    avg_tilt_angle = mean(rad2deg(x(:, 1)));
    avg_azimuth_angle = mean(rad2deg(x(:, 2)));
    avg_efficiency = -mean(fval(:, 1));
    avg_energy = -mean(fval(:, 2));

    % 保存结果
    results(range_idx, :) = [lat_mean, avg_tilt_angle, avg_azimuth_angle,
avg_efficiency, avg_energy];
end

% 写入 Excel 文件

```

```

header = {'纬度范围','最优倾角','最优方向角','储电效率','储电量'};
xlswrite(filename, [header; num2cell(results)]);
function y = fun(x, latitude)
    % x(1)倾角, x(2)方位角
    % y(1)储电效率, y(2)储电量

    date = [14, 46, 74, 105, 135, 166, 196, 227, 258, 288, 319, 349];
    % 大气透过率
    KL = 0.5553;
    % 当地纬度
    fai = deg2rad(latitude);
    % 大气层外太阳辐射强度(W/m²)
    IO = [1405, 1394, 1378, 1353, 1334, 1316, 1308, 1315, 1330, 1350, 1372, 1392];
    % 时间序列(h)
    time = 6:0.5:19;
    time = time';
    % 太阳时角(弧度)
    omega = deg2rad(15 * (time - 12));
    zc = x(2); % 光伏板的方位角（假设为正南方向）
    % 每月 15 日的太阳赤纬角
    delta = zeros(12, 1);
    alpha = zeros(12, 27);
    r_s = zeros(12, 27);
    I_DN = zeros(12, 27);
    t = 0; % 重置 t

    for i = 1:12
        n = date(i);
        % 第 i 个月的太阳赤纬角(弧度)

```

```

delta(i) = deg2rad(23.45 * sind((360 / 365) * (n - 81)));

% 太阳高度角

alpha(i, :) = asin(cos(delta(i)) * cos(fai) * cos(omega) + sin(delta(i)) *
sin(fai));

% 太阳方位角

phi_s_temp = acos((sin(delta(i)) - sin(alpha(i, :)) * sin(fai)) ./
(cos(alpha(i, :)) * cos(fai)));

phi_s = phi_s_temp;

phi_s(omega >= 0) = 2 * pi - phi_s_temp(omega >= 0);

r_s(i, :) = phi_s;

% 地面直射强度

for j = 1:27

    if alpha(i, j) > 0

        I_DN(i, j) = I0(i) .* exp(-KL ./ sin(alpha(i, j)));

    end

end

% 光伏板的倾角

beta = x(1);

% 直射太阳板的强度(考虑到了余弦损失)

I_B = I_DN(i,:) .* abs(sin(alpha(i,:)) .* cos(beta) + cos(alpha(i,:)) .*
sin(beta) .* cosd(rad2deg(r_s(i,:))-rad2deg(zc)));

E(i) = trapz(time, I_B * 3.6); % 日辐射总量

for j = 1:27

    if I_B(j) > 150 && j <= 13

        t = t + 0.5;

    elseif I_B(j) > 100 && j > 13

```

```
        t = t + 0.5;
    end
end
end
y(2) = -sum(E) / 12; % 储电量（取负值用于最小化问题）
y(1) = -t/12; % 储电效率（取负值用于最小化问题）
end
```