

Министерство науки и высшего образования
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Уфимский университет науки и технологий»

Кафедра АСУ

Отчет по лабораторным работам
Дисциплина: «Теория вероятностей и математическая статистика»

Выполнил: ст. гр. ПИ-215Бз
Швецов А.Е.
Проверил: доц. каф. ВМиК
Гаянова М.М.

Лабораторная работа №2

«Повторные независимые испытания. Формула Бернулли»

Цель: научиться находить наивероятнейшие события и вероятность появления события в повторных независимых испытаниях.

Задания:

1. Монета подброшена 10 раз. Найти вероятность того, что герб выпадет: а) от 4 до 6 раз; б) хотя бы один раз.

Задание 1					
	m	n	p	p(A)	Ответ
Пункт А	4	10	0,5	0,205078125	0,65625
	5	10	0,5	0,24609375	
	6	10	0,5	0,205078125	
Пункт Б	1	10	0,5	0,009765625	0,999023438
	2	10	0,5	0,043945313	
	3	10	0,5	0,1171875	
	4	10	0,5	0,205078125	
	5	10	0,5	0,24609375	
	6	10	0,5	0,205078125	
	7	10	0,5	0,1171875	
	8	10	0,5	0,043945313	
	9	10	0,5	0,009765625	
	10	10	0,5	0,000976563	

$$a) P_4(A) = P_{10}(4) + P_{10}(5) + P_{10}(6) = 0,205 + 0,246 + 0,206 = 0,656$$

$$б) P_4(A) = P_{10}(1) + P_{10}(2) + P_{10}(3) + P_{10}(4) + P_{10}(5) + P_{10}(6) + P_{10}(7) + P_{10}(8) + P_{10}(9) + P_{10}(10) = 0,0098 + 0,044 + 0,117 + 0,205 + 0,246 + 0,205 + 0,117 + 0,044 + 0,0098 + 0,001 = 0,999$$

2. Подбрасывается 5 симметричных монет. Найти вероятность того, что: выпало ровно 2 герба; выпало более одного герба.

Задание 2					
	m	n	p	p(A)	Ответ
Пункт А	2	5	0,5	0,3125	0,3125
Пункт Б	2	5	0,5	0,3125	0,8125
	3	5	0,5	0,3125	
	4	5	0,5	0,15625	
	5	5	0,5	0,03125	

W2

а) $P(A) = P_5(2) = \frac{5!}{2!3!} \cdot 0,5^2 \cdot 0,5^3 = 0,3125$

б) $P(A) = P_5(2) + P_5(3) + P_5(4) + P_5(5) = 0,3125 + 0,3125 + 0,15625 + 0,03125 = 0,8125$

3. Всхожесть семян данного растения равна 90 %. Найти вероятность того, что из четырех посеянных семян взойдут: а). три; б) не менее трех.

Задание 3					
	m	n	p	p(A)	Ответ
Пункт А	3	4	0,9	0,2916	0,2916
Пункт Б	3	4	0,9	0,2916	0,9477
	4	4	0,9	0,6561	

W3

а) $P(A) = P_4(3) = \frac{4!}{3!1!} \cdot 0,9^3 \cdot 0,1 = 0,2916$

б) $P(A) = P_4(3) + P_4(4) = 0,2916 + 0,6561 = 0,9477$

4. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найти наиболее вероятное число попаданий в мишень при 5 выстрелах и соответствующую этому числу вероятность.

Задание 4					
	m	n	p	p(A)	Ответ
	4	5	0,8	0,4096	0,4096
					4

W4

а) $np - q \leq k \leq np + q$

$5 \cdot 0,8 - 0,2 \leq k \leq 5 \cdot 0,8 + 0,2$

$3,8 \leq k \leq 4,2$

$k = 4$

б) $P(A) = P_5(4) = \frac{5!}{4!1!} \cdot 0,8^4 \cdot 0,2 = 0,4096$

5. Доля изделий высшего сорта на данном предприятии составляет 30 %. Чему равно наивероятнейшее число изделий высшего сорта в случайно отобранной партии из 75 изделий

Задание 5					
	n	p	q	k	Ответ
np - q	75	0,3	0,7	21,8	22
np + q	75	0,3	0,3	22,8	

$$W_5$$

$$75 \cdot 0,3 - 0,7 \leq k \leq 75 \cdot 0,3 + 0,3$$

$$21,8 \leq k \leq 22,8$$

$$k = 22$$

6. Вероятность того, что станок в течение часа потребует внимания рабочего, равна 0,6. Предполагая, что неполадки в станках независимы, найти вероятность того, что в течение часа внимания рабочего потребует какой-либо станок из четырех, обслуживаемых им.

Задание 6					
	m	n	p	p(A)	Ответ
	1	4	0,6	0,1536	0,1536

$$W_6$$

$$P(A) = P_4(1) = \frac{4!}{3!} \cdot 0,6^1 \cdot 0,4^3 = 0,1536$$

7. Для нормальной работы автобазы на линии должно быть не менее восьми машин, а имеется их десять. Вероятность невыхода каждой автомашины на линию равна 0,1. Найти вероятность нормальной работы автобазы на ближайший день.

Задание 7					
	m	n	p	p(A)	Ответ
	8	10	0,9	0,193710245	0,929809174
	9	10	0,9	0,387420489	
	10	10	0,9	0,34867844	

W7

$$P(A) = P_{10}(8) + P_{10}(9) + P_{10}(10) = 0,19 + 0,39 + 0,35 = 0,93$$

8. Всхожесть семян составляет в среднем 80 %. Найти наивероятнейшее число всхожих среди девяти семян.

Задание 8					
	n	p	q	k	Ответ
np - q	9	0,8	0,2	7	7 и 8
np + q	9	0,8	0,8	8	

W8

$$9 \cdot 0,8 - 0,2 \leq k \leq 9 \cdot 0,8 + 0,8$$

$$7 \leq k \leq 8$$

$$k = 7, 8$$

9. Вычислительное устройство состоит из 1000 элементов, работающих независимо друг от друга. Вероятность отказа каждого элемента за смену равна 0,024. Найти вероятность, что за смену откажут 6 элементов.

Задание 9						
k	n	p	x	$\varphi(x)$	$p(A)$	Ответ
6	1000	0,024	-3,71914	0,000396	0,000082	0,000082

W9

$$x = \frac{6 - 1000 \cdot 0,024}{\sqrt{1000 \cdot 0,024 \cdot 0,976}} = -3,72$$

$$\varphi(-3,72) \approx 0,004$$

$$P_n(k) = \frac{1}{\sqrt{1000 \cdot 0,024 \cdot 0,976}} \cdot 0,004 \approx 0,000082$$

10. Применяемый метод лечения приводит к выздоровлению в 90 % случаев. Какова вероятность того, что из 5 больных поправятся не менее 4?

Задание 10					
	m	n	p	p(A)	Ответ
	4	5	0,9	0,32805	0,91854
	5	5	0,9	0,59049	

W10

$$P_5(4) = \frac{5!}{4!} \cdot 0,9^4 \cdot 0,1 = 0,33$$

$$P_5(5) = \frac{5!}{5! \cdot 0!} \cdot 0,9^5 = 0,59$$

$$P(A) = 0,33 + 0,59 = 0,92$$

11. Два равносильных шахматиста играют в шахматы. Что вероятнее: а) выиграть одну партию из двух или две партии из четырех? б) выиграть не менее двух партий из четырех или не менее трех партий из пяти? Ничьи во внимание не принимаются.

Задание 11					
	m	n	p	p(A)	Ответ
1 из 2	1	2	0,5	0,5	1 из 2
2 из 4	2	4	0,5	0,375	
2 из 4	2	4	0,5	0,6875	2 из 4
	3	4	0,5		
	4	4	0,5		
3 из 5	3	5	0,5	0,5	
	4	5	0,5		
	5	5	0,5		

W11

а) $P_2(1) = \frac{2!}{1! \cdot 1!} \cdot 0,5^2 = 0,5$

$P_4(2) = \frac{4!}{2! \cdot 2!} \cdot 0,5^4 = 0,375$

$P_4(2) < P_2(1)$

б) $P_1(A) = P_4(2) + P_4(3) + P_4(4) = 0,375 + 0,25 + 0,0625 = 0,6875$

$P_2(A) = P_5(3) + P_5(4) + P_5(5) = 0,3125 + 0,1562 + 0,0312 = 0,5$

$P_1(A) > P_2(A)$

12. Вероятность поражения мишени стрелком при одном выстреле равна 0,8. Найти вероятность того, что при 100 выстрелах стрелок поразит мишень ровно 75 раз. Найти наивероятнейшее число попаданий в цель.

Задание 12						
k	n	p	x	$\varphi(x)$	P(A)	Ответ
75	100	0,8	-1,25	0,182649	0,045662	0,045662
		n	p	q	k	Ответ
	np - q	100	0,8	0,2	79,8	80
	np + q	100	0,8	0,8	80,8	

W12

$$a) x = \frac{75 - 100 \cdot 0,8}{\sqrt{100 \cdot 0,8 \cdot 0,2}} = -1,25$$

$$\varphi(-1,25) = 0,1826$$

$$P_{100}(75) = \frac{0,1826}{\sqrt{100 \cdot 0,8 \cdot 0,2}} = 0,0456$$

W13

$$a) P(A) = P_5(5) = \frac{5!}{0,2^5 \cdot 0,8^0} = 0,26$$

$$b) P(A) = P_6(3) + P_6(4) + P_6(5) + P_6(6) = 0,08 + 0,0157 + 0,001 + 0,00006 = 0,096$$

в) см б)

$$z) P(A) = P_6(0) + P_6(1) + P_6(2) = 0,26 + 0,39 + 0,246 = 0,896$$

$$g) P(A) = P_6(2) + P_6(3) + P_6(4) = 0,246 + 0,08 + 0,0157 = 0,341$$

13. Мастер обслуживает шесть однотипных станков. Вероятность того, что станок потребует внимания мастера в течение дня, равна 0,2. Найти вероятность того, что в течение дня мастеру придется вмешаться в работу станков: а) меньше одного раза; б) больше двух раз; в) не меньше трёх раз; г) не больше двух раз; д) от двух до пяти раз.

Задание 13					
	m	n	p	p(A)	Ответ
a	0	6	0,2	0,262144	0,262144
б	3	6	0,2	0,08192	0,09888
	4	6	0,2	0,01536	
	5	6	0,2	0,001536	
	6	6	0,2	6,4E-05	
в	3	6	0,2	0,08192	0,09888
	4	6	0,2	0,01536	
	5	6	0,2	0,001536	
	6	6	0,2	6,4E-05	
г	0	6	0,2	0,262144	0,90112
	1	6	0,2	0,393216	
	2	6	0,2	0,24576	
д	2	6	0,2	0,24576	0,344576
	3	6	0,2	0,08192	
	4	6	0,2	0,01536	
	5	6	0,2	0,001536	

14. Найти вероятность того, что если бросить монету 200 раз, то орел выпадет от 90 до 110 раз

Задание 14						
k1	n	p	x1	$\varphi_1(x)$	p1(A)	Ответ
90	200	0,5	-1,41421	0,146763	0,394669	0,789338
k2	n	p	x2	$\varphi_2(x)$	p2(A)	
110	200	0,5	1,414214	0,146763	0,394669	

$w/4$
 $x_1 = \frac{90 - 200 \cdot 0,5}{\sqrt{200 \cdot 0,5 \cdot 0,5}} = -1,41$
 $\varphi_1(-1,41) = 0,4207$
 $x_2 = \frac{110 - 200 \cdot 0,5}{\sqrt{200 \cdot 0,5 \cdot 0,5}} = 1,41$
 $\varphi_2(1,41) = 0,4207$
 $P = 0,4207 + 0,4207 = 0,8414$

15. Страховая компания заключила 40000 договоров. Вероятность страхового случая по каждому из них в течение года составляет 2%. Найти вероятность, что таких случаев будет не более 870?

Задание 15						
k1	n	p	x1	$\varphi_1(x)$	p1(A)	Ответ
0	40000	0,02	-28,5714	2,2E-178	0,398942	0,797823
k2	n	p	x2	$\varphi_2(x)$	p2(A)	
870	40000	0,02	2,5	0,017528	0,398881	

$$x_1 = \frac{0 - 40000 \cdot 0,02}{\sqrt{40000 \cdot 0,02 \cdot 0,98}} = -28,57 \quad \varphi_1(-28,57) = 0,5$$

$$x_2 = \frac{870 - 40000 \cdot 0,02}{\sqrt{40000 \cdot 0,02 \cdot 0,98}} = 2,5 \quad \varphi_2(2,5) = 0,494$$

$$P(A) = 0,5 + 0,494 = 0,994$$

16. Стоматологическая клиника распространяет рекламные листовки у входа в метро. Опыт показывает, что в одном случае из тысячи следует обращение в клинику. Найти вероятность того, что при распространении 50 тыс. листов число обращений будет:

- а) равно 41,
б) находиться в границах от 36 до 47.

Задание 16						
k1	n	p	x1	$\varphi_1(x)$	p1(A)	Ответ
41	50000	0,001	-1,27343	0,177329	0,025091	0,420657
k2	n	p	x2	$\varphi_2(x)$	p2(A)	
36	50000	0,001	-1,98089	0,056084	0,420657	
k3	n	p	x3	$\varphi_3(x)$		
47	50000	0,001	-0,42448	0,364573		

$$a) x_1 = \frac{41 - 50000 \cdot 0,001}{\sqrt{50000 \cdot 0,001 \cdot 0,999}} = -1,27 \quad \varphi(-1,27) = 0,177$$

$$P_n(k) = \frac{0,177}{\sqrt{50000 \cdot 0,001 \cdot 0,999}} = 0,025$$

$$b) x_1 = \frac{36 - 50000 \cdot 0,001}{\sqrt{50000 \cdot 0,001 \cdot 0,999}} = -1,98$$

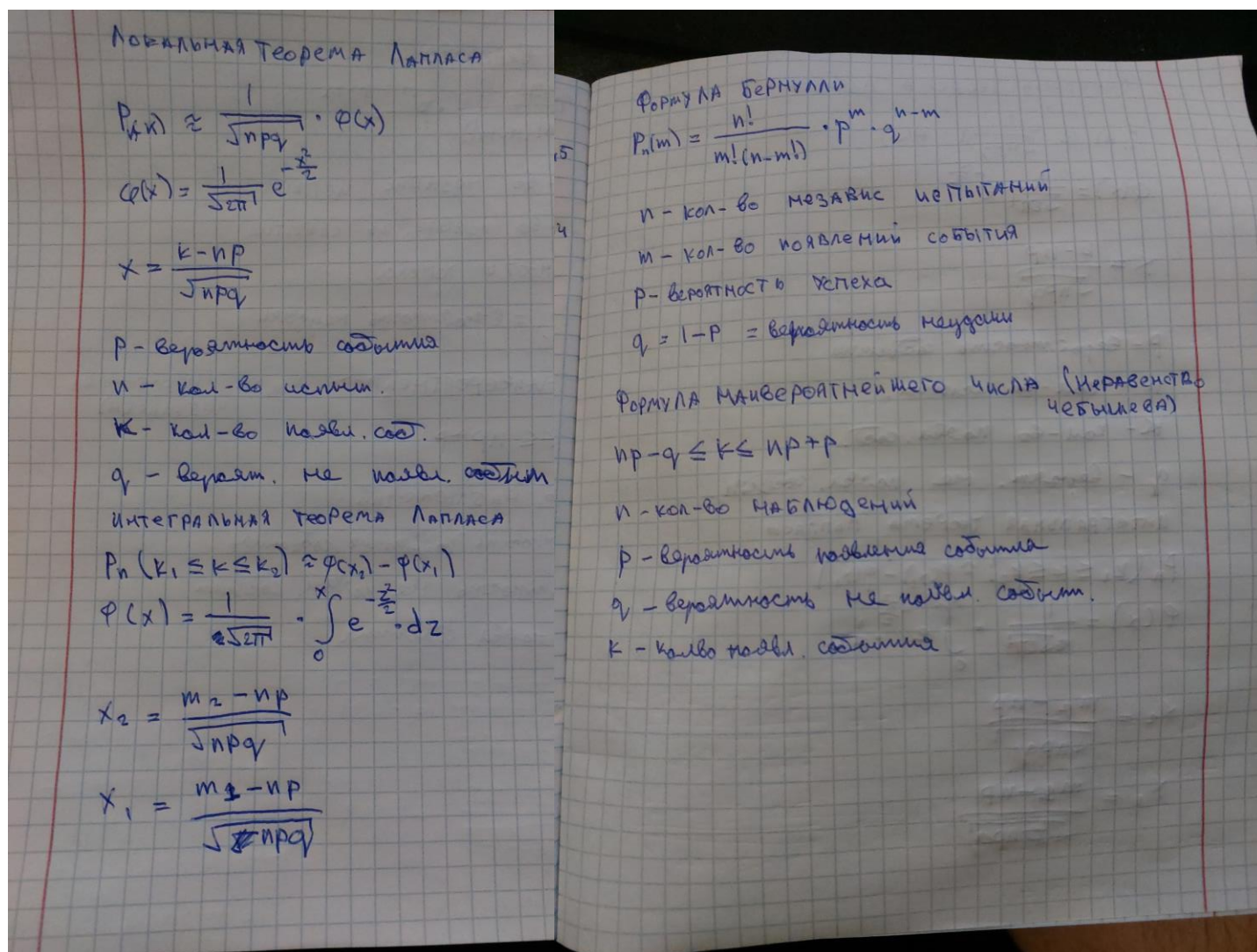
$$x_2 = \frac{47 - 50000 \cdot 0,001}{\sqrt{50000 \cdot 0,001 \cdot 0,999}} = 0,42$$

$$\varphi_1(-1,98) = 0,4661$$

$$\varphi_2(0,42) = 0,1628$$

$$P(A) = 0,4661 + 0,1628 = 0,6289$$

Теория, используемая для решения:



Ответы:

№	1 а	1 б	2 а	2 б	3 а	3 б	4 а	4 б	5
Ответ	0,65625	0,999023	0,3125	0,8125	0,2916	0,9477	0,4096	4	22

№	6	7	8	9	10	11 а	11 б	12 а	12 б
Ответ	0,1536	0,929809	7 и 8	0,000082	0,91854	1 из 2	2 из 4	0,045662	80

№	13 а	13 б	13 в	13 г	13 д	14	15	16 а	16 б
Ответ	0,262144	0,09888	0,09888	0,90112	0,344576	0,789338	0,797823	0,025091	0,420657