



Pesquisa Operacional - Prova 03

Análise de Sensibilidade, Dualidade e PERT/CPM

Data: 05-04-2021

- Professor: Felipe Reis
- Aluno: Lucas Mateus Fernandes (0035411)

Pontuação

Valor: 15 pontos

Duração da prova

A prova tem duração de 2 horas.

Perda de pontos por atraso na entrega

A prova terá uma tolerância de 15 minutos para entrega.
Após o período de tolerância, a prova não será mais aceita.

Pontuação

- Questões Seção A: 8 pontos (1 + 1 + 2 + 2 + 2).
- Questões Seção B: 7 pontos (2+1+1+1+1+1+1).

Instruções

Após a conclusão da prova, gere um arquivo em formato *.pdf* e submeta-o na atividade correspondente à Prova 03, no Google Classroom.

Caso tenha dúvidas em relação a qualquer questão da prova, entre em contato com o professor no link que será fornecido na data da prova.

Em caso de plágio, sua prova será zerada. Não forneça respostas a outros alunos.

Boa prova!

Questões sorteadas, por aluno

[01]	Amanda Nascimento Felipe:	A-3,	B-4
[02]	Igor Ribeiro da Silva:	A-1,	B-4
[03]	João Pedro M. de Souza:	A-2,	B-1
[04]	Lucas Guimarães Bernardes:	A-2,	B-1
[05]	Lucas Mateus Fernandes:	A-3,	B-3
[06]	Lucas Oliveira Silva:	A-2,	B-4
[07]	Marcelo Castro Faria:	A-1,	B-2
[08]	Marcus Vinícius B. T. Silva:	A-4,	B-2
[09]	Maria Eduarda da Silveira:	A-4,	B-3
[10]	Nikollas F. Gonçalves:	A-2,	B-3
[11]	Richard Archimedes Alves:	A-2,	B-1
[12]	Thomas do Vale:	A-3,	B-4
[13]	Vanessa Oliveira de Paula:	A-2,	B-2
[14]	Wéverton R. Arantes:	A-1,	B-1

Seção A - Análise de Sensibilidade e Dualidade

[A-01] Considere o problema de Programação Linear abaixo:

$$\min z = 20 x_1 + 20 x_2 + 18 x_3$$

sujeito a

$$2 x_1 + 1 x_2 + 2 x_3 \geq 10$$

$$1 x_1 + 3 x_2 + 2 x_3 \leq 20$$

$$2 x_1 + 2 x_2 + 1 x_3 = 7$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

- (a) Calcule, computacionalmente, a solução do modelo abaixo. Somente permitido uso de softwares Pulp ou SciPy.
- (b) Identifique, a partir da solução do problema, as restrições ativas. Justifique.
- (c) Calcule o preço sombra de cada uma das restrições ativas. Interprete o significado econômico do preço sombra.
- (d) Encontre o modelo dual do problema.
- (e) Gere gráficos, usando recurso computacional, correspondente às correlações entre o valor ótimo e disponibilidade de recursos das restrições ativas. Interprete os gráficos.

Obs.: Submeta o arquivo .ipynb junto à prova.

[insira sua resposta aqui]

[A-02] Considere o problema de Programação Linear abaixo:

$$\min z = 50 x_1 + 45 x_2 + 55 x_3$$

sujeito a

$$5 x_1 + 6 x_2 + 5 x_3 \leq 80$$

$$4 x_1 + 2 x_2 + 2 x_3 \geq 35$$

$$1 x_1 + 5 x_2 + 2 x_3 \geq 20$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

- (a) Calcule, computacionalmente, a solução do modelo abaixo. Somente permitido uso de softwares Pulp ou SciPy.
- (b) Identifique, a partir da solução do problema, as restrições ativas. Justifique.
- (c) Calcule o preço sombra de cada uma das restrições ativas. Interprete o significado econômico do preço sombra.
- (d) Encontre o modelo dual do problema.
- (e) Gere gráficos, usando recurso computacional, correspondente às correlações entre o valor ótimo e disponibilidade de recursos das restrições ativas. Interprete os gráficos.

Obs.: Submeta o arquivo .ipynb junto à prova.

[insira sua resposta aqui]

[A-03] Considere o problema de Programação Linear abaixo:

$$\min z = 10 x_1 + 12 x_2 + 14 x_3$$

sujeito a

$$3 x_1 + 2 x_2 + 2 x_3 \leq 30$$

$$2 x_1 + 1 x_2 + 1 x_3 \geq 15$$

$$1 x_1 + 3 x_2 + 1 x_3 = 10$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

- (a) Calcule, computacionalmente, a solução do modelo abaixo. Somente permitido uso de softwares PuLP ou SciPy.

status Optimal

min 82.0

x1 = 7.0

x2 = 1.0

x3 = 0.0

- (b) Identifique, a partir da solução do problema, as restrições ativas. Justifique.

Substituindo os valores ($x_1 = 7.0$; $x_2 = 1.0$; $x_3 = 0.0$):

$$3 x_1 + 2 x_2 + 2 x_3 \leq 30 \rightarrow 23 \leq 30$$

$$2 x_1 + 1 x_2 + 1 x_3 \geq 15 \rightarrow 15 \geq 15$$

$$1 x_1 + 3 x_2 + 1 x_3 = 10 \rightarrow 10 == 10$$

Portanto as restrições 2 e 3 são restrições ativas pois ficam em um ponto que é fronteira para determinar se uma região viável ou inviável.

- (c) Calcule o preço sombra de cada uma das restrições ativas. Interprete o significado econômico do preço sombra.

$$2 x_1 + 1 x_2 + 1 x_3 \geq 15 ; 1 x_1 + 3 x_2 + 1 x_3 == 10$$

$$\text{Original} = 82$$

$$\text{AdaptadaR1} = 85.6$$

$$\text{AdaptadaR2} = 84.8$$

$$\text{SombraR1} = (\text{AdaptadaR1} - \text{Original}) / 1 \rightarrow 3.59999999999999943$$

$$\text{SombraR2} = (\text{AdaptadaR2} - \text{Original}) / 1 \rightarrow 2.7999999999999997$$

- (d) Encontre o modelo dual do problema.

$$\min z = 10 x_1 + 12 x_2 + 14 x_3$$

sujeito a

$$3 x_1 + 2 x_2 + 2 x_3 \leq 30 \rightarrow (y_1)$$

$$2 x_1 + 1 x_2 + 1 x_3 \geq 15 \rightarrow (y_2)$$

$$1 x_1 + 3 x_2 + 1 x_3 = 10 \rightarrow (y_3)$$

$$\max z = 30y_1 + 15y_2 + 10y_3$$

sujeito a

$$3y_1 + 2y_2 + y_3 \geq 10$$

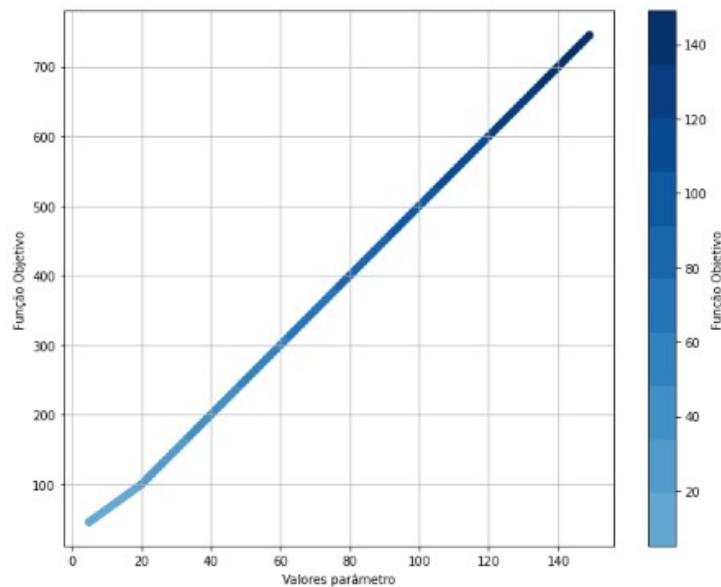
$$2y_1 + y_2 + 3y_3 \geq 12$$

$$2y_1 + y_2 + y_3 \geq 14$$

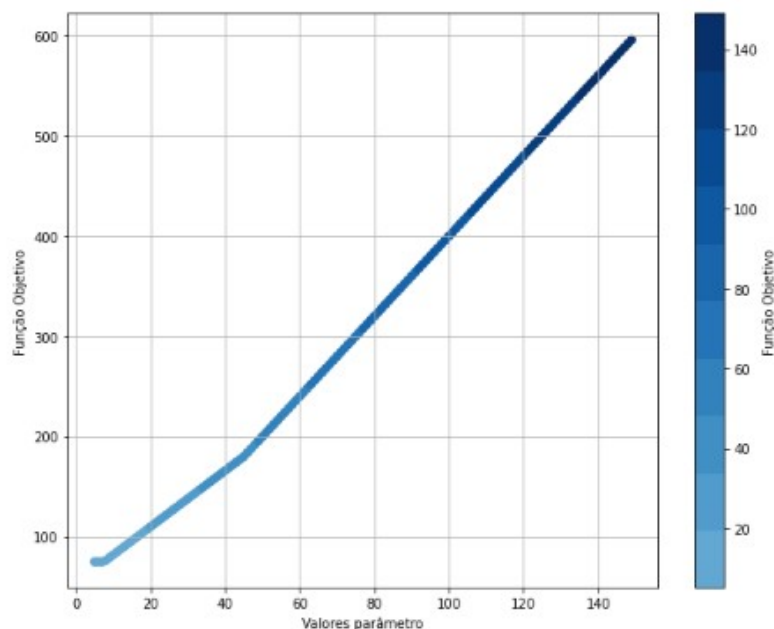
$$y_1 \geq 0$$

$$y_2 \leq 15$$

(e) Gere gráficos, usando recurso computacional, correspondente às correlações entre o valor ótimo e disponibilidade de recursos das restrições ativas. Interprete os gráficos.



Restrição 2 variando de 5 a 150 com acréscimo unitário de 1. De acordo que a restrição do recurso aumenta a função objetiva também aumenta, um ponto crucial para um aumento maior é a transição do limite de 20 para 21 pois é possível observar que após 21 há um aumento na inclinação da reta



Restrição 3 variando de 5 a 150 com acréscimo unitário de 1. De acordo que a restrição do recurso aumenta a função objetiva também aumenta, um ponto crucial para um aumento maior é a transição do limite de 45 para 46 pois é possível observar que após 21 há um aumento na inclinação da reta

Obs.: Submeta o arquivo .ipynb junto à prova.

[arquivo prova3.ipynb]

[A-04] Considere o problema de Programação Linear abaixo:

$$\min z = 90 x_1 + 80 x_2 + 100 x_3$$

sujeito a

$$1 x_1 + 1 x_2 + 2 x_3 \geq 15$$

$$3 x_1 + 4 x_2 + 2 x_3 \geq 30$$

$$5 x_1 + 3 x_2 + 3 x_3 \leq 90$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

- (a) Calcule, computacionalmente, a solução do modelo abaixo. Somente permitido uso de softwares PuLP ou SciPy.
- (b) Identifique, a partir da solução do problema, as restrições ativas. Justifique.
- (c) Calcule o preço sombra de cada uma das restrições ativas. Interprete o significado econômico do preço sombra.
- (d) Encontre o modelo dual do problema.
- (e) Gere gráficos, usando recurso computacional, correspondente às correlações entre o valor ótimo e disponibilidade de recursos das restrições ativas. Interprete os gráficos.

Obs.: Submeta o arquivo .ipynb junto à prova.

[insira sua resposta aqui]

Seção B - PERT / CPM

[B-01]

Construa o gráfico PERT e defina o Caminho Crítico, a partir da tabela de tarefas abaixo. Indique a folga e os valores ES, EF, LS, LF de cada uma das atividades.

Tarefa	Pré-requisitos	Tempo Necessário
A	-	2
B	A	2
C	-	5
D	B	6
E	C	7
F	E	1
G	A	2
H	E, G	5
I	E	4
J	D, H, F	8
K	F, I	5
L	J, K	3

[insira sua resposta aqui]

[B-02]

Construa o gráfico PERT e defina o Caminho Crítico, a partir da tabela de tarefas abaixo. Indique a folga e os valores ES, EF, LS, LF de cada uma das atividades.

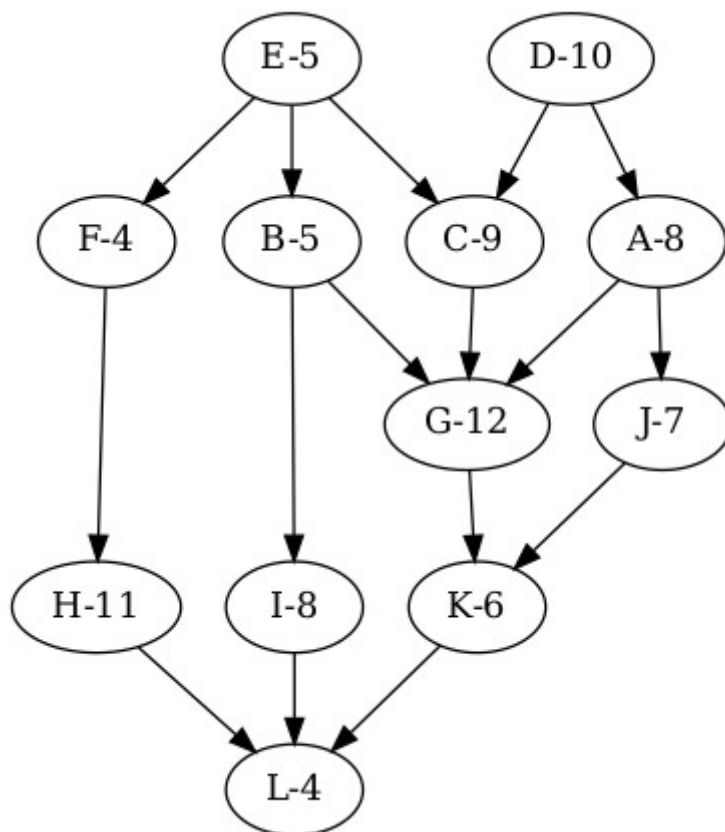
Tarefa	Pré-requisitos	Tempo Necessário
A	-	30
B	A	5
C	-	2
D	A, C	3
E	-	7
F	E, G	25
G	-	15
H	G	10
I	H	2
J	F, I	10
K	B, D, F	15
L	J, K	30

[insira sua resposta aqui]

[B-03]

Construa o gráfico PERT e defina o Caminho Crítico, a partir da tabela de tarefas abaixo. Indique a folga e os valores ES, EF, LS, LF de cada uma das atividades.

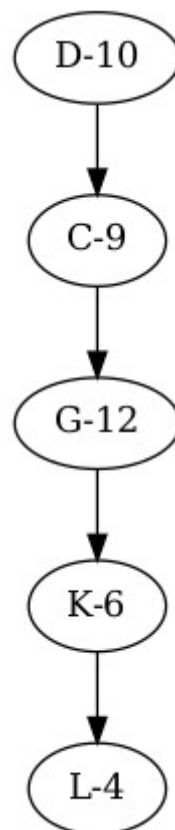
Tarefa	Pré-requisitos	Tempo Necessário
A	D	8
B	E	5
C	D, E	9
D	-	10
E	-	5
F	E	4
G	A, C, B	12
H	F	11
I	B	8
J	A	7
K	G, J	6
L	H, I, K	4



Tarefa	ES	EF	LS	LF	Folga	Tempo
A	10	18	11	19	1	8
B	5	10	14	19	9	5
C	10	19	10	19	0	9
D	0	10	0	10	0	10
E	0	5	5	10	5	5
F	5	9	22	26	17	4
G	19	31	19	31	0	12
H	9	20	26	37	17	11
I	10	18	29	37	19	8
J	18	25	24	31	6	7
K	31	37	31	37	0	6
L	37	41	37	41	0	4

Caminho crítico:

D → C → G → K → L



[B-04]

Construa o gráfico PERT e defina o Caminho Crítico, a partir da tabela de tarefas abaixo. Indique a folga e os valores ES, EF, LS, LF de cada uma das atividades.

Tarefa	Pré-requisitos	Tempo Necessário
A	-	2
B	A	2
C	B	3
D	C	5
E	C	5
F	C	7
G	E	2
H	E	2
I	D	3
J	I	3
K	F, G, H, I	4
L	G, J	5
M	K, L	4

[insira sua resposta aqui]