Leandro Jorge Fdez. Vega
DGIIM

MÉTODOS NUMÉRICOS I

RELACIÓN DE EJERCICIOS II

(19) Se consideran los datos: $f(-1) = f(1) = 0$
$f(0) = f(2) = 1$

A) Estimar $f(0{,}5)$ con el algoritmo de Newton-Horner.

x_i	-1	0	1	2
f_i	0	1	0	1

Construimos la tabla de diferencias divididas.

$$\begin{array}{cccccc} -1 & 0 & & & \\ & & 1 & & \\ 0 & 1 & & -1 & \\ & & -1 & & 2/3 \\ 1 & 0 & & 1 & \\ & & 1 & & \\ 2 & 1 & & & \end{array}$$

$p(x) = 0 + 1(x-(-1)) - 1(x-(-1))x + \frac{2}{3}(x-(-1))\cdot x \cdot(x-1)$

$p(x) = (x+1)\left[1 - x + \frac{2}{3}x(x-1)\right] = (x+1)\left[1 + x\left[-1 + \frac{2}{3}(x-1)\right]\right]$

$p(0{,}5) = (0{,}5+1)\left[1 + 0{,}5\left[-1 + \frac{2}{3}(0{,}5-1)\right]\right] =$

$1{,}5\left[1 + 0{,}5\left[-1 + \frac{2}{3}(-0{,}5)\right]\right] =$

$1{,}5\left[1 + 0{,}5\left[-1 - \frac{1}{3}\right]\right] = 1{,}5\left[1 + 0{,}5\left(-\frac{4}{3}\right)\right] =$

$1{,}5\left[1 - \frac{2}{3}\right] = 1{,}5 \cdot \frac{1}{3} = 0{,}5$

B) Estimar el error cometido sabiendo que $|f^{(k)}(x)| < 0{,}3$ $\forall x$ y $\forall k$ orden de derivación.

$e(0{,}5) = \left|\frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!}\prod_{i=0}^{n}(0{,}5 - x_i)\right| = \left|\frac{f^{(IV)}(\xi)}{4!}(0{,}5+1)\cdot 0{,}5\cdot(0{,}5-1)\cdot(0{,}5-2)\right| <$

$\frac{0{,}3}{4!}\cdot\frac{9}{16} = 7{,}03125\cdot 10^{-3}$