

ALGEBRA I, GRUPO B

Convocatoria ordinaria 1-02-2021 Profesora: Pilar Carrasco

Examen test

1. Sea A un DFU ¿Cuál de la siguientes afirmaciones es verdadera?

- a. Existe el mínimo común múltiplo únicamente de aquellos elementos de A que sean primos relativos
- b. Existe el mínimo común múltiplo de cualesquiera dos elementos de A
- c. Existe el mínimo común múltiplo de cualesquiera dos elementos de A únicamente si A es un DE

2. ¿Cuál de la siguientes afirmaciones es verdadera?

- a. Todo DI es subanillo de un cuerpo pero no todo subanillo de un cuerpo es un DI
- b. Cualquier subanillo de un cuerpo es un DI pero no todo DI es subanillo de un cuerpo
- c. Cualquier subanillo de un cuerpo es un DI y cualquier DI es subanillo de un cuerpo

3. En el anillo $\mathbb{Z}_3[x]$ sea I el ideal principal generado por el polinomio $x^2 + x + 1$. Entonces el conjunto de unidades del anillo cociente $\mathbb{Z}_3[x]/I$ tiene:

- a. 6 elementos
- b. 4 elementos
- c. 8 elementos

4. Sea X un conjunto no vacío. En el conjunto $P(X)$ se consideran las dos siguientes operaciones binarias: Dados $A, B \in P(X)$

$$A + B := A \cup B, \quad AB := A \cap B$$

¿Cuál de la siguientes afirmaciones es verdadera?

- a. Con estas dos operaciones $P(X)$ no es un anillo conmutativo
- b. Con estas dos operaciones $P(X)$ es un anillo conmutativo pero no es un cuerpo
- c. Con estas dos operaciones $P(X)$ es un cuerpo

5. Sea $f(x) \in \mathbb{Z}[x]$ un polinomio de grado $n \geq 1$. Elige la respuesta correcta

- a. Si $f(x)$ es irreducible en $\mathbb{Z}[x]$ entonces es irreducible en $\mathbb{Q}[x]$
- b. Si $f(x)$ es irreducible en $\mathbb{Q}[x]$ entonces es primitivo
- c. Si $f(x)$ es primitivo entonces es irreducible en $\mathbb{Z}[x]$

6. Sean $n, m \geq 2$ ¿Cuál de los siguientes enunciados es verdadero?

- a. Existe un homomorfismo de \mathbb{Z}_n en \mathbb{Z}_m si, y solo si, el resto de dividir n entre m es cero
- b. Existe un homomorfismo de \mathbb{Z}_n en \mathbb{Z}_m si, y solo si, $m \leq n$
- c. Existe un homomorfismo de \mathbb{Z}_n en \mathbb{Z}_m si, y solo si, el resto de dividir m entre n es cero

7. Sea A un anillo y $B \subseteq A$ un subanillo de A . Entonces:

- a. Puede ser B un cuerpo aunque no lo sea A y puede ser A cuerpo y no serlo B
- b. Si B no es cuerpo entonces A no es cuerpo.
- c. Si B es un cuerpo entonces A es un cuerpo

8. Elige la respuesta correcta

- a. Todo DE es un DFU , $\mathbb{Z}[x]$ es un DFU que no es DE
- b. Todo ideal de un DE es principal, pero $\mathbb{Q}[x]$ tiene ideales que no son principales
- c. Para todo $n \neq 0$, $\mathbb{Z}[\sqrt{n}]$ es un DFU y por lo tanto también lo es $\mathbb{Z}[\sqrt{n}][x]$

9. El conjunto $\{\{\emptyset\}\}$

- a. No tiene elementos ya que \emptyset no tiene elementos
- b. Tiene un elemento pero no es el conjunto \emptyset
- c. Tiene un elemento que es el conjunto \emptyset

10. Sea $\alpha = 2 + 4\sqrt{-5} \in \mathbb{Z}[\sqrt{-5}]$ ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- a. $\alpha \notin U(\mathbb{Z}[\sqrt{-5}])$
- b. $\alpha \in U(\mathbb{Z}[\sqrt{-5}])$ y $\alpha^{-1} = 1 - 2\sqrt{-5}$
- c. $\alpha \in U(\mathbb{Q}[\sqrt{-5}])$ y $\alpha^{-1} = 1 - 2\sqrt{-5}$

11. Sea $f: X \rightarrow Y$ una aplicación y sea $A \subseteq X$ y $B \subseteq Y$. Para $x \in X$, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- a. $f^*(f_*(\{x\})) = \{x\}$
- b. $f(x) \in B \Leftrightarrow x \in f^*(B)$
- c. $f(x) \in f_*(A) \Leftrightarrow x \in A$

12. El conjunto $M_2(\mathbb{Z})$ de las matrices cuadradas 2×2 con entradas en \mathbb{Z} , definimos la siguiente relación de equivalencia:

$$A \sim B \Leftrightarrow A - B \text{ tiene todas sus entradas en } 2\mathbb{Z}$$

El cardinal del conjunto cociente \mathbb{Z}/\sim es:

- a. 16
- b. 32
- c. 8

13. El cuerpo \mathbb{C} de los números complejos tiene

- a. Dos ideales $\{0\}$ y \mathbb{C} e infinitos subanillos
- b. Infinitos ideales e infinitos subanillos
- c. Dos ideales $\{0\}$ y \mathbb{C} y tres subanillos, que son \mathbb{Z} , \mathbb{Q} y \mathbb{R}

14. Sea X un conjunto con 3 elementos y R la relación de equivalencia en $P(X) \times P(X)$ definida por

$$(A, B) R (A', B') \Leftrightarrow A \cup B = A' \cup B'$$

Entonces el conjunto cociente $P(X) \times P(X)/R$ tiene

- a. 8 elementos
- b. 16 elementos
- c. 32 elementos