

Nombre:: _____

1. Considera el conjunto $X = \{a, b, c\}$ y el subconjunto suyo $Y = \{a, b\}$. Da explícitamente la aplicación $f : \mathcal{P}(X) \rightarrow \mathcal{P}(X)$ definida por $f(Z) := Z \cap Y$. ¿Es f inyectiva, sobreyectiva o biyectiva? Calcula $f^*(Y)$. ¿Cuántos elementos tiene el conjunto cociente $\mathcal{P}(X) / \sim_f$?
2. Encuentra un entero x que a la quinta sea congruente con 415 módulo 931 y que su doble sea congruente con 232 módulo 777.
3. Considera el anillo cociente $A = \frac{\mathbb{Z}}{(12\mathbb{Z} \cap 28\mathbb{Z}) + 15\mathbb{Z}}$ y el polinomio $f(x) = x^5 + x + 1 \in A[x]$. Calcula la característica de A ¿Es el anillo cociente $\frac{A[x]}{\langle f(x) \rangle}$ un dominio de integridad? En caso negativo encuentra un divisor de cero. ¿Es el polinomio $g(x) = x^4 - x + 1 \in A[x]$ una unidad módulo $f(x)$? En caso afirmativo encuentra su inverso.
4. Estudia si el polinomio $f(x) = x^6 + 4x^5 + 3x^4 + 3x^3 - x^2 + 3x + 1$ es irreducible sobre \mathbb{Z} .
5. Factoriza como producto de irreducibles $11 + 42i$ en $\mathbb{Z}[i]$. Encuentra un divisor de cero y una unidad (que no sea unidad en $\mathbb{Z}[i]$) en el anillo cociente $\mathbb{Z}[i] / \langle 11 + 42i \rangle$.
6. ¿Cuales de las siguientes asignaciones son aplicaciones y entre las que son cuales de ellas son morfismos de anillos?
 - $f : \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Z}_7; f(\frac{n}{m}) = n * m \mod 7, \forall n, m \in \mathbb{Z}, m \neq 0$.
 - $g : \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Z}_7; g(\frac{n}{m}) = n * m^{-1} \mod 7, \forall n, m \in \mathbb{Z}, m \neq 0$.
 - $h : \mathbb{Z}_{14} \rightarrow \mathbb{Z}_7; h(n) = n \mod 7, \forall n = 1, \dots, 14$.
 - $j : \mathbb{Z}_7 \rightarrow \mathbb{Z}_{14}; j(n) = n \mod 7, \forall n = 1, \dots, 7$.
 - $k : \mathbb{Z}[i] \rightarrow \mathbb{Z}_2; k(n + mi) = (n + m)^2 \mod 2, \forall n, m \in \mathbb{Z}$.