

27 de marzo 2023.

Apellidos y nombre:

DNI:

Problema 1. Estudia la estabilidad de los puntos fijos de $x_{n+1} = \sqrt{|x_n|}$.

Problema 2. Se considera la función $f(x) = \frac{1}{x}$ y el ciclo $\{2, 0.5\}$. Estudia su estabilidad. Argumenta razonadamente si existen o no mas ciclos.

Problema 3. Sean $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una función continua y $\{\alpha_k\}$ una sucesión de puntos fijos de f estrictamente monótona que converge a un valor $\alpha_0 \in \mathbb{R}$. Demuestra que α_0 también es un punto fijo de f y que además nunca es asintóticamente estable. Estudia la estabilidad de los puntos fijos de $x_{n+1} = f(x_n)$, donde

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x = 0 \\ x \operatorname{sen}(\frac{1}{x}) & \text{si } x \neq 0 \end{cases} .$$