Análisis Matemático II

Tema 11: Ejercicios propuestos

1. En cada uno de los siguientes casos, probar que la función f es integrable en el intervalo J y calcular su integral:

a) $J =]\,0\,,\,1\,[\,,\qquad f(x) = x^2 \log x \quad \forall\, x \in J$

b) $J = \mathbb{R}^+\,,\qquad f(x) = e^{-x} \cos(2\,x) \quad \forall\, x \in J$

c) $J =]\,2\,,\,+\infty\,[\,,\qquad f(x) = \dfrac{1}{x^4 - 1} \quad \forall\, x \in J$

d) $J = \mathbb{R}\qquad f(x) = \dfrac{1}{e^x + e^{-x}} \quad \forall\, x \in J$

e) $J =]\,0\,,\,1\,[\,,\qquad f(x) = \dfrac{1}{x^2 + \sqrt{x}} \quad \forall\, x \in J$

f) $J =]\,1\,,\,+\infty\,[\,,\qquad f(x) = \dfrac{1}{x^2\sqrt{1 + x^2}} \quad \forall\, x \in J$

g) $J =]\,0\,,\,\pi/2\,[\,,\qquad f(x) = \dfrac{1}{1 + \cos x + \operatorname{sen} x} \quad \forall\, x \in J$

h) $J =]\,1\,,\,+\infty\,[\,,\qquad f(x) = \dfrac{1}{x^3\sqrt{x^2 - 1}} \quad \forall\, x \in J$

2. En cada uno de los siguientes casos, estudiar la integrabilidad de la función f en el intervalo J:

a) $J = \mathbb{R}^+\,,\qquad f(x) = \dfrac{x^a}{e^x - 1} \quad \forall\, x \in J \quad (a \in \mathbb{R})$

b) $J = \mathbb{R}\qquad f(x) = x^n\, e^{-x^2} \cos x \quad \forall\, x \in J \quad (n \in \mathbb{N})$

c) $J =]\,0\,,\,\pi\,[\,,\qquad f(x) = \dfrac{x^\rho}{1 - \cos x} \quad \forall\, x \in J \quad (\rho \in \mathbb{R})$

d) $J =]\,0\,,\,1\,[\,,\qquad f(x) = \dfrac{x^a\,(1-x)^b\,\log(1 + x^2)}{(\log x)^2} \quad \forall\, x \in J \quad (a, b \in \mathbb{R})$