



Convocatoria ordinaria de Geometría III (20/01/2023)¹

Nombre: _____

1. **(2,5 puntos)** Contesta a dos de los tres siguientes apartados:
 - (i) Razona si la siguiente afirmación es verdadera o falsa: “En un espacio afín 3-dimensional la intersección de tres planos distintos o es vacía, o un punto o una recta afín”.
 - (ii) Razona qué movimiento rígido resulta al componer un giro con una simetría axial en un plano euclídeo.
 - (iii) Enuncia y demuestra el Teorema de Thales.
2. **(2,5 puntos)** En \mathbb{R}^3 se consideran los planos $\Pi \equiv -x - y + z = 1$, $\Pi' \equiv x + y + z = -1$ y las rectas $r = (-1, 0, 0) + L\{(1, 1, 0)\}$, $r' = (0, 0, -1) + L\{(1, 0, 1)\}$.
 - (i) Prueba la existencia de una afinidad $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ que verifique, $f(\Pi) = \Pi'$ y $f(r) = r'$. Determina sus ecuaciones en el sistema de referencia usual.
 - (ii) Demuestra que r y r' se cruzan y calcula la distancia entre ellas.
3. **(2,5 puntos)** En \mathbb{R}^3 y respecto del sistema de referencia euclídeo usual, calcula las ecuaciones de la simetría axial con deslizamiento, $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, que verifica $f(0, 0, 0) = (1, 1, 2)$ y $\vec{f}(1, 1, 0) = (1, 1, 0)$.
4. **(2,5 puntos)** En \mathbb{R}^3 se consideran, el punto $F = (0, 0, 1)$, el plano Π de ecuación $x - z = 0$ y el conjunto

$$\mathcal{Q} = \{p \in \mathbb{R}^3 \mid d(p, F) = d(p, \Pi)\}.$$

Prueba que \mathcal{Q} es una cuádrica y clasifícala.

¹Tiempo del examen: 3 horas