

Ejercicio 21-03-23

Leandro Jorge Fernández Vega DGIIM

Problema Dado $\nu \in \mathbb{R}$ considero

$$x_{n+1} = \nu x_n^5.$$

estudia el número de puntos fijos y su estabilidad.

Sea $g(x) = \nu x^5$

Ptos. fijos: $g(x) = \nu x^5 = x \Leftrightarrow x(\nu x^4 - 1) = 0 \Leftrightarrow x = \begin{cases} 0 \\ \pm \sqrt[4]{\nu} \end{cases}$
 $\forall \nu \in \mathbb{R}^+$

- Si $\nu \leq 0 \Rightarrow \exists 1$ pto fijo: $x_* = 0$

- Si $\nu > 0 \Rightarrow x_* = \begin{cases} 0 \\ \pm \sqrt[4]{\nu} \end{cases}$

$$g'(x) = 5\nu x^4$$

$|g'(0)| = |0| = 0 < 1 \Rightarrow x_* = 0$ es asintóticamente estable.

$|g'(\pm \sqrt[4]{\nu})| = |5\nu \cdot \frac{1}{\nu}| = 5 > 1 \Rightarrow x_* = \pm \sqrt[4]{\nu}$ inestable, $\forall \nu \in \mathbb{R}^+$

solución:
$$\left\{ \begin{array}{l} x_* = \begin{cases} 0 & \text{A.E.} \\ \pm \sqrt[4]{\nu} & \text{inestable} \\ \pm \sqrt[4]{\nu} & \text{inestable} \end{cases} & \forall \nu \in \mathbb{R}^+ \\ x_* = 0 & \text{A.E.} & \forall \nu \in \mathbb{R}_0^- \end{array} \right.$$