Normas para la realización del examen: **Duración: 2.5 horas**

- **Entregar las preguntas en el examen abierto en P**

◁ Ejercicio 1 ▷ Problema [2.5 puntos]

Sean los alfabetos $A = \{a, b, c\}$ y $B = \{0, 1\}$,

1. Construye un AFD que acepte el lenguaje L de todas las palabras sobre el alfabeto A en los que cada b de esta palabra esté precedida por por la palabra ac.
2. Sea el homomorfismo entre A y B dado por $f(a) = 01, f(b) = 00, f(c) = 11$. Determinar una expresión regular asociada a $f(L)$.

◁ Ejercicio 2 ▷ Problema [2.5 puntos]

Es fácil comprobar que una palabra w no es un palíndromo sobre el alfabeto $\{0, 1\}$ si y solo sí $w = x0z1x^{-1}$ ó $w = x1z0x^{-1}$ donde x z son palabras cualesquiera (incluyendo la palabra vacía). Teniendo esto en cuenta:

1. Construir una gramática independiente del contexto que genere todas las palabras sobre $\{0, 1\}$ que no son palíndromos.
2. Comprobar usando el algoritmo de CYK que la palabra 00110 no es un palindromo.

◁ Ejercicio 3 ▷ Cuestión Teoría [1.25 puntos]

Decir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justificar las respuestas:

1. Todo lenguaje regular no es inherentemente ambiguo
2. Todo lenguaje regular es aceptado por un autómata con pila determinista por el criterio de pila vacía.

◁ Ejercicio 4 ▷ Ejercicio [1.25 puntos]

Decir si los siguientes lenguajes sobre el alfabeto $\{0, 1\}$ son regulares y/o independientes del contexto, justificando las respuestas:

- Palabras de la forma 0^n1^n donde $n > 0$ y no es múltiplo de 3.
- Palabras de longitud par que contienen 010 en la primera mitad de la palabra.

◁ Ejercicio 5 ▷ Ejercicio [1.25 puntos]

Pon ejemplos de las siguientes situaciones:

1. Un lenguaje L que no sea regular, pero L^* si.
2. Un lenguaje L que sea independiente del contexto determinista, pero que su complementario no sea indpendiente del contexto.

◁ Ejercicio 6 ▷ Cuestión Teoría [1.25 puntos]

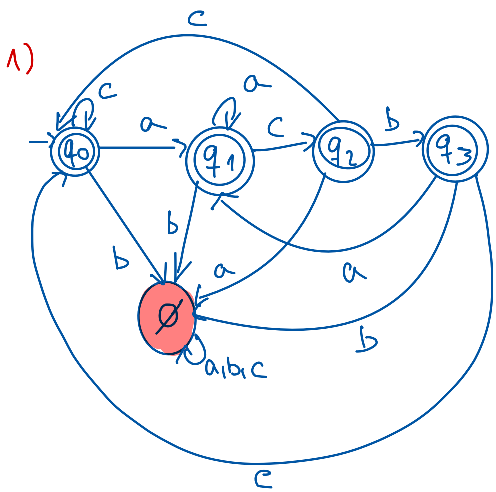
¿Es cierto que todo lenguaje independiente del contexto puede ser aceptado por un autómata con pila por el criterio de pila vacía y con un sólo estado?. Justifica la respuesta.

◁ **Ejercicio 1** ▷ **Problema** **[2.5 puntos]**

Sean los alfabetos $A = \{a, b, c\}$ y $B = \{0, 1\}$,

1. Construye un AFD que acepte el lenguaje L de todas las palabras sobre el alfabeto A en los que cada b de esta palabra esté precedida por por la palabra ac.
2. Sea el homomorfismo entre A y B dado por $f(a) = 01, f(b) = 00, f(c) = 11$. Determinar una expresión regular asociada a $f(L)$.

1)



2)

$$f : A^* \to B^* \;\Big|\; \begin{cases} f(a) = 01 \\ f(b) = 00 \\ f(c) = 11 \end{cases}$$

Una expresión regular para L es $((a+c)^* + (acb))^*$.

Por tanto, al ser homomorfismo, $f(L)$ tendrá asociado

$((01 + 11)^* + (011100))^*$.

◁ **Ejercicio 2** ▷ **Problema** **[2.5 puntos]**

Es fácil comprobar que una palabra w no es un palíndromo sobre el alfabeto $\{0,1\}$ si y solo sí $w = x0z1x^{-1}$ ó $w = x1z0x^{-1}$ donde x z son palabras cualesquiera (incluyendo la palabra vacía). Teniendo esto en cuenta:

1. Construir una gramática independiente del contexto que genere todas las palabras sobre $\{0,1\}$ que no son palíndromos.
2. Comprobar usando el algoritmo de CYK que la palabra 00110 no es un palindromo.

---

1)

$$P = \left\{ \begin{array}{l} S \to 0S0 \mid 1S1 \mid 0A1 \\ A \to 0A \mid 1A \mid \varepsilon \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{ll} S \to 0S0 & A \to 0A \\ S \to 1S1 & A \to 1A \\ S \to 0A1 & A \to \varepsilon \end{array} \right\}$$

2)

Para algoritmo de CYK es necesario que G este en Forma Normal de Chomsky.

- Quitamos prod. nulas:

$H = \{A\}$

$$P = \left\{ \begin{array}{ll} S \to 0S0 & A \to 0A \\ S \to 1S1 & A \to 0 \\ S \to 0A1 & A \to 1A \\ S \to 01 & A \to 1 \end{array} \right\}$$

- Quitamos prod. unitarias: No hay.

- Pasamos a Chomsky.

$$\begin{array}{lll} C_1 \to 1 & S \to C_0SC_0 & A \to C_0A \\ C_0 \to 0 & S \to C_1SC_1 & A \to 0 \\ & S \to C_0AC_0 & A \to C_1A \\ & S \to C_0C_1 & A \to 1 \end{array} \longrightarrow \begin{array}{lll} C_1 \to 1 & S \to C_0D_1 & A \to C_0A \\ C_0 \to 0 & S \to C_1D_2 & A \to 0 \\ D_1 \to SC_0 & S \to C_0D_3 & A \to C_1A \\ D_2 \to SC_1 & S \to C_0C_1 & A \to 1 \\ D_3 \to AC_0 & & \end{array}$$

- Algoritmo CYK: $W = 00110$

A	A, D_3			
A, D_3	A, D_2	A		
A, D_3	S, A	A	A, D_3	
C_0, A	C_0, A	C_1, A	C_1, A	C_0, A
0	0	1	1	0

Algún error.

◁ **Ejercicio 3** ▷ **Cuestión Teoría** **[1.25 puntos]**

Decir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justificar las respuestas:

1. Todo lenguaje regular no es inherentemente ambiguo
2. Todo lenguaje regular es aceptado por un autómata con pila determinista por el criterio de pila vacía.

1) Verdadero, pues si $L \in \mathcal{L}_3 \Rightarrow \exists M$ AFD $/ L(M) = L \Rightarrow \exists G$ gramática lineal por la dcha $/ L(G) = L \Rightarrow$ Las palabras solo pueden ser generadas por la dcha, dando lugar a árboles de derivación únicos.

2) Verdadero:

Sea $G = (V, T, P, S)$ una gramática $/ L(G) = L \in \mathcal{L}_3 \subseteq \mathcal{L}_2$

Construimos el autómata $M = (Q = \{q\}, A = T, B = V \cup T, \delta, q, S, \emptyset)$ donde las transiciones son de la forma

$$\delta(q, a, a) = \{(q, \varepsilon)\} \quad \forall a \in T$$

$$\delta(q, \varepsilon, B) = \{(q, \alpha) \mid B \to \alpha \in P\} \quad \forall B \in V \cup T$$

Entonces $L(M) = L$ por criterio de la Pila Vacía.

◁ **Ejercicio 4** ▷ **Ejercicio** **[1.25 puntos]**

Decir si los siguientes lenguajes sobre el alfabeto $\{0, 1\}$ son regulares y/o independientes del contexto, justificando las respuestas:

- Palabras de la forma $0^n 1^n$ donde $n > 0$ y no es múltiplo de 3.
- Palabras de longitud par que contienen 010 en la primera mitad de la palabra.

1)

Sea $n \in \mathbb{N}$. Sea $z = 0^{3n+1} 1^{3n+1} \in L$, $|z| \geq n$. Considero descomposición

$$z = uvw \begin{cases} u = 0^k & l \geq 1 \\ v = 0^l & k+l \leq n \\ w = 0^{3n+1-k-l} 1^{3n+1} \end{cases}$$

Tomando $i = 2$, $0^{3n+1+l} 1^{3n+1} \notin L$, pues $l \geq 1$. $\Longrightarrow$ podemos concluir que es I.C.

2)

Sea $n \in \mathbb{N}$. $z = 0^n\, 010\, 0^{n+3}$ $\quad |z| = n+3+n+3 = 2(n+3) \geq n$

Considero descomposición $u = uvw \begin{cases} u = 0^k & l \geq 1 \\ v = 0^l & k+l \leq n \\ w = 0^{n-k-l}\, 010\, 0^{n+3} \end{cases}$

Tomando $i = 2$, $uv^iw = 0^{n+l}\, 010\, 0^{n+3} \notin L$, pues $l \geq 1$ y 010 no está en la 1º mitad.

Por tanto, concluimos que es I.C.

◁ **Ejercicio 5** ▷ **Ejercicio** **[1.25 puntos]**

Pon ejemplos de las siguientes situaciones:

1. Un lenguaje L que no sea regular, pero L^* si.
2. Un lenguaje L que sea independiente del contexto determinista, pero que su complementario no sea indpendiente del contexto.

1)

Sea $L = \{0^i 1^i \mid i \geq 0\}$

$L^* = \bigcup_{i \geq 0} L^i =$

2) No es posible, pues si L es ICD $\Rightarrow \overline{L}$ también lo es $\Rightarrow \overline{L} \in \mathcal{L}_2$

◁ **Ejercicio 6** ▷ **Cuestión Teoría** **[1.25 puntos]**

¿Es cierto que todo lenguaje independiente del contexto puede ser aceptado por un autómata con pila por el criterio de pila vacía y con un sólo estado?. Justifica la respuesta.

Verdadero. Utilizamos misma construcción que en 3.