

Apellidos

Firma

Nombre

D.N.I o pasaporte

Grupo

**Métodos Numéricos II. Curso 2021/22.**  
Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas  
20 de junio de 2022.

1. (5 puntos) Se pretende aproximar una integral del tipo

$$\int_{-1}^1 f(x)(1-x^2)dx$$

utilizando tres nodos, es decir:

$$\int_{-1}^1 f(x)(1-x^2)dx \approx \alpha_0 f(x_0) + \alpha_1 f(x_1) + \alpha_2 f(x_2)$$

- a) (1 punto) Si fijamos los nodos  $x_0 = -1$ ,  $x_1 = 0$  y  $x_2 = 1$ , determina el valor de los parámetros para que sea una fórmula de tipo interpolatorio, así como el orden de exactitud de dicha fórmula.
- b) (0.5 puntos) ¿Cuáles serían los nodos si utilizamos una fórmula de Newton-Cotes abierta?
- c) (2 puntos) Determina la fórmula gaussiana correspondiente así como la expresión del error.
- d) (1 punto) Utiliza las fórmulas de los apartados a) y c) para aproximar

$$\int_{-1}^1 \cos(x^2)(1-x^2)dx$$

2. (2 puntos) Utiliza la fórmula de cuadratura del trapecio para deducir la fórmula del trapecio para resolución de PVI así como el error de truncatura local. Estudia también la A-estabilidad del método.
3. (3 puntos) Dado el método multipaso lineal

$$x_{n+2} = \frac{2a+1}{2} x_{n+1} - \frac{a}{2} x_n + h \left( \beta_0 f(t_n, x_n) + \beta_2 f(t_{n+2}, x_{n+2}) \right)$$

- a) Estudia la convergencia del método.
- b) Determina el valor de los parámetros para que el método sea convergente y tenga el mayor orden posible ¿Cuál es ese orden? Indica el término principal del error de truncatura local en este caso.
- c) Para el PVI

$$\begin{cases} x'(t) = -3x + t^2 \\ x(0) = 1 \end{cases}$$

toma  $h = 0.1$  y utiliza el método de Euler para aproximar  $x(0.1)$ . Realiza a continuación dos iteraciones del método que has obtenido en b) para aproximar  $x(0.3)$ .