Se considera el subgrupo de $S_5, H = \langle(123), (4,5)\rangle$ que está generado por esos dos ciclos. Entonces:

a. 2 divide a $[S_5 : H]$ y por tanto H es normal en S_5.

b. H es un grupo abeliano y por tanto es normal en S_5. ✖

c. H no es normal en S_5.

La respuesta correcta es:
H no es normal en S_5.

Sea $f : G \to H$ un homomorfismo de grupos. Entonces:

a. Ninguno de los otros enunciados es cierto.

b. Si f es sobreyectivo y H es abeliano G es abeliano.

c. Si f es sobreyectivo y G es abeliano H es abeliano. ✔

?

Para cualquier permutación $\sigma \in S_n$, si $sign(\sigma)$ denota su sinatura o paridad, se tiene:

a. $sign(\sigma) = sign(\sigma^{-1})$. ✔

b. $sign(\sigma) = -sign(\sigma^{-1})$.

c. Ninguna de las otras opciones tiene que ser cierta

La respuesta correcta es:
$sign(\sigma) = sign(\sigma^{-1})$.

Considera el grupo S_4 como el subgrupo de S_5 de las permutaciones que dejan fijo el 5.

a. S_4 es normal en S_5 y el índice $[S_5 : S_4]$ es 5.

b. S_4 no es normal en S_5 y el índice $[S_5 : S_4]$ es 5. ✔

c. S_4 no es normal en S_5 y el índice $[S_5 : S_4]$ tampoco es 5.

?

Si $f : G \to H$ es un homomorfismo de grupos, entonces:

- a. $|x| = |f(x)|\ \forall x \in G$.
- b. $|f(x)|$ divide a $|x|\ \forall x \in G$. ✔
- c. $|x|$ divide a $|f(x)|\ \forall x \in G$.

La respuesta correcta es:
$|f(x)|$ divide a $|x|\ \forall x \in G$.

En S_4 se tiene que:

- a. $\{(1\ 2), (2\ 3), (3\ 4)\}$ es un conjunto de generadores. ✔
- b. el conjunto de ciclos de longitud 3 es un conjunto de generadores.
- c. $\{(1\ 2), (3\ 4)\}$ es un conjunto de generadores.

?

Sea G un grupo y $f : G \to G$ la aplicación dada por $f(x) = x^{-1}$. Entonces:

- a. f es un automorfismo.
- b. f es un homomorfismo de grupos pero no es biyectivo.
- c. Si f es un homomorfismo entonces G es abeliano. ✔

La respuesta correcta es:
Si f es un homomorfismo entonces G es abeliano.

Considera el grupo Q_2 de los cuaternios:

- a. Como Q_2 es resoluble, la serie de composición de Q_2 es igual a la serie derivada y por tanto es única.
- b. La serie de composición de un grupo es única por tanto sólo puedo encontrar una serie de composición de Q_2
- c. Puedo encontrar al menos tres series de composición distintas de Q_2. ✔

?

Considera el subgrupo $H = \langle(12)\rangle$ entonces

- a. $N_{S_4}(H) = S_4$.
- b. $N_{S_4}(H) = H$.
- c. $N_{S_4}(H) = \langle(12),\ (34)\rangle$. ✔

La respuesta correcta es:
$N_{S_4}(H) = \langle(12),\ (34)\rangle$.

Se considera el subgrupo de S_5, $H = \langle(123), (4, 5)\rangle$ generado por esos dos ciclos. Entonces:

- a. H es un grupo cíclico.
- b. H es un grupo abeliano pero no es cíclico. ✖
- c. S_5 es un grupo no abeliano y por tanto H tampoco es abeliano.

?

Sea $G = H \cdot K$ producto directo. Entonces:

- a. G' no tiene porqué ser producto de los derivados $H`$ y K'. ✖
- b. $G' = H' \cdot K'$ directo.
- c. $G' = H' \cdot K'$ pero no es directo.

La respuesta correcta es:
$G' = H' \cdot K'$ directo.

Sea A un grupo abeliano de orden 10 con un elemento de orden 2 y otro de orden 5. Entonces

- a. A es cíclico, resoluble y simple.
- b. A no es cíclico ni simple pero si es resoluble.
- c. A es cíclico y resoluble pero no es simple. ✔

?

El orden de la permutación $(12)(123)(1234)$ es

- a. 6
- b. 12
- c. 3 ✓

La respuesta correcta es:
3

Sea C_6 el grupo cíclicos de órdene 6. Entonces:

- a. hay exactamente 18 homomorfismos de C_6 en S_4.
- b. hay exactamente 12 homomorfismos de C_6 en S_4.
- c. hay exactamente 6 homomorfismos de C_6 en S_4.

?

Dadas las permutaciones $\sigma = (2\,3\,6)(6\,5\,7\,1\,3\,4)$, $\tau = (2\,4\,7\,3) \in S_{10}$ se tiene que $\tau\sigma\tau^{-1}$:

a. Tiene orden 12. ✔

b. Es un ciclo de longitud 7.

c. Es par.

La respuesta correcta es:
Tiene orden 12.

Sean C_9 y C_6 grupos cíclicos de órdenes 9 y 6 respectivamente. Entonces:

a. hay exactamente 6 automorfismos de C_9 y 3 homomorfismos de C_9 en C_6. ✔

b. hay exactamente 3 automorfismos de C_9 y 6 homomorfismos de C_9 en C_6.

c. hay exactamente 6 automorfismos de C_9 pero ningún homomorfismos de C_9 en C_6.

?

El grupo $GL_2(\mathbb{Z}_2)$ de matrices invertibles 2×2 con entradas en $\mathbb{Z}_2$:

- a. Es un grupo isomorfo a $\mathbb{Z}_6$.
- b. Es un grupo no abeliano de orden 8.
- c. Es un grupo isomorfo a S_3. ✔

La respuesta correcta es:
Es un grupo isomorfo a S_3.

Considera el grupo D_6 generado por el giro ρ y la simetría τ. Entonces el derivado es

- a. $D_6' = \langle \rho \rangle$.
- b. $D_6' = \langle \rho^3 \rangle$.
- c. $D_6' = \langle \rho^2 \rangle$. ✔

?

Sea $C_{120} = \langle x\ ;\ x^{120} = 1\rangle$ y se consideran sus subgrupos $H = \langle x^{42}\rangle$ y $K = \langle x^{36}\rangle$. Entonces se tiene que:

- a. $K < H$ (estricto).
- b. $H < K$ (estricto). ✖
- c. $H = K$.

La respuesta correcta es:
$K < H$ (estricto).

Las permutaciones $(12)(13)$ y (234)

- a. son conjugadas pero no son pares.
- b. son pares y conjugadas, ✔
- c. son pares pero no son conjugadas,