Modelos de Computación (2023/24)
3º Doble Grado de Ingeniería Informática y (Matemáticas ó ADE)
15 de Enero de 2024

Normas para la realización del examen: **Duración: 2:15 horas**

- **El Ejercicio 7 es opcional y sirve como nota complementaria (sólo suma). Tiene una dificultad mayor y no es recomendable hacerlo sin haber terminado antes las otras preguntas.**
- **Para la evaluación única global hay que entregar dos ejercicios adicionales (8 y 9) de problemas y se dispone de 1 hora adicional.**

◁ Ejercicio 1 ▷ Problema **[2.5 puntos]**

Determinar xpresiones regulares para los siguientes lenguajes sobre el alfabeto $\{0,1\}$:

1. L_1: Palabras en las que el número de 1's en las posiciones impares de la palabra es impar y el número de 1's en las posiciones pares de la palabra es par. Se supone que el primer símbolo de una palabra ocupa la posición 1.
2. L_2: Palabras en las que el número de 1's es par y cada 1 va precedido de, al menos, dos 0's.
3. L_3: Palabras en las que en toda subcadena de longitud 4 hay más 1's que 0's

◁ Ejercicio 2 ▷ Problema **[2.5 puntos]**

Construir gramáticas independientes del contexto no ambiguas que acepten los siguientes lenguajes sobre el alfabeto $\{0,1\}$:

1. L_1: Palabras que no son palíndromos
2. $L_2 = \{0^i 1^j 0^k \,:\, k = \max(i,j)\}$

◁ Ejercicio 3 ▷ Ejercicio **[1.25 puntos]**

Decir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justificar las respuestas:

1. Si L es un lenguaje independiente del contexto, el conjunto de los palíndromos en L independiente del contexto.
2. Si L es independiante del contexto sobre $\{0,1\}$, el conjunto de las palabras de L que contienen la subcadena 011 es independiente del contexto.
3. Si L es aceptado por un autómata con pila por el criterio de estados finales, su complementario es independiente del contexto.

◁ Ejercicio 4 ▷ Ejercicio **[1.25 puntos]**

Define la relación de indistinguibilidad entre estados de un autómata finito determinista. ¿Qué conexión existe entre esta relación y el hecho de que un autómata finito sea minimal?

◁ Ejercicio 5 ▷ Teoría **[1.25 puntos]**

Dado un autómata con pila M que acepta un lenguaje L por el criterio de estados finales, describe cómo se construiría un autómata M' que acepte el mismo lenguaje por el criterio de pila vacía. ¿Hay garantía de que M' sea determinista en caso de que M lo sea? ¿existe alguna propiedad de L que garantice lo anterior?

◁ Ejercicio 6 ▷ Cuestiones Teoría **[1.25 puntos]**

1. Describe que palabras deben de generar las variables $[p,X,q]$ cuando se pasa de autómata con pila a gramática independiente del contexto.
2. Describle las condiciones que debe de cumplir una gramática para poder aplicar el algoritmo que la pasa a forma normal de Greibach.
3. Si $f : A^* \to B^*$ es un homomorfismo y M es un autómata finito determinista que acepta L, describe cómo se calcula un autómata finito determinista que acepte $f(L)$.

◁ Ejercicio 7 ▷ Problema **[1 punto]**

Demostrar que si L es un lenguaje regular, entonces

$$\sqrt{L} = \{w \,:\, ww \in L\}$$

es también regular.

◁ Ejercicio 8 ▷ Problema [5 puntos]

Dada una palabra $u = a_1 \dots a_n \in A^*$, se llama $Per(u)$ al conjunto

$$\{a_{\sigma(1)}, \dots, a_{\sigma(n)} \,:\, \sigma \text{ es una permutación de } \{1, \dots, n\}\}$$

.

Dado un lenguaje L, se llama $Per(L) = \bigcup_{u \in L} Per(u)$.

Dar expresiones regulares y autómatas minimales para $Per(L)$ en los siguientes casos:

a) $L = (00 + 1)^*$

b) $L = (0 + 1)^*0$

c) $L = (01)^*$

¿Es posible que, siendo L regular, $Per(L)$ no lo sea?

¿Es posible que, siendo L regular, $Per(L)$ no lo sea?

◁ Ejercicio 9 ▷ Problema [5 puntos]

Dar autómatas con pila que acepten los siguientes lenguajes sobre el alfabeto $\{0, 1\}$, procurando que sean deterministas cuando sea posible:

- Palabras u en las que $\cdot 2.N_0(u) = 3.N_1(u)$, donde $N_i(u)$ es el número de símbolos i en u.
- Palabras en las que la cantidad de 0's es un número primo.
- Palabras de longitud impar con un 0 en el centro y tales que no contienen la subcadena '011'