Sea $G = \langle a, b; a^6 = 1, b^3 = 1, (ab)^2 = 1 \rangle$. Entonces

a. En S_4 no hay elementos de orden 6 por tanto no hay morfismos de G en S_4.

b. Puedo definir un morfismo de G en S_4 que lleve a en (123) y b en (143). ✔

c. Puedo definir un morfismo de G en S_4 que lleve a en (123) y b en (214).

Respuesta correcta

La respuesta correcta es:
Puedo definir un morfismo de G en S_4 que lleve a en (123) y b en (143).

Grupos abelianos no isomorfos de orden 75

a. hay 2 que son $C_3 \times C_5 \times C_5$ y $C_3 \times C_{25}$. ✔

b. hay 3 que son $C_3 \times C_5 \times C_5$, $C_{15} \times C_5$ y C_{75}.

c. hay sólo uno $C_3 \times C_5 \times C_5 \cong C_{15} \times C_5 \cong C_{75}$.

Respuesta correcta

La respuesta correcta es:
hay 2 que son $C_3 \times C_5 \times C_5$ y $C_3 \times C_{25}$.

Sean $C_3 = \langle a : a^3 = 1 \rangle$ y $C_{21} = \langle b : b^{21} = 1 \rangle$, considera la acción de C_3 en C_{22} definida por ${}^{a}b = b^4$ y el correspondiente producto semidirecto $C_{21} \ltimes C_3$ entonces el inverso de (b, a^2) es

- a. ninguna de las otras opciones es cierta.
- b. (b^{17}, a). ✔
- c. $(b^{-1}, a^{-2}) = (b^{20}, a)$.

Respuesta correcta

La respuesta correcta es:
(b^{17}, a).

Sea $V = \{1, (12)(34), (13)(24), (14)(23)\} \subseteq S_5$. Entonces

- a. V no es un subgrupo de S_5.
- b. V es un subgrupo normal de S_5.
- c. V es un subgrupo pero no es normal en S_5. ✔

Respuesta correcta

La respuesta correcta es:
V es un subgrupo pero no es normal en S_5.

Sea G un grupo de orden 53361 y sean P_3, P_7 y P_{11} respectivamente un 3, 7 y 11–Subgrupo de Sylow de G. Entonces

- a. P_3, P_7 y P_{11} son subgrupos abelianos de G pero no tienen que ser normales. ✔
- b. P_3, P_7 y P_{11} no tienen porqué ser subgrupos abelianos de G.
- c. Siempre se cumple que P_3, P_7 y P_{11} son subgrupos abelianos y por tanto normales de G.

Respuesta correcta

La respuesta correcta es:
P_3, P_7 y P_{11} son subgrupos abelianos de G pero no tienen que ser normales.

Considera el grupo abeliano $A = \langle x, y : 4x + 6y = 0, 5x + 2y = 0 \rangle$, entonces

- a. Las descomposiciones cíclica y cíclica primaria de A son $A \cong \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}_{22}$ y $A \cong \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_{11}$ respectivamente.
- b. Las descomposiciones cíclica y cíclica primaria de A son iguales $A \cong \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}_{22}$.
- c. Las descomposiciones cíclica y cíclica primaria de A son $A \cong \mathbb{Z}_{22}$ y $A \cong \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_{11}$ respectivamente. ✔

Respuesta correcta

La respuesta correcta es:
Las descomposiciones cíclica y cíclica primaria de A son $A \cong \mathbb{Z}_{22}$ y $A \cong \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_{11}$ respectivamente.

?

Sea $C_{126} = \langle a; a^{126} = 1 \rangle$. Entonces el orden de a^{30} es

- a. 6.
- b. 21. ✔
- c. 126.

Respuesta correcta

La respuesta correcta es:
21.

De C_6 en C_{27} hay

- a. exactamente 3 homomorfismos de grupos. ✔
- b. exactamente 27 homomorfismos de grupos.
- c. sólo un homomorfismo de grupos.

Respuesta correcta

La respuesta correcta es:
exactamente 3 homomorfismos de grupos.

Sea $G = \langle a, b; a^6 = 1, b^2 = 1\rangle$. Entonces

- a. El orden de G es infinito.
- b. El orden de G es mayor o igual que 12. ✔
- c. El orden de G es menor o igual que 12.

Respuesta correcta

Las respuestas correctas son:
El orden de G es infinito.
, El orden de G es mayor o igual que 12.

Considera el grupo $C_{12} = \langle a : a^{12} = 1\rangle$, entonces

- a. la serie $C_{12} \trianglerighteq \langle a^4\rangle \trianglerighteq \langle a^2\rangle \trianglerighteq 1$ es de composición.
- b. la serie $C_{12} \trianglerighteq \langle a^3\rangle \trianglerighteq \langle a^9\rangle \trianglerighteq 1$ es de composición.
- c. la serie $C_{12} \trianglerighteq \langle a^2\rangle \trianglerighteq \langle a^4\rangle \trianglerighteq 1$ es de composición. ✔

Respuesta correcta

La respuesta correcta es:

Sea G un grupo de orden 2079 y sean P_3, P_7 y P_{11} respectivamente un 3, 7 y 11-Subgrupo de Sylow de G. Entonces

- a. P_3, P_7 y P_{11} no tienen porqué ser subgrupos abelianos de G. ✔
- b. Siempre se cumple que P_3, P_7 y P_{11} son subgrupos abelianos pero no tienen que ser normales en G.
- c. Siempre se cumple que P_3, P_7 y P_{11} son subgrupos abelianos y por tanto normales de G.

Respuesta correcta

La respuesta correcta es:
P_3, P_7 y P_{11} no tienen porqué ser subgrupos abelianos de G.

Considera las series $S_5 \trianglerighteq A_5 \trianglerighteq 1$ y $S_4 \trianglerighteq A_4 \trianglerighteq 1$

- a. La de S_5 es de composición pero la de S_4 no. ✔
- b. No son de composición.
- c. Son ambas de composición.

Respuesta correcta

La respuesta correcta es:
La de S_5 es de composición pero la de S_4 no.

?

Sean $C_3 = \langle a : a^3 = 1 \rangle$ y $C_7 = \langle b : b^7 = 1 \rangle$.

- a. Entonces ${}^{a}b := b^2$ y ${}^{a}b := b^{-1}$ definen acciones de C_3 en C_7 .
- b. Entonces ${}^{a}b := b^2$ y ${}^{a}b := b^{-1}$ no definen acciones de C_3 en C_7 .
- c. Entonces ${}^{a}b := b^2$ define una acción de C_3 en C_7 pero ${}^{a}b := b^{-1}$ no.

Respuesta incorrecta.

La respuesta correcta es:
Entonces ${}^{a}b := b^2$ define una acción de C_3 en C_7 pero ${}^{a}b := b^{-1}$ no.

Sea $H = \langle (12) \rangle, K = \langle (34) \rangle \subseteq S_4$. Entonces

- a. HK no es un subgrupo de S_4.
- b. HK es un subgrupo de S_4 pero no es normal. ✔
- c. HK es un subgrupo normal de S_4.

Respuesta correcta

La respuesta correcta es:
HK es un subgrupo de S_4 pero no es normal

Sea $G = \langle a, b; a^6 = 1, b^2 = 1, (ab)^2 = 1 \rangle$. Entonces

- a. el subgrupo $H = \langle a \rangle$ es normal pero el subgrupo $K = \langle b \rangle$ no lo es.
- b. los subgrupos $H = \langle a \rangle$ y $K = \langle b \rangle$ no son normales.
- c. el subgrupo $H = \langle a \rangle$ no es normal pero el subgrupo $K = \langle b \rangle$ si lo es.

Respuesta incorrecta.

La respuesta correcta es:
el subgrupo $H = \langle a \rangle$ es normal pero el subgrupo $K = \langle b \rangle$ no lo es.

Sea $H = \langle (123) \rangle, K = \langle (124) \rangle \subseteq S_4$. Entonces

- a. HK no es un subgrupo de S_4.
- b. HK es un subgrupo normal de S_4.
- c. HK es un subgrupo de S_4 pero no es normal. ✖

Respuesta incorrecta.

La respuesta correcta es:
HK no es un subgrupo de S_4.

?

Sea G un grupo simple

- a. Si G es abeliano entonces es resoluble pero el recíproco no es cierto.
- b. G es resoluble si y sólo si es abeliano. ✔
- c. G no es resoluble.

Respuesta correcta

La respuesta correcta es:
G es resoluble si y sólo si es abeliano.

Sean C_5 y C_6 grupos cíclicos de orden 5 y 6 respectivamente. Entonces:

- a. la única acción de grupos de C_5 en C_6 es la trivial. ✔
- b. hay 6 acciones de grupos de C_5 en C_6.
- c. hay dos acciones de grupos de C_5 en C_6.

Respuesta correcta

La respuesta correcta es:
la única acción de grupos de C_5 en C_6 es la trivial.

?

Grupos abelianos no isomorfos de orden 72

- a. hay 6. ✔
- b. hay sólo uno.
- c. hay $\varphi(72) = \varphi(8)\varphi(9) = 4 * 3 * 2 = 24$.

Respuesta correcta

La respuesta correcta es:
hay 6.

Las descomposiciones cíclica y cíclica primaria de $C_4 \times C_6$ son

- a. $C_2 \times C_{12}$ y $C_2 \times C_4 \times C_3$. ✔
- b. $C_2 \times C_{12}$ y $C_2 \times C_2 \times C_2 \times C_3$.
- c. $C_2 \times C_2 \times C_6$ y $C_8 \times C_3$.

Respuesta correcta

La respuesta correcta es:
$C_2 \times C_{12}$ y $C_2 \times C_4 \times C_3$.

?

Sea $\sigma = (12)(234)$ y $\tau = (1234)(456)$. Entonces

- a. una es par y otra impar.
- b. son ambas pares.
- c. son ambas impares. ✔

Respuesta correcta

La respuesta correcta es:
son ambas impares.

Sean $C_3 = \langle a : a^3 = 1 \rangle$ y $C_{21} = \langle b : b^{21} = 1 \rangle$, entonces

- a. es posible definir una acción de C_3 en C_{21} por la fórmula ${}^{a}b = b^3$ pero no es de grupos.
- b. no es posible definir una acción de grupos de C_3 en C_{21} por la fórmula ${}^{a}b = b^3$
- c. es posible definir una acción de grupos de C_3 en C_{21} por la fórmula ${}^{a}b = b^3$

Respuesta incorrecta.

La respuesta correcta es:
no es posible definir una acción de grupos de C_3 en C_{21} por la fórmula ${}^{a}b = b^3$

Sea G un grupo no abeliano de orden 39, entonces

- a. El conmutador $[G, G]$ no es un subgrupo de Sylow.
- b. El conmutador $[G, G]$ es un 13-subgrupo de Sylow.
- c. El conmutador $[G, G]$ es un 3-subgrupo de Sylow. ✖

Respuesta incorrecta.

La respuesta correcta es:
El conmutador $[G, G]$ es un 13-subgrupo de Sylow.

Sea G un grupo no abeliano de orden 125, entonces

- a. El centro de G tiene orden 5
- b. El centro de G tiene orden 25.
- c. El centro de G tiene orden 1.

Respuesta incorrecta.

La respuesta correcta es:
El centro de G tiene orden 5

?

Sea G un grupo de orden 40 y sean P_2 y P_5 respectivamente un 2 y un 5-Subgrupo de Sylow de G. Entonces

- a. P_5 y P_2 son abelianos y por tanto resolubles. Por tanto G es resoluble.
- b. P_5 y P_2 son resolubles. Por tanto G es resoluble sin necesidad de que sean normales o no.
- c. P_5 es abeliano y por tanto resoluble. Además P_5 es normal y G/P_5 aunque no tiene que ser abeliano si es resoluble. Por tanto G es resoluble. ✔

Respuesta correcta

La respuesta correcta es:
P_5 es abeliano y por tanto resoluble. Además P_5 es normal y G/P_5 aunque no tiene que ser abeliano si es resoluble. Por tanto G es resoluble.

Sean $C_3 = \langle a : a^3 = 1 \rangle$ y $C_{21} = \langle b : b^{21} = 1 \rangle$, considera la acción de C_3 en C_{22} definida por ${}^a b = b^4$ y el correspondiente producto semidirecto $C_{21} \ltimes C_3$ entonces el producto $(b, a^2)(b^2, a^2)$ es

- a. (b^3, a).
- b. (b^{11}, a).
- c. ninguna de las otras opciones es cierta. ✔

Respuesta correcta

La respuesta correcta es:

Un grupo es simple si:

- a. No tiene subgrupos normales propios. ✔
- b. Tiene orden primo.
- c. No tiene subgrupos propios.

Respuesta correcta

La respuesta correcta es:
No tiene subgrupos normales propios.

De C_{27} en C_9 hay

- a. exactamente 9 homomorfismos de grupos. ✔
- b. sólo un homomorfismo de grupos.
- c. 27/9=3 homomorfismos de grupos.

Respuesta correcta

La respuesta correcta es:
exactamente 9 homomorfismos de grupos.

?

Sea G un grupo simple

- a. Si G no es abeliano entonces el derivado $G' = 1$.
- b. Si G no es abeliano entonces el derivado $G' = G$. ✔
- c. Ninguna deblas otras opciones tiene que ser cierta.

Respuesta correcta

La respuesta correcta es:
Si G no es abeliano entonces el derivado $G' = G$.

Considera los grupos $H \leq K \leq G$.

- a. Siempre se cumple que $[G : H] = [G : K][K : H]$. ✔
- b. Sólo se cumple que $[G : H] = [G : K][K : H]$ si $H \trianglelefteq G$ y $K \trianglelefteq G$.
- c. Sólo se cumple que $[G : H] = [G : K][K : H]$ si $H \trianglelefteq K$ y $K \trianglelefteq G$.

Respuesta correcta

La respuesta correcta es:
Siempre se cumple que $[G : H] = [G : K][K : H]$.

?

Sea G un grupo de orden 231 y P_3, P_7 y P_{11} respectivamente un 3, 7 y 11-Subgrupo de Sylow de G. Entonces

- a. Siempre se cumple que P_{11} es un subgrupo normal de G pero P_7 no tiene porqué serlo.
- b. Siempre se cumple que P_3, P_7 y P_{11} son subgrupos normales de G.
- c. Siempre se cumple que P_7 y P_{11} son subgrupos normales de G. ✔

Respuesta correcta

La respuesta correcta es:
Siempre se cumple que P_7 y P_{11} son subgrupos normales de G.

Considera el grupo abeliano $A = \langle x, y, z : 4x + 6y = 0, 5y - 2z = 0\rangle$, entonces

- a. El rango de la parte libre de A es 1, y las descomposiciones cíclica y cíclica primaria de A son iguales $A \cong \mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}$. ✔
- b. El rango de la parte libre de A es 1, y las descomposiciones cíclica y cíclica primaria de A son $A \cong \mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}$ y $A \cong \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}$.
- c. El rango de la parte libre de A es 1, y las descomposiciones cíclica y cíclica primaria de A son iguales $A \cong \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}$.

Respuesta correcta

La respuesta correcta es:
El rango de la parte libre de A es 1, y las descomposiciones cíclica y cíclica primaria de A son iguales $A \cong \mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}$.

Considera las series $D_5 \trianglerighteq \langle\rho\rangle \trianglerighteq 1$ y $D_4 \trianglerighteq \langle\rho\rangle \trianglerighteq 1$, donde ρ es el correspondiente giro.

a. No son de composición. ✖

b. Son ambas de composición.

c. La de D_5 es de composición pero la de D_4 no.

Respuesta incorrecta.

La respuesta correcta es:
La de D_5 es de composición pero la de D_4 no.

Considera los grupos $H \trianglelefteq K \trianglelefteq G$.

a. Nunca se cumple que $H \trianglelefteq G$.

b. Entonces se cumple que $H \trianglelefteq G$.

c. No tiene por qué ser $H \trianglelefteq G$. ✔

Respuesta correcta

La respuesta correcta es:
No tiene por qué ser $H \trianglelefteq G$.

Sea G un grupo de orden 40 y sean P_2 y P_5 respectivamente un 2 y un 5-Subgrupo de Sylow de G. Entonces

- a. $G = P_5 \ltimes P2$
- b. $G = P_2 \ltimes P_5$ ✖
- c. G no tiene porqué ser un producto semidirecto de P_5 y P_2.

Respuesta incorrecta.

La respuesta correcta es:
$G = P_5 \ltimes P2$

Sea G grupo de orden 36. Entonces

- a. G tiene al menos un elemento de orden 2 y otro de orden 3, pero no tiene porqué tener elementos de orden 4 y 9. ✔
- b. G tiene al menos un elemento de orden 2, otro de orden 3, otro de orden 4 y otro de orden 9 (por ser potencias de primos), pero no tiene porqué tener elementos de orden 6.
- c. los elementos de G tienen orden divisores de 36, además para cada divisor d de 36 puedo asegurar la existencia de un elemento de orden d.

?