

# MODELOS DE COMPUTACIÓN

## RELACION DE PROBLEMAS 1 bis

Calcula, de forma razonada, gramáticas que generen cada uno de los siguientes lenguajes:

### ■ SENCILLOS

- a)  $\{u \in \{0, 1\}^* \text{ tales que } |u| \leq 4\}$
- b) Palabras con 0's y 1's que no contengan dos 1's consecutivos y que empiecen por un 1 y que terminen por dos 0's.
- c) El conjunto vacío.
- d) El lenguaje formado por los números naturales.
- e)  $\{a^n \in \{a, b\}^* \text{ con } n \geq 0\} \cup \{a^n b^n \in \{a, b\}^* \text{ con } n \geq 0\}$
- f)  $\{a^n b^{2n} c^m \{a, b, c\}^* \text{ con } n, m > 0\}$
- g)  $\{a^n b^m a^n \in \{a, b\}^* \text{ con } m, n \geq 0\}$
- h) Palabras con 0's y 1's que contengan la subcadena 00 y 11.
- i) Palíndromos formados con las letras  $a$  y  $b$ .

### ■ DIFICULTAD MEDIA

- a)  $\{uv \in \{0, 1\}^* \text{ tales que } u^{-1} \text{ es un prefijo de } v\}$
- b)  $\{ucv \in \{a, b, c\}^* \text{ tales que } u \text{ y } v \text{ tienen la misma longitud}\}$
- c)  $\{u1^n \in \{0, 1\}^* \text{ donde } |u| = n\}$ .
- d)  $\{a^n b^n a^{n+1} \in \{a, b\}^* \text{ con } n \geq 0\}$  (mirar transparencias de teoría)

### ■ DIFÍCILES

- a)  $\{a^n b^m c^k \text{ tales que } k = m + n\}$
- b) Palabras que son múltiplos de 7 en binario.

### ■ EXTREMADAMENTE DIFÍCILES (no son libres de contexto)

- a)  $\{ww \text{ con } w \in \{0, 1\}^*\}$
- b)  $\{a^{n^2} \in \{a\}^* \text{ con } n \geq 0\}$
- c)  $\{a^p \in \{a\}^* \text{ con } p \text{ primo}\}$
- d)  $\{a^n b^m \in \{a, b\}^* \text{ con } n \leq m^2\}$

Calcular las gramáticas que generan los siguientes lenguajes.

• sencillos:

a)  $\{u \in \{0,1\}^* \text{ tales que } |u| \leq 4\}$

$$G = (V = \{S, A\}, T = \{0, 1\}, P, S)$$

$$P = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow A A A A \\ A \rightarrow 0 \mid 1 \mid \epsilon \end{array} \right\}$$

b) Palabras con 0's y 1's que no contengan dos 1's consecutivos y que empiecen por un 1 y que terminen por dos 0's.

$$G = (V = \{S, A, B\}, T = \{0, 1\}, P, S)$$

$$P = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow 1 A 0 0 \\ A \rightarrow 0 B \mid \epsilon \\ B \rightarrow 1 A \mid 0 B \mid \epsilon \end{array} \right\}$$

c) El conjunto vacío.

$$G = (V = \{S\}, T = \emptyset, P, S)$$

$$S \rightarrow S$$

d) El lenguaje formado por los números naturales.

$$G = (V = \{S, A, B\}, T = \{0, \dots, 9\}, P, S)$$

$$P = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow A 0 \\ A \rightarrow 1 B \mid 2 B \mid \dots \mid 9 B \\ B \rightarrow A \mid 0 A \mid 0 B \mid \epsilon \end{array} \right\} \equiv \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow 0 \mid A B \\ A \rightarrow 1 \mid \dots \mid 9 \\ B \rightarrow B B \mid 0 \mid \dots \mid 9 \mid \epsilon \end{array} \right\}$$

$$e) \{a^n \in \{a, b\}^* \text{ con } n \geq 0\} \cup \{a^n b^n \in \{a, b\}^* \text{ con } n \geq 0\}$$

$$G = (V = \{S, A, B\}, T = \{a, b\}, P, S)$$

$$P = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow a B b \mid A \mid \epsilon \\ A \rightarrow a A \mid \epsilon \\ B \rightarrow a B b \mid \epsilon \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{"truco"}} \left\{ \begin{array}{l} S_1 \rightarrow a S_1 \mid \epsilon \\ S_2 \rightarrow a S_2 b \mid \epsilon \end{array} \right\} \Rightarrow S \rightarrow S_1 \mid S_2$$

$$f) \{a^n b^{2n} c^m \{a, b, c\}^* \text{ con } n, m > 0\}$$

$$G = (V = \{S, A, C\}, T = \{a, b, c\}, P, S)$$

$$P = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow a A b b c C \\ A \rightarrow a A b b \mid \epsilon \\ C \rightarrow c C \mid \epsilon \end{array} \right\}$$

$$g) \{a^n b^m a^n \in \{a, b\}^* \text{ con } m, n \geq 0\}$$

$$G = (V = \{S, B\}, T = \{a, b\}, P, S)$$

$$P = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow a S a \mid B \\ B \rightarrow b B \mid \epsilon \end{array} \right\}$$

$$h) \text{ Palabras con 0's y 1's que contengan la subcadena 00 y 11.}$$

$$G = (V = \{S, A\}, T = \{0, 1\}, P, S)$$

$$P = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow A 00 A 11 A \mid A 11 A 00 A \\ A \rightarrow 0 A \mid 1 A \mid \epsilon \end{array} \right\}$$

$$i) \text{ Palíndromos formados con las letras } a \text{ y } b.$$

$$G = (V = \{S, A\}, T = \{a, b\}, P, S)$$

$$P = \left\{ S \rightarrow a S a \mid b S b \mid a \mid b \mid \epsilon \right\}$$

## • Dificultad media.

$$a) \{uv \in \{0,1\}^* \text{ tales que } u^{-1} \text{ es un prefijo de } v\} = \{u \underbrace{u^{-1}}_v w \in \{0,1\}^*\}$$

$$G = (V = \{S\}, T = \{a, b\}, P, S)$$

$$u^{-1} \text{ prefijo de } v \iff \exists z \in T^* \mid u^{-1}z = v$$

Son todas las palabras,  $P = \{S \rightarrow 0S1 \mid 1S1 \mid \epsilon\}$   
 pues  $u$  puede ser la palabra vacía.

$$b) \{ucv \in \{a, b, c\}^* \text{ tales que } u \text{ y } v \text{ tienen la misma longitud}\}$$

$$G = (V = \{S, A\}, T = \{a, b, c\}, P, S)$$

$$P = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow ASA \mid c \\ A \rightarrow a \mid b \mid c \end{array} \right.$$

$$c) \{u1^n \in \{0,1\}^* \text{ donde } |u| = n\}.$$

$$G = (V = \{S\}, T = \{0,1\}, P, S)$$

$$P = \{S \rightarrow 0S1 \mid 1S1 \mid \epsilon\}$$

$$d) \{a^n b^n a^{n+1} \in \{a, b\}^* \text{ con } n \geq 0\} \text{ (mirar transparencias de teoría)}$$

$$G = (V = \{S, A, B\}, T = \{a, b\}, P, S)$$

$$P = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow Aa \\ A \rightarrow aABb \mid \epsilon \\ Bb \rightarrow bB \\ Ba \rightarrow aa \end{array} \right.$$

• Dífíciles:

a)  $\{a^n b^m c^k \text{ tales que } k = m + n\}$

$$G = (V = \{S, Y\}, T = \{a, b, c\}, P, S)$$

$$P = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow a S c \mid b Y c \mid \epsilon \\ Y \rightarrow b Y c \mid \epsilon \end{array} \right\}$$

Estrategia:

$a^n b^m c^k = a^n (b^m c^m) c^n$  colocar 1<sup>o</sup> extremos y luego los interiores.

b) Palabras que son múltiplos de 7 en binario.

Palabras congruentes con 0 mod 7.