PROBABILIDAD - Doble Grado Ingeniería Informática y Matemáticas (Curso 2023/2024)
Control intermedio
Fecha: 30 de octubre de 2023 - Duración: 2 horas.

---

1. El vector aleatoio (X,Y) tiene función masa de probabilidad conjunta dada por:
$$P[X=x,Y=y]=k(x+1)(y+1)$$
donde $x,y=0,1,2$.
   (a) **(0,5 puntos)** Calcular el valor de k.
   (b) **(1,0 puntos)** Calcular las distribuciones marginales.
   (c) **(1,0 puntos)** Calcular las distribuciones condicionadas de X a los valores de $Y=y$ para $y=0,1,2$.

2. Sea (X,Y) un vector aleatorio con función de densidad $f(x,y)=\dfrac{k}{x^2}, k>0$, sobre la región delimitada por $1<x<2, 0<y<x^2$.
   (a) **(1,5 puntos)** Calcular k y la función de distribución de probabilidad.
   (b) **(1,0 puntos)** Calcular las densidades de probabilidad marginales.
   (c) **(0,75 puntos)** Calcular las densidades de probabilidad condicionadas.

3. Sea (X,Y) un vector aleatorio con función de densidad $f(x,y)=k$, sobre la región delimitada por $0<x<\dfrac{1}{2}, 0<y<\dfrac{1}{2}$.
   (a) **(0,5 puntos)** Calcular k para que f sea función de densidad de probabilidad de un vector aleatorio continuo (X,Y).
   (b) **(1,5 puntos)** Calcular la función de densidad de probabilidad conjunta de $(Z,T)=(X+Y,X-Y)$.
   (c) **(1,5 puntos)** Determinar las funciones de densidad de probabilidad marginales del vector transformado (Z,T).

4. **(0,75 puntos)** Obtener la función de densidad del máximo de un vector aleatorio de dimensión n cuyas componentes están identicamente distribuidas según una uniforme en el intervalo $[0,1]$, que además presenta la particularidad de que su función de distribución conjunta es el producto de las funciones de distribución marginales.