

**Departamento de Análisis Matemático, Universidad de Granada**  
**Variable Compleja I, Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas**

**Ejercicio 1. (3.5 puntos)** Estudiar la convergencia puntual, absoluta y uniforme de la serie  $\sum_{n \geq 0} f_n$  donde

$$f_n(z) = \left( \frac{z-1-i}{z+1+i} \right)^{2n} \quad \forall z \in \mathbb{C} \setminus \{-1-i\}.$$

**Ejercicio 2. (3.5 puntos)** Estudiar la derivabilidad de la función  $f: \mathbb{C} \setminus \{-i, i\} \rightarrow \mathbb{C}$  dada por

$$f(z) = \log(1+z^2) \quad (z \in \mathbb{C} \setminus \{-i, i\})$$

y obtener un desarrollo en serie de potencias de  $f$  centrado en el origen.

**Ejercicio 3.**

**a) (1.5 puntos)** Calcular  $\int_{C(0,1)} \frac{e^z}{z(z-2)^2} dz$ .

**b) (1.5 puntos)** Sean  $f$  y  $g$  dos funciones enteras verificando  $f(z) = g(z)$  para cada  $z \in \mathbb{T}$ . Demostrar que  $f(z) = g(z)$  para cada  $z \in \overline{D}(0,1)$ . **Extra (1.5 puntos)** Probar que, de hecho,  $f = g$ .

*Granada, 25 de abril de 2019*