Hallar gramática que genere:

$L = \{a^n b a^m b a^{n+m} / n, m \geq 0\}$

$a^n b a^m b a^{n+m} = a^n (b a^m b a^m) a^n$

$P = \left\{ \begin{array}{l} S \to aSa \mid bA \\ A \to aAa \mid b \end{array} \right\}$

Estrategia:
Generar extremos 1º para dejar centro libre.

$L = \{a^n b^m c^k d^t \mid n+m = k+t\}$

$P = \left\{ \begin{array}{l} S \to aSd \mid aAd \mid aDd \mid aAc \mid aCc \mid bDd \mid bCc \mid \varepsilon \\ A \to aAc \mid aBc \mid \varepsilon \\ D \to bDd \mid bCc \mid \varepsilon \\ B \to bBc \mid \varepsilon \\ C \to bCc \mid \varepsilon \end{array} \right\}$

Otra forma:

$P = \left\{ \begin{array}{l} S \to aSd \mid aBc \mid bCd \mid bDc \mid \varepsilon \\ B \to aBc \mid bDc \mid \varepsilon \\ C \to bCd \mid bDc \mid \varepsilon \\ D \to bDc \mid \varepsilon \end{array} \right\}$

$L = \{a^n b^n \,/\, n \neq 0$ no es múltiplo de $3\}$

$$P = \left\{ \begin{array}{l} S \to aAb \\ A \to aBb \mid \varepsilon \\ B \to aSb \mid \varepsilon \end{array} \right\} \begin{array}{l} \equiv 1 \bmod 3 \\ \equiv 2 \bmod 3 \\ \equiv 0 \bmod 3 \end{array}$$

Cuando hay 3, debemos volver al inicio.

$L = \{a^n b^n \,/\, n \geq 0\}$

$$P = \left\{ \begin{array}{l} S \to aSb \mid bB \mid Ba \\ B \to aB \mid bB \mid \varepsilon \end{array} \right\}$$

* Si empieza por b, le sigue cualquier cosa.
* Si acaba por a, le precede cualquier cosa.
* Si empieza por a y acaba por b, en alguna subcadena de en medio tendrá que incumplirse estructura (seguimos en bucle aSb).

Examen T1-1 2022:

Construir gramáticas que acepten el siguiente lenguaje:

A) $L = \{ a^n b^m c^k \,/\, |n-m| = k \}$

$|n-m| = k \iff \begin{cases} n-m = k \Rightarrow n = m+k \\ -n+m = k \Rightarrow m = n+k \end{cases}$

- $n = m = 0 \Rightarrow k = 0 \Rightarrow S \to \varepsilon$
- $n = 0 \Rightarrow m = k \Rightarrow b^m c^m \Rightarrow S \to bAc$

  $A \to bAc \mid \varepsilon$
- $m = 0 \Rightarrow n = k \Rightarrow a^n c^n \Rightarrow S \to aBc$

  $B \to aBc \mid \varepsilon$
- $k = 0 \Rightarrow n = m \Rightarrow a^n b^n \Rightarrow S \to aCb$

  $C \to aCb \mid \varepsilon$
- $n, m, k \neq 0 \Rightarrow$
  - $n > m \Rightarrow n = m+k \Rightarrow a^k a^m b^m c^k$

    $S \to aDc$

    $D \to aDc \mid E$

    $E \to aEb \mid \varepsilon$
  - $n < m \Rightarrow m = n+k \Rightarrow a^n b^n b^k c^k$

    $S \to aFbbGc$

    $F \to aFb \mid \varepsilon$

    $G \to bGc \mid \varepsilon$

B) $L = \{ u \in \{0,1\}^* \,/\, n^{\circ}$ ceros y n° unos par $\}$

$S \rightarrow 0A \mid 1B \mid \varepsilon$

$A \rightarrow 0S \mid 1C$

$B \rightarrow 1S \mid 0C$

$C \rightarrow 0B \mid 1A$

Examen t1-2 2022:

A) $L = \{ u \in \{0,1\}^* \mid u^{-1} = \overline{u} \}$, donde $\overline{u}$ es el resultado de cambiar 0 por 1 y viceversa en u.

Algunos ejemplos: 1111 0000   100110

1010 1010

1100 1100

Vemos que son aquellas palabras donde $\forall a_i \in V$, $a_i = \overline{a}_{n-i}$, $n = |V|$, $i \in \mathbb{N}_0$. Vemos además que deben ser de longitud par, pues si tienen longitud impar, el elemento central no varía su posición, pero sí se complementa, por lo que $\overline{u} \neq u^{-1}$:

$u = 00111 \begin{cases} u^{-1} = 11100 \\ \overline{u} = 11000 \end{cases}$

$S \rightarrow 0S1 \mid 1S0 \mid \varepsilon$

B) $L = \{ a^n b^m / 3m \geq n \geq 2m \}$

Por cada 2 ó 3 a's hay 1 b.

$S \to aA \mid \varepsilon$

$A \to aBb$

$B \to aS \mid \varepsilon$