Sistemas Concurrentes y Distribuidos: **Problemas Resueltos.**

Dpt. Lenguajes y Sistemas Informáticos ETSI Informática y de Telecomunicación Universidad de Granada

Curso 2023-24



Universidad de Granada

SCD (23-24). Índice general.

Índice general

1.	Introducción	5
	Problema 1	5
	Problema 2	6
	Problema 3	7
	Problema 4	9
	Problema 5	10
	Problema 6	11
	Problema 7	13
	Problema 8	14
	Problema 9	16
2.	Sincronización en memoria compartida.	17
	Problema 10	17
	Problema 11	18
	Problema 12	19
	Problema 13	23
	Problema 14	24
	Problema 15	24
	Problema 16	26
	Problema 17	27
	Problema 18	29
	Problema 19	30
	Problema 20	31
	Problema 21	33
	Problema 22	37
	Problema 23	41
	Problema 24	43
	Problema 25	46
	Problema 26	47
	Problema 27	49

SCD (23-24). Índice general.

	Problema 28	50
3.	Sistemas basados en paso de mensajes.	55
	Problema 29	55
	Problema 30	56
	Problema 31	56
	Problema 32	57
	Problema 33	59
	Problema 34	61
	Problema 35	62
	Problema 36	63
	Problema 37	65
	Problema 38	66
	Problema 39	67
	Problema 40	69
	Problema 41	70
	Problema 42	71
	Problema 43	72
	Problema 44	72
	Problema 45	74
4.	Sistemas de Tiempo Real.	77
	Problema 46	77
	Problema 47	78
	Problema 48	79
	Problema 49	80
	Problema 50	81
	Problema 51	82
	Problema 52	

Introducción

1

Considerar el siguiente fragmento de programa para 2 procesos P_1 y P_2 :

Los dos procesos pueden ejecutarse a cualquier velocidad. ¿ Cuáles son los posibles valores resultantes para \mathbf{x} ?. Suponer que \mathbf{x} debe ser cargada en un registro para incrementarse y que cada proceso usa un registro diferente para realizar el incremento.

```
{ variables compartidas }
var x : integer := 0 ;
process P1 ;
                                                   process P2 ;
    var i : integer ;
                                                       var j : integer ;
begin
                                                   begin
    for i := 1 to 2 do begin
                                                       for j := 1 to 2 do begin
       \mathbf{x} := \mathbf{x} + 1;
                                                          \mathbf{x} := \mathbf{x} + 1;
                                                       end
    end
end
                                                   end
```

Respuesta

<u>Los valores posibles son 2, 3 y 4.</u> Suponemos que no hay optimizaciones al compilar y que por tanto cada proceso hace dos lecturas y dos escrituras de \mathbf{x} en memoria. La respuesta se basa en los siguientes tres hechos:

- el valor resultante no puede ser inferior a 2 pues cada proceso incrementa x dos veces en secuencia partiendo de cero, la primera vez que un proceso lee la variable lee un 0 como mínimo, y la primera vez que la escribe como mínimo 1, la segunda vez que ese mismo proceso lee, lee como mínimo un 1 y finalmente escribe como mínimo un 2.
- el valor resultante no puede ser superior a 4. Para ello sería necesario realizar un total de 5 o más incrementos de la variable, cosa que no ocurre pues se realizan únicamente 4.
- existen posibles secuencias de interfoliación que producen los valores 2,3 y 4, damos ejemplos de cada uno de los casos:
 - **resultado 2:** se produce cuando todas las lecturas y escrituras de un proceso i se ejecutan completamente entre la segunda lectura y la segunda escritura del otro proceso j. La segunda lectura de j lee un 1 y escribe un 2, siendo esta escritura la última en realizarse y por tanto la que determina el valor de x
 - **resultado 3:** se produce cuando los dos procesos leen y escriben x por primera vez de forma simultánea, quedando x a 1. Los otros dos incrementos se producen en secuencia (un proceso escribe antes de que lea el otro), lo cual deja la variable a 3.

resultado 4: se produce cuando un proceso hace la segunda escritura antes de que el otro haga su primera lectura. Es evidente que el valor resultado es 4 pues todos los incrementos se hacen secuencialmente.

2

¿ Cómo se podría hacer la copia del fichero **f** en otro **g**, de forma concurrente, utilizando la instrucción concurrente **cobegin-coend**? . Para ello, suponer que:

- los archivos son secuencia de items de un tipo arbitrario T, y se encuentran ya abiertos para lectura (f) y escritura (g). Para leer un ítem de f se usa la llamada a función leer (f) y para saber si se han leído todos los ítems de f, se puede usar la llamada fin (f) que devuelve verdadero si ha habido al menos un intento de leer cuando ya no quedan datos. Para escribir un dato x en g se puede usar la llamada a procedimiento escribir (g, x).
- El orden de los ítems escritos en **g** debe coincidir con el de **f**.
- Dos accesos a dos archivos distintos pueden solaparse en el tiempo.

Para ilustrar como se accede a los archivos, aquí se encuentra una versión secuencial del código que copia **f** sobre **g**:

```
process CopiaSecuencial ;
  var v : T ;
begin
  v := leer(f) ; {lectura adelantada}
  while not fin(f) do
  begin
       escribir(g,v); {leer de la variable v y escribir en el archivo g }
       v := leer(f); {leer del archivo f y escribir variable v}
  end
end
```

Respuesta

Los ítems deben ser escritos en secuencia para conservar el orden, así que la lectura y la escritura puede hacerse en un bucle secuencial. Sin embargo, se puede solapar en el tiempo la escritura de un ítem leído y la lectura del siguiente, y por tanto en cada iteración se usará un cobegin-coend con la lectura solapada con la escritura.

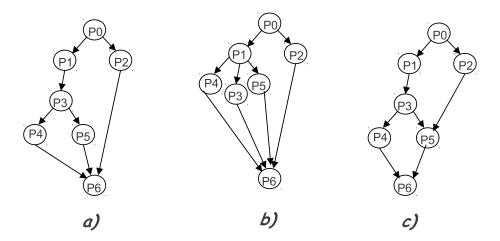
La solución más obvia sería usar una variable \mathbf{v} (compartida entre la lectura y la escritura) para esto, es decir, usar en cada íteración la solución que aparece en la figura de la izquierda. El problema es que en esta solución la variable \mathbf{v} puede ser accedida simultáneamente por la escritura y la lectura concurrentes, que podrían interferir entre ellas, así que es necesario usar dos variables. El esquema correcto quedaría como aparece en la figura de la derecha.

PDF creado: 25 de noviembre de 2023 Pág. 6 / 84

```
process CopiaConcurrenteMal ;
                                         process CopiaConcurrente ;
   var v : T ;
                                            var v ant, v sig : T ;
begin
                                         begin
   v := leer(f) ;
                                             v sig := leer(f) ;
   while not fin(f) do
                                             while not fin(f) do begin
   cobegin
                                                v ant := v sig ;
                                                cobegin
      escribir(g, v);
      v := leer(f) ;
                                                   escribir(g,v_ant);
   coend
                                                   v sig := leer(f) ;
end
                                             end
                                         end
```

3

Construir, utilizando las instrucciones concurrentes **cobegin-coend** y **fork-join**, programas concurrentes que se correspondan con los grafos de precedencia que se muestran a continuación:



Respuesta

A continuación incluimos, para cada grafo, las instrucciones concurrentes usando cobegin-coend (izquierda) y fork-join (derecha)

(a)

```
begin
                                         begin
                                            PO; fork P2;
  P0 ;
   cobegin
                                            P1 ; P3 ; fork P4 ; fork P5 ;
                                            join P2; join P4; join P5;
      begin
         P1 ; P3 ;
                                            P6;
         cobegin
                                         end
            P4 ; P5 ;
         coend
      end
      P2 ;
  coend
  P6 ;
end
```

(b)

```
begin
                                         begin
   P0 ;
                                            PO; fork P2;
   cobegin
                                            P1; fork P3; fork P4; fork P5;
                                            join P2 ; join P3 ;
      begin
                                            join P4 ; join P5 ;
         P1 ;
         cobegin
                                            P6 ;
                                         end
            P3 ; P4 ; P5 ;
         coend
      end
      P2 ;
   coend
   P6 ;
end
```

(c) en este caso, cobegin-coend no permite expresar el simultáneamente el paralelismo potencial que hay entre P4 y P2 y el que hay entre P4 y P5, mientras fork-join sí permite expresar todos los paralelismos presentes (es más flexible).

```
begin
                            begin
                                                        begin
                               P0 ;
                                                           P0 ; fork P2 ;
                                                           P1 ;
   cobegin
                               cobegin
      begin
                                  begin
                                                           P3 ; fork P4 ;
         P1 ; P3 ;
                                      P1 ; P3 ; P4 ;
                                                           join P2;
      end
                                  end;
                                                           P5 ;
      P2 ;
                                  P2 ;
                                                           join P4;
   coend
                               coend
                                                           P6 ;
                               P5 ; P6 ;
                                                         end
   cobegin
      P4 ; P5 ;
                            end
   coend
   P6:
end
```

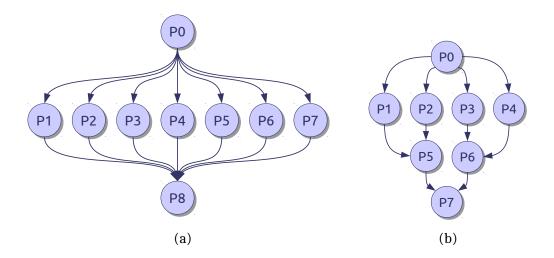


Dados los siguientes fragmentos de programas concurrentes, obtener sus grafos de precedencia asociados:

```
begin
                                             begin
   P0 ;
                                                P0 ;
   cobegin
                                                cobegin
      P1 ;
                                                   begin
      P2 ;
                                                      cobegin
      cobegin
                                                        P1; P2;
          P3 ; P4 ; P5 ; P6 ;
                                                      coend
                                                     P5:
      coend
      P7 ;
                                                    end
   coend
                                                   begin
   P8;
                                                      cobegin
end
                                                        P3; P4;
                                                      coend
                                                     P6;
                                                    end
                                                coend
                                                P7 ;
                                             end
```

Respuesta

En el caso a), anidar un bloque **cobegin-coend** dentro de otro, sin incluir ningún componente adicional en secuencia, tiene el mismo efecto que incluir directamente en el bloque externo las instrucciones del interno. Esta no es la situación en el el caso b), donde las construcciones **cobegin-coend** anidadas son necesarias para reflejar ciertas dependencias entre actividades.



PDF creado: 25 de noviembre de 2023 Pág. **9** / 84



Suponer un sistema de tiempo real que dispone de un captador de impulsos conectado a un contador de energía eléctrica. La función del sistema consiste en contar el número de impulsos producidos en 1 hora (cada Kwh consumido se cuenta como un impulso) e imprimir este número en un dispositivo de salida.

Para ello se dispone de un programa concurrente con 2 procesos: un proceso acumulador (lleva la cuenta de los impulsos recibidos) y un proceso escritor (escribe en la impresora). En la variable común a los 2 procesos n se lleva la cuenta de los impulsos. El proceso acumulador puede invocar un procedimiento <code>Espera_impulso</code> para esperar a que llegue un impulso, y el proceso escritor puede llamar a <code>Espera_fin_hora</code> para esperar a que termine una hora.

El código de los procesos de este programa podría ser el siguiente:

```
{ variable compartida: }
var n : integer; { contabiliza impulsos }
process Acumulador ;
                                            process Escritor;
begin
                                            begin
   while true do begin
                                               while true do begin
      Espera impulso();
                                                   Espera fin hora();
                                                   write( n ) ;
      < n := n+1 > ; {(1)}
                                                                   {(2)}
                                                   < n := 0 > ;
                                                                   { (3) }
   end
 end
                                                end
                                            end
```

En el programa se usan sentencias de acceso a la variable \mathbf{n} encerradas entre los símbolos < y >. Esto significa que cada una de esas sentencias se ejecuta en exclusión mutua entre los dos procesos, es decir, esas sentencias se ejecutan de principio a fin sin entremezclarse entre ellas.

Supongamos que en un instante dado el acumulador está esperando un impulso, el escritor está esperando el fin de una hora, y la variable \mathbf{n} vale k. Después se produce de forma simultánea un nuevo impulso y el fin del periódo de una hora. Obtener las posibles secuencias de interfolicación de las instrucciones (1),(2),y(3) a partir de dicho instante, e indicar cuales de ellas son correctas y cuales incorrectas (las incorrectas son aquellas en las cuales el impulso no se contabiliza).

Respuesta

Supongamos que hay una variable entera (ficticia) llamada OUT, que se crea al terminar el write (sentencia (2)) y tiene el valor impreso (esto permite incluir en el estado del programa dicho valor impreso).

En el estado de partida, se cumple $\mathbf{n}==k$, y a partir de ahí pueden ocurrir tres interfoliaciones posibles de las sentencias etiquetadas con los dígitos 1,2, y 3. Estas interfoliaciones son: (a) 1,2,3, (b) 2,1,3 y (c) 2,3,1.

Para cada interfoliación podemos considerar los valores de las variables en cada estado al final de cada sentencia, y podemos examinar el estado final, esto es, el valor con el que queda n y el valor impreso (el valor de out).

PDF creado: 25 de noviembre de 2023 Pág. **10** / 84

(a)		
Instr.	n	OUT
	k	
n := n +1	k+1	
write(n)	k+1	k+1
n := 0	0	k+1

<u>(b)</u>						
Instr.	n	OUT				
	k					
write(n)	k	k				
n := n +1	k+1	k				
n := 0	0	k				

(c)					
Instr.	n	OUT			
	k				
write(n)	k	k			
n := 0	0	k			
n := n +1	1	k			

(0)

Son correctas únicamente las interfoliaciones en las cuales en el estado final se cumple:

```
OUT + n == k + 1
```

es decir, el valor impreso más el valor de contador es igual al número total de impulsos producidos desde que comenzó la hora que acaba. Evidentemente, las interfoliaciones (a) y (c) son correctas, mientras que la (b) es incorrecta.



Supongamos un programa concurrente en el cual hay, en memoria compartida dos vectores **a** y **b** de enteros y con tamaño par, declarados como sigue:

```
var a,b : array[0..2*n-1] of integer ; {nes una constante predefinida(>2)}
```

Queremos escribir un programa para obtener en **b** una copia ordenada del contenido de **a** (nos da igual el estado en que queda **a** después de obtener **b**).

Para ello disponemos de la función **Sort** que ordena un tramo de **a** (entre las entradas **s**, incluida, y **t**, no incluida), usando el método de la burbuja. También disponemos la función **Copiar**, que copia un tramo de **a** (desde **s**, incluido, hasta **t**, sin incluir) sobre **b** (a partir de **o**).

```
procedure Sort( s,t : integer );
    var i, j : integer ;
begin
    for i := s to t-1 do
        for j:= s+1 to t-1 do
        if a[i] < a[j] then
            swap( a[i], a[j] ) ;
end</pre>
procedure Copiar( o,s,t : integer );
    var d : integer ;
begin
    for d := 0 to t-s-1 do
        b[o+d] := a[s+d] ;
end
```

La función swap intercambia dos variables. El programa para ordenar se puede implementar de dos formas:

- Ordenar todo el vector a, de forma secuencial con la función Sort, y después copiar cada entrada de a en b, con la función Copiar.
- Ordenar las dos mitades de a de forma concurrente, y después mezclar dichas dos mitades en un segundo vector b (para mezclar usamos un procedimiento Merge).

A continuación vemos el código de ambas versiones:

El código de Merge se encarga de ir leyendo las dos mitades de a. En cada paso primero se selecciona el menor elemento de los dos siguientes por leer (uno en cada mitad), y después se escribe dicho menor elemento en la siguiente mitad del vector mezclado b. Al acabar este bucle, será necesario copiar el resto de elementos no leídos de una de las dos mitades. El código es el siguiente:

```
procedure Merge( inferior, medio, superior: integer ) ;
   var escribir : integer := 0 ;
                                             { siguiente posicion a escribir en b
              : integer := inferior ; { siguiente pos. a leer en primera mitad de a }
   var leer2
                 : integer := medio ; { siguiente pos. a leer en segunda mitad de a }
   { mientras no haya terminado con alguna mitad }
   while leer1 < medio and leer2 < superior do begin
      if a[leer1] < a[leer2] then begin { minimo en la primera mitad }</pre>
          b[escribir] := a[leer1] ;
          leer1 := leer1 + 1 ;
      end else begin { minimo en la segunda mitad }
          b[escribir] := a[leer2] ;
          leer2 := leer2 + 1 ;
      escribir := escribir+1 ;
   { se ha terminado de copiar una de las mitades, copiar lo que quede de la otra }
   if leer2 >= superior then Copiar( escribir, leer1, medio ); {copiar primera}
                           else Copiar( escribir, leer2, superior ); {copiar segunda}
end
```

Llamaremos $T_s(k)$ al tiempo que tarda el procedimiento **Sort** cuando actua sobre un segmento del vector con k entradas. Suponemos que el tiempo que (en media) tarda cada iteración del bucle interno que hay en **Sort** es la unidad (por definición). Es evidente que ese bucle tiene k(k-1)/2 iteraciones, luego:

$$T_s(k) = \frac{k(k-1)}{2} = \frac{1}{2}k^2 - \frac{1}{2}k$$

El tiempo que tarda la versión secuencial sobre 2n elementos (llamaremos S a dicho tiempo) será el tiempo de **Sort** $(T_s(2n))$ más el tiempo de **Copiar** (que es 2n, pues copiar un elemento tarda una unidad de tiempo), luego

$$S = T_s(2n) + 2n = \frac{1}{2}(2n)^2 - \frac{1}{2}(2n) + 2n = 2n^2 + n$$

con estas definiciones, calcula el tiempo que tardará la versión paralela, en dos casos:

(1) Las dos instancias concurrentes de **Sort** se ejecutan en el mismo procesador (llamamos P_1 al tiempo que tarda).

(2) Cada instancia de **Sort** se ejecuta en un procesador distinto (lo llamamos P_2)

escribe una comparación cualitativa de los tres tiempos $(S, P_1 \text{ y } P_2)$.

Para esto, hay que suponer que cuando el procedimiento Merge actua sobre un vector con p entradas, tarda p unidades de tiempo en ello, lo cual es razonable teniendo en cuenta que en esas circunstancias Merge copia p valores desde a hacia b. Si llamamos a este tiempo $T_m(p)$, podemos escribir

$$T_m(p) = p$$

.

Respuesta (privada)

(1) Sobre un procesador el coste total de la versión paralela (P_1) sería el de dos ordenaciones secuenciales de n elementos cada una, (es decir $2T_s(n)$), más el coste de la mezcla secuencial (que es $T_m(2n)$), esto es:

$$P_1 = 2T_s(n) + T_m(2n) = (n^2 - n) + 2n = n^2 + n$$

Si comparamos $P_1=n^2+n$ con $S=2n^2+n$, vemos que, aun usando un único procesador en ambos casos, para valores de n grandes la versión potencialmente paralela tarda la mitad de tiempo que la secuencial.

(2) Sobre dos procesadores, el coste de la versión paralela (P_2) será el de la ejecución concurrente de dos versiones de **Sort** iguales sobre **n** elementos cada una, por tanto, será igual a $T_s(n)$. Después, la mezcla se hace en un único procesador y tarda lo mismo que antes, $T_m(2n)$, luego:

$$P_2 = T_s(n) + T_m(2n) = \left(\frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n\right) + 2n = \frac{1}{2}n^2 + \frac{3}{2}n$$

ahora vemos que (de nuevo para n grande), el tiempo P_2 es aproximadamente la mitad de P_1 , como era de esperar (ya que se usan dos procesadores), y por supuesto P_2 es aproximadamente la cuarta parte de S.

7

Supongamos que tenemos un programa con tres matrices (a,b y c) de valores flotantes declaradas como variables globales. La multiplicación secuencial de a y b (almacenando el resultado en c) se puede hacer mediante un procedimiento MultiplicacionSec declarado como aparece aquí:

```
var a, b, c : array[1..3,1..3] of real ;

procedure MultiplicacionSec()
   var i,j,k : integer ;

begin
   for i := 1 to 3 do
        for j := 1 to 3 do begin
        c[i,j] := 0 ;
        for k := 1 to 3 do
        c[i,j] := c[i,j] + a[i,k]*b[k,j] ;
   end
end
```

Escribir un programa con el mismo fin, pero que use 3 procesos concurrentes. Suponer que los elementos de las matrices **a** y **b** se pueden leer simultáneamente, así como que elementos distintos de **c** pueden escribirse simultáneamente.

Respuesta (privada)

Para implementar el programa, haremos que cada uno de esos 3 procesos concurrentes (llamados CalcularFila) calcule y escriba un conjunto distinto de entradas de c. Por simplicidad (y equidad entre los procesos), lo más conveniente es hacer que cada uno de ellos calcule una fila de c (o cada uno de ellos una columna)

```
var a, b, c : array [1..3,1..3] of real ;

process CalcularFila[ i : 1..3 ] ;
   var j, k : integer ;

begin
   for j := 1 to 3 do begin
        c[i,j] := 0 ;
        for k := 1 to 3 do
            c[i,j] := c[i,j] + a[i,k]*b[k,j] ;
        end
end
```

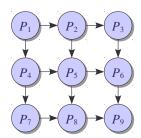
8

Un trozo de programa ejecuta nueve rutinas o actividades (P_1, P_2, \dots, P_9) , repetidas veces, de forma concurrentemente con **cobegin coend** (ver la figura de la izquierda), pero que requieren sincronizarse según determinado grafo (ver la figura de la derecha):

Trozo de programa:

Grafo de sincronización:

```
while true do
cobegin
    P1 ; P2 ; P3 ;
    P4 ; P5 ; P6 ;
    P7 ; P8 ; P9 ;
coend
```



Supón que queremos realizar la sincronización indicada en el grafo, usando para ello llamadas desde cada rutina a dos procedimientos (EsperarPor y Acabar). Se dan los siguientes hechos:

- El procedimiento EsperarPor (i) es llamado por una rutina cualquiera (la número k) para esperar a que termine la rutina número i, usando espera ocupada. Por tanto, se usa por la rutina k al inicio para esperar la terminación de las otras rutinas que corresponda según el grafo.
- El procedimiento Acabar (i) es llamado por la rutina número i, al final de la misma, para indicar que dicha rutina ya ha finalizado.
- Ambos procedimientos pueden acceder a variables globales en memoria compartida.
- Las rutinas se sincronizan única y exclusivamente mediante llamadas a estos procedimientos, siendo la implementación de los mismos completamente transparente para las rutinas.

Escribe una implementación de EsperarPor y Acabar (junto con la declaración e inicialización de las variables compartidas necesarias) que cumpla con los requisitos dados.

Respuesta (privada)

Una posible solución consiste en usar un vector de valores lógicos que indican si cada proceso ha terminado o no. Hay que tener en cuenta que, puesto que la ejecución concurrente de todas las rutinas está en un bucle, dicho vector debe reinicializarse entre una iteración del bucle y la siguiente. Para ello realizamos dicha reinicialización cuando el proceso 9 (el último) señale que ha acabado (en Acabar). La implementación queda como sigue:

```
{ compartido entre todas las tareas }
var finalizado : array [1..9] of boolean := (false, false, ..., false) ;
procedure EsperarPor( i : integer )
                                          procedure Acabar( i : integer )
begin
                                          var j : integer ;
  while not finalizado[i] do
                                          begin
                                              if i < 9 then
     begin end
                                                 finalizado[i] := true ;
end
                                              else
                                                 for j := 1 to 9 do
                                                    finalizado[j] := false ;
                                          end
```



En el problema anterior los procesos P1, P2, ..., P9 se ponen en marcha usando cobegin/coend. Escribe un programa equivalente, que ponga en marcha todos los procesos, pero que use declaración estática de procesos, usando un vector de procesos P, con índices desde 1 hasta 9, ambos incluidos. El proceso P[n] contiene una secuencia de instrucciones desconocida, que llamamos sn, y además debe incluir las llamadas necesarias a Acabar y EsperarPor (con la misma implementación que antes) para lograr la sincronización adecuada. Se incluye aquí un plantilla:

```
Process P[ n : 1..9 ]

begin
    .... { esperar (si es necesario) a los procesos que corresponda }
    Sn ; { sentencias específicas de este proceso (desconocidas) }
    .... { señalar que hemos terminado }
end
```

Respuesta (privada)

Esta es una posible implementación. El proceso de índice **n** tiene *arriba* al proceso **n**-3 (*arriba* según se ha escrito el pseudo-código en el enunciado del problema anterior), pero esto solo ocurre si el proceso no está en la primera fila, es decir, solo si **n** es mayor estricto que 3). Además, el proceso **n** tiene a su izquierda al proceso de índice **n**-1 (pero solo si **n** no está en la primera columna, es decir, solo si el valor **n**-1 no es múltiplo de 3, equivalente a que al reducir **n**-1 módulo 3, de un valor mayor que 0). Por tanto, el código es como sigue:

Sincronización en memoria compartida.

10

¿Podría pensarse que una posible solución al problema de la exclusión mutua, sería el siguiente algoritmo que no necesita compartir una variable Turno entre los 2 procesos?

- (a) ¿Se satisface la exclusión mutua?
- (b) ¿Se satisface la ausencia de interbloqueo?

```
{ variables compartidas y valores iniciales }
                                         { true si PO quiere acceder o está en SC }
   var b0 : boolean := false ,
        b1 : boolean := false ;
                                         { true si P1 quiere acceder o está en SC }
                                                       process P1 ;
   Process PO ;
   begin
                                                      begin
2
       while true do begin
                                                          while true do begin
3
                                                                                                           3
           { protocolo de entrada: }
                                                             { protocolo de entrada: }
           b0 := true ;
                                  {indica quiere entrar}
                                                              b1 := true ;
                                                                                      {indica quiere entrar}
5
           while b1 do begin {si el otro también:}
                                                              while b0 do begin {si el otro también:}
6
              b0 := false ;
                                  {cede temporalmente
                                                                  b1 := false ;
                                                                                      {cede temporalmente
                                                                                                          }7
               while b1 do begin end {espera
                                                                  while b0 do begin end {espera
8
              b0 := true ;
                                  {vuelve a cerrar paso}
                                                                  b1 := true ;
                                                                                      {vuelve a cerrar paso}
10
           { seccion critica .... }
                                                              { seccion critica .... }
11
                                                                                                           11
           { protocolo de salida }
                                                              { protocolo de salida }
12
                                                                                                           12
           b0 := false ;
                                                              b1 := false ;
                                                                                                           13
13
           { resto sentencias .... }
                                                               { resto sentencias .... }
14
                                                                                                           14
       end
                                                           end
                                                                                                           15
   end
                                                       end
                                                                                                           16
```

Respuesta (privada)

(a) ¿ Se satisface la exclusión mutua?

Sí se satisface.

Para verificar si se cumple, supongamos que no es así e intentemos llegar a una contradicción. Por tanto, supongamos que ambos procesos están en la sección crítica en un instante t. La última acción de ambos antes de acceder a SC es leer (atómicamente) la variable del otro, y ver que está a **false** (en la línea 5). Sin pérdida de generalidad, asumiremos que el proceso **PO** realizó esa lectura antes que el **P1** (en caso contrario se intercambian los papeles de los procesos, ya que son simétricos). Es decir, el proceso **PO** tuvo que leer **false** en **b1**, en un instante que llamaremos s, con s < t. A partir de s, la variable **b0** contiene el valor **true**, pues el proceso **PO** es el único que la escribe y entre s y t dicho proceso está en SC y no la modifica.

En s el proceso P1 no podía estar en RS, ya que entonces no podría haber entrado a SC entre s y t (ya que b0 es true siempre después s), luego concluimos que en s el proceso P1 estaba en el PE. Más en concreto, el proceso P1 estaba (en el instante s) forzosamente en el bucle de la línea 6, ya que en otro caso b1 sería true en s, cosa que no ocurrió.

Pero si el proceso 1 estaba (en s) en el bucle de la línea 7, y a partir de s **b0** es **true**, entonces el proceso **P1** no pudo entrar a SC después de s y antes de t, lo cual es una contradicción con la hipótesis de partida (ambos procesos en SC), que por tanto no puede ocurrir.

(b) ¿ Se satisface la ausencia de interbloqueo ?

<u>No se satisface.</u> Para verificarlo, veremos que existe al menos una posible interfoliación de intrucciones atómicas en la cual ambos procesos quedan indefinidamente en el protocolo de entrada.

Entre las líneas 5 y 9, cada proceso i permite pasar a SC al otro proceso j. Sin embargo, para garantizar exclusión mútua, cada proceso i cierra temporalmente el paso al proceso j mientras i está haciendo la lectura de la línea 4. Por tanto, puede ocurrir interbloqueo si ambos proceso están en PE, pero cada uno de ellos comprueba siempre que puede pasar justo cuando el otro le ha cerrado el paso temporalmente.

Esto puede ocurrir partiendo de una situación en la cual ambos procesos están en el bucle de la línea 7. Como ambas condiciones son forzosamente falsas, ambos pueden abandonarlo, ejecutando ambos la asignación de la línea 8 y la lectura de la línea 5 antes de que ninguno de ellos haga la asignación de la línea 6. Por tanto las dos condiciones de la línea 5 se cumplen cuando se comprueban y ambos vuelven a entrar en el bucle de la línea 7. A partir de aquí se repite la interfoliación descrita en este párrafo, lo cual puede ocurrir indefinidamente.

11

Al siguiente algoritmo se le conoce como solución de Hyman al problema de la exclusión mutua. ¿Es correcta dicha solución?

```
{ variables compartidas y valores iniciales }
   var c0
               : integer := 1 ;
               : integer := 1 ;
        turno : integer := 1 ;
   process PO;
                                                   process P1 ;
   begin
                                                   begin
2
                                                                                                   2
      while true do begin
                                                      while true do begin
3
                                                                                                   3
          c0 := 0 ;
                                                          c1 := 0 ;
4
                                                                                                   4
          while turno != 0 do begin
                                                          while turno != 1 do begin
5
                                                                                                   5
              while c1 = 0 do begin end
                                                              while c0 = 0 do begin end
                                                                                                    6
7
              turno := 0 ;
                                                              turno := 1 ;
          end
                                                          end
                                                                                                    8
8
                                                          { seccion critica }
          { seccion critica }
9
                                                                                                    9
          c0 := 1 ;
                                                          c1 := 1 ;
10
                                                                                                    10
                                                          { resto sentencias }
          { resto sentencias }
                                                                                                   11
11
      end
                                                       end
12
                                                                                                    12
                                                   end
   end
                                                                                                    13
```

Respuesta (privada)

No es correcta.

Este algoritmo fue publicado¹ por Hyman en 1966, en la creencia que era correcto, y como una simplificación del algoritmo de Dijkstra. Después se vio que no era así. En concreto, no se cumple exclusión mutua ni espera limitada:

- Exclusión mutua: existe una secuencia de interfoliación que permite que ambos procesos se encuentren en la sección crítica simultáneamente. Llamemos I a un intervalo de tiempo (necesariamente finito) durante el cual el proceso 0 ha terminado el bucle de la línea 6 pero aún no ha realizado la asignación de la línea 7. Supongamos que, durante I, turno vale 1 (esto es perfectamente posible). En este caso, durante I el proceso 1 puede entrar y salir en la SC un número cualquiera de veces sin espera alguna y en particular puede estar en SC al final de I. En estas condiciones, al finalizar I el proceso 0 realiza la asignación de la línea 7 y la lectura de la línea 5, ganando acceso a la SC al tiempo que el proceso 1 puede estar en ella.
- Espera limitada: supongamos que turno=1 y el proceso 0 está en espera en el bucle de la línea 6. Puede dar la casualidad de que, en esas circunstancias, el proceso 1 entre y salga de SC indefinidamente, y por tanto el valor de c1 va alternando entre 0 y 1, pero puede ocurrir que lo haga de forma tal que siempre que el proceso 0 lea c1 lo encuentre a 0. De esta manera, el proceso 0 queda indefinidamente postergado mientras el proceso 1 avanza.

12

Se tienen 2 procesos concurrentes que representan 2 máquinas expendedoras de tickets (señalan el turno en que ha de ser atendido el cliente), los números de los tickets se representan por dos variables **n1** y **n2** que valen inicialmente 0. El proceso con el número de ticket más bajo entra en su sección crítica. En caso de tener 2 números iguales se procesa primero el proceso número 1.

- a) Demostrar que se verifica la ausencia de interbloqueo (progreso), la ausencia de inanción (espera limitada) y la exclusión mutua.
- b) Demostrar que las asignaciones n1:=1 y n2:=1 son ambas necesarias. Para ello

PDF creado: 25 de noviembre de 2023 Pág. **19** / 84

¹http://dx.doi.org/10.1145/365153.365167

```
{ variables compartidas y valores iniciales }
var n1 : integer := 0 ;
    n2 : integer := 0 ;
process P1 ;
                                                process P2 ;
begin
                                                begin
while true do begin
                                                 while true do begin
   n1 := 1 ;
                                    { E1.1 }
                                                    n2 := 1 ;
                                                                                      { E1.2 }
   n1 := n2+1 ;
                               { L1.1; E2.1 }
                                                                                 { L1.2; E2.2 }
                                                    n2 := n1+1 ;
   while n2 != 0 and
                                    { L2.1 }
                                                    while n1 != 0 and
                                                                                      { L2.2 }
          n2 < n1 do begin end; {L3.1}
                                                           n1 \le n2 do begin end; { L3.2 }
   { seccion critica }
                                   { SC.1 }
                                                    { seccion critica }
                                                                                     { SC.2 }
   n1 := 0 ;
                                    { E3.1 }
                                                    n2 := 0 ;
                                                                                      { E3.2 }
   { resto sentencias }
                                   { RS.1 }
                                                    { resto sentencias }
                                                                                     { RS.2 }
end
                                                 end
and
                                                and
```

Respuesta (privada)

Apartado (a)

Demostraremos la ausencia de interbloqueo (progreso), la ausencia de inanición (espera limitada) y la exclusión mutua.

(a.1) ausencia de interbloqueo

El interbloqueo es imposible. Supongamos que hay interbloqueo, es decir que los dos procesos están en sus bucles de espera ocupada de forma indefinida en el tiempo, haciendo las lecturas en L2 y L3 continuamente. Entonces siempre se cumplen las dos condiciones de dichos bucles (ya que las variables no cambian de valor), y por tanto siempre se cumple la conjunción de ambas, que es:

```
n1!=0 and n2!=0 and n2<n1 and n1<=n2
```

tanto se cumple n2 < n1 and n1 < = n2, lo cual es imposible.

(a.2) ausencia de inanición

Supongamos que el proceso P1 está en espera ocupada (en el bucle del PE) durante un intervalo T y comprobemos cuantas veces puede entrar P2 a SC durante T (al razonamiento al contrario es similar).

En el intervalo T se cumple n1>0. El proceso p2 puede entrar a SC una vez. Si p2 intenta entrar a SC una segunda vez, durante T, antes de hacerlo tiene que ejecutar n2:=n1+1 lo que forzosamente hace cierta la condición n1<n2, y como se sigue cumpliendo n1!=0, vemos que el proceso p2 no puede entrar de nuevo a SC. De hecho, en cuanto ejecuta n2:=n1+1, da paso a p1 a SC, y luego queda a la espera.

Esto implica que la cota que exige la propiedad de progreso es la unidad (la mejor posible).

(a.3) exclusión mutua

Para demostrar la EM, lo haremos por reducción al absurdo. Supongamos que en un instante t los dos procesos están en la sección crítica. Debe haber habido un instante previo s en el que se ejecutó la última escritura atómica en $\tt n1$ o $\tt n2$ (la escritura en E2.1 o en E2.2). En ese instante ambas variables tienen un valor distinto de 0. En el intervalo de tiempo I entre s y t, ningún proceso ha cambiado el valor de las variables compartidas.

Llamaremos A al proceso que realiza la escritura E2 primero, y B al proceso que la realiza después (justo en el instante s). Llamaremos nA a la variable n1 (si A es p1) o a la variable n2 (si A es p2). Igualmente haremos con nB, en función de que proceso sea B.

Vemos que si en s el proceso B escribe en nB un valor estictamente mayor que el que tiene en ese momento nA, entonces el proceso B no ha podido entrar después de s a la sección crítica, ya que cualquiera de los dos procesos queda en su bucle del PE cuando el valor de su variable es mayor que la del otro. Por tanto, deducimos que en s se cumple nB <= nA, ya que de otra forma llegaríamos a una contradicción con la hipótesis de partida (ambos procesos en SC). Como además en s ambos valores son distintos de cero, concluimos que 0 < nB <= nA.

Analizamos entonces las posibles combinaciones de valores escritos en n1 y n2 en las sentencias E2. Hay tres posibilidades, que se detallan aquí:

(a) El proceso A ha escrito un 2, y el B ha escrito un 3.

Ocurre cuando las dos variables se ponen a 1 (en E1, al inicio del PE), antes de las dos lecturas en L1, y después A a lee ese 1 y escribe un 2. A continuación B lee un 2 y escribe un 3. La traza de las operaciones de escritura es esta:

		Lecturas o	Valor	Valor	Estado
Proc.	Sent.	Escrituras	nA	nB	resultante
			0	0	(1)
A/B	E1	nA: =1 y nB: =1	1	1	(2)
A	L1	lee 1 en nB	1	1	(2)
A	E2	nA :=2	2	1	(3)
В	L1	lee 2 en nA	2	1	(3)
В	E2	nB :=3	2	3	(4)

Pero este caso (a) no ha podido ocurrir, ya que vemos que en el estado (4) no se cumple nB < = nA, y por tanto en ese estado B no puede entrar a SC.

(b) El proceso A ha escrito un 2, y el B ha escrito un 1.

Un primer proceso (en L1) ha leído un 0, estando el otro fuera del PE o SC. Al leer, ese primer proceso tiene su variable puesta a 1. Después el otro proceso ha accedido al PE y ha leido necesariamente un 1 (en L1).

Después, el orden de las escrituras en E2 puede ser arbitrario en principio. Sin embargo, vemos que el valor 1 no se ha podido escribir antes del valor 2, en ese caso el proceso B sería el que escribe el 2 (el mayor valor) y tras el instante s no se cumpliría nB < = nA (sabemos que no puede ser).

Asi que deducimos que A escribe un 2 primero, y después B escribe un 1, y ha ocurrido necesariamente esta traza de las operaciones de escritura:

		Lecturas o	Valor	Valor	Estado
Proc	Sent.	Escrituras	nA	nB	resultante
			0	0	(1)
В	E1	nB := 1	0	1	(2)
В	L1	lee 0 en nA	0	1	(2)
Α	E1	nA := 1	1	1	(3)
A	L1	lee 1 en nB	1	1	(3)
Α	E2	nA :=2	2	1	(4)
В	E2	nB :=1	2	1	(5)

El proceso B ha entrado a SC en el estado (5), después de E2.B. El proceso A debe haber entrado a SC después de su escritura en E2.A, bien en el estado (4) o bien en el (5). Pero esto es imposible, ya que el estado (4) realmente es el mismo que el (5), y en ambos se cumple 0 < nB < nA lo cual deja con seguridad al proceso A en PE. Por tanto, esta opción (b) queda descartada, no ha podido ocurrir tampoco.

(c) Los procesos A y B escriben ambos un 2.

Ocurre cuando ambos procesos entran al PE de forma *sincrona*, de forma que ambos escriben un 1, después ambos leen un 1, y finalmente ambos escriben un 2.

El orden de las escrituras en E2 puede ser cualquiera en principio. Si P2 escribe después, al hacerlo hace cierto 0 < n1 = = n2. Pero en este estado, P2 no puede entrar a SC, luego concluimos que necesariamente P2 escribe antes y luego P1. La traza es esta:

		Lecturas o	Valor	Valor	Estado
Proc.	Sent.	Escrituras	n1	n2	resultante
			0	0	(1)
P1/P2	E1	n1 :=1 y n2 :=1	1	1	(2)
P1/P2	L1	leen 1 en n1 y n2	1	1	(2)
P2	E2	n2 := 2	1	2	(3)
P1	E2	n1 := 2	2	2	(4)

El proceso **P1** puede entra en SC en el estado (4). Sin embargo, el proceso **P2** no puede entrar a SC en el estado (3) ni en el (4), ya que en ambos se cumple 0 < n1 < n2.

Luego este caso (c) tampoco ha podido ocurrir.

No hay ninguna posible combinación más de valores escritos en las variables n1 y n2. Asi que hemos visto que no puede haber ninguna interfoliación que lleve a un estado en el cual ambos procesos están en SC. Luego se cumple EM.

Apartado (b)

Hay que demostrar que las asignaciones iniciales del PE son necesarias. Para resolver esto veremos que sin las asignaciones iniciales del PE, no se cumple exclusión mutua, encontrando una interfoliacion que deja ambos procesos en SC.

Supongamos que no están las asignaciones n1:=1 ni n2:=1. No existe n E1.1 ni E1.2, el resto igual. Ambas variables están a cero y comienzan los dos procesos.

Supongamos que el proceso 2 comienza y alcanza SC en el intervalo de tiempo que media entre la lectura y la escritura de la asignación 1.1. Entonces, el proceso 1 también puede alcanzar SC mientras el 2 permanece en SC. Más en concreto, la secuencia de interfoliación (a partir del inicio), sería la siguiente:

- P1 lee un 0 en n2 (en L1.1)
 P2 lee un 0 en n1 (en L1.2)
 P2 escribe un 1 en n2 (en E2.2)
 P2 lee 0 en n1 (en L2.2)
- 5. P2 ve que la condición n1!=0 no se cumple y avanza hasta SC
- 6. P1 escribe 1 en n1 (en E2.1) (en este momento, ambas variables están a 1).
- 7. P1 hace las lecturas en L3.1, lee un 1 en ambas variables.
- 8. P1 que la condición n2<n1 no se cumple, y avanza a la SC

13

El siguiente programa es una solución al problema de la exclusión mutua para 2 procesos. Discutir la corrección de esta solución: si es correcta, entonces probarlo. Si no fuese correcta, escribir escenarios que demuestren que la solución es incorrecta.

```
{ variables compartidas y valores iniciales }
   var c0 : integer := 1 ;
       c1 : integer := 1 ;
  process PO ;
                                                   process P1 ;
1
2
  begin
                                                   begin
      while true do begin
                                                       while true do begin
3
          repeat
                                                          repeat
4
             c0 := 1-c1 ;
                                                              c1 := 1-c0 ;
                                                                                                    5
5
          until c1 != 0 ;
                                                          until c0 != 0 ;
          { seccion critica }
                                                          { seccion critica }
7
          c0 := 1 ;
                                                          c1 := 1 ;
                                                                                                    8
8
          { resto sentencias }
                                                           { resto sentencias }
                                                                                                    9
      end
                                                       end
10
                                                   end
   end
                                                                                                     11
```

Respuesta (privada)

No se cumple exclusión mutua.. Hay interfoliaciones que permiten a los dos procesos acceder a la SC. Supongamos que c1 y c0 valen ambas 1 (inicialmente ocurre esto), y los dos procesos acceden al PE. A continuación:

- 1. ambos procesos ejecutan las asignaciones de la línea 5, y las lecturas de la 6 (ambos procesos escriben y después leen el valor 0), antes de que ninguno de los dos repita las asignaciones de la línea 5.
- 2. Se repiten las asignaciones de la línea 5 y las lecturas de la 6 (ambos procesos escriben y después leen el valor 1) antes de que ningún proceso alcance la línea 8.

por tanto, tras las lecturas del paso 2, ambos pueden acceder a la SC.

14

Diseñar una solución hardware basada en espera ocupada para el problema de la exclusión mutua utilizando la instrucción máquina swap (x,y) (en lugar de usar LeerAsignar) cuyo efecto es intercambiar los dos valores lógicos almacenados en las posiciones de memoria x e y.

Respuesta

La forma de usar swap es como se indica aquí:

```
{ variables compartidas y valores iniciales }
var sc libre : boolean := true ; {verdadero solo si la SC esta libre}
{ procesos }
process P[i:1...n];
var { variable no compartida: true solo si este proceso ocupa la SC }
   sc ocupada proc : boolean := falso ;
begin
   while true do begin
       repeat
              swap( sc libre, sc ocupada proc ) ;
       until sc ocupada proc ;
       { seccion critica }
       swap( sc libre, sc ocupada proc ) ;
       { resto seccion }
   end
end
```

15

Supongamos que tres procesos concurrentes acceden a dos variables compartidas (x e y) según el siguiente esquema:

```
var x, y : integer ;
{ accede a 'x' }
                                  { accede a 'x' e 'y' }
                                                                     { accede a 'y' }
process P1 ;
                                  process P2;
                                                                    process P3;
begin
                                  begin
                                                                    begin
 while true do begin
                                   while true do begin
                                                                      while true do begin
   \mathbf{x} := \mathbf{x} + 1;
                                      \mathbf{x} := \mathbf{x} + 1;
                                                                        y := y+1 ;
   { .... }
                                      y := x ;
                                                                        { .... }
 end
                                      { .... }
                                                                      end
end
                                   end
                                                                     end
                                  end
```

con este programa como referencia, realiza estas dos actividades:

- 1. usando un único semáforo para exclusión mutua, completa el programa de forma que cada proceso realice todos sus accesos a x e y sin solaparse con los otros procesos (ten en cuenta que el proceso 2 debe escribir en y el mismo valor que acaba de escribir en x).
- 2. la asignación x := x+1 que realiza el proceso 2 puede solaparse sin problemas con la asignación y := y+1 que realiza el proceso 3, ya que son independientes. Sin embargo, en la solución anterior, al usar un único semáforo, esto no es posible. Escribe una nueva solución que permita el solapamiento descrito, usando dos semáforos para dos secciones críticas distintas (las cuales, en el proceso 2, aparecen anidadas).

Respuesta

(1) en este caso la solución es sencilla, basta englobar los accesos en pares <code>sem_wait-sem_signal</code>. El proceso 2 debe ejecutar las dos asignaciones de forma atómica, ya que si hace las asignaciones de forma atómica cada una (pero por separado), el valor escrito en y podría ser distinto al escrito antes en x, ya que el proceso 1 podría acceder en mitad. La solución es esta:

```
var x,y
         : integer ;
    mutex : semaphore := 1 ;
process P1 ;
                             process P2;
                                                           process P3;
begin
                             begin
                                                           begin
while true do begin
                                                            while true do begin
                              while true do begin
                                                              sem wait(mutex) ;
   sem wait(mutex);
                                sem wait(mutex);
  \mathbf{x} := \mathbf{x} + 1;
                                   x := x+1 ;
                                                                y := y+1 ;
                                   y := x ;
   sem signal(mutex);
                                                              sem signal(mutex);
                                sem signal(mutex);
                                                              { .... }
end
                                { .... }
                                                            end
                                                           end
end
                              end
                             end
```

(2) en este caso usamos dos semáforos, uno $(mutex_x)$ para los accesos a x y el otro $(mutex_y)$ para los accesos a y, anidando las secciones críticas en el proceso 2:

```
var x,y
              : integer ;
    mutex x : semaphore := 1 ;
    mutex y : semaphore := 1 ;
process P1 ;
                              process P2 ;
                                                             process P3;
begin
                              begin
                                                             begin
                               while true do begin
                                                              while true do begin
 while true do begin
                                                                 sem wait(mutex_y) ;
   sem wait(mutex x);
                                  sem wait(mutex x);
     \mathbf{x} := \mathbf{x} + 1;
                                    \mathbf{x} := \mathbf{x} + 1;
                                                                   y := y+1 ;
   sem signal(mutex x);
                                    sem wait(mutex y);
                                                                 sem signal(mutex y);
   { .... }
                                       y := x ;
 end
                                    sem signal(mutex y);
                                                              end
                                  sem signal(mutex x)
end
                                                             end
                                  { .... }
                                end
                               and
```

16

En algunas aplicaciones es necesario tener exclusión mutua entre procesos con la particularidad de que puede haber como mucho n procesos en una sección crítica, con n arbitrario y fijo, pero no necesariamente igual a la unidad sino posiblemente mayor. Diseña una solución para este problema basada en el uso de espera ocupada y cerrojos. Estructura dicha solución como un par de subrutinas (usando una misma estructura de datos en memoria compartida), una para el protocolo de entrada y otro el de salida, e incluye el pseudocódigo de las mismas.

Respuesta (privada)

Usaremos una variabe compartida, llamada plazas que indica cuantos procesos pueden entrar en la sección crítica (se iniciaiza a n). Los procesos esperan en el protocolo de entrada a que dicha variable sea mayor que cero, entonces la decrementan y entran a SC. En el protocolo de salida, dicha variable se incrementa. Para que los accesos a plazas sean correctos, se hacen en exclusión mutua, usando un cerrojo, que llamamos mutex.

```
:= false ; { cerrojo de acceso a 'plazas'
    var mutex
                  : boolean
                                       ; { numero de plazas disponibles en SC }
        plazas
                 : integer
                               := n
                                                   procedure ProtocoloSalida() ;
   procedure ProtocoloEntrada() ;
                                                                                                    1
 1
 2
                                                                                                    2
       var esperar : boolean := true ;
 3
   begin
                                                       { entrar en excl. mutua }
                                                                                                    3
 4
                                                                                                    4
       { mientras no haya plazas }
                                                       while LeerAsignar(mutex) do
 5
                                                                                                    5
       while esperar do begin
                                                          begin end
           { entrar en excl. mutua }
                                                       { incrementar plazas }
                                                                                                    6
 6
                                                                                                    7
 7
           while LeerAsignar (mutex) do
                                                       plazas := plazas + 1 ;
                                                                                                    8
 8
              begin end
                                                       { salir de excl. mutua }
 9
           { si hay plazas, decrementar }
                                                       mutex := false ;
                                                                                                    9
                                                                                                    10
           if plazas > 0 then begin
10
                                                   end
11
              plazas := plazas - 1 ;
              esperar := false; {no esperar mas}
12
13
14
           { salir de excl. mutua }
15
           mutex := false ;
16
17
    end
```

17

Sean los procesos P_1 , P_2 y P_3 , cuyas secuencias de instrucciones son las que se muestran en el cuadro. Resuelva los siguientes problemas de sincronización (son independientes unos de otros):

- (a) P_2 podrá ejecutar e una vez por cada vez que P_1 haya ejecutado a o P_3 haya ejecutado g.
- (b) P_2 podrá ejecutar e una vez por cada vez que los procesos P_1 y P_3 hayan ejecutado una vez el par de sentencias a y g.
- (c) Por cada vez que P_1 haya ejecutado b, podrá P_2 ejecutar una vez e y podrá P_3 ejecutar una vez h.
- (d) Sincroniza los procesos de forma que las secuencias b en P_1 , f en P_2 , y h en P_3 , sean ejecutadas como mucho por dos procesos simultáneamente.

```
{ variables globales }
process P_1 ;
                              process P_2 ;
                                                             process P_3;
begin
                              begin
                                                             begin
   while true do begin
                                  while true do begin
                                                                while true do begin
                                     d
      а
      b
                                     е
                                                                    h
       С
                                     f
   end
                                                                end
                                  end
end
                              end
                                                             end
```

Respuesta

(a) P_2 podrá ejecutar e una vez por cada vez que P_1 haya ejecutado a o P_3 haya ejecutado g.

```
var S : semaphore := 0 ;
process P_1 ;
                            process P_2 ;
                                                          process P_3 ;
begin
                            begin
                                                         begin
   while true do begin
                                while true do begin
                                                             while true do begin
      sem signal(S) ;
                                   sem wait(S);
                                                                sem signal(S);
      h
                                                                h
                                   0
      С
                                   f
                                                                i
   end
                                end
                                                             end
                             end
                                                          end
end
```

(b) P_2 podrá ejecutar e una vez por cada vez que los procesos P_1 y P_3 hayan ejecutado una vez el par de sentencias a y g.

```
var S1 : semaphore := 0 ;
    S3 : semaphore := 0 ;
process P_1 ;
                            process P_2 ;
                                                         process P_3 ;
begin
                            begin
                                                         begin
   while true do begin
                                while true do begin
                                                            while true do begin
                                   Ы
      sem signal(S1) ;
                                   sem wait(S1);
                                                                sem signal(S3);
                                   sem wait(S3);
      b
                                                                h
      С
                                   е
                                   f
   end
                                                            end
end
                                end
                                                         end
                             end
```

(c) Por cada vez que P_1 haya ejecutado b, podrá P_2 ejecutar una vez e y podrá P_3 ejecutar una vez h.

```
var S2 : semaphore := 0 ;
    S3 : semaphore := 0 ;
while true do
                            while true do
                                                         while true do
begin
                            begin
                                                         begin
   а
                               d
                                                            g
                                sem wait(S2);
                                                            sem wait(S3);
   sem signal(S2) ;
                               е
                                                            h
   sem signal(S3) ;
                                f
                                                            i
                            end
                                                         end
end
```

(d) Sincroniza los procesos de forma que las secuencias b en P_1 , f en P_2 , y h en P_3 , sean ejecutadas como mucho por dos procesos simultáneamente.

```
var mutex : semaphore := 2 ;
                            while true do
while true do
                                                        while true do
                            begin
                                                        begin
begin
                               d
   sem wait(mutex) ;
                               е
                                                           sem wait(mutex);
                               sem wait(mutex);
   sem signal(mutex) ;
                                                           sem signal(mutex);
                               sem signal(mutex);
end
                            end
                                                        end
```

18

El cuadro que sigue nos muestra dos procesos concurrentes, P_1 y P_2 , que comparten una variable global x (las restantes variables son locales a los procesos).

- a) Sincronizar los procesos para que P_1 use todos los valores x suministrados por P_2 .
- b) Sincronizar los procesos para que P_1 utilice un valor sí y otro no de la variable x, es decir, utilice los valores primero, tercero, quinto, etc...

```
{ variables globales }
process P_1 ;
                                           process P_2
   var m : integer ;
                                              var d : integer ;
begin
                                           begin
   while true do begin
                                              while true do begin
      m := 2*x-n ;
                                                 d := leer teclado();
                                                 x := d-c*5;
      print( m );
   end
                                              end
end
                                           end
```

Respuesta

(a) Sincronizar los procesos para que P_1 use todos los valores x suministrados por P_2 .

```
var x
                   : integer ;
    x ya calculado : semaphore := 0 ;
    x_ya_leido
                  : semaphore := 1 ;
process P_1 ;
                                         process P_2 ;
   var m : integer ;
                                             var d : integer ;
begin
   while true do begin
                                             while true do begin
      sem wait( x ya calculado );
                                                d := leer teclado();
      m := 2*x-n ;
                                                sem_wait( x_ya_leido ) ;
      sem_signal( x_ya_leido );
                                                x := d-c*5;
      print( m );
                                                sem_signal( x_ya_calculado ) ;
   end
                                             end
                                         end
end
```

(b) Sincronizar los procesos para que P_1 utilice un valor sí y otro no de la variable x, es decir, utilice los valores primero, tercero, quinto, etc...

```
var x
                    : integer ;
    x_ya_calculado : semaforo := 0 ;
    x ya leido : semaforo := 1 ;
process P_1 ;
                                           process P_2 ;
   var m : integer ;
                                             var d : integer ;
begin
                                          begin
   while true do begin
                                              while true do begin
      { consumir 1,3,5,.... }
                                                 d := leer teclado();
      sem wait( x ya calculado );
                                                 sem_wait( x_ya_leido ) ;
      m := 2*x-n ;
                                                 x := d-c*5;
      sem signal( x ya leido );
                                                 sem signal( x ya calculado ) ;
      print( m );
                                              end
      { descartar 2,4,6, ... }
                                           end
      sem wait( x ya calculado );
      sem signal( x ya leido );
   end
end
```

19

Aunque un monitor garantiza la exclusión mutua, los procedimientos tienen que ser *reentrantes*. Explicar porqué.

Respuesta (privada)

Aunque se ejecute un mismo procedimiento en E.M., puedeque un proceso abandone el control del monitor en un punto intermedio (después de invocar wait) y, en ese caso, otro proceso ejecutará el mismo código del procedimiento entrelazando su ejecución con el proceso inicial.

20

Se consideran dos tipos de recursos accesibles por varios procesos concurrentes (denominamos a los recursos como recursos de tipo 1 y de tipo 2). Existen N_1 ejemplares de recursos de tipo 1 y N_2 ejemplares de recursos de tipo 2.

Para la gestión de estos ejemplares, queremos diseñar un monitor (con semántica SU) que exporta un procedimiento (pedir_recurso), para pedir un ejemplar de uno de los dos tipos de recursos. Este procedimiento incluye un parámetro entero (tipo), que valdrá 1 o 2 indica el tipo del ejemplar que se desea usar.

Asimismo, el monitor incorpora otro procedimiento (**liberar_recurso**) para indicar que se deja de usar un ejemplar de un recurso previamente solicitado (este procedimiento también ademite un entero que puede valer 1 o 2, según el tipo de ejemplar que se quiera liberar). En ningún momento puede haber un ejemplar de un tipo de recurso en uso por más de un proceso. En este contexto, responde a estas cuestiones:

- (a) Implementa el monitor con los dos procedimientos citados, suponiendo que N_1 y N_2 son dos constantes arbitrarias, mayores que cero.
- (b) El uso de este monitor puede dar lugar a interbloqueo. Esto ocurre cuando más de un proceso tiene algún punto en su código en el cual necesita usar dos ejemplares de distinto tipo a la vez. Describe la secuencia de peticiones que da lugar a interbloqueo.
- (c) Una posible solución al problema anterior es obligar a que si un proceso necesita dos recursos de distinto tipo a la vez, deba de llamar a pedir_recurso, dando un parámetro con valor 0, para indicar que necesita los dos ejemplares. En esta solución, cuando un ejemplar quede libre, se dará prioridad a los poibles procesos esperando usar dos ejemplares, frente a los que esperan usar solo uno de ellos.

Respuesta (privada)

Cuestión (a):

Puesto que los procesos necesitan esperar en pedir_recurso cuando no hay ejemplares del tipo que quieren, necesitamos saber cuantos ejemplares quedan libres de cada tipo de recurso. Para eso usaremos un array con dos entradas indicando esos dos valores. Al array lo llamamos libres

En **pedir_recurso**, los procesos que piden un recurso de tipo 1 esperan la condición **libres** [1]>0 Se usarán dos colas de espera, una por cada tipo de recurso, y dos variables enteras, con el número de ejemplares libres. Tanto las colas como las variables se ponen en dos arrays. El código puede ser como sigue:

PDF creado: 25 de noviembre de 2023

```
end
procedure liberar_recurso( tipo : integer )
begin
    libres[tipo] = libres[tipo]+1 ; {uno más libre }
    cola[tipo].signal() ; {despertar uno (si hay) }
end
begin
    libres[1] := N1 ;
    libres[2] := N2 ;
end
```

Cuestión (b):

La situación de interbloqueo ocurre cuando dos procesos llaman cada uno dos veces seguidas a **pedir_recurso**, pidiendo los recursos en orden contrario, y quedando solo un ejemplar libre de cada uno de ellos. En ese caso, cada proceso supera la primera llamada, pero ambos quedan esperando en la segunda.

Cuestión (c):

Ahora se usarán tres colas de espera, dos para los que solicitan un único ejemplar de un recurso (igual que antes), y una nueva para los que solicitan ambos tipos de recursos. Estos esperan una nueva condición, en concreto esperan libres [1]>0 and libres [2]>0. Se mantienen las dos variables enteras para saber cuantos recursos libres quedan por cada tipo de recurso.

```
Monitor DosRecursos v2 ;
                                             { numero de ejemplares libres (por cada tipo) }
var libres : array[1..2] of integer;
    cola : array[1..2] of condition; { procesos esperando un ejemplar libre (por cada tipo) }
                                             { procesos esperando dos ejemplares de los dos tipos }
    ambos : condition
procedure pedir recurso( tipo : integer ) { tipo == 0,1 ó 2 }
begin
   if tipo == 0 then begin
                                            { quiere dos ejemplares
                                            { si no quedan de un tipo }
       if libres[1]==0 or
          libres[2] == 0 then
                                            { o no quedan del otro: }
                                            { esperar
          ambos.wait() ;
                                            { un ejemplar menos de tipo 1 }
       libres[1] = libres[1] -1 ;
       libres[2] = libres[2] -1 ;
                                            { un ejemplar menos de tipo 2 }
                                            { solo quiere 1 de un tipo }
   else begin
       if libres[tipo] == 0 then
                                            { si no quedan ejemplares: }
                                            { esperar
          cola[tipo].wait();
       libres[tipo] = libres[tipo]-1 ; {un ejemplar menos libre }
   end
procedure liberar recurso( tipo : integer ) { tipo == 1 o 2 }
   var otro_tipo : integer := 1+(tipo mod 2); { el otro tipo }
                                            { uno más libre de este tipo }
   libres[tipo] = libres[tipo]+1 ;
                                            { si hay libres del otro y }
   if libres[otro tipo] > 0
                                            { y esperan alguno por ambos: }
     and ambos.queue() then
                                            { liberar a uno de 'ambos' }
       ambos.signal();
   else
```

```
\begin{array}{c} \textbf{cola[tipo].signal();} & \{ \text{liberar a alguno de este} \ \} \\ \textbf{end} \\ \textbf{begin} \\ \textbf{libres}[1] := N_1 \ ; \\ \textbf{libres}[2] := N_2 \ ; \\ \textbf{end} \end{array}
```

21

Escribir una solución al problema de lectores-escritores con monitores:

- a) Con prioridad a los lectores. Quiere decir que, si en un momento puede acceder al recurso tanto un lector como un escritor, se da paso preferentemente al lector.
- b) Con prioridad a los escritores. Quiere decir que, si en un momento puede acceder tanto un lector como un escritor, se da paso preferentemente al escritor.
- c) Con prioridades iguales. En este caso, los procesos acceden al recurso estrictamente en orden de llegada, lo cual implica, en paricular, que si hay lectores leyendo y un escritor esperando, los lectores que intenten acceder después del escritor no podrán hacerlo hasta que no lo haga dicho escritor.

Respuesta (privada)

Suponemos que varias lecturas pueden ejecutarse en paralelo, pero si una escritura está en curso, no puede haber otras escrituras ni ninguna lectura.

Supondremos que los escritores llaman a escritura_ini y escritura_fin para comenzar y finalizar de escribir (respectivamente), mientras que los lectores hacen lo mismo con lectura ini y lectura fin

En general, para las tres soluciones, se usará una una variable para llevar la cuenta de cuantos lectores hay leyendo (nlectores) y otra variable (lógica) (escribiendo) que indicará si hay algún escritor escribiendo. Estas variables son imprescindibles para poder implementar las esperas.

Respecto a las condiciones que espera cada tipo de proceso, los lectores esperan la condición not escribiendo, en la cola de nombre lectores. Los escritores esperan not escribiendo and nlectores==0, en la cola de nombre escritores.

(a) prioridad a los lectores

En esta solución, siempre que sea posible dar paso a un lector o a un escritor, se dará paso antes al lector. Esto ocurre en escritura_fin. Hay que tener en cuenta que en lectura_fin no puede haber ningún lector esperando, pues en ese procedimiento nlectores es mayor que cero y forzosamente escribiendo debe ser false.

PDF creado: 25 de noviembre de 2023

```
procedure escritura ini() ;
begin
   if escribiendo or nlectores > 0 then { si no se puede escribir:
       escritores.wait() ;
                                              { esperar
   escribiendo := true ;
                                              { anotar que se esta escribiendo }
end
procedure escritura fin() ;
begin
   escribiendo := false ;
   if lectores.queue() then { si hay lectores esperando:
                              { despertar uno
       lectores.signal()
                                { si no hay lectores esperando:
   else
       escritores.signal() { despertar un escritor, si hay alguno}
end
procedure lectura_ini() ;
begin
                                 { si hay algun escritor escribiendo: }
   if escribiendo then
       lectores.wait() ;
                                  { esperar
   nlectores := nlectores+1 ; { anotar un lector leyendo mas }
   lectores.signal() ;
                                 { permitir a otros lectores acceder }
end
procedure lectura fin() ;
   nlectores := nlectores-1 ; { anotar un lector menos
   if nlectores == 0 then { si no hay lectores leyendo:
       escritores.signal() ; { despertar un escritor (si hay) }
end
{ inicializacion }
begin
                            { no hay procesos leyendo
  nlectores := 0 ;
  escribiendo := false ; { no hay un escritor escribiendo }
end
```

(b) prioridad a los escritores

En esta solución, siempre que sea posible dar paso a un lector o a un escritor, se dará paso antes al escritor (también en escritura fin). La implementación es semejante a la anterior, excepto en:

- escritura fin: se despierta antes a un escritor que un lector
- lectura_ini: hay que evitar ahora que una ráfaga de lectores deje esperando a los escritores. Para ello, se hacen dos modificaciones: por un lado, el signal de los lectores no se hace si hay escritores esperando entrar, y por otro lado ahora un lector espera no solo si hay un escritor escribiendo, sino también si hay escritores en su cola esperando a entrar.

```
Monitor LectoresEscritores_pesc ;
```

```
var escribiendo
                          : boolean ;
    nlectores
                          : integer ;
    lectores, escritores : condition ;
procedure escritura ini() ;
begin
   if escribiendo or nlectores > 0 then
      escritores.wait() ;
   escribiendo := true ;
end
procedure escritura fin() ;
begin
   escribiendo := false ;
   if escritores.queue() then { si hay escritores esperando:
      escritores.signal() { despertar un escritor
                                { si no hay escritores esperando: }
   else
      lectores.signal()
{ despertar un lector, si hay
end
procedure lectura ini() ;
begin
   if escribiendo or escritores.queue() then
      lectores.wait() ;
   nlectores := nlectores+1 ;
   if not escritores.queue() then { si no hay escritores esperando }
      lectores.signal()
                                    { despertar un lector (si hay) }
end
procedure lectura fin() ;
begin
   nlectores := nlectores-1 ; { anotar un lector menos
   if nlectores == 0 then { si no hay lectores leyendo:
      escritores.signal(); { despertar un escritor (si hay)}
end
{ inicialization }
begin
  nlectores := 0 ;
  escribiendo := false ;
end
```

(c) sin prioridad

En esta solución no se pueden usar dos colas, una por tipo de proceso (una de lectores y otra de escritores), puesto que siempre habría que elegir una frente a otra para despertar un proceso, sin poder saber en absoluto cuál de las dos tiene el proceso que lleva más tiempo esperando.

Por eso, en principio, todos los procesos esperan en una sola cola (que es FIFO). Puesto que los procesos en esa cola esperan condiciones distintas, en el momento en que se haga un signal sobre ella, no podemos asegurar que se cumple la condición que espera el proceso que sale (el que más tiempo lleva esperando, ya que no sabemos si es lector o escritor). Por tanto, como siempre en estos casos, necesitamos incluir las

llamadas a wait en un bucle while, de forma que al salir, si no se cumple su condición, volverán a la cola. Sin embargo, cuando un proceso sale del wait y comprueba que debe volver a esperar, entonces se pone el último en la cola (es FIFO), y por tanto no se cumple el requisito de que los procesos acceden al recurso en orden de llamada al monitor. Usar una sola cola es, por tanto, inviable.

Para solucionar el problema, en realidad podemos observar que en cualquier momento en el que haya uno o más procesos esperando aceder al recurso, sólo uno de ellos (el primero que invocó el procedimiento de acceso) debe realmente comprobar su condición de entrada. El resto de procesos (si hay alguno), están esperando que ese primer procedimiento pueda acceder, para ellos a su vez poder comprobar la condición (por orden de llegada).

Esta descripción sugiere el uso de dos colas: una con dicho **primer** proceso (**primero**), y otra con el **resto** de procesos (**resto**). Los procesos que esperan en la cola **resto** esperan que la cola **primero** quede vacía (es un ejemplo en el cual la condición lógica asociada a una variable condición involucra el estado de otra cola). Si un proceso espera en la cola **primero**, espera que se cumpla su condición de acceso al recurso.

En la cola primero hay un proceso como mucho. Si está vacía, también lo esta resto. Al entrar cualquier proceso, si en primero hay algún proceso, entonces espera en resto. Todos los que están en resto esperan lo mismo (que primero quede libre), y por tanto da igual el tipo de proceso (lector o escritor) que sean. Los procesos salen de resto en orden de entrada, y después comprueban su condición de acceso al recurso, si no pueden entrar, esperan en primero. Por tanto todos los procesos pasan a la cola primero en el orden en el que acceden al monitor.

Cuando cualquier proceso (ya sea lector o escritor) comprueba que ya puede acceder al recurso, antes de hacerlo debe hacer un signal de la cola resto. Esto se debe a que en esas circunstancias primero va a quedar vacía con seguridad, y por tanto se cumple la condición de espera en resto. Por tanto, la última sentencia de escritura ini y lectura ini debe ser resto. signal ().

Los lectores y escritores, al acabar de leer o escribir, modifican (actualizan) las variables permanentes del monitor (nlectores se decrementa o escribiendo se pone a false), y por tanto pueden haber hecho cierta la condición de espera del proceso en primero. Por tanto, al acabar de acceder al recurso, los procesos deben de hacer signal en primero.

Los procesos deben entrar a la cola **primero** si comprueban que no pueden acceder al recurso. En el caso de los lectores, al salir de esa cola su condición se cumple con seguridad. Esto se debe a que ese lector ha salido de **primero** por un signal de otro proceso señalador que ha terminado de acceder al recurso. Tanto si el señalador es un lector como un escritor, el valor de **escribiendo** ya es **false**, y por tanto el proceso (lector) en **primero** podrá entrar con seguridad al recurso.

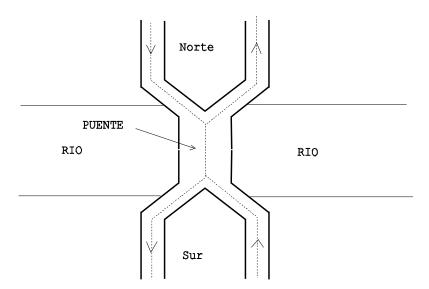
Sin embargo, cuando un escritor sale de **primero**, es posible que el señalador sea un escritor que ha terminado de escribir, en ese caso puede acceder al recurso (ya que no hay lectores leyendo), o bien puede que el señalador sea un lector que ha terminado de leer, pero puede que todavía haya otros lectores leyendo, y en ese caso el escritor no puede acceder. Por tanto, para que el programa sea correcto, cuando un escritor sale de **primero** hacemos que vuelva a comprobar su condición, es decir, ponemos el **primero.wait**() de los escritores en un bucle **while**.

Con todo esto, el código fuente queda así:

PDF creado: 25 de noviembre de 2023

```
: condition ; { esperan aquí su condición de acceso (según tipo de proc.) }
    primero
                             : condition ; { esperan aquí hasta que "primero" queda vacía } }
    resto
procedure escritura ini() ;
begin
                                                 { si otro tiene preferencia
   if primero.queue() then
                                                 { esperar
       resto.wait() ;
   while escribiendo or nlectores > 0 do { si no es posible escribir: }
       primero.wait() ;
                                                  { esperar
   escribiendo := true ;
                                                 { anotar que se esta escribiendo }
                                                  { pasar al siguiente a 'primero' }
   resto.signal() ;
end
procedure escritura fin() ;
begin
   escribiendo := false ;
                                  { anotar que no se esta escribiendo }
                                  { dejar entrar a otro proceso (si hay) }
   primero.signal() ;
end
procedure lectura ini() ;
begin
                                   { si otro tiene preferencia
   if primero.queue() then
       resto.wait() ;
                                   { esperar
   if escribiendo do
                                   { si hay un escritor escribiendo }
                                  { esperar
       primero.wait() ;
   nlectores := nlectores+1 ; { anotar un lector mas
                                   { pasar al siguiente a 'primero' (si hay alguno) }
   resto.signal() ;
end
procedure lectura fin() ;
begin
   nlectores := nlectores-1 ; { anotar un lector menos
                                   { permitir comprobar a otro }
   primero.signal() ;
end
```

Varios coches que vienen del norte y del sur pretenden cruzar un puente sobre un río. Solo existe un carril sobre dicho puente. Por lo tanto, en un momento dado, el puente solo puede ser cruzado por uno o más coches en la misma dirección (pero no en direcciones opuestas).



a) Completar el código del siguiente monitor que resuelve el problema del acceso al puente suponiendo que llega un coche del norte (sur) y cruza el puente si no hay otro coche del sur (norte) cruzando el puente en ese momento.

```
Monitor Puente
var ...;
procedure EntrarCocheDelNorte()
begin
end
procedure SalirCocheDelNorte()
begin
   . . . .
end
procedure EntrarCocheDelSur()
begin
   . . . .
end
procedure SalirCocheDelSur()
begin
  . . .
end
{ Inicializacion }
begin
   . . . .
end
```

b) Mejorar el monitor anterior, de forma que la dirección del trafico a través del puente cambie cada vez que lo hayan cruzado 10 coches en una dirección, mientras 1 ó más coches estuviesen esperando cruzar el puente en dirección opuesta.

Respuesta (privada)

Caso (a)

En el caso (a), usaremos dos colas, una para los coches del norte y otra para los del sur (N y S, respectivamente), y dos contadores (N_cruzando y S_cruzando) para saber cuantos coches están cruzando provenientes del norte y el sur, respectivamente.

```
Monitor Puente ;
var N cruzando, S cruzando : integer ;
    N,S
                           : condition ;
procedure EntrarCocheDelNorte()
begin
   if S cruzando >0 then
      N.wait() ;
   N cruzando := N cruzando+1 ;
   N.signal();
end
procedure SalirCocheDelNorte()
begin
   N_cruzando := N_cruzando-1 ;
   if N cruzando == 0 then
      S.signal();
end
procedure EntrarCocheDelSur()
begin
   if N cruzando > 0 then
      S.wait;
   S cruzando := S cruzando+1 ;
   S.signal();
end
procedure SalirCocheDelSur()
begin
   S cruzando := S cruzando-1 ;
   if S cruzando ==0 then
      N.signal() ;
end
{ Inicializacion }
begin
   N cruzando := 0 ;
   S cruzando := 0 ;
end
```

Caso (b)

En este caso se usan las mismas variables y condiciones que en el anterior, solo que ahora añadimos dos nuevas variables enteras, **N** pueden y **S** pueden. La variable **N** pueden indica cuantos coches del norte pueden

todavía entrar al puente mientras haya coches del sur esperando (**S_pueden** es similar, pero referida a los coches del sur).

La condición asociada a la cola **N** es: **S_cruzando** == 0 y **N_pueden** > 0, cuando dicha condición no se da, los coches del norte esperan en **N**. Cuando en algún procedimiento (al final del mismo) que la condición es cierta, se debe hacer **signal** de la cola norte por si hubiese algún coche que ahora sí puede entrar. (el razonamiento es similar para la cola **s**).

```
Monitor Puente

var N_cruzando, S_cruzando,
    N_pueden, S_pueden : integer ;
    N,S : condition ;
```

```
procedure EntrarCocheDelNorte()
begin
   if S cruzando > 0 or N pueden == 0 then {si no se puede pasar}
       N.wait(); { esperar en la cola norte }
   { aqui se sabe con seguridad que se puede pasar, ya que se cumple: }
   { S_cruzando == 0 y N_pueden > 0 (==condicion de 'N')}
   N cruzando := N cruzando+1 ; { hay uno mas del norte cruzando }
   if not S.empty() then { si hay coches del sur esperando al entrar este }
       N_pueden := N_pueden - 1 ; { podra entrar uno menos }
   if N pueden > 0 then { si aun puede pasar otro (se cumple: S_cruzando == 0)}
       N. signal(); { hacer entrar a uno justo tras este (si hay alguno) }
end
procedure SalirCocheDelNorte
begin
   N cruzando := N cruzando-1 ; { uno menos del norte cruzando }
   if N cruzando == 0 then begin { si el puente queda vacio }
       S pueden := 10 ; { permitir a 10 coches del sur entrar }
       S.signal(); { permite entrar al primero del sur que estuviese esperando, si hay }
    end
end
```

El código para los coches del sur es simétrico (se omiten los comentarios). Al final se incluye la inicialización.

```
procedure EntrarCocheDelSur
begin
  if N_cruzando > 0 or S_pueden == 0 then
     S.wait();
S_cruzando := S_cruzando + 1;
if not N.empty() then
     S_pueden := S_pueden - 1;
if S_pueden > 0 then
     S.signal();
```

```
end
procedure SalirCocheDelSur
begin
    S_cruzando := S_cruzando-1 ;
    if S_cruzando == 0 then begin
        N_pueden = 10 ;
        N.signal() ;
    end
end
{ Inicializacion }
begin
    N_cruzando := 0 ; S_cruzando := 0 ;
    N_pueden := 10 ; S_pueden := 10 ;
end
```

Una tribu de antropófagos comparte una olla en la que caben M misioneros. Cuando algún salvaje quiere comer, se sirve directamente de la olla, a no ser que ésta esté vacía. Si la olla está vacía, el salvaje despertará al cocinero y esperará a que éste haya rellenado la olla con otros M misioneros.

Para solucionar la sincronizacion usamos un monitor llamado Olla, que se puede usar así:

```
monitor Olla ;
. . . .
begin
   . . . .
end
process ProcSalvaje[ i:1..N ] ;
                                            process ProcCocinero ;
begin
                                            begin
   while true do begin
                                                while true do begin
      Olla.Servirse 1 misionero();
                                                   Olla.Dormir();
      Comer(); { es un retraso aleatorio }
                                                   Olla.Rellenar Olla();
   end
                                                end
end
                                             end
```

Diseña el código del monitor Olla para la sincronización requerida, teniendo en cuenta que:

- La solución no debe producir interbloqueo.
- Los salvajes podrán comer siempre que haya comida en la olla,
- Solamente se despertará al cocinero cuando la olla esté vacía.

Respuesta (privada)

Es evidente que necesitamos saber el estado de la olla, es decir, cuantos misioneros quedan disponibles para comer. Se usa una variable entera, incializada a M, llamada num_misioneros. Se introducen dos variables de condición, para las esperas asociadas al cocinero y a los salvajes, respectivamente (cocinero y salvajes).

La cola **salvajes** es la cola donde esperan los salvajes en el caso de que no haya comida, es decir donde los salvajes esperan hasta que haya al menos un misionero disponible, por tanto la condición es:

```
0 < num misioneros</pre>
```

La variable condición **cocinero** es donde espera el cocinero hasta que es necesario rellenar la olla, por tanto la condición asociada es:

```
0 == num misioneros
```

Por tanto, el código para impementar el monitor es el siguiente:

```
monitor Olla ;
                          : integer ; { numero de misioneros en la olla }
var num misioneros
    cocinero, salvajes : condition ;
procedure Servirse 1 Misionero()
begin
   if num misioneros == 0 then { si no hay comida:
                                   { esperar a que haya comida }
       salvajes.wait();
   num misioneros := num misioneros - 1 ; {coger un misionero}
   if num misioneros > 0 then { si queda comida:
       salvajes.signal();
                                   { despertar a un salvaje (si hay) }
                                   { si no queda comida:
   else
                                   { despertar al cocinero (si duerme) }
       cocinero.signal();
end
procedure Dormir()
begin
   if num misioneros > 0 then
                                     { si ya hay comida:
       cocinero.wait() ;
                                     { esperar a que no haya }
end
Procedure Rellenar Olla()
begin
                              { poner M misioneros en la olla }
   num misioneros = M ;
   salvajes.signal();
                              { despertar un salvaje (si hay) }
end
{ Inicializacion }
begin
   num misioneros := M ;
end
```

Una cuenta de ahorros es compartida por varias personas (procesos). Cada persona puede depositar o retirar fondos de la cuenta. El saldo actual de la cuenta es la suma de todos los depósitos menos la suma de todos los reintegros. El saldo nunca puede ser negativo.

Queremos usar un monitor para resolver el problema. El monitor debe tener 2 procedimientos: depositar (c) y retirar (c). Suponer que los argumentos de las 2 operaciones son siempre positivos, e indican las cantidades a depositar o retirar. El monitor usará la semántica señalar y espera urgente (SU). Se deben de escribir varias versiones de la solución, según las variaciones de los requerimientos que se describen a continuación:

- (a) Todo proceso puede retirar fondos mientras la cantidad solicitada c sea menor o igual que el saldo disponible en la cuenta en ese momento. Si un proceso intenta retirar una cantidad c mayor que el saldo, debe quedar bloqueado hasta que el saldo se incremente lo suficiente (como consecuencia de que otros procesos depositen fondos en la cuenta) para que se pueda atender la petición. Hacer dos versiones:
 - (a.1) colas normales (FIFO), sin prioridad.
 - (a.2) con colas de prioridad.
- (b) El reintegro de fondos a los clientes se hace únicamente según el orden de llegada, si hay más de un cliente esperando, solo el primero que llegó puede optar a retirar la cantidad que desea, mientras esto no sea posible, esperarán todos los clientes, independientemente de cuanto quieran retirar los demás. Por ejemplo, suponer que el saldo es 200 unidades y un cliente está esperando un reintegro de 300 unidades. Si llega otro cliente debe esperarse, incluso si quiere retirar 200 unidades. De nuevo, resolverlo de dos formas:
 - (b.1) colas normales (FIFO), sin prioridad.
 - (b.2) con colas de prioridad.

Respuesta (privada)

(a.1) Puede retirar el primero que tenga saldo, colas sin prioridad

Se usa una cola (cola) para los clientes que esperan a retirar. La condición que esperan las hebras es que el saldo disponible sea igual o mayor a la cantidad a retirar. Si un cliente no puede retirar, antes de volver a la cola, debe de despertar a los otros clientes de la misma para que alguno de esos otros pueda retirar. También debe hacer lo mismo después de haber retirado (ya que puede ser que después de retirar aun quede saldo suficiente para otros). La solución queda así:

```
monitor CuentaCorriente;

var saldo : integer ;
    cola : condition ;

procedure Retirar( cantidad : integer )
begin
```

PDF creado: 25 de noviembre de 2023

```
while cantidad > saldo do begin { mientras no se pueda atender peticion: }
                                         { permitir que otros comprueben si pueden sacar }
       cola.signal();
                                         { esperar hasta volver a comprobar }
       cola.wait() ;
   and
   saldo = saldo - cantidad ;
                                         { retirar cantidad }
                                         { permitir a otros comprobar }
   cola.signal();
procedure Depositar( cantidad : integer )
begin
   saldo = saldo + cantidad;
   cola.signal();
end
{ inicialization }
begin
   saldo = saldo inicial ; { == constante predefinida }
end
```

Hay que tener en cuenta que en el caso de que en la cola haya varios clientes y se produzca un ingreso que no sea suficiente para que ninguno de ellos pueda sacar, entonces el primero en comprobar que no puede, al hacer signal, pasa a la cola de urgentes y saca al siguiente de la cola condición. Esto ocurre para todos los de la cola, en cadena, hasta el último, que hace signal de la cola vacía, no da paso a ningún otro proceso y por tanto puede ejecutar su wait, por lo cual a partir de entonces todos los procesos abandonan la cola de urgentes y van haciendo wait, entrando por consiguiente de nuevo en la cola condición.

(a.2) Puede retirar el primero que tenga saldo, colas con prioridad

Usando colas de prioridad, el problema se resuelve muy fácilmente (este es un ejemplo claro de la utilidad de las colas de prioridad). Para hacerlo, usamos como valor de prioridad para entrar en la cola la cantidad que el cliente quiere retirar. De forma que, si hay varios clientes esperando retirar, siempre tras un signal saldrá uno de los quieran retirar la cantidad mínima de entre todas las cantidades a retirar.

Si el cliente seleccionado no puede retirar, no puede hacerlo ningún otro, por lo cual no es necesario que antes de volver a la cola avise a los demás, y el algoritmo se simplifica bastante. Por otro lado, sigue siendo necesario que tras retirar un cliente despierte al siguiente, ya que puede que un ingreso permita más de una operación de retirada.

La solución queda así:

```
Monitor CuentaCorriente;
    var saldo : integer ;
        cola : condition ;

procedure Retirar( cantidad : integer )
begin
    while cantidad > saldo do
        cond.wait( cantidad );
    saldo = saldo - cantidad;
    cola.signal() ;
end
procedure Depositar( cantidad : integer )
begin
```

```
saldo = saldo + cantidad;
cond.signal();
end
{ inicializacion }
begin
    saldo= saldo_inicial ;
end
```

(b.1) Puede retirar únicamente el primero que llegó al banco, colas sin prioridad

En este caso no se puede usar una única cola condición sin prioridad, ya que en ese caso cuando el proceso que más tiempo lleva en ella sale para comprobar el saldo y resulta insuficinte, dicho proceso vuelve a la cola y se pone el último, perdiendo la prioridad que debe tener según el enunciado, por ser el más antiguo. Sin embargo, se puede escribir una solución sencilla que se basa en tener dos variables condición (dos colas) para los clientes:

- Una cola donde espera el cliente que llegó primero (decimos que es el ciente que está en la ventanilla del banco), que es el único al que se puede dar dinero. A esa cola se le llama ventanilla. Esta cola no necesita prioridades, ya que tiene una hebra como mucho.
- El resto de clientes esperan en una cola distinta, a la que llamaremos resto, y que es una cola FIFO normal sin prioridad, ya que solo salen de ella una vez, cuando la ventanilla queda libre, y sale el que más tiempo lleva en resto (notese que si no hay ningún cliente en ventanilla, no puede haber ninguno en resto)

Cuando un cliente llega al banco, si la cola **ventanilla** está vacía, entonces pasa a esa cola, en otro caso (ya hay uno en **ventanilla**) el cliente espera en **resto**. La solución podría quedar así:

```
Monitor CuentaCorriente ;
   var saldo : integer ;
        ventanilla, resto : condition ;
procedure Retirar( cantidad : integer ) ;
begin
   if ventanilla.queue() then { si hay otro cliente en ventanilla
                                   { esperar junto con resto de clientes }
       resto.wait() ;
   while saldo < cantidad do { mientras saldo no suficiente
                                                                }
                                   { esperar en ventanilla
       ventanilla.await() ;
   saldo := saldo-cantidad ;
                                   { retirar cantidad del saldo
                                   { hacer pasar otro a ventanilla, si hay }
   resto.signal() ;
end
procedure Depositar( cantidad : integer ) ;
begin
   saldo := saldo + cantidad ; {depositar}
   ventanilla.signal() ; { avisar al de ventanilla, si hay }
end
{ inicializacion }
   saldo := 0 ;
```

(b.2) Puede retirar únicamente el primero que llegó al banco, colas con prioridad

En este caso la solución es parecida a las anteriores, con la diferencia de que la cola de clientes esperando en el banco es FIFO, ya que, en cualquier momento, de todos los clientes esperando el único que puede retirar dinero es el que más tiempo hace que llamó a Retirar.

Para lograr que la cola sea FIFO, los clientes que retiran hacen wait usando como prioridad un número de ticket que indica el número de orden en la cola de ese cliente. Para ello se usa una variable ticket, local al procedimiento retirar. En el monitor se guarda una variable, llamada contador, que sirve para que cada cliente, cuando accede a retirar, pueda saber cual es su número de ticket.

Cuando un cliente entra al monitor para retirar y e inmediatamente verifica que hay saldo suficiente, no podrá hacerlo si ya había otros procesos en la cola, ya que eso significa que, aunque hay saldo para él, no es el cliente que puede retirar pues hay esperando al menos otro que llegó antes. Por tanto, si al entrar un cliente ve la cola con al menos otro cliente, el que entra debe ingresar en dicha cola.

```
Monitor CuentaCorriente ;
   var saldo, contador : integer ;
                          : condition ;
procedure Retirar( cantidad : integer ) ;
var ticket : integer ;
begin
   ticket := contador ;
                                           { leer numero de ticket propio
   contador := contador + 1 ;
                                           { incrementar contador de tickets
                                           { si ya hay otros esperando:
   if cola.queue() then
       cola.wait(ticket) ;
                                           { ingresar en la cola
   while cantidad > saldo or
                                           { mientras el saldo no sea suficiente }
       cola.wait(ticket) ;
                                           { esperar
   saldo := saldo - cantidad ;
                                           { retirar la cantidad
                                           { avisar al siguiente que llego, si hay }
   cola.signal() ;
procedure Depositar( cantidad : integer ) ;
   saldo := saldo + cantidad ; {depositar}
   cola.signal(); { avisar al que mas tiempo lleve esperando, si hay alguno }
end
{ inicializacion }
begin
   saldo := 0 ;
   contador := 0 ;
end
```

25

Los procesos P_1 , P_2 ,..., P_n comparten un único recurso R, pero solo un proceso puede utilizarlo cada vez. Un proceso P_i puede comenzar a utilizar R si está libre; en caso contrario, el proceso debe esperar a que el recurso sea liberado por otro proceso. Si hay varios procesos esperando a que quede libre R, se concederá

al proceso que tenga mayor prioridad. La regla de prioridad de los procesos es la siguiente: el proceso P_i tiene prioridad i, (con $1 \le i \le n$), donde los números menores implican mayor prioridad (es decir, si i < j, entonces P_i pasa por delante de P_j) Implementar un monitor que implemente los procedimientos **Pedir** y **Liberar**.

Respuesta (privada)

```
Monitor Recurso ;
var ocupado : boolean
    recurso : condicion ;
procedure Pedir( i : integer )
begin
   if ocupado then
      recurso.wait(i);
   ocupado = true;
end
procedure Liberar()
   ocupado = false;
   recurso.signal();
{ Inicialization }
begin
   ocupado := false;
end
```

26

En un sistema hay dos tipos de procesos: A y B. Queremos implementar un esquema de sincronización en el que los procesos se sincronizan por bloques de 1 proceso del tipo A y 10 procesos del tipo B. De acuerdo con este esquema:

- Si un proceso de tipo A llama a la operación de sincronización, y no hay (al menos) 10 procesos de tipo *B* bloqueados en la operación de sincronización, entonces el proceso de tipo *A* se bloquea.
- Si un proceso de tipo B llama a la operación de sincronización, y no hay (al menos) 1 proceso del tipo A y 9 procesos del tipo B (aparte de él mismo) bloqueados en la operación de sincronización, entonces el proceso de tipo B se bloquea.
- Si un proceso de tipo A llama a la operación de sincronización y hay (al menos) 10 procesos bloqueados en dicha operación, entonces el proceso de tipo A no se bloquea y además deberán desbloquearse exactamente 10 procesos de tipo B. Si un proceso de tipo B llama a la operación de sincronización y hay (al menos) 1 proceso de tipo A y 9 procesos de tipo B bloqueados en dicha operación, entonces el proceso de tipo B no se bloquea y además deberán desbloquearse exactamente 1 proceso del tipo A y 9 procesos del tipo B.
- No se requiere que los procesos se desbloqueen en orden FIFO.

Implementar un monitor (con semántica SU) que implemente procedimientos para llevar a cabo la sincronización requerida entre los diferentes tipos de procesos El monitor puede exportar una única operación de sincronización para todos los tipos de procesos (con un parámetro) o una operación específica para los de tipo A y otra para los de tipo B.

Respuesta (privada)

En esta solución se exporta una procedimiento para los procesos de tipo a (llamada SincA), y otra para los de tipo B (SincB).

Parace basante evidente que todos los procesos necesitan saber cuantos procesos de cada tipo han llegado ya a la cita. Usaremos dos variables enteras para ello, llamadas na y nb. Para implementar las esperas, cada proceso comprobará si es el último del grupo de 11 procesos en la cita. Si lo es, despierta a los otros 10. Si no lo es, espera hasta que otro proceso posterior lo despierte. Después, el proceso continua.

Cuando el último en llegar a la cita despierta a todos los demás, dicho último proceso permenece en la cola de urgentes hasta que todos los demás (que estaban esperando) abandonan todos el monitor, así que durante ese intervalo de tiempo se prohíbe la entrada de otros nuevos procesos a la operación del monitor (esperan en la cola del monitor).

```
Monitor Sincronizacion ;
                                         { numero de procesos de tipo A o B esperandp }
var nA, nB
                        : integer ;
      condA, CondB : condition ; { colas para esperas de procesos tipo A o B }
procedure SincA ()
begin
                                   { uno mas de tipo A.
   nA := nA+1;
   if nB < 10 then
                                   { si aun no hay 10 de tipo B: }
                                  { esperar a que los haya }
       condA.wait() ;
                                  { si ya hay 10 de tipo B: }
       for i := 1 to 10 do
                                   { para cada uno de ellos: }
                                   { despertarlo
           condB.signal();
                                   { uno menos de tipo A
   nA := nA-1;
end
procedure SincB()
begin
   nB := nB+1;
                                   { uno mas de tipo B.
   if nA < 1 or nB < 10 then {sino esta el A o no estan 10 del B:}
       condB.wait() ; { esperar a que esten todos
                                 { si ya esta el A y soy el ultimo B: }
   else begin
       condA.signal() ;
for i := 1 to 9 do
                                   { despertar al A
                                   { para cada uno de los otros 9 B: }
                                   { despertarlo
                                                            }
          condB.signal() ;
                                                             }
   end
                                  { uno menos de tipo B
   nB := nB-1;
end
{ Inicialization }
begin
  nA := 0 ;
  nB := 0 ;
```

end

27

El siguiente monitor (Barrera2) proporciona un único procedimiento de nombre entrada, que provoca que el primer proceso que lo llama sea suspendido y el segundo que lo llama despierte al primero que lo llamó (a continuación ambos continuan), y así actúa cíclicamente. Obtener una implementación de este monitor usando semáforos.

```
Monitor Barrera2 ;
                               { num. de proc. que han llegado desde el signal }
    var n : integer;
         s: condicion; { cola donde espera el segundo
procedure entrada() ;
begin
                       { ha llegado un proceso mas }
  \mathbf{n} := \mathbf{n} + 1 ;
  if n < 2 then
                      { si es el primero:
                      { esperar al segundo
      s.wait()
                       { si es el segundo:
  else begin
                       { inicializa el contador }
      n := 0;
                       { despertar al primero }
      s.signal()
  end
end
{ Inicializacion }
begin
   \mathbf{n} := 0 ;
end
```

Respuesta (privada)

Necesitaremos un semáforo s para las esperas asociadas a la cita, y otro mutex que implementa la exclusión mutua en el acceso a las variables compartidas. Por supuesto, también se necesita una variable compartidad (n) para saber si otro proceso ha llegado antes a la cita o no.

El código quedaría como aparce aquí:

```
{ variables compartidas }
            : integer := 0 ;
var n
            : semaphore := 0 ;
    mutex : semaphore := 1 ;
procedure entrada() ;
begin
   sem wait( mutex );
                                 { uno más ha llegado a la cita }
   \mathbf{n} := \mathbf{n} + 1;
   if n < 2 then begin
                                 { si es el primero:
       sem_signal( mutex ); { liberar excluión mutua
                                 { esperar al segundo
       sem wait( s );
   end
```

Este es un ejemplo clásico que ilustra el problema del *interbloqueo*, y aparece en la literatura con el nombre de **el problema de los filósofos-comensales**. Se puede enunciar como se indica a continuación:

Sentados a una mesa están cinco filósofos. La actividad de cada filósofo es un ciclo sin fin de las operaciones de pensar y comer. Entre cada dos filósofos hay un tenedor. Para comer, un filósofo necesita obligatoriamente dos tenedores: el de su derecha y el de su izquierda. Se han definido cinco procesos concurrentes, cada uno de ellos describe la actividad de un filósofo. Los procesos usan un monitor, llamado MonFilo.

Antes de comer cada filósofo debe disponer de su tenedor de la derecha y el de la izquierda, y cuando termina la actividad de comer, libera ambos tenedores. El filósofo i alude al tenedor de su derecha como el número i, y al de su izquierda como el número $i+1 \mod 5$.

El monitor MonFilo exportará dos procedimentos: coge_tenedor (num_tenedor, num_proceso) y libera_tenedor (num_tenedor, num_proceso) y libera_tenedor (num_tenedor) y libera_tenedor (num_t

El código del programa (sin incluir la implementación del monitor) es el siguiente:

```
monitor MonFilo ;
   procedure coge tenedor( num ten, num proc : integer );
   procedure libera tenedor( num ten : integer );
begin
end
process Filosofo[ i: 0..4 ] ;
begin
   while true do begin
                                             { argumento 1=codigo tenedor }
      MonFilo.coge tenedor(i,i);
      MonFilo.coge tenedor(i+1 mod 5,i);
                                             { argumento 2=numero de proceso }
      comer();
      MonFilo.libera tenedor(i);
      MonFilo.libera tenedor(i+1 mod 5);
      pensar();
   end
end
```

Con este interfaz para el monitor, responde a las siguientes cuestiones:

- (a) Diseña una solución para el monitor MonFilo
- (b) Describe la situación de interbloqueo que puede ocurrir con la solución que has escrito antes.
- (c) Diseña una nueva solución, en la cual se evie el interbloqueo descrito, para ello, esta solución no debe permitir que haya más de cuatro filósofos simultáneamente intentado coger su primer tenedor

Respuesta (privada)

Cuestión (a)

Respecto de las variables permanentes, los procesos necesitan saber si cada tenedor está libre u ocupado, lo cual se debe implementar obviamente con una variable lógica por cada tenedor. Dada la numeración de filósofos y tenedores, lo más sencillo es usar un array de 5 valores lógicas, con índices comenzando en cero. Lo llamamos ten_ocup. El valor de ten_ocup[i] es true si el i-ésimo tenedor está ocupado, false si está libre.

Respecto de las variables condición, vemos que un filósofo puede estar en un instante de tiempo esperando que se quede libre un tenedor concreto, por tanto necesitamos una cola de espera por cada tenedor, ya que la condición de espera de cada tenedor es distinta, en concreto, la condición del *i*-ésimo tenedor es not ten_ocup[i]. Cada una de estas colas tendrá un proceso como mucho. De nuevo, lo más fácil es disponerlas también en un array.

```
monitor MonFilo ;
var
                                                { true \leftarrow el i-ésimo tenedor está en uso }
 ten ocup : array[0..4] of boolean ;
 cola ten : array[0..4] of condition; {colas de espera por cada tenedor
procedure coge tenedor( num ten, num proc : integer );
begin
                                             { si el tenedor esta ocupado: }
   if ten ocup[num ten] then
       ten_ocup[num_ten] then
cola_ten[num_ten].wait() ;
n ocup[num ten] := true ;
                                             { esperar a que este libre }
                                             { marcar tenedor como ocupado }
    ten ocup[num ten] := true ;
procedure libera tenedor( num ten : integer );
begin
    ten ocup[num ten] := false ;
                                             { el tenedor ya no esta ocupado }
    cola ten[num ten].signal() ;
                                             { avisar a alguno que lo esperaba, si hay }
end
{ inicialization }
begin
   for i := 0 to 4 do
       ten ocup[i] := false ; {tenedores libres}
end
```

Cuestión (b)

El interbloqueo ocurre si todos los filósofos toman el tenedor a su izquierda antes de que ninguno de ellos pueda coger el tenedor de la derecha, en ese caso todos los filósofos quedan esperando en el wait de la segunda llamada al monitor para coger un tenedor, sin que ninguno de ellos pueda abandonar dicho wait, al no haber ninguna operación signal.

Cuestión (c)

Para esta nueva solución mantenemos las colas y variables permanentes que ya había en la anterior. Para solucionar el interbloqueo, un filósofo hara una espera previa, antes de intentar coger su primer tenedor, si ya hay 4 filósofos que han cogido su primer tenedor pero todavía no han cogido su segundo tenedor. Para implementarlo, añadimos una nueva variable permanente entera (num_f12), que nos indica cuantos filósofos hay entre su primer y segundo tenedor. Añadimos por tanto una cola de espera, llamada previa, para el caso de que un filósofo deba retrasar su intento de coger su primer tenedor. La condición que esperan los filósofos en la cola previa es num_f12 < 4. De esta manera, evitamos que haya 5 filósofos esperando en las colas de tenedor, ya que como mucho habrá 1 esperando en previa y 4 en las colas de los tenedores (se garantiza que al menos uno de los 4 en las colas de tenedores podrá progresar, ya que al menos uno de ellos tendrá disponible su segundo tenedor con seguridad).

En la solución se debe distinguir si un filósofo está intentando coger su primer tenedor o el segundo. Esto es fácil hacerlo ya que en el caso de ser primer tenedor, el número de filósofo coincide con el del tenedor.

```
monitor MonFilo ;
var
                                               { no más de cuatro esperando primer tenedor }
previa : condition ;
 ten ocup : array [0..4] of boolean ; {true <==> el i-ésimo tenedor está en uso}
 cola ten : array[0..4] of condition; {colas de espera por cada tenedor}
                                              { número de filosofos con 1er y sin 2o ten. }
 num f12 : integer ;
procedure coge tenedor( num ten, num proc : integer );
begin
   { si es necesario, hacer espera previa }
   if num ten == num proc then begin { si es el primer tenedor de los dos: }
       { esperar a que alguno logre su segundo }
   end
   { coger el tenedor, esperando si es necesario }
   { si el tenedor está ocupado: }
   ten ocup[num ten] := true ; { marcar tenedor como ocupado }
   { actualizar cuenta de procesos con 10 y sin 20 }
   if num_ten == num_proc then { si ha cogido su primer tenedor: }
num_f12 := num_f12+1 ; { hay uno más con 1o y sin 2o }

class begin a cogido su acquindo tenedor.
   else begin
                                            { si ha cogido su segundo tenedor: }
       num_f12 := num_f12-1 ; { hay uno menos con 10 y sin 20 }
                                          { si ahora ya hay menos de 4 con 1o y sin 2o }
       if num f12 < 4 then
                                          { dejar uno coja primero, si hay }
          previa.signal() ;
   end
end
procedure libera tenedor( num ten : integer );
begin
   ten_ocup[num_ten] := false ; { el tenedor ya no esta ocupado }
cola_ten[num_ten].signal() ; { avisar a alguno que lo esperaba, si hay }
{ inicializacion }
   num_f12 := 0 ; {hay 0 filósofos con 10 y sn 20}
```

```
for i := 0 to 4 do
    ten_ocup[i] := false ; {tenedores libres inicialmente}
end
```

Sistemas basados en paso de mensajes.

29

Supongamos que tenemos un programa distribuido con tres procesos de forma que queremos que cada uno pase un dato (el valor de una variable) al siguiente para que el siguiente lo imprima, siendo indiferente el orden en el que se realizan las operaciones de paso de mensaje, y también siendo indiferente el orden en el que se imprimen los valores. Esto se ha programado usando el siguiente esquema usando un paso de mensajes síncrono:

```
Process P0 ;
    var x,y : integer;
begin
    x := .... ;
    s_send( x, P1 );
    receive( y, P2 );
    imprime( y );
end
```

```
Process P1 ;
    var x,y : integer;
begin
    x := ....;
    s_send( x, P2 );
    receive( y, P0 );
    imprime( y );
end
```

```
Process P2 ;
    var x,y : integer;
begin
    x := ....;
    s_send( x, P0 );
    receive( y, P1 );
    imprime( y );
end
```

Contesta a las siguientes cuestiones:

- (a) Este programa produce interbloqueo. Describe brevemente a qué se debe esto.
- (b) Si el envío de los mensajes es asíncrono seguro, ¿se podría producir un interbloqueo? Razonar brevemente.
- (c) Describe brevemente los cambios que harías en los procesos para cumplir los requisitos del enunciado y evitar el interbloqueo manteniendo un paso de mensajes síncrono.

Respuesta

- (a) A que todos los procesos empiezan con un **send** síncrono y ninguno hace el correspondiente **receive**, por lo que todos los procesos se quedan esperando al proceso receptor
- (b) No, porque los mensajes se almacenarían en el buffer/memoria intermedia después de send y todos ejecutarían el receive (alguien podría poner que si el buffer intermedio está lleno el send asíncrono también bloquearía pero no sería un interbloqueo, porque se supone que cuando se liberase dicha memoria intermedia podrán salir del bloqueo del send).
- (c) Bastaría con cambiar el orden de las operaciones s send y receive en uno o dos procesos cualquiera.

Dado el siguiente ejemplo de paso de mensajes entre dos procesos,

```
Process PA ;
  var env : integer;
begin
  env := 40 ;
  ENVIAR( env, PB );
  env := 20;
end
```

```
Process PB ;
  var rec : integer;
begin
  rec := 30 ;
  RECIBIR( rec, PA );
  imprime( rec );
end
```

Para cada uno de los siguientes casos, indica qué valor o valores se pueden transferir por el SPM, y que valor o valores puede imprimir **PB**:

- (a) ENVIAR es send y RECIBIR es i receive.
- (b) ENVIAR es i_send y RECIBIR es i_receive.
- (c) ENVIAR es s send y RECIBIR es receive.

Respuesta

- (a) se transfiere 40, se puede imprimir 30 o 40.
- (b) se puede transferir 20 o 40, se puede imprimir 30, 40 o 20.
- (c) se transfiere 40, se imprime 40.

31

En un sistema distribuido se ejecutan dos procesos A y B. Para cada uno de los valores enteros 1,2,3 y 4, indica si el proceso A puede imprimir o no puede imprimir ese valor. En caso negativo, justifica tu respuesta, en caso afirmativo, indica la secuencia de accesos a variables que llevan a dicho resultado. Cada acceso puede ser uno de estos:

- (a) una asignación atómica a una variable, por ejemplo x:=34,
- (b) la lectura del valor de un variable por el SPM, por ejemplo leer 35 en y

- (b) la escritura de un valor en una variable por el SPM, por ejemplo escribir 46 en z,
- (d) imprimir un valor, por ejemplo *imprime 72* (lo que ocurra después da igual, así que esto es siempre lo último)

(suponemos que estos accesos son todos ellos atómicos)

```
process A ;
    var a : integer ;
begin
    a := 1 ;
    i_send( a, B );
    a := 2 ;
    receive( a, B );
    print(a);
end
```

```
process B ;
    var b : integer ;
begin
    b := 3 ;
    i_receive( b, A );
    b := 4 ;
    s_send( b, A );
end
```

Respuesta

Valor 1	Valor 2	Valor 4
1. a:= 1	1. a:= 1	1 . a:= 1
2. leer 1 en a	2. a:= 2	2. leer 1 en a
3. a:= 2	3. leer 2 en a	3. a:= 2
4. b:= 3	4. b:= 3	4. b:= 3
5. b:= 4	5. b:= 4	5. escribir 1 en b
6. escribir 1 en b	6. escribir 2 en b	6. b:= 4
7. leer 1 en b	7. leer 2 en b	7. leer 4 en b
8. escribir 1 en a	8. escribir 2 en a	8. escribir 4 en a
9. imprime 1	9. imprime 2	9. imprime 4

Valor 3

Este valor no puede imprimirse nunca, ya que cuando B hace s_s end, el valor leído en la variable b puede ser 4 (si no se ha recibido nada después de hacer b:=4), o bien 1 o 2 (si se ha recibido algún valor después de b:=4, ese valor puede ser 1 o 2)

32

En un sistema distribuido, 6 procesos clientes necesitan sincronizarse de forma específica para realizar cierta tarea, de forma que dicha tarea sólo podrá ser realizada cuando tres procesos estén preparados para realizar-la. Para ello, envían peticiones a un proceso controlador del recurso y esperan respuesta para poder realizar

la tarea específica. El proceso controlador se encarga de asegurar la sincronización adecuada. Para ello, recibe y cuenta las peticiones que le llegan de los procesos, las dos primeras no son respondidas y producen la suspensión del proceso que envía la petición (debido a que se bloquea esperando respuesta) pero la tercera petición produce el desbloqueo de los tres procesos pendientes de respuesta. A continuación, una vez desbloqueados los tres procesos que han pedido (al recibir respuesta), inicializa la cuenta y procede cíclicamente de la misma forma sobre otras peticiones.

El código de los procesos clientes aparece aquí abajo. Los clientes usan envío asíncrono seguro para realizar su petición, y esperan con una recepción síncrona antes de realizar la tarea.

```
process Cliente[ i : 0..5 ] ;
begin
  while true do begin
    send( peticion, Controlador );
    receive( permiso, Controlador );
    Realiza_tarea_grupal( );
    end
end
process Controlador ;
begin
  while true do begin
    ...
end
end
end
```

Describir en pseudocódigo el comportamiento del proceso controlador, utilizando una orden de espera selectiva que permita implementar la sincronización requerida entre los procesos. Es posible utilizar una sentencia del tipo select for i=... to ... para especificar diferentes ramas de una sentencia selectiva que comparten el mismo código dependiente del valor de un índice i.

Respuesta (privada)

A continuación se da una posible solución. Esta solución usa un vector de valores lógicos (recibido) que indica, para cada proceso cliente, si el controlador ha recibido o no ya la petición de dicho cliente. Usando un contador, se determina cuando se han recibido 3 peticiones y por tanto cuando se puede dar paso a un grupo de tres procesos. En ese momento, el vector recibido almacena los procesos a los que hay que enviar respuesta.

```
process Controlador;
             : integer := 6 ; {* numero de procesos, n >= 3 *}
    contador : integer := 0 ;
    peticion : integer ;
    permiso : integer := ....;
    recibido : array[0..n-1] of boolean := ( false, false, ..., false ) ;
begin
   while true do
      select
         for i := 0 to n-1 when receive( peticion, Cliente[i] )
            recibido[i] := true ;
            contador := contador + 1 ;
            if contador == 3 then begin
               contador := 0 ;
               for j := 0 to n-1 do
                  if recibido[j] then begin
                      send( permiso, cliente[j] ) ;
```

Otra variante (que usa las mismas variables locales) puede ser la que se incluye aquí abajo. En este caso, cuando el contador llega a 3 solo se puede ejecutar el segundo |when|, que se encarga de recibir los mensajes

33

En un sistema distribuido, 3 procesos productores producen continuamente valores enteros y los envían a un proceso buffer que los almacena temporalmente en un array local de 4 celdas enteras para ir enviándoselos a un proceso consumidor. A su vez, el proceso buffer realiza lo siguiente, sirviendo de forma equitativa al resto de procesos:

- a) Envía enteros al proceso consumidor siempre que su array local tenga al menos dos elementos disponibles.
- b) Acepta envíos de los productores mientras el array no esté lleno, pero no acepta que cualquier productor pueda escribir dos veces consecutivas en el búfer.

El código de los procesos productor y consumidor es el siguiente, asumiendo que se usan operaciones síncronas.

```
process Productor[ i : 0..2 ] ;
  var dato : integer ;
begin
  while true do begin
    dato := Producir();
    send( dato, Buffer );
  end
end
process Consumidor ;
begin
  while true do begin
    receive ( dato, Buffer );
    Consumir( dato );
  end
end
```

Describir en pseudocódigo el comportamiento del proceso Buffer, utilizando una orden de espera selectiva que permita implementar la sincronización requerida entre los procesos.

```
process Buffer ;
begin
  while true do begin
    ...
  end
end
```

Respuesta (privada)

Una posible respuesta sería esta:

```
process Buffer ;
var tam
              : integer := 4 ; { capacidad del buffer }
              : integer := -1 ; { indice del ultimo que escribio en buffer }
    contador : integer := 0 ;
    dato : integer ;
    buf
              : array [0..tam-1] of integer ;
begin
   while true do
      select
         for i := 0 to 2
         when contador < tam and ultimo!=i receive( dato, Productor[i] ) do
            ultimo := i ;
            buf[contador]:=dato;
            contador := contador + 1 ;
         when contador >= 2 do
             contador:=contador-1;
             send( buf[contador], Consumidor );
      end { select }
end
```

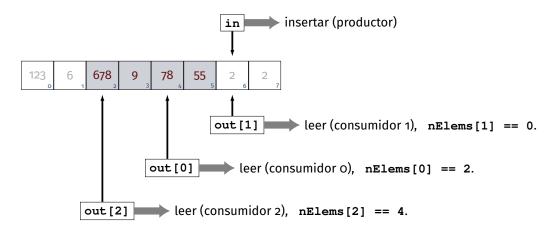
El problema es que corresponde a una solución LIFO, y puesto que solo se envía cuando hay dos elementos, entonces el primer elemento insertado en el buffer **buf** (en la entrada 0) nunca sería enviado, por eso se necesita usar una solución FIFO, como se indica aquí:

```
process Buffer ;
var tam
              : integer := 4 ; {capacidad del buffer}
              : integer := -1 ; {indice del ultimo que escribio en buffer}
    contador : integer := 0 ; { numero de entradas ocupadas }
    prim ocu : integer := 0 ; { primera entrada ocupada }
    prim_lib : integer := 0 ; { primera entrada libre }
    dato
              : integer ;
    buf
              : array [0..tam-1] of integer ;
begin
   while true do
      select
          for i := 0 to 2
          when contador < tam and ultimo != i receive(&dato,Productor[i]) do
```

```
ultimo := i ;
buf[prim_lib]:= dato ;
prim_lib := (prim_lib+1) mod tam ;
contador := contador + 1 ;
when contador >= 2 do
    prim_ocu := (prim_ocu+1) mod tam ;
contador := contador - 1 ;
send ( buf[prim_ocu], Consumidor);
end {select}
```

Suponer un proceso productor y 3 procesos consumidores que comparten un buffer acotado de tamaño B. Cada elemento depositado por el proceso productor debe ser retirado por todos los 3 procesos consumidores para ser eliminado del buffer. Cada consumidor retirará los datos del buffer en el mismo orden en el que son depositados, aunque los diferentes consumidores pueden ir retirando los elementos a ritmo diferente unos de otros. Por ejemplo, mientras un consumidor ha retirado los elementos 1, 2 y 3, otro consumidor puede haber retirado solamente el elemento 1. De esta forma, el consumidor más rápido podría retirar hasta B elementos más que el consumidor más lento.

Describir en pseudocódigo el comportamiento de un proceso que implemente el buffer de acuerdo con el esquema de interacción descrito usando una construcción de espera selectiva, así como el del proceso productor y de los procesos consumidores. Comenzar identificando qué información es necesario representar, para después resolver las cuestiones de sincronización. Una posible implementación del buffer mantendría, para cada proceso consumidor, el puntero de salida (out) y el número de elementos que quedan en el buffer por consumir (nelems). En la figura se ve un esquema de un estado del buffer, a modo de ejemplo:



Respuesta (privada)

Se asumen operaciones con semántica bloqueante sin buffer. El código de los procesos consumidores y el productor es casi idéntico al de los productores y consumidores del ejercicio 2. Ahora una celda no está vacía si todavía queda algún consumidor por leer dicha celda. Por tanto, no se puede recibir del productor si algún consumidor tiene tantos valores pendientes de leer como entradas tiene el búfer.

```
process Buffer ;
            : integer := ...; { capacidad del buffer }
var B
            : integer := 0 ;
    dato
            : integer;
    buf
            : array [0..B-1] of integer ;
    nElems: array [1..3] of integer := (0,0,0);
            : array [1..3]
                               of integer := (0,0,0);
            : integer ; { máximo número de valores pendientes de leer }
    max
begin
   while true do
       { hacer max := máximo valor almacenado en el array nElems }
      for j := 1 to 3 do
          if max < nElems[j] or j == 1 then</pre>
             max := nElems[j] ;
       { espera selectiva }
      select
          for i := 1 to 2 when nElems[i] > 0 do
             send( buf[out[i]], Consumidor[i] ); {enviar}
             out[i] := (out[i]+1) mod B;
                                                      { avanzar índice de salida de consum i }
                                                      { decrementar pendientes de consum i }
             nElems[i] := nElems[i] - 1;
          when max < B receive (dato, Productor) do
             buf[in] := dato ;
                                                       { guardar dato }
                                                       { avanzar indice de entrada }
             in := (in+1) \mod B;
             for j := 1 to 3 do
                                                      { para cada consumidor j }
                                                      { incrementar pendientes de consum j }
                 nElems[j] := nElems[j]+1 ;
   end
end
```

Una tribu de antropófagos comparte una olla en la que caben M misioneros. Cuando algún salvaje quiere comer, se sirve directamente de la olla, a no ser que ésta esté vacía. Si la olla está vacía, el salvaje despertará al cocinero y esperará a que éste haya rellenado la olla con otros M misioneros.

```
process Salvaje[ i : 0..2 ] ;
                                                 process Cocinero ;
begin
                                                 begin
   while true do begin
                                                     while true do begin
       { esperar a servirse un misionero: }
                                                         { dormir esperando solicitud para llenar: }
        . . . . .
                                                         { confirmar que se ha rellenado la olla }
       { comer }
       Comer();
   end
                                                     end
end
                                                  end
```

Implementar los procesos salvajes y cocinero usando paso de mensajes, usando un proceso olla que incluye una construcción de espera selectiva que sirve peticiones de los salvajes y el cocinero para mantener la sincronización requerida, teniendo en cuenta que:

- La solución no debe producir interbloqueo.
- Los salvajes podrán comer siempre que haya comida en la olla,
- Solamente se despertará al cocinero cuando la olla esté vacía.

Respuesta (privada)

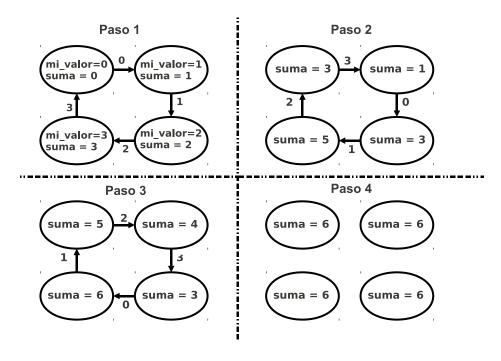
Los salvajes deben de enviar sus mensajes a la olla con s_send, ya que deben de esperar a que quede algún misionero disponible antes de comérselo. La olla solo acepta los mensajes de los salvajes cuando hay misioneros. El cocinero debe esperar en un receive (síncrono) hasta que tiene que rellenar, después envía confirmación a la olla (esta confirmación puede hacerse con send)

```
process Salvaje[ i : 0..2 ] ;
                                             process Cocinero ;
                                                var llenar
                                                                   : integer ;
   var peticion : integer := ... ;
                                                     confirmacion : integer := ...;
begin
                                             begin
   while true do begin
                                                while true do begin
                                                    { dormir esperando solicitud para llenar: }
      { esperar a servirse un misionero: }
      s send( peticion, Olla );
                                                    receive( llenar, Olla );
      { comer: }
                                                    { rellenar olla: }
                                                    send( confirmacion, Olla );
      Comer();
   end
                                                end
end
                                             end
```

```
process Olla ;
                    : integer := M ; { la olla está inicialmente llena }
   var contador
                    : integer := ...; {valor indiferente}
       llenar
       esta llena : integer ;
begin
   while true do
      select
          for i := 0 to 2 when contador > 0 receive( peticion, Salvaje[i] ) do
             contador := contador - 1 ;
          when contador == 0 do
             send( llenar, Cocinero);
                                                 { despertar al cocinero }
             receive ( esta llena, Cocinero); { esperar confirmación }
             contador := M;
      end { select }
end
```

36

Considerar un conjunto de N procesos, $\mathbf{P[i]}$, (i=0,...,N-1) que se pasan mensajes cada uno al siguiente (y el primero al último), en forma de anillo. Cada proceso tiene un valor local almacenado en su variable local $\mathbf{mi_valor}$. Deseamos calcular la suma de los valores locales almacenados por los procesos de acuerdo con el algoritmo que se expone a continuación.



Los procesos realizan una serie de iteraciones para hacer circular sus valores locales por el anillo. En la primera iteración, cada proceso envía su valor local al siguiente proceso del anillo, al mismo tiempo que recibe del proceso anterior el valor local de éste. A continuación acumula la suma de su valor local y el recibido desde el proceso anterior. En las siguientes iteraciones, cada proceso envía al siguiente proceso siguiente el valor recibido en la anterior iteración, al mismo tiempo que recibe del proceso anterior un nuevo valor. Después acumula la suma. Tras un total de N-1 iteraciones, cada proceso conocerá la suma de todos los valores locales de los procesos.

Dar una descripción en pseudocódigo de los procesos siguiendo un estilo SPMD y usando operaciones de envío y recepción síncronas.

Respuesta (privada)

El programa es sencillo, solo hay que tener en cuenta que, para evitar interbloqueos, cada proceso envía con send (asíncrono) y después, cuando la variable ya se ha leído, pero sin esperar la recepción, hace receive síncrono.

Considerar un estanco en el que hay tres fumadores y un estanquero. Cada fumador continuamente lía un cigarro y se lo fuma. Para liar un cigarro, el fumador necesita tres ingredientes: tabaco, papel y cerillas. Uno de los fumadores tiene solamente papel, otro tiene solamente tabaco, y el otro tiene solamente cerillas. El estanquero tiene una cantidad infinita de los tres ingredientes.

- El estanquero coloca aleatoriamente dos ingredientes diferentes de los tres que se necesitan para hacer un cigarro, desbloquea al fumador que tiene el tercer ingrediente y después se bloquea. El fumador seleccionado, se puede obtener fácilmente mediante una función genera_ingredientes que devuelve el índice (0,1, ó 2) del fumador escogido.
- El fumador desbloqueado toma los dos ingredientes del mostrador, desbloqueando al estanquero, lía un cigarro y fuma durante un tiempo.
- El estanquero, una vez desbloqueado, vuelve a poner dos ingredientes aleatorios en el mostrador, y se repite el ciclo.

Describir una solución distribuida que use envío asíncrono seguro y recepción síncrona, para este problema usando un proceso **Estanquero** y tres procesos fumadores **Fumador** (i) (con i=0,1 y 2).

Respuesta (privada)

```
process Fumador[ i : 0..2 ];
process Estanquero ;
   var ingredientes : integer := ...;
                                            var ingredientes : integer := ...;
       confirmacion : integer ;
                                                confirmacion : integer ;
                     : integer ;
                                         begin
                                           while true do begin
begin
   while true do begin
                                             receive (ingredientes, Estanquero)
                                             send( confirmacion, Estanquero);
      i := genera ingredientes();
      send( ingredientes, Fumador[i] );
                                             Fumar();
      receive( confirmacion, Fumador[i]
                                           end
                                         end
   end
end
```

En un sistema distribuido, un gran número de procesos clientes usa frecuentemente un determinado recurso y se desea que puedan usarlo simultáneamente el máximo número de procesos. Para ello, los clientes envían peticiones a un proceso controlador para usar el recurso y esperan respuesta para poder usarlo (véase el código de los procesos clientes). Cuando un cliente termina de usar el recurso, envía una solicitud para dejar de usarlo y espera respuesta del Controlador. El proceso controlador se encarga de asegurar la sincronización adecuada imponiendo una única restricción por razones supersticiosas: nunca habrá 13 procesos exactamente usando el recurso al mismo tiempo.

```
process Cli[ i : 0....n ] ;
var pet_usar : integer := +1 ;
    pet_liberar : integer := -1 ;
    permiso : integer := ... ;
begin
    while true do begin
        send( pet_usar, Controlador );
        receive( permiso, Controlador );

    Usar_recurso();

    send( pet_liberar, Controlador );
    receive( permiso, Controlador );
    end
end
```

```
process Controlador;
begin
while true do begin
select
...
end
end
```

Describir en pseudocódigo el comportamiento del proceso controlador, utilizando una orden de espera selectiva que permita implementar la sincronización requerida entre los procesos. Es posible utilizar una sentencia del tipo $select\ for\ i=\ldots\ to\ \ldots$ para especificar diferentes ramas de una sentencia selectiva que comparten el mismo código dependiente del valor de un índice i.

Respuesta (privada)

Una solución consiste en usar los valores (+1 y -1) asociados con la petición de uso y la petición de liberar, respectivamente. Asimismo, usamos un valor (pendiente) que indica si hay una petición de uso pendiente

(vale +1), o bien si hay una petición de liberar pendiente (vale -1), o bien no hay ninguna petición pendiente (vale 0). Finalmente, usamos una variable con el identificador de proceso que está esperando (cliente_e).

En esta solución hay que tener en cuenta que nunca puede haber más de una petición pendiente, ya que si hay una petición pendiente y llega otra, con seguridad podremos atender la nueva y la pendiente (o bien se compensan, si son de distinto signo, y el contador no cambia, o bien se acumulan, si son de igual signo, y el contador *se salta* el valor 13)

```
process Controlador;
var
   permiso
                : integer := ... ;
   peticion : integer ;
   pendiente : integer := 0 ; {indica si no hay pendiente (0), o hay pte (-1 \text{ o} + 1)}
                                     { numero de cliente esperando, si 'pendiente' no es 0 }
   cliente e : integer ;
   contador
                : integer := 0 ; { numero de clientes usando el recurso }
begin
   while true do begin
       select
       for i := 0 to n when receive( peticion, Cli[i] ) do
          if contador + peticion + pendiente == 13 then begin
              { no se puede atender (pendiente será 0 aquí con seguridad) }
              pendiente := peticion ; { registrar que clase de petición queda pendiente }
              cliente e := i ; { registrar que cliente queda pendiente }
          end
          else begin
              { se puede atender, contador tomará un valor distinto de 13 }
              contador := contador + peticion + pendiente ;
              send( permiso, Cliente[i] );
              if pendiente != 0 then begin
                 send( permiso, Cliente[cliente e])
                 pendiente := 0 ;
              end
          end
          else
       end { select }
   end { while true }
end { process }
```

39

En un sistema distribuido, tres procesos **Productor** se comunican con un proceso **Impresor** que se encarga de ir imprimiendo en pantalla una cadena con los datos generados por los procesos productores. Cada proceso productor (**Productor** [i] con i=0,1,2) genera continuamente el correspondiente entero i, y lo envía al proceso **Impresor**.

El proceso ${\tt Impresor}$ se encarga de ir recibiendo los datos generados por los productores y los imprime por pantalla (usando el procedimiento ${\tt imprime}$ (entero)) generando una cadena dígitos en la salida. No obstante,

los procesos se han de sincronizar adecuadamente para que la impresión por pantalla cumpla las siguientes restricciones:

- Los dígitos 0 y 1 deben aceptarse por el impresor de forma alterna. Es decir, si se acepta un 0 no podrá volver a aceptarse un 0 hasta que se haya aceptado un 1, y viceversa, si se acepta un 1 no podrá volver a aceptarse un 1 hasta que se haya aceptado un 0.
- El número total de dígitos 0 o 1 aceptados en un instante no puede superar el doble de número de digitos 2 ya aceptados en dicho instante.

Cuando un productor envía un digito que no se puede aceptar por el imprersor, el productor quedará bloqueado esperando completar el s send.

El pseudocódigo de los procesos productores (**Productor**) se muestra a continuación , asumiendo que se usan operaciones bloqueantes no buferizadas (síncronas).

```
process Productor[ i : 0,1,2 ]
while true do begin
    s_send( i, Impresor ) ;
end
```

Escribir en pseudocódigo el código del proceso Impresor, utilizando un bucle infinito con una orden de espera selectiva select que permita implementar la sincronización requerida entre los procesos, según este esquema:

```
Process Impresor
var
....
begin
while true do begin
select
....
end
end
end
```

Respuesta (privada)

```
Process Impresor ;
var
             : integer := 0; { numero de veces que se ha aceptado el 0 o el 1}
   num01
            : integer := 0; { numero de veces que se ha aceptado el 2
   num2
                            { numero recibido
   numero : integer ;
   ultimo01 : integer := -1 ; { ultimo digito 0 o 1 aceptado, -1 al principio }
begin
   while true do begin
      select
          { si se puede aceptar un 0, recibirlo }
          when num01 < 2*num2 and ultimo01 != 0 receive( numero, Productor[0] ) do
             imprime( numero ) ;
             num01 := num01 + 1 ;
             ultimo01 := 0 ;
```

```
{ si se puede aceptar un 1, recibirlo }
    when num01 < 2*num2 and ultimo01 != 1 receive( numero, Productor[1] ) do
        print( numero ) ;
        num01 := num01 + 1 ;
        ultimo01 := 1 ;
        { se puede aceptar un 2 siempre: recibirlo }
        when receive( numero, Productor[2] ) do
            print( numero ) ;
        num2 := num2 + 1 ;
        end
        end
        end
        end
        end</pre>
```

En un sistema distribuido hay un vector de \mathbf{n} procesos iguales que envían con \mathbf{send} (en un bucle infinito) valores enteros a un proceso receptor, que los imprime.

Si en algún momento no hay ningún mensaje pendiente de recibir en el receptor, este proceso debe de imprimir "no hay mensajes. duermo.z después bloquearse durante 10 segundos (con sleep_for (10)), antes de volver a comprobar si hay mensajes (esto podría hacerse para ahorrar energía, ya que el procesamiento de mensajes se hace en ráfagas separadas por 10 segundos).

Este problema no se puede solucionar usando **receive** o **i_receive**. Indica a que se debe esto. Sin embargo, sí se puede hacer con **select**. Diseña una solución a este problema con **select**.

```
process Emisor[ i : 1..n ]
    var dato : integer ;
begin
    while true do begin
        dato := Producir() ;
        send( dato, Receptor );
    end
end
process Receptor()
    var dato : integer ;
begin
    while true do
    ......
end
```

Respuesta (privada)

La solución no puede hacerse con **receive** o **i_receive**, ya que no se dispone de ninguna forma de saber si hay mensajes pendientes o no los hay, y necesitamos saber esto para decidir en el receptor si se debe dormir o se debe hacer **receive**, de acuerdo a los requerimientos.

Sin embargo, la sentencia select sí permite incluir guardas sin sentencia de entrada, guardas que solo se considerarán para su ejecución en los casos en los que las guardas con sentencia de entrada ejecutables no tengan envíos pendientes que casen con ellas.

Usando esta característica de select, el código se escribiría como sigue:

```
process Receptor()
   var dato : integer ;
begin
   while true do
        select
        { si hay mensajes de un emisor, leer uno }
        for i := 1 to n when receive( dato, Emisor[i] ) do
            print "recibido: ", dato ;
        when true do { siempre es ejecutable, pero no se ejecuta si hay mensajes pendientes }
            print "no hay mensajes, duermo." ;
            sleep_for(10) ;
        end
end
```

41

En un sistema tenemos N procesos emisores que envían de forma segura un único mensaje cada uno de ellos a un proceso receptor, mensaje que contiene un entero con el número de proceso emisor. El proceso receptor debe de imprimir el número del proceso emisor que inició el envío en primer lugar. Dicho emisor debe terminar, y el resto quedarse bloqueados.

```
process Emisor[ i : 1.. N ]
begin
    s_send(i,Receptor);
end
process Receptor ;
    var ganador : integer ;
begin
    {calcular 'ganador'}
    ....
    print "El primer envio lo ha realizado: ....", ganador ;
end
```

Para cada uno de los siguientes casos, describir razonadamente si es posible diseñar una solución a este problema o no lo es. En caso afirmativo, escribe una posible solución:

- (a) el proceso receptor usa exclusivamente recepción mediante una o varias llamadas a receive
- (b) el proceso receptor usa exclusivamente recepción mediante una o varias llamadas a i receive
- (c) el proceso receptor usa exclusivamente recepcíon mediante una o varias instrucciones select

Respuesta (privada)

(a) no es posible, ya que el orden en el que se reciben los mensajes es necesariamente el mismo orden en el que el receptor llama a receive para los distintos procesos emisores, orden que en general no puede coincidir con el orden en el que se llama a s_send, (este orden es desconocido en el receptor).

- (b) no es posible, por el mismo motivo que antes. Ahora el orden en el que se reciben los mensajes no tiene porque coincidir con el orden en el que se hacen las llamadas a **i_receive** en el receptor, pero el orden de dichas llamadas tampoco coincide con el orden de envío, que sige siendo desconocido.
- (c) en este caso sí es posible, ya que la sentencia select, en caso de que haya más de un mensaje iniciado que se pueda recibir, seleccionará el primero que comenzó a enviarse, por tanto podemos garantizar de forma sencilla que se reciben en el orden de envío. La solución sería:

Supongamos que tenemos N procesos concurrentes semejantes:

```
process P[ i : 1..N ] ;
    ....
begin
    ....
end
```

Cada proceso produce N-1 caracteres (con N-1 llamadas a la función **ProduceCaracter**) y envía cada carácter a los otros N-1 procesos. Además, cada proceso debe imprimir todos los caracteres recibidos de los otros procesos (el orden en el que se escriben es indiferente).

- (a) Describe razonadamente si es o no posible hacer esto usando exclusivamente **s_send** para los envíos. En caso afirmativo, escribe una solución.
- (b) Escribe una solución usando send y receive

Respuesta (privada)

- (a) Es imposible hacerlo con s_send, ya que se produciría interbloqueo. Cada proceso se quedaría bloqueado en su primer s_send, ya que ese proceso esperaría un recepción que el proceso destinatario no puede iniciar, al estar también bloqueado en el mismo s_send.
- (b) La solución con send/receive es sencilla.

```
process P[ i : 1..N ] ;
  var c : char ;
begin
  { iniciar todos los envios }
```

```
for j := 1 to N do
    if i != j then begin
        c := ProduceCaracter();
        send( c, P[j] );
    end
    {hacer todas las recepciones }
    for j := 1 to N do
        if i != j then begin
            receive( c, P[j] );
        print( c );
    end
end
```

Escribe una nueva solución al problema anterior en la cual se garantize que el orden en el que se imprimen los caracteres es el mismo orden en el que se inician los envíos de dichos caracteres (pista: usa select para recibir).

Respuesta (privada)

La solución con **select** es sencilla: basta con ejecutar N-1 veces dicho **select** en un **for**. Cada vez se seleccionará el emisor que más tiempo lleve esperando, lo cual garantiza el orden que se pide en el enunciado.

El código queda así:

44

Supongamos de nuevo el problema anterior en el cual todos los procesos envían a todos. Ahora cada item de datos a producir y transmitir es un bloque de bytes con muchos valores (por ejemplo, es una imagen que

puede tener varios megabytes de tamaño). Se dispone del tipo de datos **TipoBloque** para ello, y el procedimiento **ProducirBloque**, de forma que si b es una variable de tipo **TipoBloque**, entonces la llamada a **ProducirBloque** (b) produce y escribe una secuencia de bytes en b. En lugar de imprimir los datos, se deben consumir con una llamada a **ConsumirBloque** (b).

Cada proceso se ejecuta en un ordenador, y se garantiza que hay la suficiente memoria en ese ordenador como para contener simultáneamente al menos hasta N bloques. Sin embargo, el sistema de paso de mensajes (SPM) podría no tener memoria suficiente como para contener los $(N-1)^2$ mensajes en tránsito simultáneos que podría llegar a haber en un momento dado con la solución anterior.

En estas condiciones, si el SPM agota la memoria, debe retrasar los send dejando bloqueados los procesos y en esas circunstancias se podría producir interbloqueo. Para evitarlo, se pueden usar operaciones inseguras de envío, i_send. Escribe dicha solución, usando como orden de recepción el mismo que en el problema anterior (3).

Respuesta (privada)

Una solución sencilla consiste en adoptar el mismo esquema que antes, pero sustituyendo send por i_send (que no se bloquea nunca, pues no espera), de forma que ahora la falta de memoria no puede bloquear los procesos. Quedaría asi:

```
process P[ i : 1..N ] ;
   var bloque : TipoBloque ;
begin
   { iniciar todos los envios }
   for i := 1 to N
      if i != j then begin
         ProducirBloque( bloque ) ;
         i send( bloque, P[j] );
      end
   { hacer todas las N-1 recepciones }
   for k := 1 to N-1 do
      select
         for j:= 1 to N when i != j receive( bloque, P[j] ) do
                Consumirbloque( bloque );
      end
end
```

Claramente, este diseño es incorrecto, ya que no se garantiza la seguridad. La segunda llamada a **ProducirBloque** puede sobreescribir el primer bloque que podría no haber sido terminado de leer por el SPM para enviarlo. También puede ocurrir que un proceso acabe sin que se hayan leido sus datos.

Para evitarlo, se puede usar un array de N bloques, que sabemos que caben en la memoria de cada proceso, y no acabar hasta que no hayan terminado todos los envíos.

Por tanto, se usa un array de bloques (de nombre **bloque**). Se produce un bloque en cada entrada del array y se inicia el envío, sin esperar a que se complete ninguno de esos envíos. Una vez comenzado el envio de todos, se puede iniciar las recepciones y el consumo, que se pueden hacer igual que antes.

Finalmente, será necesario esperar a que se terminen todos los envios, antes de finalizar los procesos, ya que los bloques en proceso de envio deben permanecer en la memoria local del proceso. Para ello necesitamos un array de variables de resguardo, cada una de ellas asociada a uno de los **i_send** (array **estado**).

```
process P[ i : 1..N ] ;
                                                          \{N-1 \text{ para envio, } 1 \text{ (i) para recepcion } \}
   var bloque : array[1..N] of TipoBloque ;
   var estado
                  : array[1..N] of TipoResguardo ; { estado de los envios }
begin
   { iniciar todos los envios }
   { (se usan todas las entradas de 'bloque', excepto la i-esima) }
   for j := 1 to N do
       if i != j then begin
          ProducirBloque( bloque[j] ) ;
          i send( bloque[j], P[j], estado[j] );
       end
   { hacer las N-1 recepciones }
   { (se hacen todas en el bloque 'bloque[i]') }
   for k := 1 to N-1 do
       select
          for j:= 1 to N when i != j receive( bloque[i], P[j] ) do
                 ConsumirBloque( bloque[i] )
       end
  { esperar a que terminen todos los envios }
  for j := 1 to N do
      if i != j then
         wait send( estado[j] ) ;
end
```

En los tres problemas anteriores, cada proceso va esperando a recibir un item de datos de cada uno de los otros procesos, consume dicho item, y después pasa recibir del siguiente emisor (en distintos órdenes). Esto implica que un envío ya iniciado, pero pendiente, no puede completarse hasta que el receptor no haya consumido los anteriores bloques, es decir, se podría estar consumiendo mucha memoria en el SPM por mensajes en tránsito pendientes cuya recepción se ve retrasada.

Escribe una solución en la cual cada proceso inicia sus envíos y recepciones y después espera a que se completen todas las recepciones antes de iniciar el primer consumo de un bloque recibido. De esta forma todos los mensajes pueden transferirse potencialmente de forma simultánea. Se debe intentar que la transimisión y las producción de bloques sean lo más simultáneas posible. Suponer que cada proceso puede almacenar como mínimo 2N bloques en su memoria local, y que el orden de recepción o de consumo de los bloques es indiferente.

Respuesta (privada)

Basta con hacer las recepciones ahora con i_receive, en lugar de select o receive, usando un vector de bloques en proceso de recepción (bloque_rec), adicional al vector que usamos para los envíos en proceso (bloque_env). Ahora se inician las recepciones al principio, de forma que ahora se facilita que los envíos encuentren una recepción que encaje con cada uno de ellos. Los consumos se podrán hacer cuando se ha-

yan terminado todas las recepciones. Al igual que antes, el programa no puede acabar hasta que se hayan completado todos los envíos.

```
process P[ i : 1..N ] ;
                                                           { bloques producidos }
   var bloque env : array[1..N] of TipoBloque ;
                                                           { bloques recibidos }
   var bloque rec : array[1..N] of TipoBloque ;
   var estado_env : array[1..N] of TipoResguardo ; { estado de los envios }
   var estado rec : array[1..N] of TipoResguardo ; { estado de las recepciones }
begin
   { iniciar todas las recepciones }
   for j := 1 to N do
      if i != j then
          i_receive( bloque_rec[j], P[j], estado_rec[j] );
   { producir e iniciar todos los envios }
   for j := 1 to N do
      if i != j then begin
          ProducirBloque( bloque env[j] ) ;
          i_send( bloque_env[j], P[j], estado_env[j] );
      end
   { esperar que terminen las recepciones }
   for j := 1 to N-1 do
      if i != j then
          wait_recv( estado_rec[j] );
   { consumir todos los bloques }
   for j := 1 to N-1 do
      if i != j then
          ConsumirBloque( bloque rec[j] );
  { esperar a que terminen todos los envios }
  for j := 1 to N do
     if i != j then
        wait send( estado env[j] ) ;
end
```

Sistemas de Tiempo Real.

46

Dado el conjunto de tareas periódicas y sus atributos temporales que se indica en la tabla de aquí abajo, determinar si se puede planificar el conjunto de dichas tareas utilizando un esquema de planificación basado en planificación cíclica. Diseña el plan cíclico determinando el marco secundario, y el entrelazamiento de las tareas sobre un cronograma.

Tarea	C_i	T_i	D_i
T1	10	40	40
T2	18	50	50
Т3	10	200	200
T4	20	200	200

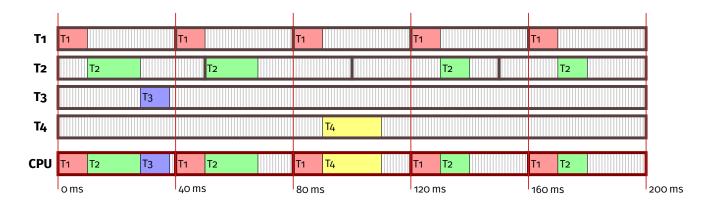
Respuesta (privada)

Para calcular la planificabilidad con ejecutivos cíclicos hay que calcular el hiperperiodo T_M que es mcm(40, 50, 200, 200) = 200. Ahora calculamos el ciclo secundario, aplicando las siguientes condiciones según la teoría:

- 1. $T_S >= máx(10, 18, 10, 20) = 20.$
- 2. $T_S \leq \min(40, 50, 200, 200) = 40.$
- 3. T_S es divisor de $T_M = 200$.

Como consecuencia, el marco secundario puede valer 20, 25 o 40. Para diseñar el ejecutivo cíclico tenemos que distribuir la ejecución de las distintas tareas entre los marcos secundarios que se han establecido dentro de un hiperperiodo, ya que luego el comportamiento se repite indefinidamente. Si suponemos que el marco secundario es $T_S = 40$, el cronograma podría ser:

Cada tarea tiene que cumplir con las restricciones temporales impuestas en el cuadro de parámetros temporales. Así, la tarea 1 tiene que ejecutarse 5 veces, una en el intervalo [0,40], otra en el intervalo [40,80], otra en el intervalo [80,120], otra en el intervalo [120,160], y por último en el intervalo [160,200]. Por ejemplo, la tarea 4 se tiene que ejecutar una vez en el intervalo [0,200], por lo que se busca un hueco adecuado.



El siguiente conjunto de tareas periódicas se puede planificar con ejecutivos cíclicos. Determina si esto es cierto calculando el marco secundario que debería tener. Dibuja el cronograma que muestre las ocurrencias de cada tarea y su entrelazamiento. ¿Cómo se tendría que implementar? (escribe el pseudo-código de la implementación)

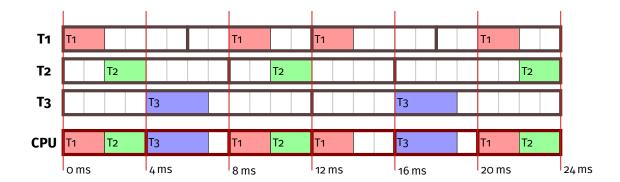
Tarea	C_i	T_i	D_i
T1	2	6	6
T2	2	8	8
Т3	3	12	12

Respuesta (privada)

Para calcular la planificabilidad con ejecutivos cíclicos hay que calcular el hiperperiodo T_M , que es igual a $\operatorname{mcm}(6,8,12)=24$. Respecto a la duración del ciclo secundario T_S , tenemos en cuenta las restricciones que debemos o podemos aplicar, son estas:

- 1. $T_S >= máx(2,2,3) = 3$.
- 2. $T_S \leq \min(6, 8, 12) = 6$.
- 3. T_S es divisor de $T_M = 24$.

Por tanto, el valor T_S en principio puede ser 3, 4, o 6. Si seleccionamos $T_S=4$, obtenemos esta posible solución:



Respecto a la implementación, podemos hacerla como se indica en este pseudo-código:

```
process EjecutivoCiclico ;
  var inicio : time_point := now() ; {instante inicio ciclo principal}
begin
  while true do begin {ciclo principal}
    {ejecutar cada una de las 4 iteraciones del ciclo secundario}
    T1 ; T2 ; sleep_until( inicio+4 );
    T3 ;    sleep_until( inicio+8 );
    T1 ; T2 ; sleep_until( inicio+12 );
    T1 ;    sleep_until( inicio+16 );
    T3 ;    sleep_until( inicio+20 );
    T1 ; T2 ; sleep_until( inicio+24 );
    inicio = inicio + 24 ; {actualizar instante de inicio de c.p.}
end
end
```

48

Comprobar si el conjunto de procesos periódicos que se muestra en la siguiente tabla es planificable con el algoritmo RMS utilizando el test basado en el factor de utilización del tiempo del procesador. Si el test no se cumple, ¿debemos descartar que el sistema sea planificable?

Tarea	C_i	T_i
T1	9	30
T2	10	40
Т3	10	50

Respuesta (privada)

Para comprobar la planificabilidad con RMS, en primer lugar calculamos el factor de utilización U:

$$U = \sum_{i=1}^{n} \frac{C_i}{T_i} = \frac{9}{30} + \frac{10}{40} + \frac{10}{50} = \frac{3}{4} = 0,75$$

También calculamos $U_0(n)$ con n=3 y lo comparamos con U. Obtenemos:

$$U = 0.75 < 0.779 = 3(\sqrt[3]{2} - 1) = U_0(3)$$

Por tanto, vemos que para estos atributos temporales el test da **resultado positivo**, y como consecuencia podemos afirmar que el sistema **es planificable usando RMS**.

Respecto a la pregunta ¿debemos descartar que el sistema sea planificable?, la respuesta es:

Si el test no se hubiese cumplido, es decir, si hubieramos obtenido $U_0(3) < U \le 1$, no podríamos descartar que el sistema sea planificable, ya que este test para RMS es **suficiente** (garantiza planificabilidad cuando $U \le U_0(n)$), pero no es **necesario** (no descarta planificabilidad cuando $U_0(n) < U \le 1$).

Finalmente, si hubiera ocurrido que 1 < U, entonces el sistema no es planificable de ninguna forma con un solo procesador (se necesitarían más, en concreto uno más que la parte entera de U).

49

Considérese el siguiente conjunto de tareas compuesto por tres tareas periódicas:

Tarea	C_i	T_i
T1	10	40
T2	20	60
Т3	20	80

Comprueba la planificabilidad del conjunto de tareas con el algoritmo RMS utilizando el test basado en el factor de utilización. Calcular el hiperperiodo y construir el correspondiente cronograma.

Respuesta (privada)

De nuevo calculamos el valor de U, que ahora es:

$$U = \frac{10}{40} + \frac{20}{60} + \frac{20}{80} = \frac{5}{6} = 0,833333$$

En este caso vemos que no se cumple la desigualdad requerida:

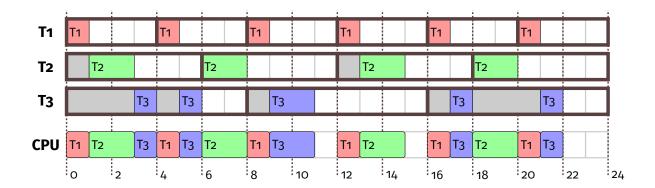
$$U = 0.8333 \le 0.7779 = U_0(3)$$

y como consecuencia el test da un **resultado negativo**, luego **no permite afirmar ni negar** que este problema sea planificable con RMS.

El hiperperiodo T_M es el mínimo común múltiplo de los periodos de cada tarea del conjunto, y representa el intervalo de tiempo a partir del cual se repite el comportamiento temporal del sistema (cuando todas las tareas se activan de nuevo a la vez). En este caso es:

$$T_M = \text{mcm}(40, 60, 80) = 240$$

Si dibujamos el cronograma cubriendo el intervalo de tiempo desde 0 (inicio) hasta T_M (fin del ciclo principal), vemos que, aunque no pasa el test de planificabilidad, **el sistema sí es planificable**.



Comprobar la planificabilidad y construir el cronograma de acuerdo al algoritmo de planificación RMS del siguiente conjunto de tareas periódicas.

Tarea	C_i	T_i
T1	20	60
T2	20	80
Т3	20	120

Respuesta (privada)

Para comprobar la planificabilidad con RMS, en primer lugar calculamos el factor de utilización U:

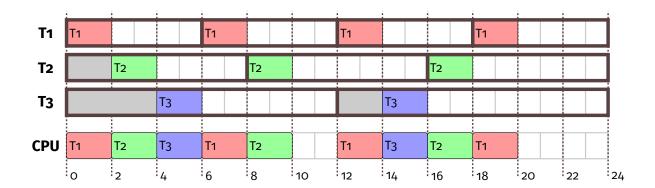
$$U = \frac{20}{60} + \frac{20}{80} + \frac{20}{120} = \frac{3}{4} = 0,75$$

También comparamos $U_0(3)$ con U. Obtenemos:

$$U = 0.75 < 0.779 = U_0(3)$$

Por tanto, vemos que para estos atributos temporales el test da **resultado positivo**, y como consecuencia podemos afirmar que el sistema **es planificable usando RMS**.

El hiperperiodo es $T_M=\mathrm{mcm}(60,80,120)=240$. Si se hace la simulación RMS en el intervalo de tiempo entre 0 y T_M , obtenemos el siguiente cronograma:



Determinar si el siguiente conjunto de tareas puede planificarse con la política de planificación RMS y con la política EDF, utilizando los tests de planificabilidad adecuados para cada uno de los dos casos. Comprobar tambien la planificabilidad en ambos casos construyendo los dos cronogramas.

Tarea	C_i	T_i
T1	1	5
T2	1	10
Т3	2	20
T4	10	20
T5	7	100

Respuesta (privada)

En primer lugar calculamos el valor de ${\cal U}$

$$U = \frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{2}{20} + \frac{10}{20} + \frac{7}{100} = \frac{97}{100} = 0.97$$

el valor de T_M

$$T_M = \text{mcm}(5, 10, 20, 100) = 100$$

y el valor de $U_0(5)$

$$U_0(5) = 5\left(\sqrt[5]{2} - 1\right) = 0,74349$$

(1) Prioridades estáticas RMS

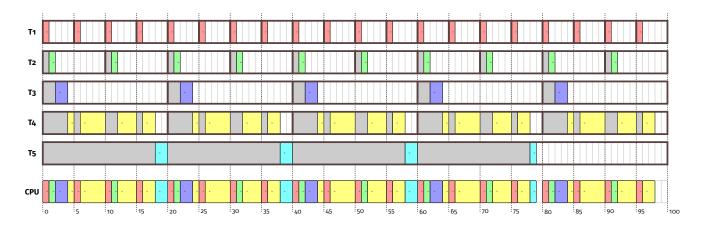
Pasamos el test de planificabilidad RMS basado en el factor de utilización:

$$U = 0,97 \nleq 0,74349 = U_0(5)$$

Vemos que falla el test, por lo que no podemos afirmar ni negar la planificabilidad únicamente usando dicho test.

Realizamos el cronograma desde el inicio hasta $T_M=100$ (se incluye a continuación). Las prioridades van en orden: la tarea 1 es de máxima prioridad, la 2 la siguiente, y así hasta la tarea 5 de mínima prioridad (consideramos que la 3 tiene más prioridad que la 4, también se puede hacer al revés sin que eso afecte a la planificabilidad, aunque produce una interfoliación distinta de las tareas 3 y 4).

Vemos que no hay ningún fallo en este intervalo de tiempo, por tanto no lo habrá nunca y podemos decir que **el sistema es planificable con RMS**.



(2) Prioridades dinámicas EDF

El valor de U es inferior a la unidad, luego podemos afirmar que el sistema **es planificable con EDF**.

Respecto al cronograma, en este caso, cada vez que actua el planificador debe de calcular, para cada tarea, a cual o cuales de ellas les resta un tiempo mínimo hasta el siguiente fin de su período (ya que los plazos coinciden con los períodos).

En este ejemplo, si consideramos la lista ordenada de los períodos distintos de las tareas, vemos que cada posible período en esa lista es múltiplo (el doble) del anterior. Esto implica que, si se evaluan en cualquier instante los tiempos hasta el siguiente fin de período, la tarea con el menor tiempo restante es siempre la tarea con el período menor. Como consecuencia, cada vez que se evaluan las prioridades (no importa en que instante) resulta que esas prioridades coinciden con la prioridades RMS. Por tanto, la interfolicación que se produce es la misma que con RMS.

52

Describe razonadamente si el siguiente conjunto de tareas puede planificarse o no puede planificarse en un sistema monoprocesador usando un ejecutivo cíclico o usando algún algoritmo basado en prioridades estáticas o dinámicas.

Tarea	C_i	T_i
T1	1	5
T2	1	10
Т3	2	10
T4	10	20
T5	7	100