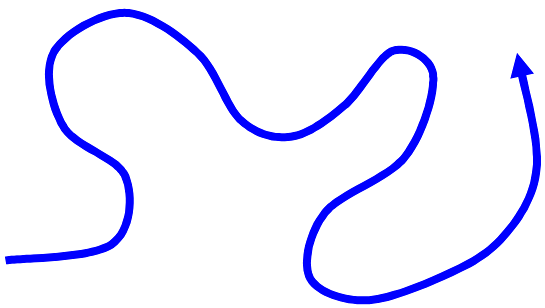
UNIDAD I: VARIABLES. FUNCIONES.

Funciones implícitas. Funciones dadas paramétricamente. Funciones en coordenadas polares. Función homográfica. Asíntotas. Gráficas.

Objetivos Instructivos. Con esta clase pretendemos que los alumnos sean capaces de conocer:

- La diferentes formas de definir una función.
- Las asíntotas como regiones límites.

A veces tenemos la necesidad de describir un movimiento (o curva) que no es una función.



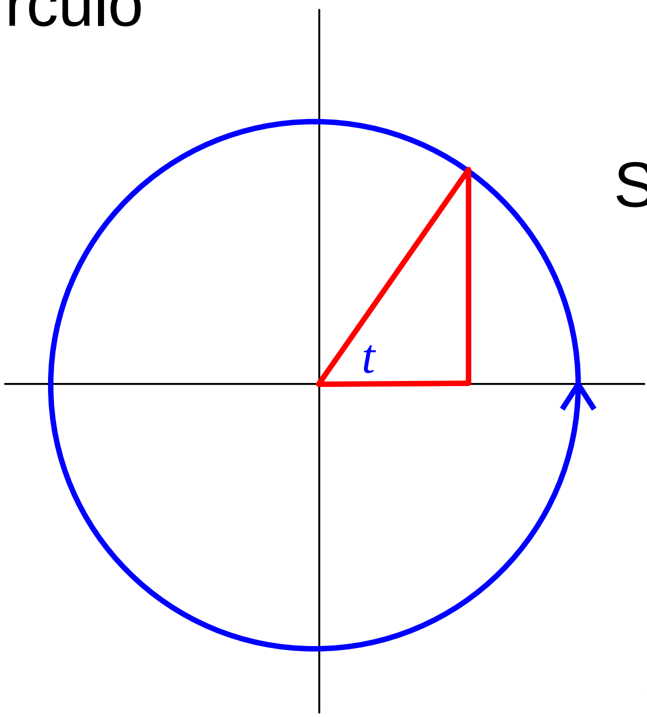
Podemos hacer esto, escribiendo ecuaciones para la x y la y, en términos de una tercera variable (usualmente t o θ).

$$x = f(t) \quad y = g(t)$$

Estas son llamadas Ecuaciones paramétricas.

"t" es el parámetro (también es la variable independiente)

Círculo



Si tomamos *t* como el ángulo, entonces

$$x = \cos t \qquad y = \sin t \qquad 0 \leq t \leq 2\pi$$

Sabemos que $\sin^2 t + \cos^2 t = 1$

$$y^2 + x^2 = 1$$

Podremos identificar las ecuaciones paramétricas como un círculo.

$$x^2 + y^2 = 1$$

Elipse $x = 3\cos t \qquad y = 4\sin t$

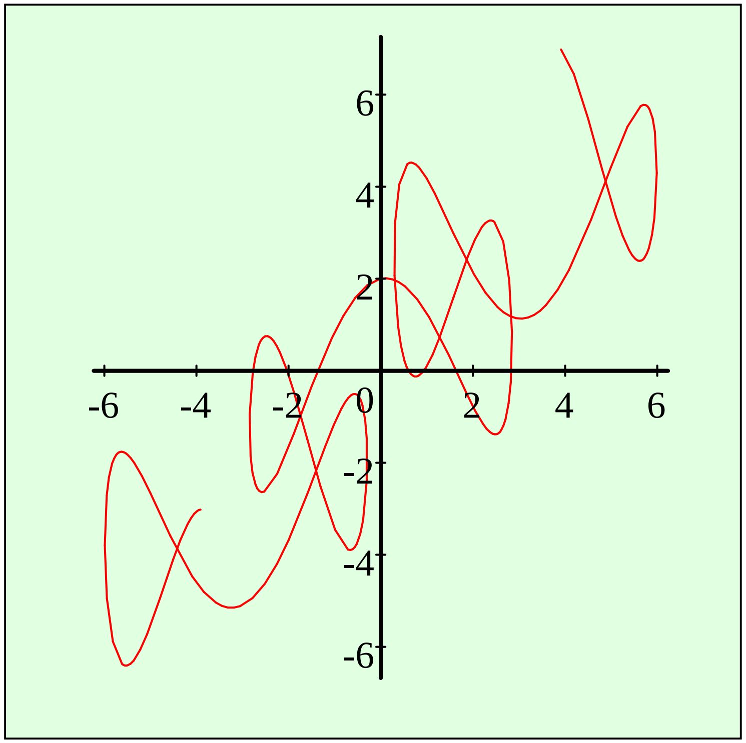
$$\frac{x}{3} = \cos t \qquad \frac{y}{4} = \sin t$$

$$\left(\frac{x}{3}\right)^2 + \left(\frac{y}{4}\right)^2 = \cos^2 t + \sin^2 t$$

$$\left(\frac{x}{3}\right)^2 + \left(\frac{y}{4}\right)^2 = 1$$

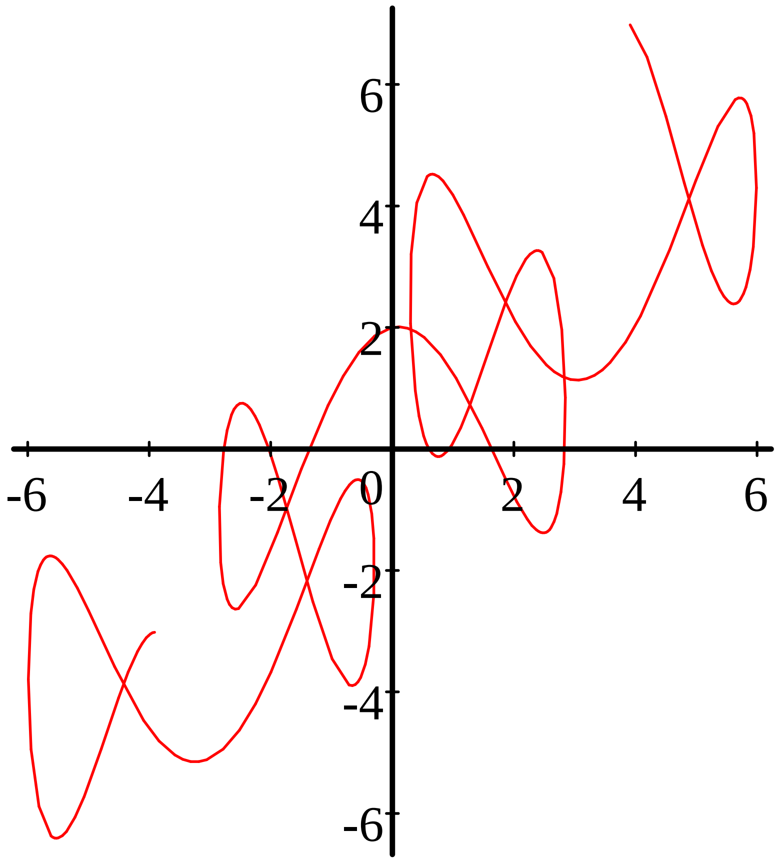
Esta es la ecuación de una elipse.

Comentábamos, que las Ecuaciones Paramétricas pueden ser usadas para describir un movimiento que no es una función.



$$x = f(t) \qquad y = g(t)$$

Muchas de las propiedades de f y g se "transmiten" a la curva.



Esta curva es:

$$x(t) = t + \sin 2t$$

$$y(t) = t + 2\cos(5t)$$

Cambio de coordenadas

Cartesianas a polares

$$r = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\theta = \operatorname{arctg} \frac{b}{a}$$

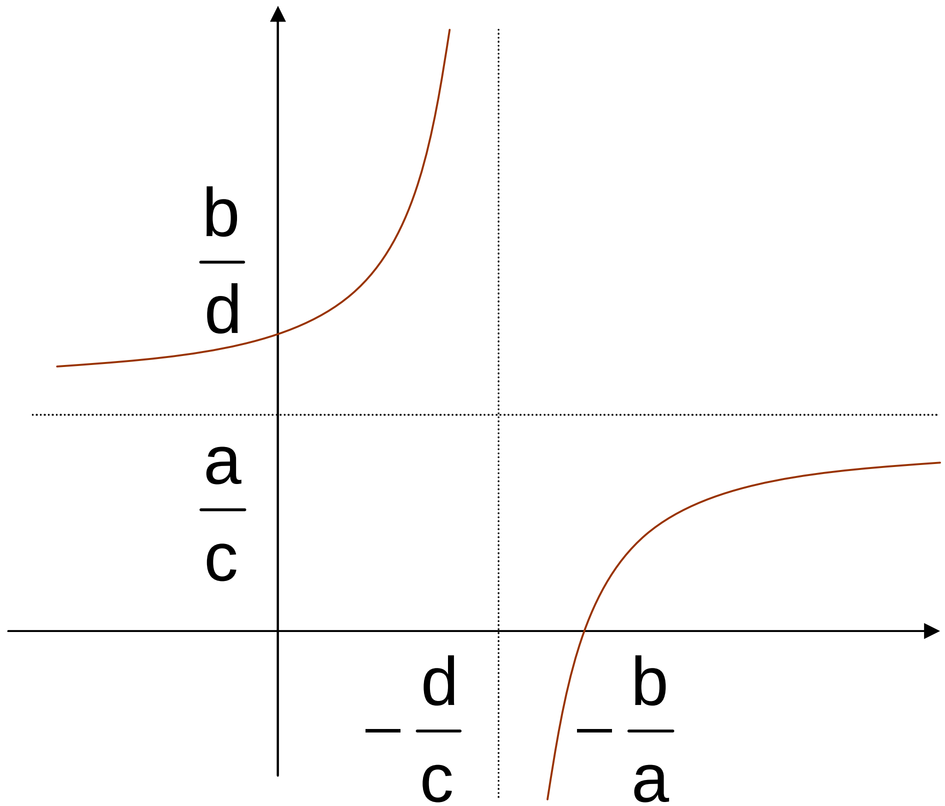
Polares a cartesianas

$$a = r\cos\theta$$

$$b = r\,\mathrm{sen}\,\theta$$

Función Homográfica $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$

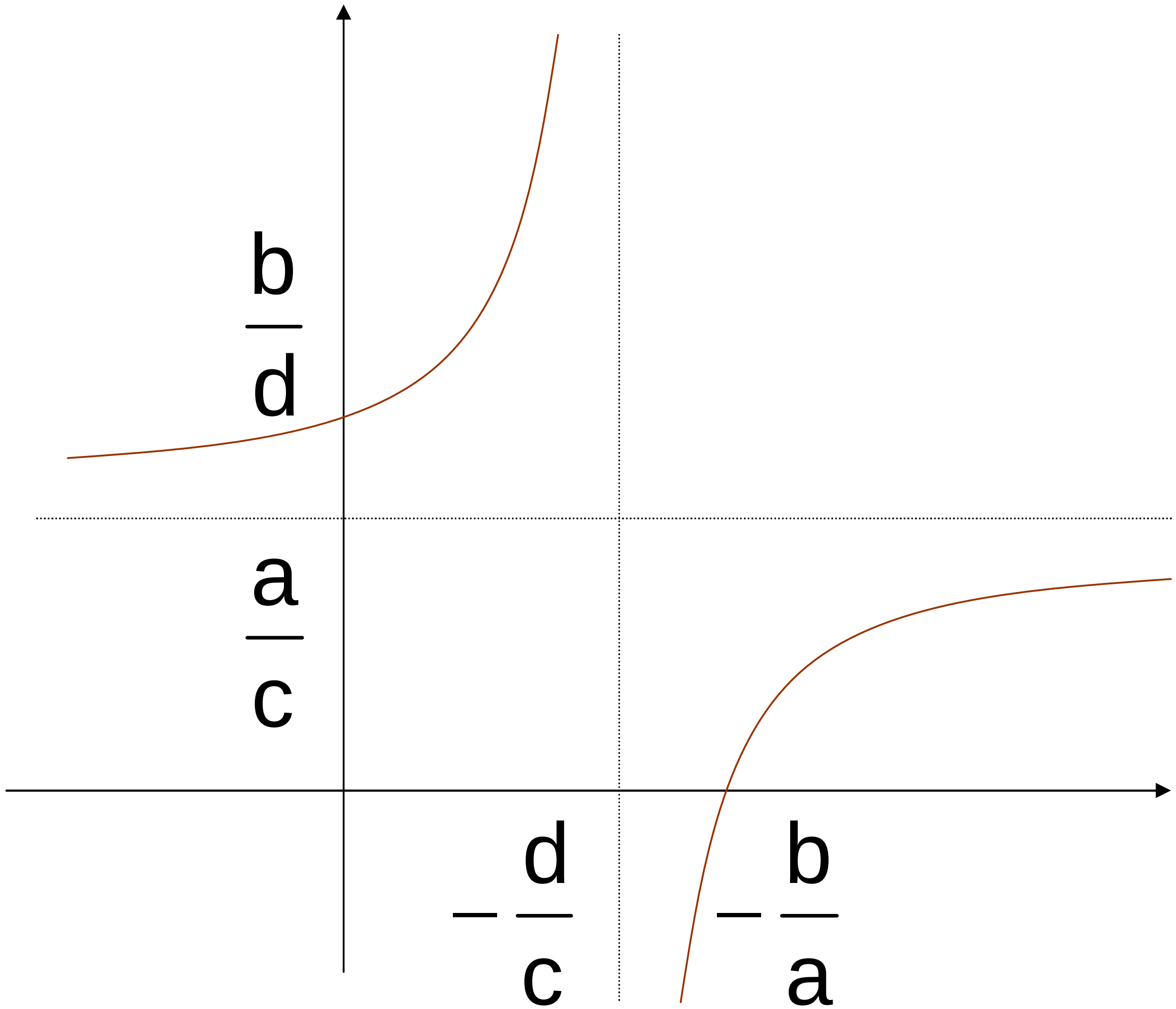
Una función *racional* que puede obtenerse mediante un desplazamiento de la función 1/x se denomina *Función Homográfica*.



¿Cuál es el dominio de esta función?

$cx+d \neq 0$, es decir, $x \neq -d/c$

Ojo¡¡¡¡¡
Miremos el
gráfico anterior

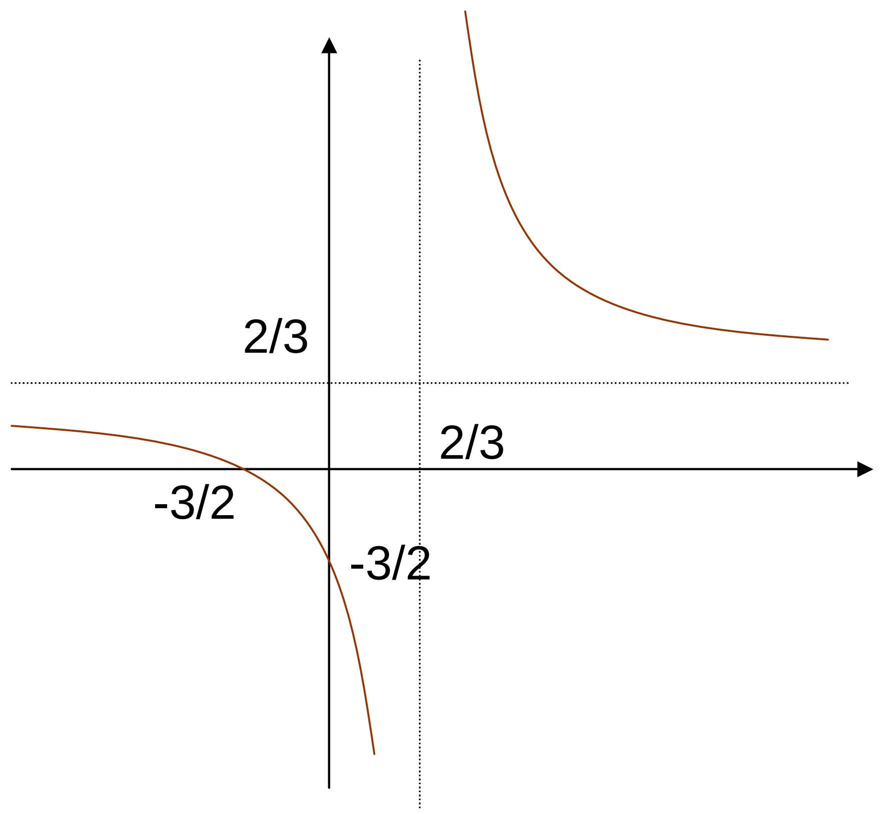

$\frac{b}{d}$
$\frac{a}{c}$
$-\frac{d}{c}$
$-\frac{b}{a}$

Interceptos con los ejes

Eje x, valor de x que anula el numerador

Eje y, valor de y para x=0

Estudiemos la función $y = \dfrac{2x+3}{3x-2}$



ASÍNTOTAS

Si un punto (x,y) se desplaza continuamente por una función y=f(x) de tal forma que, por lo menos, una de sus coordenadas tienda al infinito, mientras que la distancia entre ese punto y una recta determinada tiende a cero, esta recta recibe el nombre de *asíntota de la función*.

- Horizontales
- Verticales
- Oblicuas

$$\lim_{x \to \infty} f(x) = b$$

$$\lim_{x \to a} f(x) = \infty$$

$$\lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x} = m \qquad \lim_{x \to \infty} \left[f(x) - mx \right] = n$$

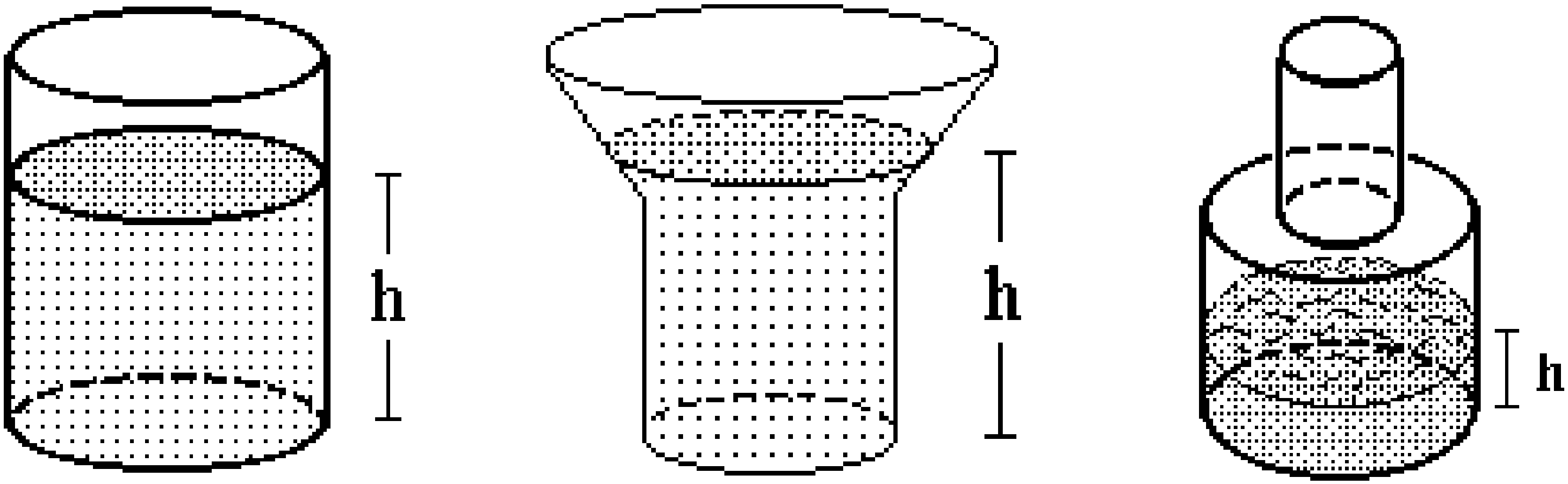
¿Una función puede cortar a la asíntota?

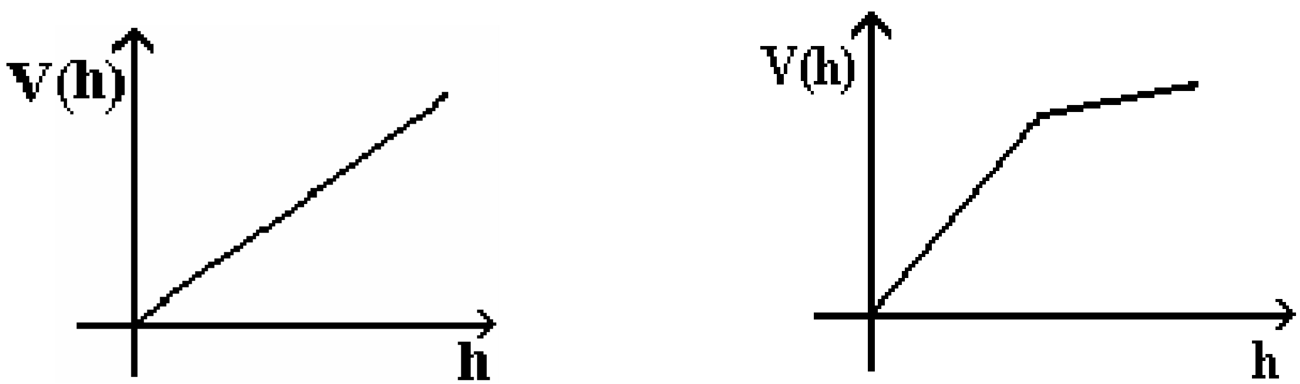
$$\left.\begin{aligned} y &= f(x) \\ y &= mx + n \end{aligned}\right\}$$

$$f(x) = \frac{x^3}{(x-1)^2}$$

y=x+2

(2/3,8/3)


h
h
h

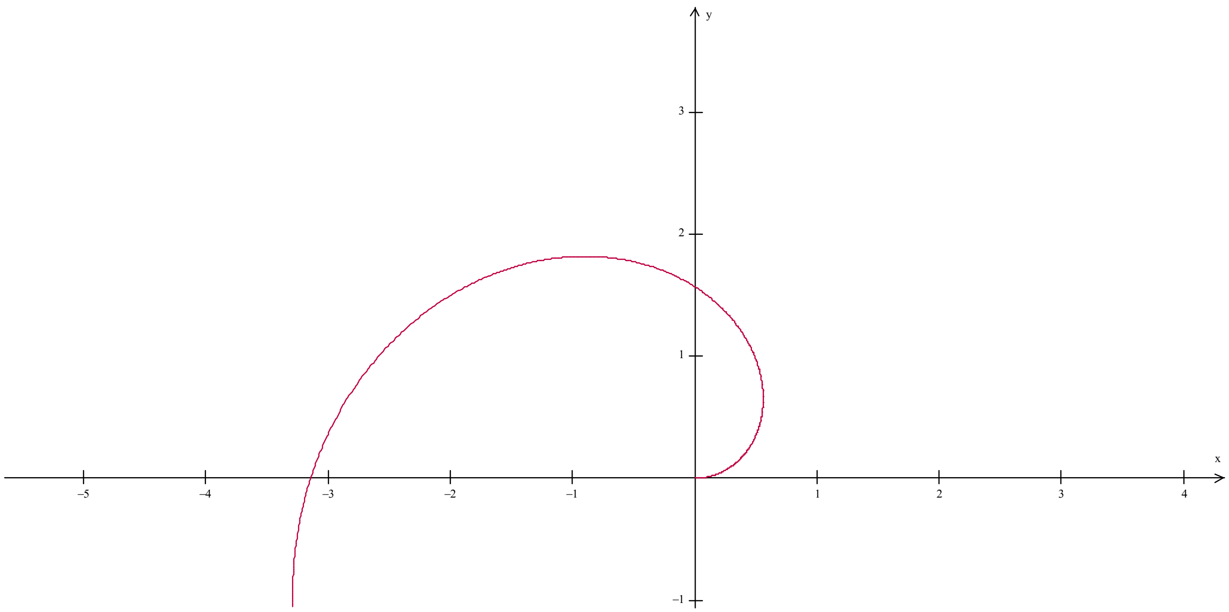

V(h)
h
V(h)
h

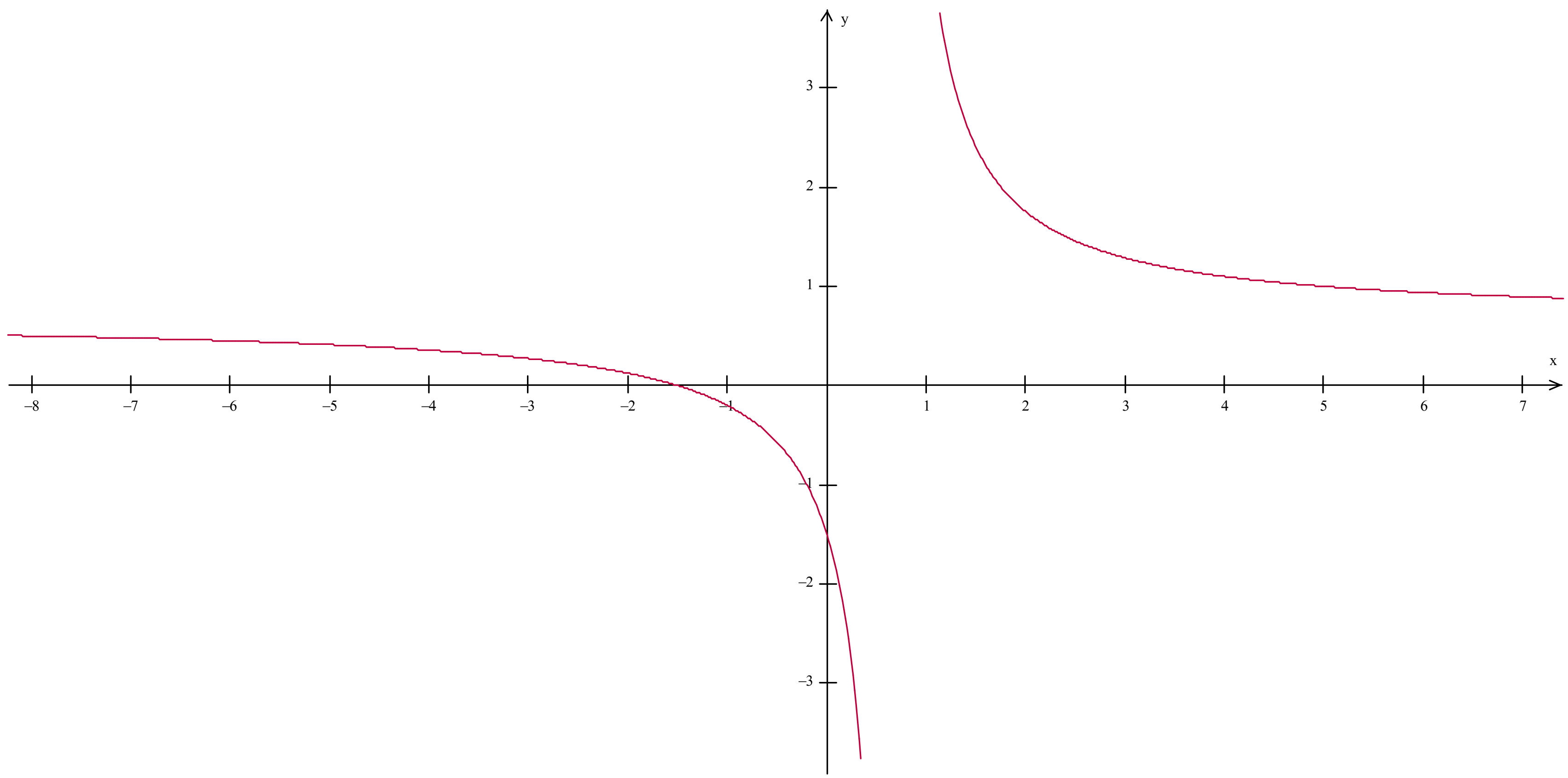
¿Cómo tener una idea del comportamiento global de una función?

http://math.exeter.edu/rparris/winplot.html

r=f(t)

f(t)=?????????????????????????????????




y
x
3
2
1
−1
−2
−3
−8
−7
−6
−5
−4
−3
−2
−1
1
2
3
4
5
6
7