ÁLGEBRA I: PRÁCTICO 8
Polinomios

1. Sean $P, Q, R \in \mathbb{Z}[X]$ definidos por $P = 3 \cdot X^5 - 2 \cdot X^3 + X^2 - 5 \cdot X - 1$, $Q = 2 \cdot X^4 - 3 \cdot X^2 - X + 5$ y $R = -3 \cdot X^3 + X^2 - 1$. Determinar:

   a) $P \cdot Q + R$.
   b) $(P - R) \cdot (Q + R)$.
   c) $P - Q^2 \cdot R$.

2. Realizar la división del polinomio A por el polinomio B para los siguientes casos. Usar la regla de Ruffini cuando sea posible.

   a) $A = 3 \cdot X^3 + 4 \cdot X^2 + 5 \cdot X + 1$, $B = 2 \cdot X^2 + 6 \cdot X + 8$.
   b) $A = 2 \cdot X^5 - 3 \cdot X^3 + 6 \cdot X^2 + X - 2$, $B = X - 3$.
   c) $A = 3 \cdot X^4 + 5 \cdot X^3 + 3 \cdot X + 1$, $B = X + 1$.
   d) $A = X^5 - X^4 + 1$, $B = 2 \cdot X^3 - 2 \cdot X$.
   e) $A = 2 \cdot X^4 - 3 \cdot X^3 + 4 \cdot X^2 - 5 \cdot X + 6$, $B = X^2 - 3 \cdot X + 1$.
   f) $A = -4 \cdot X^3 + X^2$, $B = X + \dfrac{1}{2}$.

3. Especializar el polinomio P en c, donde

   a) $P = 2 \cdot X^2 - 1$, $c = 1$.
   b) $P = (X + 1)^2$, $c = -1$.
   c) $P = X^3 - X^2 + X - 1$, $c = 2$.
   d) $P = X^2 - 3 \cdot X + 2$, $c = -2$.

4. Los siguientes polinomios son divisibles por $X - a$. Calcular el valor de b en cada caso:

   a) $P = 3 \cdot X^5 - 2 \cdot X^3 + b \cdot X^2 - 7$, $a = 1$.
   b) $P = 3 \cdot X^5 - 2 \cdot X^4 + b \cdot X - 5$, $a = -1$.
   c) $P = b \cdot X^4 - 2 \cdot X^3 + X^2 - X$, $a = 2$.
   d) $P = X^6 - b \cdot X^5 + 3 \cdot X^2 - 4 \cdot X + 1$, $a = -\dfrac{1}{2}$.

5. Determinar el valor de b para el cual el polinomio $P = X^6 + b \cdot X^3 - 5 \cdot X^2 - 7$ tiene resto 3 en la división por $X + 2$.

6. Determinar (si existen) las raíces racionales de los siguientes polinomios:

   a) $P = 6 \cdot X^5 + 13 \cdot X^4 - 18 \cdot X^3 - 37 \cdot X^2 + 16 \cdot X + 20$.
   b) $P = X^4 - 4 \cdot X^3 - 18 \cdot X^2 + 13 \cdot X + 10$.
   c) $P = X^5 + 3 \cdot X^4 - 5 \cdot X^2 - 2 \cdot X + 1$.
   d) $P = 2 \cdot X^4 + 13 \cdot X^3 + 21 \cdot X^2 + 2 \cdot X - 8$.

7. Factorizar los siguientes polinomios

   a) $P = X^3 + 2 \cdot X^2 - X - 2$.

   b) $P = X^4 - 1$.

   c) $P = X^4 - 10 \cdot X^3 + 35 \cdot X^2 - 50 \cdot X + 24$.