

Trabajo Práctico 1 - Lógica Proposicional.

1. Dadas las siguientes afirmaciones, ¿son verdaderas? ¿siempre? ¿nunca? ¿a veces?
 - Si un número es múltiplo de 4, ¿también es múltiplo de 2?
 - Si un número es múltiplo de 2 o de 3, ¿seguro es múltiplo de 6? ¿y de 8?
 - Si un número es múltiplo de 10, ¿seguro es múltiplo de 5? ¿y de 2?
2. Sean p , q y r las siguientes proposiciones:
 - p : n es un número par.
 - q : m es un número impar.
 - r : $n + m$ es par.
 - (a) Traducir las siguientes proposiciones compuestas al lenguaje coloquial.
 - (b) Analizar el valor de verdad de las proposiciones compuestas. Justificar la respuesta.
 - $p \Rightarrow r$.
 - $(\neg q \wedge p) \Leftrightarrow r$.
 - $r \Rightarrow p$.
 - $r \vee \neg p$.
 - $(p \wedge q) \Leftrightarrow r$.
3. Dadas las proposiciones
 - (a) Si un cuadrilátero tiene un par de lados paralelos seguro es un paralelogramo.
 - (b) Si un paralelogramo tiene un ángulo recto seguro es un rectángulo.
 - (c) Dados tres segmentos cualesquiera. Si la longitud de cada uno es menor que la suma de las longitudes de los otros dos, es posible construir un triángulo con dichos segmentos.
 - (d) Dados tres segmentos cualesquiera. Es posible construir un triángulo con dichos segmentos si la longitud del segmento mayor es menor que la suma de las longitudes de los otros dos.
 - Explorar el valor de verdad de cada una.
 - Dar argumentos para validar las proposiciones.
 - Escribir la recíproca de cada una de ellas y explorar su validez.
 - Analizar condiciones necesarias y suficientes.
4. Escribir la recíproca, la contraria y la contrarrecíproca de cada una de las siguientes implicaciones:
 - (a) Si 4 es par, entonces $1 \geq 0$.
 - (b) $2 + 3 = 5$ si $1 + 1 \leq 3$.
 - (c) Si 4 es impar, entonces 1 es mayor que 0.
 - (d) Si $1 + 1$ es menor que 3, entonces $2 = 4$.
5. Suponiendo que $p \Rightarrow q$ es falso, indicar los valores de verdad para:
 - (a) $p \wedge q$.
 - (b) $p \vee q$.
 - (c) $q \Rightarrow p$.
6. Determinar si las siguientes proposiciones son tautologías, contradicciones o contingencias.

- (a) $p \vee \neg p$.
- (b) $p \Rightarrow (p \vee q)$.*
- (c) $p \Rightarrow (p \vee q)$.*
- (d) $(p \vee q) \Rightarrow p$.*
- (e) $(p \wedge \neg q) \Rightarrow r$.
- (f) $(p \Rightarrow q) \wedge [(p \vee \neg q) \Rightarrow (p \wedge q)]$.
- (g) $p \wedge q \Rightarrow p$.*
- (h) $p \Rightarrow (p \wedge q)$.*
- (i) $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (q \Rightarrow p)$.*
- (j) $[(p \vee q) \wedge r] \Rightarrow (p \wedge q)$.

*Los resultados obtenidos en los ítems (b), (c), (f), (g) y (h) son importantes, pues serán de gran utilidad en otras ocasiones.

7. Simplificar las siguientes proposiciones justificando cada paso.

- (a) $(p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q)$.
- (b) $(p \wedge r) \vee [p \wedge (\neg q \wedge r)]$.
- (c) $p \vee [\neg p \wedge (p \vee q)] \vee (q \wedge r)$.

8. Indicar, siempre que sea posible, para qué valores de verdad de p y q la proposición compuesta:

- (a) $(p \Rightarrow q) \wedge (\neg q \Rightarrow p)$ resulta verdadera.
- (b) $(p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q)$ resulta falso.
- (c) $(p \wedge r) \vee [p \wedge (\neg q \wedge r)]$ resulta falso.
- (d) $p \vee [\neg p \wedge (p \vee q)] \vee (q \wedge r)$ resulta verdadero.

9. Analizar si la información que se da, en cada ítem, es suficiente para determinar el valor de verdad de las proposiciones compuestas dadas a continuación, sin construir la tabla. Si la información es suficiente, determinar el valor de verdad y justificar la respuesta. Si la información no es suficiente, construir la tabla de verdad para los casos que correspondan.

- (a) $(p \wedge q) \Rightarrow \neg q$ siendo el valor de verdad de s , falso.
- (b) $p \wedge (q \vee r) \Rightarrow \neg s$ siendo el valor de verdad de $(s \wedge q)$ verdadero.
- (c) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow r$ siendo el valor de verdad de r , verdadero.
- (d) $(p \vee \neg q) \Leftrightarrow (\neg q \wedge p)$ siendo el valor de verdad $(\neg p \Leftrightarrow q)$, verdadero.

10. En cada ítem mostrar ejemplos de proposiciones p , q y r de modo que

- (a) $p \wedge (q \vee r)$ sea verdadera.
- (b) $p \wedge (q \vee r)$ sea falsa.
- (c) $p \vee (q \wedge r)$ sea verdadera.
- (d) $p \vee (q \wedge r)$ sea falsa.
- (e) $p \vee (q \wedge r)$ sea verdadera.
- (f) $p \vee (q \wedge r)$ sea falsa.
- (g) $(p \vee q) \Rightarrow (p \vee r)$ sea verdadera.
- (h) $(p \vee q) \Rightarrow (p \vee r)$ sea falsa.
- (i) $\neg p \Rightarrow \neg q$ sea verdadera.
- (j) $\neg p \Rightarrow \neg q$ sea falsa.
- (k) $p \Leftrightarrow (\neg q \vee r)$ sea verdadera.
- (l) $p \Leftrightarrow (\neg q \vee r)$ sea falsa.