



#### **CATEGORIA 3**

# APLICAÇÃO DE INTELIGÊNCIA ARTIFICIAL EM SISTEMAS DE SINALIZAÇÃO FERROVIÁRIO

#### **FELIPE LOPES SUZART**

#### 1 INTRODUÇÃO

Atualmente, o Brasil apresenta uma séria precariedade em seus sistemas de transportes, tanto do ponto de vista do transporte de bens de consumo, quanto de pessoas. Nos dias de hoje, onde a maioria das pessoas reside longe de seus locais de trabalho, de serviços públicos como hospitais e escolas, há a necessidade de se deslocar grandes distâncias para chegar a estes lugares, o que torna vital a política de transportes do país. (PENA, 2015). Os problemas não são somente na qualidade de transportes de passageiros, o país vem passando por uma crise econômica grave frente ao mercado internacional. O Brasil não consegue ser competitivo, devidos a vários problemas internos, mas os gastos de transporte de bens de consumo são relativamente altos, os custos de logística equivalem a 5% do PIB do Brasil (MARCIEL, 2015), (OSELAME, 2015).

A resolução para esse sério problema do país apresenta potenciais soluções, desde altos investimentos até simples soluções de eficiência operacional, que, através da aplicação de boa engenharia de transportes e controle, torna possível definir tempos de serviço, diminuição de intervalos e melhor aproveitamento de recursos (PENA, 2015). A demanda crescente no transporte de passageiros nos trens metropolitanos





faz surgir a necessidade de estudos nas áreas de engenharia de transporte, para se obter maior eficiência dos sistemas. Os sistemas de sinalização e tração ferroviária no país estão obsoletos, o que acarreta em altos custos operacionais e baixa flexibilidade. A fim de se obter soluções simples com investimentos baixos, a aplicação de sistemas de controle baseados em inteligência artificial pode ajudar a reduzir custos com manutenção, aumentar a eficiência, diminuir tempos de intervalos e dar confiabilidade ao sistema (BUENO; CRUS; SANTOS, 2007), (PASSINO; YURKOVICH, 1998).

Os sistemas de sinalização e tração são vitais para o funcionamento de trens em uma linha ferroviária. Todo o sistema de gerenciamento de trens, controle de velocidade e segurança dos trens contra colisão fazem parte do sistema de sinalização. Pode-se entender o sistema de sinalização ferroviária como o tráfego automatizado de carros e semáforos, onde a velocidade com que um carro anda depende de fatores como: aspecto do sinal, posição e velocidade do carro à frente. Todo controle de sinalização e tração é baseado no controle clássico. Em nível lógico, esse tipo de controle apresenta baixa flexibilidade, sendo extremamente complexo, porém apresenta excelente nível de segurança. Este trabalho visa mostrar a implementação de controle baseado inteligência artificial. Assim como no trânsito um motorista precisa de um conhecimento específico para acelerar e frear um carro de acordo com as condições da via, o controle baseado em inteligência artificial procura de forma intuitiva entender o sistema, como o motorista em uma via, e a lógica fuzzy apresenta esse princípio de controle baseado no conhecimento do especialista, o que torna interessante sua aplicação em sistemas de sinalização e tração ferroviária (PASSINO; YURKOVICH, 1998), (CHEN; PHAM, 2000).





#### 2 SISTEMAS DE SINALIZAÇÃO FERROVIÁRIO

Por volta de 1840, os sistemas de sinalização ferroviária não eram como os de hoje, onde o sistema informa ao maquinista as condições de via, posição e velocidade do trem à frente, naquela época, o controle era visual. A prática mostrou que era extremamente difícil parar um trem a uma curta distância apenas com o visual do maquinista. Assim como qualquer tecnologia, a sinalização ferroviária passou a se desenvolver após acidentes catastróficos. Na figura 1, pode se ver a imagem de um acidente de colisão de trens na Alemanha, devido à falha no sistema de sinalização (PIERS CONNOR OF PRC RAIL CONSULTING LTD., 2016).



Figura 1 - Colisão de dois trens na cidade de Bad Aibling, Alemanha em 2016, acidente devido inibição do sistema de sinalização. Fonte: GLOBO, 2016

Nos primórdios da ferrovia, a principal função do sistema de sinalização ferroviária era prover segurança aos trens durante o percurso. Atualmente, os sistemas de sinalização estão diretamente ligados à segurança dos trens e passageiros, mantendo a eficiência dos sistemas com intervalos entre trens cada vez menores a fim de se manter a demanda de passageiros e carga, com a filosofia de controle fail safe. Qualquer falha em um sistema de sinalização acarreta em uma condição de segurança através de





intertravamentos de rotas, condições de via, como trilho partido e restrição de velocidade imposta aos trens (ALSTOM, 2014).

Os sistemas de sinalização ferroviários são baseados no trânsito de veículos automotores. Assim como nas ruas e avenidas existem semáforos para controlar o fluxo de veículos, as linhas de trem possuem os sinaleiros, que são semáforos como os de rua, só que apresentam aspecto vermelho e amarelo. Os trens circulam através de rotas e os sinaleiros indicam se o trem pode avançar (aspecto amarelo) ou parar (aspecto vermelho). Na figura 2 há um exemplo de pátio sinalizado (PIERS CONNOR OF PRC RAIL CONSULTING LTD., 2016).



Figura 2 - Pátio com sinaleiros. Fonte: ALSTOM, 2004

A premissa básica de qualquer sistema de sinalização ferroviária é de que um trem não pode adentrar uma seção de via, denominada bloco, onde já existe outro trem. Em 1843, esse controle e intertravamento de trens em uma via era realizada de forma mecânica: através de bastões, operadores controlavam as rotas de trem, o operador manobrava um bastão mecânico habilitando um devido sinal para o trem adentrar a seção de via protegida pelo sinal, veja a figura 3 (ALSTOM, 2014).







Figura 3 - Intertravamento mecânico utilizado para controle de sinal. Fonte: ALSTOM, 2014

Com os avanços na área de engenharia elétrica, o controle de trafego passou a ser feito através de circuitos elétricos, onde chaves eletromecânicas operavam os sinais (ALSTOM, 2014).

O sistema baseado em sinaleiros mostrou-se eficaz, mas apresenta um sério problema: a distância entre os sinaleiros. Para resolver esse problema, o trecho de linha férrea é dividido em blocos, ou circuitos de via (CDV), até hoje são utilizados nas principais linhas de trens e metrôs no mundo (PIERS CONNOR OF PRC RAIL CONSULTING LTD., 2016).

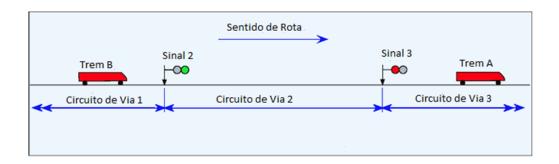


Figura 4 - Esquema de divisão de linha férrea em blocos ou circuitos de via. Fonte: PIERS CONNOR OF PRC RAIL CONSULTING LTD. (2016)

O esquema da figura 4 mostra de forma simplificada o princípio de um circuito de via.

O Trem A é protegido pelo Sinal 3 devido este estar ocupando o circuito de via 3. O





sinal 2 libera o Trem B que está no circuito de via 1 para adentrar no circuito de via 2 que está livre (PIERS CONNOR OF PRC RAIL CONSULTING LTD., 2016).

Os circuitos de via são constituídos de divisões realizado nos trilhos, com a distância que atendam os critérios de segurança e capacidade de trens na linha. É aplicada nos trilhos do circuito de via uma tensão elétrica de nível baixo, os trilhos funcionam com um condutor, que um gerador utiliza para alimentar um relé que opera os sinais de via. Quando os rodilhos de um trem passam sobre o circuito de via, este interrompe a corrente de alimentação de um relé que muda o aspecto do sinal responsável pelo circuito de via, conforme mostrado nas figuras 5 e 6 (PIERS CONNOR OF PRC RAIL CONSULTING LTD., 2016).

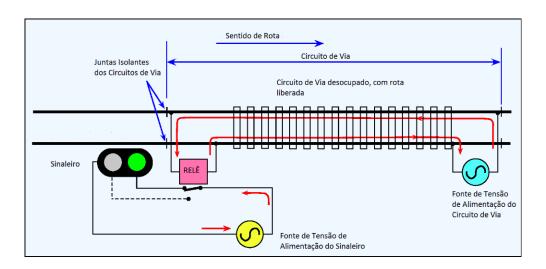


Figura 5 - Circuitos de via desocupado. Fonte: PIERS CONNOR OF PRC RAIL CONSULTING LTD. (2016)

Os trilhos, além de fornecerem a base de sustentação e deslocamento dos trens, fornecem o retorno da alimentação de tração dos trens e a codificação de via. Devido a isto, os circuitos de via são separados por juntas isolantes, separando os circuitos de via, mas com isso gera-se uma interrupção dos trilhos e consequentemente a interrupção da alimentação do trem. Para resolver este problema, são instalados





bondes de impedância (filtros com indutores) em paralelo com as juntas isolantes, para fornecer um caminho ininterrupto para a corrente de tração do trem, e uma alta impedância para a corrente do circuito de via e codificação (CPTM, 2010).

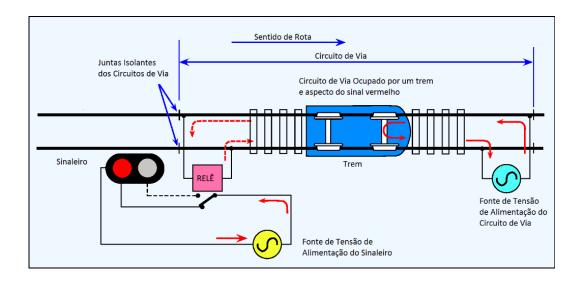


Figura 6 - Circuitos de via ocupado. Fonte: PIERS CONNOR OF PRC RAIL CONSULTING LTD. (2016)

O controle de CDV baseado em circuito elétrico se mostra muito eficaz, podendo ser implementado tanto em corrente continua CC, como em corrente alternada CA ou em rádio frequência RF. Este último utiliza antenas e um transmissor de sinal RF com faixas de 210 Hz a 20 KHz, além de realizar o controle baseado em ocupação do trem por curto circuito entre os trilhos, caso aconteça alguma avaria como trilho partido, o sistema impede que o trem avance mantendo a filosofia fail safe (PIERS CONNOR OF PRC RAIL CONSULTING LTD., 2016).

Outros tipos de tecnologias são utilizados combinados como uma forma alternativa de realizar a detecção dos trens, como os contadores de eixo, balizas e sistemas de posicionamento global (GPS) (ALSTOM, 2014), (BUENO; CRUS; SANTOS, 2007).





O sistema por contador de eixo se baseia em dois sensores composto por uma bobina eletromagnética, colocadas no início e no final de cada seção de CDV, conforme mostrado na figura 7. Juntamente com um contador, o sistema opera detectando todas as rodas dos trens que atravessem o CDV, caso o contador de entrada não registre o mesmo valor do contador de saída, o CDV estará ocupado, a vantagem deste tipo de sistemas é poder, além de detectar um trem, estabelecer a direção deste trem (PALUMBO, 2016),(CPTM, 2014).

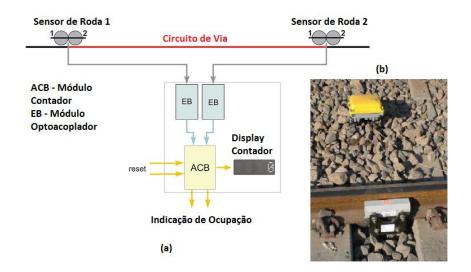


Figura 7 - Princípio de funcionamento Contador de Eixo (a); Contador de eixo instalado no trilho (b).

Fonte: CPTM, 2010

O sistema de baliza funciona por rádio frequência, cada CDV possui uma baliza (transponder) codificada de acordo com área limitada pelo circuito de via. Ao passar pelas balizas, o trem informa sua localização, direção e velocidade a um sistema central, que compara as informações do trem e do transponder e com base no plano de vias determina a posição do trem, conforme mostrado na figura 8 (BUENO; CRUS; SANTOS, 2007).





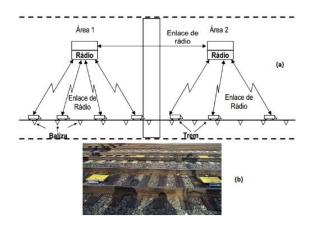


Figura 8 – (a)Princípio de Funcionamento de Detecção por Baliza, (b)Baliza instalada. Fonte: BUENO; CRUS; SANTOS, 2007

Hoje com a tecnologia de sistemas de posicionamento global (GPS), oferece uma série de benefícios, não havendo necessidade de circuitos de via, o que faz com que os custos de manutenção e tempo de parada sejam menores, porém apresenta um alto custo operacional. O sistema se baseia na comunicação entre trem e um servidor no Centro de Controle Operacional (CCO), os dados de posição do GPS do trem são enviados via satélite para esse servidor, mostrado na figura 9. Neste servidor estão armazenados os dados dos trechos e a posição de outros trens, e através de um software de gerenciamento são enviados para os trens os dados de condição de via, velocidade permitida, dentre outros parâmetros (BUENO; CRUS; SANTOS, 2007).



Figura 9 - Princípio de funcionamento de detecção por GPS. Fonte: BRIEFING, 2008





O sistema de posicionamento dos trens é vital para um sistema de controle de velocidade, sendo uma das variáveis de entrada do controlador fuzzy supervisório proposto neste projeto. (CPTM, 2010).

Atualmente, os trens e rotas são controlados automaticamente, devido à flexibilidade das vias, as quais, por questões de operação, são bidirecionais, ou seja, circulam com trens tanto em um sentido quanto em outro. Intertravamentos são colocados no sistema para evitar rotas de trem contra o outro, e ainda condições de máquinas de mudança de via e outros equipamentos de sinalização ferroviária (PIERS CONNOR OF PRC RAIL CONSULTING LTD., 2016). O sistema de sinalização mais consagrado em todo o mundo é o ATC (Automatic Train Control). Esse sistema combina os conceitos de ATP (Automatic Train Protection), responsável pela segurança e codificação de velocidade aos trens, o ATO (Automatic Train Operation), responsável pela parada em estações e abertura de portas, e por fim o ATS (Automatic train supervisor), responsável pelo tempo de trajeto, tempo de parada e intervalo entre trens. Tanto o ATP quanto o ATO são controladores que compõem o sistema ATC, conforme mostrado na figura 10 (SANUKI; MOTOHISA, 2004).

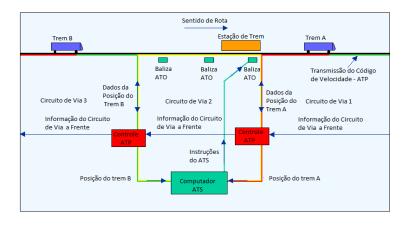


Figura 10 - Arquitetura ATC. Fonte: PIERS CONNOR OF PRC RAIL CONSULTING LTD. (2016)





A Arquitetura do ATC é baseada na segurança do sistema, por isso sua grande aplicação em sistemas de transportes urbanos. O ATP tem uma unidade de controle para cada circuito de via, o qual recebe os dados de posição de cada trem, retransmitindo ao controlador do circuito de via anterior, que converte em um limite de velocidade que é enviado para o circuito de via. O trem adquire os dados através de antenas que captam os sinais do trilho vindo dos circuitos de via, conforme figura 11. Essa informação é transmitida ao controlador de bordo do trem e a velocidade permitida é verificada com a velocidade do trem: se a velocidade do trem for maior que a velocidade permitida, automaticamente o controlador aplica os freios. (SANUKI; MOTOHISA, 2004).

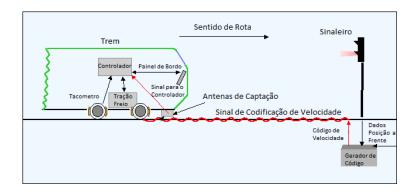


Figura 11 - Aquisição de codificação de velocidade. Fonte: PIERS CONNOR OF PRC RAIL CONSULTING

LTD. (2016)

O controle ATP para realizar esse controle de velocidade possui módulos de geração de códigos de velocidade, intertravamento vital e não vital, sinais e AMV´s. O sistema de geração de código é responsável pela seleção e envio de códigos de velocidade a cada circuito de via, tendo como variáveis de entrada: as condições de rotas, ocupação, velocidade permitida no trecho por aspectos civis e restrições de velocidade. Os dados de velocidade consistem em três tipos, velocidade máxima autorizada (VMA),





velocidade limitada (VL) e velocidade restritiva (VR). Estes códigos são fornecidos ao circuito de via por sinais de radiofrequência, a imposição do código de velocidade é feita pelo projeto de intertravamento do sistema de sinalização. Em presença de falhas, o gerador transmite o código que fará com que o trem tenha sempre o código de menor velocidade (SANUKI; MOTOHISA, 2004). Nos limites de seções de sinal, são transmitidos os códigos do sistema de geração de códigos do ATP, a partir do intertravamento que detecta as condições de tráfego da linha e determina quais são os códigos que o trem pode receber, conforme as seguintes situações, mostradas na figura 12 (CPTM, 2010):

- Circuito de via desocupado, sem codificação. O gerador de códigos envia as codificações, se o bloco estiver ocupado por um trem, este recebe as codificações de acordo com a situação dos blocos da frente.
- Circuito de via ocupado, com no mínimo dois circuitos livres a frente:
   codificação VMA.
- Circuito de via ocupado, com um circuito livre a frente: codificação VL.
- Circuito de via ocupado, e circuito a frente ocupado: codificação VR.

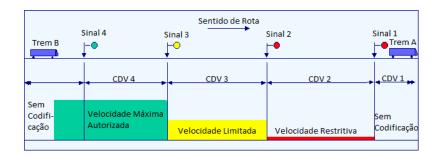


Figura 12 - Perfis de codificação de velocidade. Fonte: PIERS CONNOR OF PRC RAIL CONSULTING LTD.

(2016)





Os sinais transmitidos pelo gerador de códigos são sinais de corrente alternada senoidal de 90 Hz que são modulados – modulação por largura de pulso (PWM – Pulse Width Modulation) - de acordo com cada código de velocidade, conforme mostrado na figura 13.(CPTM, 2010).

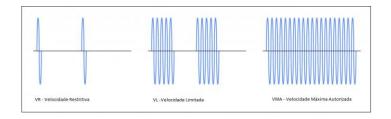


Figura 13 - Sinais transmitidos ao circuito de via para codificação de velocidade do controlador do trem. Fonte: CPTM, 2010

O trem recebe essas codificações do circuito de via através dos controladores de bordo. Estes controladores são, junto com o controlador supervisório, o tema abordado nesta monografia para adaptação com lógica fuzzy. Estes controladores são vitais, devido a estarem diretamente relacionados com a segurança do sistema que abrangem:

- Recepção dos comandos de velocidade
- Decodificação de velocidade
- Supervisão de velocidade e proteção contra sobre velocidade.

Os códigos de velocidades são captados por duas antenas localizadas na frente do trem, o sinal é amplificado, filtrado e convertido para sinais da função do controlador de bordo, esse processo é realizado por circuitos fail safe, com redundância em controladores e microprocessadores (CPTM, 2010).





O módulo de controlador de bordo, é o elemento que concentra todo o processamento, recebe os sinais de codificação e atua sobre o trem, a arquitetura do sistema é mostrado na figura 14. (CPTM, 2010).

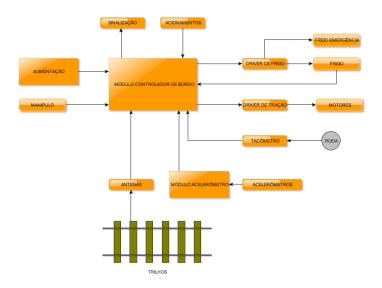


Figura 14 - Arquitetura simplificada do controlador de Bordo. Fonte: CPTM, 2010

O setpoint do controlador é alterado de acordo com a codificação de velocidade recebida. A técnica de controle depende de questões de via e planejamento. A seguir, um exemplo desta codificação utilizada na CPTM é mostrado na figura 15, e está de acordo com: (SANUKI; MOTOHISA, 2004).

- VMA Velocidade Máxima Autorizada, set point de 90 Km/h.
- VL Velocidade Limitada, set point de 50 Km/h.
- VR Velocidade Restritiva, set point de 20 Km/h.

Quando o trem atingir uma velocidade de 1 Km/h acima da velocidade máxima permitida, o controlador de bordo deverá cortar a tração. A tração deverá ser liberada quando a velocidade atingir 3 km/h abaixo da velocidade permitida (CPTM, 2010).





Se a velocidade do trem atingir 3 Km/h acima da velocidade máxima permitida, deverá ser comanda a aplicação de frenagem. Quando a velocidade atingir 8 km/h abaixo da velocidade máxima permitida, o sistema de freio é liberado e aplicado a tração (CPTM, 2010).

Se a velocidade do trem atingir 5 km/h acima da velocidade máxima permitida, deverá ser aplicado os freios de emergência, e emitir um alarme sonoro ao maquinista.

Quando a velocidade atingir 0 Km/h, os sistemas de freio e tração deverão ser liberados (CPTM, 2010).

Esta proteção contra sobre velocidade é realizada através do sinal de erro de velocidade do controlador, que é diretamente proporcional à diferença entre as velocidades requerida e a velocidade real, além da amplitude do sinal de erro, este fornece também o sentido de erro, responsável pelos estados de sub e sobre velocidade. (CPTM, 2010).

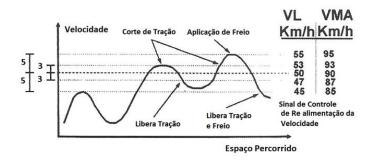


Figura 15 - Sinal de controle de Bordo. Fonte:CPTM, 2010

Com os aspectos teóricos que regem todo o processo de operações dos trens, este artigo apresenta a modelagem dos sistemas de tração e frenagem de um trem, que foram modelados através do software de simulação MATLAB Simulink, assim como o





controlador de imposição de velocidade, baseado no conceito de controlador fuzzy supervisório para otimização do sistema de sinalização utilizado em trens para passageiros, os modelos dos drivers de tração e freio, assim como o trem foram baseados no modelo Série 8000 CPTM da CAF.

#### **3 MODELAGEM DOS SISTEMAS**

O modelo do trem proposto considera a composição inteira de uma unidade como um único corpo, desconsiderando as massas e deslocamentos individuais de cada vagão, que são influenciados pelos engates entre vagões e configuração Electric Multiple Unit (EMU) utilizada onde há carros reboques e carros motores que efetuam a tração do trem. São consideradas as seguintes hipóteses para simulação: o esforço aplicado pelos motores é igualmente divido O modelo do trem proposto considera a composição inteira de uma unidade como um único corpo, desconsiderando as massas e deslocamentos individuais de cada vagão, que são influenciados pelos engates entre vagões e configuração Electric Multiple Unit (EMU) utilizada onde há carros reboques e carros motores que efetuam a tração do trem. São consideradas as seguintes hipóteses para simulação: o esforço aplicado pelos motores é igualmente dividido entre os eixos, o diâmetro dos rodeiros iguais, o conjunto de transmissão possui rendimento ideal, a massa do trem permanece invariável. O perfil de via utilizado foi baseado em condição ideal: aspectos como rampas, curvas e paradas entre estações não foram considerados. ido entre os eixos, o diâmetro dos rodeiros iguais, o conjunto de transmissão possui rendimento ideal, a massa do trem permanece invariável. O





perfil de via utilizado foi baseado em condição ideal: aspectos como rampas e curvas não foram considerados.

#### 3.1 MODELAGEM DO TREM

O modelo dinâmico de um trem é descrito por sistemas de equações diferenciais, assumindo que não existe movimentação lateral nem vertical durante o percurso do trem na via. O comportamento longitudinal de um trem pode ser descrito como uma função com variáveis de entrada como a aplicação dos freios, topografia da via e características do sistema de tração. A figura 16 ilustra a atuação de forças em um trem, e a equação 1 descreve a atuação destas (Spiryagin et al., 2017), (Pires, 2002).

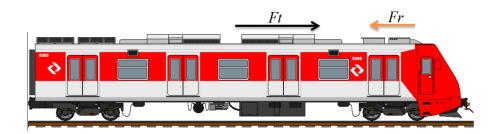


Figura 16 - Forças atuantes no trem. Fonte: Stippe, 2016.

$$F_t - F_r = m\xi a = m\xi \frac{dv}{dt} \tag{1}$$

Na equação 1 temos, Ft força de tração ou frenagem, Fr força de oposição, m é a massa do trem, a aceleração, e a constante ξ que surge devido ao efeito de rotação das massas, aumentando a massa do trem devido a inércia dos eixos, rotores e rodeiros. A fim de se aplicar um modelo eficaz para análise dinâmica, será utilizado a equação de Davis, comumente utilizada como força de oposição para trens de passageiros (Spiryagin et al., 2017), (Pires, 2002).





$$F_r(t) = A + Bv(t) + Cv(t)^2 \quad (2)$$

Na equação de Davis (equação 2), o termo A é independente da velocidade, dependendo somente da massa do trem e do número de rodeiros. O termo B da equação depende da velocidade, devido a resistências de fricção, número de motores de tração e potência de tração. O termo C está relacionado à aerodinâmica do trem, utilizando o coeficiente de arrasto, área frontal do trem e comprimento do trem. Com base nestas equações foi obtido o modelo para o trem, conforme figura 17 (Boschetti e Mariscotti, 2012).

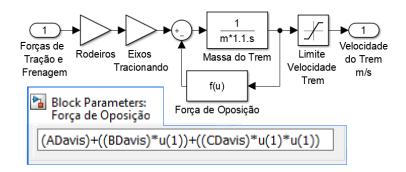


Figura 17 - Modelo do trem.

#### 3.2 MODELAGEM DO RODEIRO

A figura 18 ilustra o diagrama de forças atuantes sobre o rodeiro do trem, onde v é a velocidade, Rr é o raio do rodeiro, Qr é o produto da massa sustentada pelo rodeiro pela força da gravidade g, N é a força de reação do trilho devido Qr, Fr são as forças de oposição, Ft a força de tração aplicada e Tt o torque de tração (Spiryagin et al., 2017), (Pires, 2002).





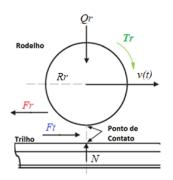


Figura 18 - Diagrama de esforços no contato rodeiro-trilho. Fonte: Spiryagin et al., 2017

A limitação imposta devido ao contato de rodeiro-trilho é chamada de força de adesão, Fad, mostrada na equação 3 (Lozano et al., 2012), (Pires, 2002).

$$|F_{ad}| \ge |F_t| \tag{3}$$

O módulo na equação 3 deve-se a força Ft ser tanto para tracionar o trem, quanto para a frenagem. Se a força de tração for maior que a força de adesão, no caso de um processo de tração do trem os rodeiros podem sofrer um efeito de patinação, o mesmo vale para o processo de frenagem, que caso ocorra pode fazer com que os rodeiros deslizem sobre os trilhos, aumentando a distância de frenagem e afetando a segurança do trem. A equação que rege a força de adesão é mostrada na equação 1, onde o coeficiente  $\mu$  é o coeficiente de adesão. A equação 4 apresenta o cálculo do coeficiente de adesão, esta equação é baseada em experimentos realizados em diversas condições de clima e contaminantes nos trilhos (Polach, 2005), (Lozano et al., 2012), (Pires, 2002).

$$\mu(v_s) = \mu_0 \left( (1 - A_{\mu}) e^{-B_{\mu} v_s} + A_{\mu} \right) \tag{4}$$





Os termos Aµ e Bµ na equação 4, se referem respectivamente a razão do limite de fricção à máxima velocidade de fricção e o coeficiente de decaimento de fricção, o vs é a velocidade de escorregamento em m/s, e o coeficiente µ0 adesão. Os termos A, B e o coeficiente µ0 na equação 5, se alteram de acordo com a condição do contato entre rodeiro e trilho (Polach, 2005), (Spiryagin et al., 2017). O torque de tração é transferido dos motores de tração para os rodeiros através de engrenagens que compõem o sistema de transmissão. Para a solução de sistemas mecânicos de translação serão utilizadas as equações de movimento, onde o torque do motor de tração Tm é transferido por um conjunto de engrenagens para o rodeiro do trem, como mostra a figura 19, e o modelo completo na figura 20 (Pires, 2002), (Kaller e Allenbach, 2008).

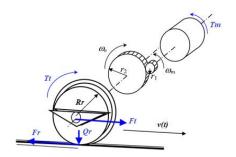


Figura 19 - Transmissão do torque do motor de tração para os rodeiros. Fonte: Kaller e Allenbach, 2008.

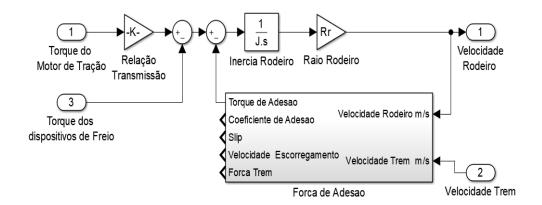


Figura 20 - Modelo do rodeiro.





A força de adesão na figura 20 é baseada no modelo de deslizamento longitudinal de Polach. Este modelo não necessita de poderes computacionais grandes e oferece uma abordagem simplificada para análise de trens, conforme mostra as equações 5, 6, 7 e 8 (Ayasse e Chollet, 2006).

$$F_{ad}(\mu(v_s)) = \frac{2Q\mu(v_s)}{\pi} \times \left(\frac{K_a \varepsilon}{1 + (K_a)} + arctan(K_s \varepsilon)\right)$$

$$\varepsilon(\mu(v_s)) = \frac{G \cdot \pi \cdot a \cdot b \cdot k \cdot C_1}{4 \cdot Q \cdot \mu(v_s)}$$

$$(6)$$

$$k = \frac{K_a + K_s}{2}$$

$$(7)$$

$$C_1 = 0.33 \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^2 + 0.49 \cdot \left(\frac{a}{b}\right) + 3.49$$

$$(8)$$

(8)

Onde Q é a carga por rodeiro, Ka é o coeficiente de redução de adesão, Ks é o coeficiente de redução de escorregamento, a é a área de adesão e b área de escorregamento, G é o módulo de cisalhamento e C1 é o coeficiente de linearidade de Kalker para movimento longitudinal. O contato rodeiro-trilho está diretamente ligado à força de adesão, modelar este sistema é algo extremamente complexo e imperfeito, as tensões mecânicas envolvidas são altas e a superfície de contato do rodeiro com trilho não apresenta nenhuma linearidade. O rodeiro de um trem pode ser considerado como um cilindro cônico que, ligado por um flange, forma o conjunto de rodeiros do truck do trem conforme mostrado na figura 21 (Spiryagin et al., 2017), (Ayasse e Chollet, 2006).





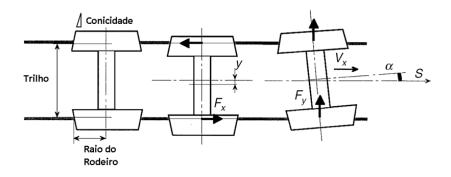


Figura 21 - Modelo básico do rodeiro ferroviário. Fonte: Ayasse; Chollet, 2006.

O modelo proposto não prevê os deslocamentos laterais em Fy e nem o ângulo de deslocamento α, eliminando assim dois graus de liberdade ao sistema. Serão considerados apenas os deslocamentos longitudinais em Fx, ocasionados devido aos processos de tração e frenagem do trem. A interação entre rodeiro e trilho ocorre em uma pequena área do rodeiro, conforme mostra a figura 22. Esta superfície sofre os estresses da pressão aplicada das forças de tração e de frenagem. Para determinar esse comportamento, são utilizados diversos métodos de estudos de contato rodeiro trilho, como métodos dos elementos finitos. Um modelo simples, que necessita baixo esforço computacional, é o modelo hertiziano clássico para mecânica de contatos (Spiryagin et al., 2017), (Polach, 2005), (Ayasse e Chollet, 2006).

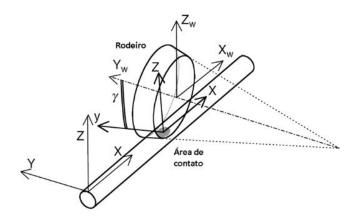


Figura 22 - Área de Contato Rodeiro Trilho. Fonte: Ayasse e Chollet, 2006.





#### 3.3 MODELAGEM DO DRIVER DE TRAÇÃO E FREIO

Aplicação de frenagem em um trem é um dos processos mais críticos em sua operação, se a força de frenagem aplicada exceder o valor da força de adesão Fad, os rodeiros do trem podem escorregar, ocasionando uma distância maior de frenagem, danos aos rodeiros e principalmente afetando a segurança do sistema (Spiryagin et al., 2017), (Barna, 2012).

A modelagem de um sistema de freio eletropneumático de um trem pode se tornar muito complexo e consiste de uma série de fatores não lineares. O modelo proposto descreve a relação entre a pressão nos cilindros com a força de frenagem aplicada, a pressão aplicada em uma válvula pode ser mostrada no modelo da figura 23 (Barna, 2012).

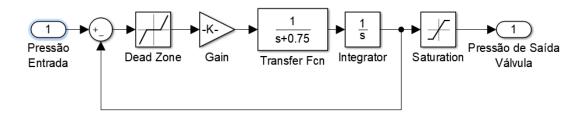


Figura 23 - Modelo da válvula de freio.

O modelo do driver do freio não contempla perdas no sistema de ar comprimido, nem desgaste mecânico de pastilhas de freio, e outros efeitos de desgaste mecânico ou não linearidades. O valor de Set point para frenagem foi considerado linear, a força de frenagem exercida é igual em todos os dispositivos de frenagem acoplados aos rodeiros do trem. O modelo completo adotado é mostrado na figura 24.





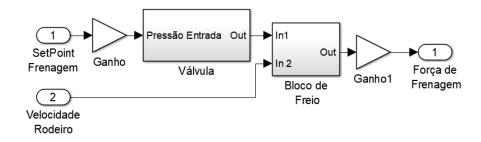


Figura 24 - Modelo do dispositivo de frenagem.

A modelagem do sistema de tração é uma tarefa extremamente complexa, visto que o sistema pode ser divido em aspectos mecânicos, elétricos e elementos de controle, o inversor de tração possui um controlador próprio, tornando a modelagem complexa, a modelagem do motor de tração pode ser feita através de dados fornecidos por fabricante ou medições experimentais. A fim de simplificar o modelo do sistema de tração, podemos assumir o modelo apresentado na figura 25 para o sistema de tração, aproximado para um sistema de primeira ordem (Spiryagin et al., 2017).

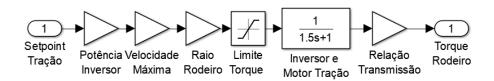


Figura 25 - Modelo do driver de tração.

Através dos relatórios de testes de aceitação de fabrica (TAF) e das curvas de tração e torque, foi obtido o valor para o sistema de primeira ordem para o inversor e motor de tração. Os valores de especificação de potência, relação de transmissão e sistema de tração, foram baseados no trem série 8000 CPTM da CAF. O modelo proposto não pode ser utilizado para julgar análises de precisão, pois condições de vias são irregulares, a distribuição dos pesos do trem entre os rodeiros não é igual, o torque





aplicado aos motores pode não ser distribuído igualmente entre os motores e as forças de componentes laterais e verticais afetam o sistema de tração e freio. Apesar disso, o modelo oferece um ponto de partida para estudos e modelagens de trens (Spiryagin et al., 2017).

#### 4 DESENVOLVIMENTO DO CONTROLADOR DO TREM

O uso de controladores fuzzy para os sistemas de tração e freio de trens apresentam grande potencial para aplicações reais, outro uso para controladores fuzzy em sistemas ferroviários é no uso de controle de tráfego dos trens, através da otimização do sistema de sinalização, foi abordado a configuração do controlador supervisório a fim de realizar o controle de setpoint de via que será enviado ao controlador de bordo do trem, a maioria dos sistemas de sinalização, são baseados em lógica clássica e possuem limitações quanto a flexibilidade, o que afeta muito a operação de trens em centros metropolitanos, os controladores atuais se baseiam somente na informação da posição do trem, e os códigos de setpoint são fixos, o conceito do controlador fuzzy supervisório é através da inserção da variável de aceleração do trem, conseguir otimizar os códigos de via para funcionarem em um range, procurando manter a segurança do sistema, conforme mostrado na figura 26. (SIAHVASH; MOAVENI, 2010), (CHEN, 2000).





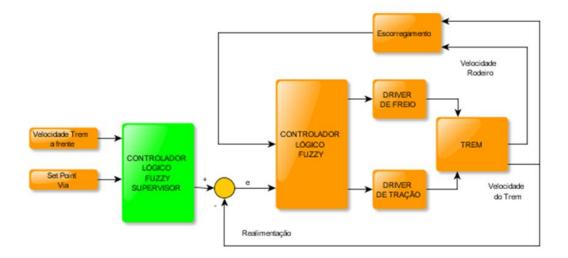


Figura 26 - Arquitetura Básica do Controlador Fuzzy Supervisório Fonte: AUTOR, 2019

O controlador adotado foi o controlador fuzzy simples pela sua simplicidade de configuração, o tipo de inferência foi adotado do tipo Mandani, para a entrada 1 a aceleração do trem a frente (ata), foram estabelecidas as variáveis fuzzy "neg", "zero" e "pos" com função de pertinência do tipo triangular e range de -10 a 10, a entrada 2 setpoint de via (spvia), foram estabelecidas as variáveis fuzzy "vr", "vl" e "vma", com função de pertinência tipo triangular e range de 0 a 90, a escolha das variáveis para o setpoint de via é conforme mostrado na figura 12 de codificação de via, as configurações das variáveis de entradas são mostradas na figuras 27 e 28. (ROSSATO, 2015).

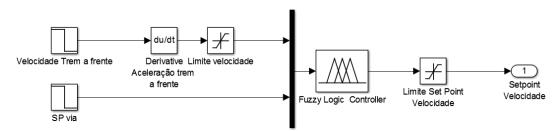


Figura 27- Controlador Fuzzy Supervisório. Fonte: SIMULINK, 2017





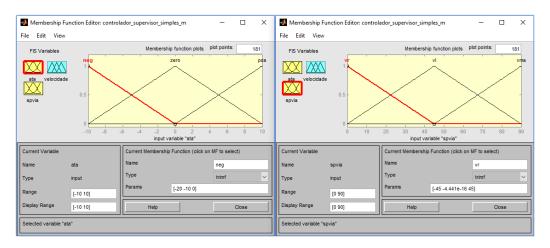


Figura 28 - Configuração das variáveis de entrada Controlador Fuzzy Supervisório. Fonte: FUZZY

TOOLBOX , 2017

A variável fuzzy de saída (velocidade) foram adotadas como funções triangulares, "vr"; "vl" e "vma", a saídas da inferência tipo Mandani funcionam como constantes, com valores dentro do range especificado, o range adotado foi de 0 a 100, estes valores foram de acordo com a velocidade do trem imposta pela via e atualmente nos sistemas da CPTM, conforme mostrado na figura 29 a seguir. (ROSSATO, 2015), (CPTM, 2014).

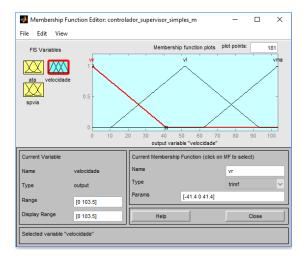


Figura 29 - Configuração da variável de saída do Controlador Fuzzy Supervisório. Fonte:FUZZY TOOLBOX , 2017





As regras do controlador supervisório se baseiam em otimizar o tráfego de trens na via, sem perder a segurança do sistema, as regras da dinâmica do sistema são mostradas na figura 30.

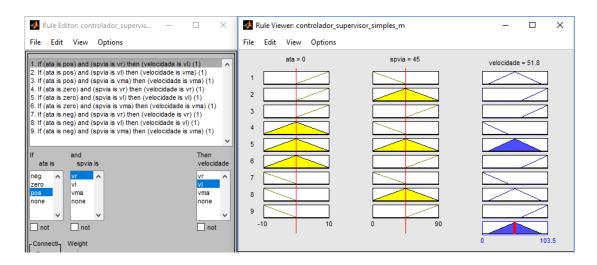


Figura 30 - Base de Regras Controlador Fuzzy Supervisório. Fonte: FUZZY TOOLBOX, 2017

O controlador supervisório proposto manda o setpoint para a cabine do trem conforme as condições processadas, substituindo o gerador de códigos de via convencional, o controlador de velocidade do trem que determina se aplicar tração ou freio e ajustando a velocidade do trem, a figura 31 mostra a conexão doo controlador supervisório ao sistema do trem.

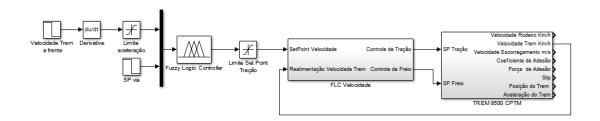


Figura 31 - Controlador Fuzzy Supervisório conectado ao controlador do Trem Série 8000. Fonte: SIMULINK, 2017





#### **5 RESULTADOS DO CONTROLADOR SUPERVISOR**

A simulação do controlador supervisório proposto no capitulo 6, foi realizada verificando aspectos de condição de tráfego do trens no circuitos de via, as condições de via foram consideradas ideias, sem elevações e aspectos climáticos ideal, o controle de velocidade dos trens foram utilizados os controladores de velocidade fuzzy PI slip, as simulações comtemplam a comparação com o controlador fuzzy supervisório e o gerador de código de velocidade convencional, para as variáveis de setpoint da via e aceleração do trem a frente foram utilizados funções do tipo degrau, serão simulados utilizando os critérios. Velocidade Máxima Autorizada (VMA) 90 Km/h, velocidade máxima do trem respeitando limitações operacionais de trem e condições de via, Velocidade Limitada (VL) 50 Km/h, Velocidade Restrita (VR) 20 Km/h.

As seguintes condições operacionais foram simuladas neste capitulo:

- Setpoint via em velocidade máxima autorizada e trem a frente acelerando.
- Setpoint via em velocidade limitada e trem a frente acelerando.
- Redução de setpoint via de velocidade máxima autorizada para velocidade limitada com o trem a frente acelerando.
- Redução de setpoint via de velocidade limitada em velocidade restrita com o trem a frente acelerando.





#### 5.1 Setpoint via em velocidade máxima autorizada e trem a frente acelerando.

Ao aplicar um degrau no setpoint do controlador Fuzzy Supervisório, simulando a condição operacional na figura 32 foram obtidas as seguintes curvas para as velocidades dos trens, ilustrado na figura 33.

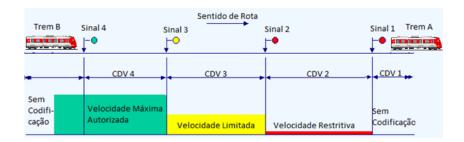


Figura 32 - Condição de via em VMA. Fonte: PIERS CONNOR OF PRC RAIL CONSULTING LTD. (2016)

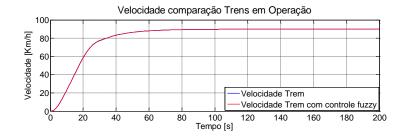


Figura 33 - Gráficos Comparação de Velocidade em VMA. Fonte: SIMULINK, 2017

O controlador Fuzzy Supervisório foi realizado com a base de regras para otimizar o sistema de sinalização, mas sem perder a segurança de operação, na condição da figura 32, mesmo com o trem a frente acelerando e via codificando em vma , o sistema com o controle fuzzy mantém a mesma velocidade, visto que a imposição desse código estar relacionado com as condições estruturais da via.





#### 5.2 Setpoint via em velocidade limitada e trem a frente acelerando.

Considerando a codificação de via em VL e o trem a frente acelerando, conforme a condição operacional na figura 34, foram obtidas as curvas para as velocidades dos trens, ilustrado na figura 35.

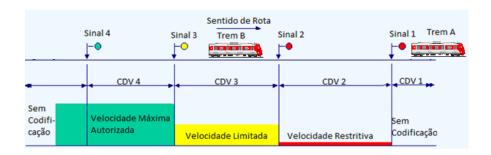


Figura 34 - Condição de via em VL. Fonte: PIERS CONNOR OF PRC RAIL CONSULTING LTD. (2016)



Figura 35 - Gráficos de Comparação Velocidade em VL. Fonte: SIMULINK, 2017

Na figura 35 foi observado um aumento de velocidade do trem com o controle fuzzy em comparação ao controlador convencional, com o controlador fuzzy na condição em VL obteve uma velocidade de cerca de 55Km/h, um ganho de em referência ao 50 Km/h impostos pelo gerador de código.





## 5.3 Redução de setpoint de via de velocidade máxima autorizada para velocidade limitada com o trem a frente acelerando.

A variável de entrada foi simulada com variação de setpoint enviado pela via ao controlador de bordo do trem, de VMA para VL, conforme a condição operacional na figura 36, foram obtidas as curvas para as velocidades dos trens, ilustrado na figura 39.

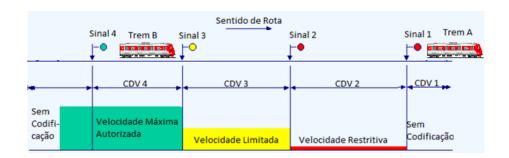


Figura 38 - Condição de via de redução de VMA para VL. Fonte: PIERS CONNOR OF PRC RAIL CONSULTING LTD. (2016)

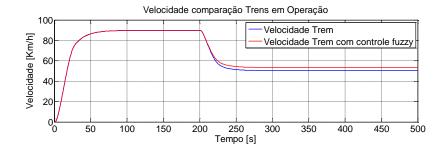


Figura 39 - Gráficos Comparação de Velocidade redução de VMA para VL. Fonte: SIMULINK, 2017

# 5.4 Redução de setpoint de via de velocidade limitada em velocidade restrita com o trem a frente acelerando

A variável de entrada foi simulada com variação de setpoint enviado pela via ao controlador de bordo do trem, de VL para VR, considerada como restritiva devido a proximidade entre trens, conforme a condição operacional na figura 40, foram obtidas as curvas para as velocidades dos trens, ilustrado na figura 41.





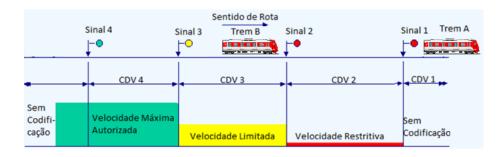


Figura 40 - Condição de via de redução de VL para VR. Fonte: PIERS CONNOR OF PRC RAIL CONSULTING LTD. (2016)

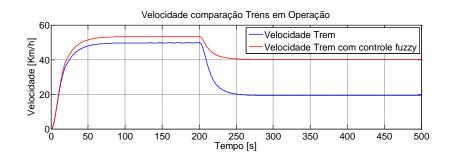


Figura 41 - Gráficos Comparação de Velocidade redução de VL para VR. Fonte: SIMULINK, 2017

Na figura 41 foi observado um aumento de velocidade do trem com o controle fuzzy em comparação ao controlador convencional, com o controlador fuzzy na condição em VR obteve uma velocidade de cerca de 40 Km/h, um ganho de em referência ao 20 Km/h impostos pelo gerador de código, com as condições ideais e considerando o comprimento padrão de 900 metros dos circuitos de via e o trem da frente estar acelerando obtêm-se uma otimização operacional com o comparado ao gerador de códigos tradicional.





#### 6 CONCLUSÃO

O controlador Fuzzy supervisório se mostrou uma otimização interessante ao sistema de sinalização tradicional, alguns autores citam a não utilização de sistemas fuzzy em aplicações de segurança, devido o controlador se basear em algo nebuloso, nas simulações a base de regras implementadas foram feitas com o propósito de manter a segurança e otimizar os códigos de velocidade, comparados ao sistema baseado com códigos fixos, o uso do fuzzy se mostra interessante, devido o controle de tráfego de trens em uma rede metropolitana de transporte ser não linear, devido a vários fatores como circulação de usuários, avarias em trens e necessidades operacionais.

O uso de Inteligência Artificial em aplicações industriais vem crescendo, hoje com mercados mais competitivos e uma tendência a processos eficientes, torna o uso da Lógica Fuzzy uma alternativa interessante em sistemas de sinalização e tração ferroviária, visto que sua implementação não necessita de modelos complexos e as ações de controle atuam de forma precisa, baseados na forma do pensamento humano (ROSSATO, 2015).

As ações de controle são baseadas na combinação de regras do sistema de sinalização ferroviária e de regras do controlador, o controlador pode ter a capacidade de autoaprendizagem, testando condições limites, sem que estas atinjam valores de instabilidade do sistema. Autores relatam que as aplicações de Controladores Fuzzy conseguiram obter ganhos de desempenho e níveis de eficiência energética altos, provando que o uso deste tipo de controlador se torna interessante em sistemas de sinalização ferroviária, o que torna o estudo deste assunto interessante na aplicação





desta topologia no caótico sistema de trens da cidade de São Paulo (SANUKI; MOTOHISA, 2004), (SIMÕES; SHAW, 2007).

#### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- MARCIEL, Vladmir Fernandes. **Problemas e Desafios do transporte público urbano.**Disponível em:< http://www.brtbrasil.org.br/index.php/sala-de-imprensa/artigos/35-art-4#.VltHFvmrSUl>. Acesso em 29/11/2015.
- PENA, Rodolfo F. Alves. Problemas no transporte público. Brasil Escola. Disponível
   em <a href="http://brasilescola.uol.com.br/geografia/problemas-no-transporte-publico.htm">http://brasilescola.uol.com.br/geografia/problemas-no-transporte-publico.htm</a>>.
   Acesso em 29/11/2015.
- OSELAME, Renato; TURTELLI, Camila. **Desperdício logístico equivale a 5 % do PIB do Brasil, estima Cosan. O Estado de São Paulo**. Disponível em:<

  http://economia.estadao.com.br/noticias/geral, desperdicio-logistico-equivale-a-5-do-pib-do-brasil--estima-cosan,10000003051>. Acesso em29/11/2015.
- BUENO, Silvio; CRUS, Laércio Aranzana; SANTOS, Pedro Oliveira dos. Estudo de redução de intervalo entre tens no trecho brás-barra funda através de implementação do sistema de sinalização cbtc. 2007. 87 f. Dissertação (Mestrado) Curso de Especialização em Tecnologia Metroferroviária, Departamento de Engenharia de Sistemas de Comunicações, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.
- PASSINO, Kevin M.; YURKOVICH, Stephen. Fuzzy Control. Menlo Park: Addison
   Wesley Longman, 1998





- PIERS CONNOR OF PRC RAIL CONSULTING LTD.. **The Development and Principles of Uk Signalling**. 2016. Disponível em: <a href="http://www.railway-technical.com/">http://www.railway-technical.com/</a>>. Acesso em: 23 nov. 2015.
- CHEN, Guarong; PHAM, Trung Tat. Introductuin to Fuzzy Sets, Fuzzy Logic and Control Systems. Houston: Crc Press, 2000.
- FRYLMARK, Daniel; JOHNSSON, Stefan. **Automatic Slip Control for Raiway Vehicles**.

  2003. 100 f. Tese (Doutorado) Curso de Vehicular Systems, Dept. Of Electrical
  Engineering, Linkopings Universitet, Linkoping, 2003. Disponível em:

  <a href="https://www.fs.isy.liu.se/Publications/MSc/03\_EX\_3366\_DF\_SJ.pdf">https://www.fs.isy.liu.se/Publications/MSc/03\_EX\_3366\_DF\_SJ.pdf</a>. Acesso em: 27

  maio 2016.
- ALSTOM. A Centenial History of ALSTOM Signaling Inc. West Henrietta: Grs Archieve, 2004. Disponível em: <a href="http://pt.calameo.com/read/0000469928d60bab6b8e3">http://pt.calameo.com/read/0000469928d60bab6b8e3</a>. Acesso em: 23 nov. 2016.
- CPTM. Introdução a Sinalização. São Paulo: Cptm, 2010.
- CPTM. Sinalização Ferroviária. São Paulo: Cptm, 2014.
- PALUMBO, Maurizio. **The ERTMS/ETCS Signalling system**. Disponível em: <a href="http://www.railwaysignalling.eu/wp-content/uploads/2016/09/ERTMS\_ETCS\_signalling\_system\_revF.pdf">http://www.railwaysignalling.eu/wp-content/uploads/2016/09/ERTMS\_ETCS\_signalling\_system\_revF.pdf</a>>. Acesso em: 08 fev. 2016.
- CPTM. Especificação Técnica Detector de Bitola. São Paulo, 2010.





- SANUKI, Walter Katsumi; MOTOHISA, Yano. **Simulação de Marcha para Sistema de Sinalização Ferroviária**. 2004. 78 f. Dissertação (Mestrado) Curso de Especialização em Tecnologia Metroferroviária, Departamento de Engenharia de Sistemas de

  Comunicações, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004.
- SPIRYAGIN, Maksym et al. **Design and Simulation of Rail Vehicles**. Boca Raton, Estados Unidos: Crc Press, 2014.
- LOZANO, José A. et al. **Railway Traction**. In: PERPINYA, Xavier. Reliability and Safety in Railway. [s.l.]: Intech, 2012. Cap. 1. p. 3-28. Disponível em: <a href="https://www.intechopen.com/books/reliability-and-safety-in-railway/railway-traction">https://www.intechopen.com/books/reliability-and-safety-in-railway/railway-traction</a>>. Acesso em: 27 jul. 2016
- PIRES, Cassiano Lobo. **Simulação de marcha de composição ferroviária acionada por motores de indução e PWM**.2002. 171 f. Dissertação (Mestrado) Curso de Mestrado em Engenharia Elétrica, Departamento de Engenharia de Energia e Automação Elétrica, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, Sp, 2002. Disponível em: <a href="http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/3/3143/tde-02052002-201047/pt-br.php">http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/3/3143/tde-02052002-201047/pt-br.php</a>. Acesso em: 30 out. 2016.
- ALLENBACH, Jean Marc. **Railway Technology**. [s.l.]: Epfl, 2012. 106 p. Disponível em: <a href="https://documents.epfl.ch/users/a/al/allenbac/www/documents/SummarET.pdf">https://documents.epfl.ch/users/a/al/allenbac/www/documents/SummarET.pdf</a>>. Acesso em: 27 nov. 2016.
- AYASSE, Jean Bernard; CHOLLET, Hugues. Whell Rail Contact. In: IWNICKI, Simon et al. Handbook of Railway Vehicle Dynamics. [s.i.]: Crc, 2006. Cap. 4. p. 84-119.





- BOSCHETTI, Giorgio; MARISCOTTI, Andrea. The Parameter of motion mechanical equation as a source of uncertainty for traction systems simulation. In: WORLD CONGRESS METROLOGY FOR GREEN GROWTH, 20., 2012, Busan. Anais.... Genoa: Imeko World Congress Metrology For Green Growth, 2012. v. 1, p. 1 6. Disponível em: <a href="http://www.imeko.org/publications/wc-2012/IMEKO-WC-2012-TC3-P20.pdf">http://www.imeko.org/publications/wc-2012/IMEKO-WC-2012-TC3-P20.pdf</a>>. Acesso em: 27 maio 2017.
- POLACH, Oldrich. Creep forces in simulations of traction vehicles running on adhesion limit. Wear: Creep forces in simulations of traction vehicles running on adhesion limit. [s.i.], mar. 2005. p. 992-1000. Disponível em: <a href="http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0043164804003072#!">http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0043164804003072#!</a>. Acesso em: 05 jun. 2017.
- CHARACTERISTICS BY CREATING A SPECIAL PROGRAM FOR CALCULATION.

  Mathematical Modelling In Civil Engineering: The Journal of Technical University of

  Civil Engineering of Bucharest, [bucareste], v. 10, n. 3, p.48-59, dez. 2014. Disponível

  em: <a href="https://www.degruyter.com/downloadpdf/j/mmce.2014.10.issue-3/mmce-2014-0015/mmce-2014-0015.pdf">https://www.degruyter.com/downloadpdf/j/mmce.2014.10.issue-3/mmce-2014-0015/mmce-2014-0015.pdf</a>. Acesso em: 10 jun. 2017

- SEBEŞAN, Ioan; ZAKARIA, Yahia. DETERMINATION OF WHEEL-RAIL CONTACT

- BARNA, Grażyna. Matlab Simulink Model of a Braked Rail Vehicle and Its Applications.

In: CHAKRAVARTY, Subhas. **Technology and Engineering Applications of Simulink**.

[s.l.]: Intech, 2012. Cap. 9. p. 189-2018. Disponível em:

<a href="https://www.intechopen.com/books/technology-and-engineering-applications-of-">https://www.intechopen.com/books/technology-and-engineering-applications-of-</a>





simulink/matlab-simulink-model-of-a-braked-rail-vehicle-and-its-applications>. Acesso em: 25 nov. 2016.

- CRUCEANU, Cătălin. Train Braking. In: PERPINYA, Xavier. **Reliability and Safety in Railway**. [s.l.]: Intech, 2012. Cap. 2. p. 29-74. Disponível em: <a href="https://www.intechopen.com/books/reliability-and-safety-in-railway/braking-systems-for-railway-vehicles">https://www.intechopen.com/books/reliability-and-safety-in-railway/braking-systems-for-railway-vehicles</a>. Acesso em: 25 nov. 2016.
- SPIRYAGIN, Maksym et al. Design and Simulation of Heavy Haul Locomotives and Trains. Boca Raton, Estados Unidos: Crc Press, 2016. 459 p.
- CPTM. Memorial de Cálculo de Freio de Atrito CAF Trem série 8000. São Paulo:
   Cptm, 2014.
- CPTM. Relatório Técnico TAF Sistema de Tração Combinada Trem série 8000. São
   Paulo: Cptm, 2014.
- ROSSATO, Daniel Barbuto. Controle de processos- Estratégias de Controle. São Paulo, Sp: Senai, 2015. Color.
- SIMÕES, Marcelo Godoy; SHAW, Ian. **Controle e Modelagem Fuzzy**. 2. ed. São Paulo: Fapesp, 2007.
- MATHWORKS. INC.. Fuzzy Logic Toolbox For Use with MATLAB. 2017. ed. [s.l.]:

  Mathworks, 1999. Disponível em:

  <a href="https://www.mathworks.com/help/pdf\_doc/fuzzy/fuzzy.pdf">https://www.mathworks.com/help/pdf\_doc/fuzzy/fuzzy.pdf</a>>. Acesso em: 10 jan.

  2017.