

UNIVERSIDAD NACIONAL DE TUCUMAN
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE ELECTRICIDAD, ELECTRÓNICA Y COMPUTACIÓN

PROCESAMIENTO DIGITAL DE SEÑALES (E7Z)

TRABAJO INTEGRADOR



Asignatura: Procesamiento Digital de Señales (E7Z)

Carrera: Ingeniería en Computación

Grupo 3 :

Drube, Emir Lucas

Huaman Medina, Luis Rodolfo

Iñigo Martínez, Carlos María

Año de Cursado 2019

CONSIGNA

Se desea construir un banco de filtros digitales en el rango de las frecuencias audibles para el oído humano. Su finalidad es separar los distintos rangos de frecuencias considerando la siguiente distribución:

Infrasonidos < 20 Hz (Inaudible)

Frecuencias graves 20 Hz a 250 Hz

Frecuencias medias 250 a 2.000 Hz

Frecuencias agudas 2.000 a 20.000 Hz

Ultrasonidos > 20.000 Hz (Inaudible)

Considerar que el rango de frecuencias total debe comprender a todas las bandas completas. Los anchos de banda deben coincidir en los puntos de media potencia y la atenuación debe ser suficiente para que no haya solapamientos. La última banda debe ser calculada considerando que la pendiente de atenuación quede comprendida dentro del rango total de frecuencias. A partir de este valor se calculará la frecuencia máxima y la frecuencia de muestreo, con la cual se diseñará un único prototipo para todas las bandas.

Para cada banda, el filtro digital a diseñar deberá tener una transferencia unitaria a la frecuencia máxima, y dicha frecuencia deberá ser la especificada para cada rango. Las bandas deben estar limitadas por las frecuencias de media potencia (0.707 del valor de máxima transferencia, o -3 dB). Cada banda debe ser simétrica respecto de la frecuencia central. Especificar el orden del filtro necesario para obtener 20dB de atenuación.

Para cumplir con las especificaciones dadas se va a diseñar un filtro pasabajos tipo Butterworth y utilizando como técnica de diseño el Método Directo. La consigna a seguir será:

1. Desarrollar analíticamente el procedimiento de diseño del filtro prototipo, graficar su respuesta en frecuencia. Obtener los coeficientes del filtro para la banda de frecuencias medias. Graficar la respuesta en frecuencia.
2. Encontrar la respuesta temporal del filtro BP. Graficar la respuesta al impulso.
3. Aplicar la FFT (usando la respuesta al impulso), para un número de muestras $N=16, 32$, y 64 .

Graficar, comparar los resultados y comentar. Comparar con la respuesta en frecuencia.

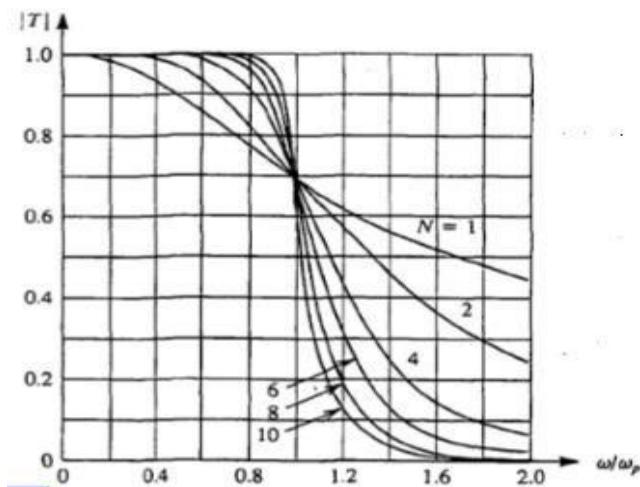
4. Proponer una estructura de realización (canónica) e indicar el tipo.
5. Usando el entorno fdatool de Matlab, obtener los filtros correspondientes a cada banda. Para cada filtro: Graficar la respuesta en frecuencia (amplitud y fase), respuesta al impulso, diagrama de polos y ceros, los coeficientes y realización.
6. Superponer en un mismo gráfico las respuestas de amplitud de los tres filtros. Escribir conclusiones, observaciones y sugerencias sobre los resultados obtenidos.

7. Verificación del diseño: Implementar una simulación computacional en Matlab/Simulink visualizando la salida del sistema, utilizando una señal de excitación sinusoidal en el rango de frecuencias permitidas por el diseño.

CONCEPTOS TEÓRICOS

El **filtro de Butterworth** es uno de los filtros electrónicos más básicos, diseñado para producir la respuesta más plana que sea posible hasta la frecuencia de corte. En otras palabras, la salida se mantiene constante casi hasta la frecuencia de corte, luego disminuye a razón de $20n$ dB por década, donde n es el número de polos del filtro.

El filtro de Butterworth más típico es el filtro pasa bajo de primer orden, el cual puede ser modificado a un filtro pasa alto o añadir en serie otros formando un filtro pasa banda o elimina banda y filtros de mayores órdenes.



En la figura puede observarse que a medida que aumenta el orden n del filtro, también aumenta la pendiente en la banda de transición, con lo cual la respuesta de amplitud se aproxima a la forma rectangular de la respuesta ideal.

METODO DIRECTO

El **método directo** consiste en realizar nuestro filtro digital a partir de otro, también digital, llamado prototipo, mediante transformaciones espectrales. El filtro prototipo es precisamente un filtro pasabajos Butterworth.

Diseño de la Función Magnitud Cuadratzada:

La respuesta de magnitud cuadratzada del filtro es fácilmente evaluada como:

$$\left| H(e^{j\omega}) \right|^2 = \left| H(z) H(z^{-1}) \right|_{z=e^{j\omega}}$$

El método consiste en encontrar una función transferencia $H(z)$ a partir de una característica de magnitud dada. Entonces la función $H(z)$ se obtiene con aquellos polos que se ubican dentro de la región estable del plano z .

DESARROLLO DEL PROYECTO.**1 - Diseño del filtro prototipo:**Obtención de frecuencias digitales a partir de las analógicas:

Para ello comenzamos con los datos correspondientes a la primera banda (frecuencias graves):

$$f_{cd} = 250 \text{ [Hz]} \text{ (Frecuencia de corte)}$$

$$f_{ad} = 350 \text{ [Hz]} \text{ (Frecuencia de atenuación a 20dB)}$$

$$f_{max} = 22.500 \text{ [Hz]} \text{ (Frecuencia máxima)}$$

$$f_s > 2f_{m\acute{a}x} = 45.000 \text{ [Hz]} \text{ (Frecuencia de muestreo)}$$

$$T = 22,22 \text{ [\mu seg]}$$

Por teorema de Nyquist, es $T = \frac{1}{f_s}$

- 1) Como primer paso debemos convertir las frecuencias del filtro digital a diseñar, a frecuencias del filtro analógico. Para ello se aplica la conversión dada por la transformación bilineal que se expresa a continuación:

$$\frac{\omega_A \cdot T}{2} = \tan \frac{\omega_D \cdot T}{2} \rightarrow \omega_A = \frac{2}{T} \tan \frac{\omega_D \cdot T}{2}, \quad T = \frac{1}{f_s}, \quad \omega = 2\pi f$$

$$\omega_{cA} = 2 f_s \tan \frac{2\pi f_{cd}}{2 f_s} \quad T = \frac{1}{f_s},$$

$$\omega_{cA} = 1.570,9558 \text{ rad/seg}$$

Así obtenemos:

$$\omega_{cA} = 1.570,9558 \left[\frac{\text{rad}}{\text{seg}} \right] \text{ (Frecuencia de corte analogica)}$$

$$\omega_{aA} = 2.199,55 \left[\frac{\text{rad}}{\text{seg}} \right] \text{ (Frecuencia de atenuación analogica)}$$

2) Diseño del filtro pasabajos

Para el diseño de los filtros pasa banda, primero debemos encontrar el filtro prototipo pasa bajos.

Debemos determinar el orden del mismo (n), lo que nos indica la pendiente en la zona de transición.

Mientras más elevado sea n, más empinada es su pendiente, pero más complejos serán los cálculos. La misma depende de las especificaciones impuestas por el problema.

Usamos los datos correspondientes a la primera banda:

$$At|_{dB} = 10 \cdot \log \left[1 + \left(\frac{\omega_{aA}}{\omega_{cA}} \right)^{2n} \right]$$

Podemos despejar n :

$$n = \frac{1}{2} \frac{\log(10^{At/10} - 1)}{\log \left(\frac{\omega_{aA}}{\omega_{cA}} \right)}$$

Entonces, reemplazando valores:

$$n = \frac{1}{2} \frac{\log(10^{20/10} - 1)}{\log \left(\frac{2199,55}{1.570,9558} \right)} = 6,8264$$

Como “ n ” debe ser un número entero, lo aproximamos a $n = 7$. Verificamos:

$$At|_{dB} = 10 \cdot \log \left[1 + \left(\frac{2199,55}{1570,9558} \right)^{14} \right] dB = 20,5$$

Con orden $n=7$ se cumple con el requisito de atenuación para el filtro prototipo pasa-bajos tipo Butterworth.

Obtención de los coeficientes del Filtro Prototipo LP.

El filtro pasa bajos Butterworth se especifica eligiendo la función magnitud al cuadrado adecuada y la ecuación tiene la forma:

$$|F(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^{2n}} \quad (\text{Función magnitud al cuadrado})$$

Este procedimiento para filtro analógico también puede ser válido para filtro digitales.

Habiendo establecido que la función sistema del filtro digital $H(z)$ es una función racional en z^{-1} , se sigue que $H(z)$ para z sobre el círculo unitario es una función de $e^{j\omega}$. Entonces, la magnitud al cuadrado $|H(e^{j\omega})|^2$ puede expresarse siempre como la razón de dos funciones trigonométricas de ωT . Un ejemplo de la función magnitud al cuadrado adecuado para filtrado pasabajos es:

$$|H(e^{j\omega})|^2 = \frac{1}{1 + \frac{tg^{2n}(\frac{\omega T}{2})}{tg^{2n}(\frac{\omega_c T}{2})}}$$

Haciendo $z = e^{j\omega}$, la expresión anterior puede escribirse como:

$$|H(z)|^2 = \frac{tg^{2n}(\omega_c T / 2)}{tg^{2n}(\omega_c T / 2) + (-1)^n [(z-1)/(z+1)]^{2n}}$$

Vemos que esta es una función racional en z , la cual tiene un cero de orden $2n$ en $z=-1$.

Deducción de las coordenadas de los polos correspondientes al plano z :

Los polos se encuentran sustituyendo $p = \frac{(z-1)}{(z+1)}$ en la anterior, para lo cual podemos proponer que $2n$ polos de $|H(p)|^{2n}$ están uniformemente espaciados de un círculo de radio $\frac{tg(\omega_c T / 2)}{2}$ en el plano

p . Los polos en z son encontrados rápidamente por la transformación inversa de la ecuación anterior, esto es

$$z = \frac{(1+p)}{(1-p)}$$

Haciendo $p = x + jy$ y $z = u + jv$, encontramos de la ecuación anterior la relación entre las componentes:

$$u(x, y) = \frac{1 - x^2 - y^2}{(1 - x)^2 + y^2} \quad v(x, y) = \frac{2y}{(1 - x)^2 + y^2}$$

El círculo que contiene los polos en el plano p satisface la ecuación:

$$x^2 + y^2 = tg^2\left(\frac{\omega_c T}{2}\right)$$

Expuesto esto podemos demostrar que el círculo mapea dentro de un círculo en el plano z , centrado en (u_c, v_c) con radio ρ :

$$u_c = \frac{1 + tg^2\left(\frac{\omega_c T}{2}\right)}{1 - tg^2\left(\frac{\omega_c T}{2}\right)} = \sec(\omega_c T), \quad v_c = 0$$

$$\rho = \frac{2tg(\frac{\omega_c T}{2})}{1 - tg^2(\frac{\omega_c T}{2})} = tg(\omega_c T)$$

Obtención de los polos:

Para valores **impares** de n , los $2n$ polos en el plano P tienen coordenadas x e y :

$$x_m = tg \frac{\omega_c T}{2} \cos \frac{m\pi}{n} ; \quad y_m = tg \frac{\omega_c T}{2} \sen \frac{m\pi}{n} ; \quad m = 0, 1, 2, \dots, 2n - 1$$

Para valores **pares** de n , las coordenadas son:

$$x_m = tg \frac{\omega_c T}{2} \cos \frac{2m+1}{2n} \pi ; \quad y_m = tg \frac{\omega_c T}{2} \sen \frac{2m+1}{2n} \pi ; \quad m = 0, 1, 2, \dots, 2n - 1$$

De las ecuaciones anteriores, los polos correspondientes al plano z se calculan como:

$$u_m = \frac{1 - \tan^2(\omega_c T / 2)}{1 - 2 \tan(\omega_c T / 2) \cos(m\pi / n) + \tan^2(\omega_c T / 2)}$$

$$v_m = \frac{2 \tan(\omega_c T / 2) \sin(m\pi / n)}{1 - 2 \tan(\omega_c T / 2) \cos(m\pi / n) + \tan^2(\omega_c T / 2)}$$

Con $m = 0, 1, 2, \dots, 2n - 1$

Reemplazando $m\pi/n$ por $(2m+1)\pi/2n$ se producen fórmulas equivalentes para n par:

$$u_m = \frac{1 - \tan^2(\omega_c T / 2)}{1 - 2 \tan(\omega_c T / 2) \cos((2m+1)\pi / 2n) + \tan^2(\omega_c T / 2)}$$

$$v_m = \frac{2 \tan(\omega_c T / 2) \sin((2m+1)\pi / 2n)}{1 - 2 \tan(\omega_c T / 2) \cos((2m+1)\pi / 2n) + \tan^2(\omega_c T / 2)}$$

Con $m = 0, 1, 2, \dots, 2n - 1$

Ahora debemos encontrar nuestros polos $z_{pm} = u_m + jv_m$ con **n par ($n=2$)**.

Por simplicidad calcularemos un filtro de orden $n=2$ como demostración del método. A partir del prototipo se obtendrá el filtro BP de orden igual al doble del LP, o sea $n=4$ ya que n se duplica en la transformación cuadrática.

Luego para diseñar el banco de filtros, se utilizará el entorno fdatool de Matlab para diseñar cada filtro BP a partir del prototipo de orden $n=7$, con lo cual el orden del BP será $n=14$ debido a la transformación cuadrática.

$$\rho_m = \sqrt{u_m^2 + v_m^2}$$

$$\varphi = tg^{-1}(v_m/u_m)$$

Con $m = 0, 1, 2, 3$

Para el diseño demostrativo tomamos datos de la primera banda para visualizar mejor la gráfica de pasabajo, vamos a tomar $f_{corte}=150$ hz y $f_{max}=400$ hz entonces nuestra frecuencia de muestreo $f_s=800$ hz y un $T=1,25$ mseg.

Reemplazando las ecuaciones con los valores que consideramos, obtenemos los siguientes resultados:

Polo 0:

$$u = 1,103729433 \quad v = 1,884183999 \quad \rho = 2,183659315 \geq 1$$

Polo 1:

$$u = 0,231469012 \quad v = 0,395142321 \quad \rho = 0,457946894 \leq 1$$

Polo 2:

$$u = 0,231469012 \quad v = -0,395142321 \quad \rho = 0,457946894 \leq 1$$

Polo 3:

$$u = 1,103729433 \quad v = 1,884183999 \quad \rho = 2,183659315 \geq 1$$

Para construir la función transferencia $H(z)$, tomamos los polos con radio $\rho_m < 1$ que son los que se encuentran en la región estable del plano z . Los 2 polos que cumplen esta condición son:

$$z_{p0} = 0,231469012 + j0,395142321$$

$$z_{p1} = 0,231469012 - j0,395142321$$

Escribimos nuestra $H(z)$, recordando que en el numerador tenemos n ceros en $z = -1$

$$H(z) = \frac{(z + 1)^2}{(z - z_{p0}) \cdot (z - z_{p1})}$$

Quedando finalmente la siguiente expresión:

$$H(z) = \frac{a_2 + a_1 z + a_0 z^2}{b_2 + b_1 z + b_0 z^2}$$

Ahora obtendremos $H(z^{-1})$, multiplicando y dividiendo por z^{-2} :

$$H(z^{-1}) = \frac{a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}$$

Esta función es del filtro digital prototipo pasa bajos Butterworth de orden $n = 2$. Cuyos coeficientes del numerador son:

Numerador:

$$N(z^{-1}) = (z + 1)^2 = z^2 + 2z + 1$$

$$a_0 = 1 \quad a_1 = 2$$

$$a_2 = 1$$

Denominador:

$$D(z^{-1}) = (z - z_{p0}) \cdot (z - z_{p1})$$

Sacando los módulos a z_1 y z_2

$$z_{p0} = 0,231469012 + j0,395142321$$

$$z_{p1} = 0,231469012 - j0,395142321$$

$$D(z^{-1}) = (z - z_{p0}) \cdot (z - z_{p1})$$

$$= 1 - 0,462938024z^{-1} + 0,209715356z^{-2}$$

Y del denominador son:

$$b_0 = 1 \quad b_1 = -0,462938024$$

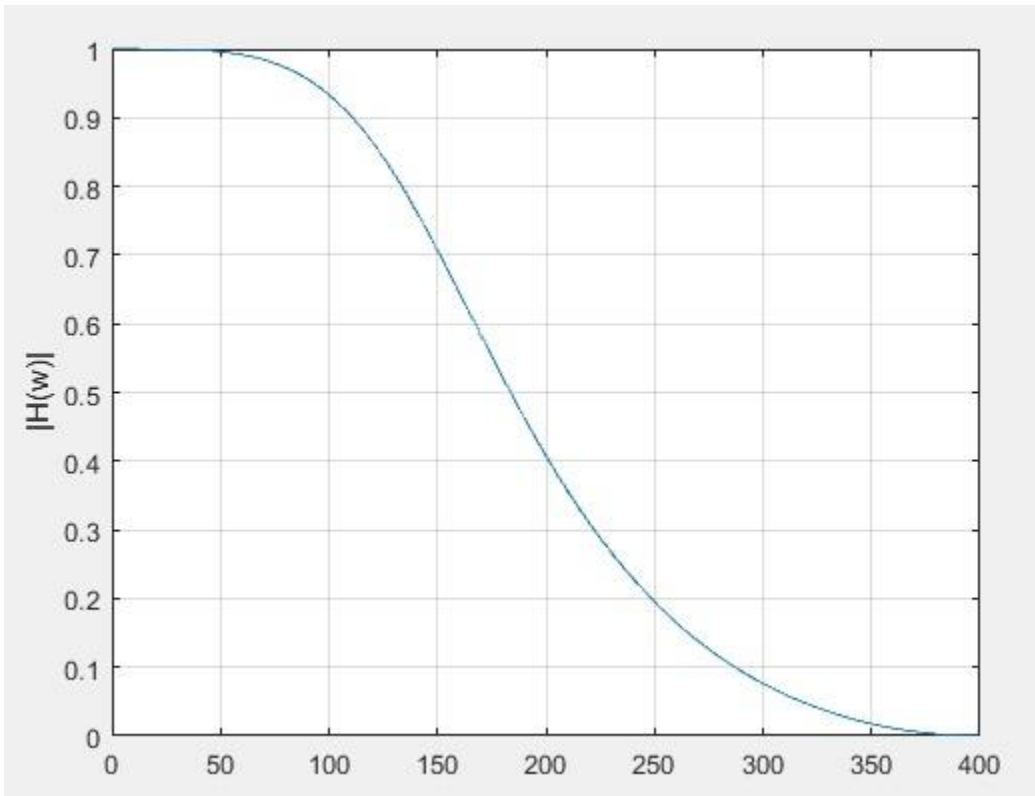
$$b_2 = 0,209715356$$

$$H(z^{-1}) = \frac{1 + 2z^{-1} + 1z^{-2}}{1 - 0,462938024z^{-1} + 0,209715356z^{-2}}$$

Colocando estos valores en el Matlab y usando el comando $[h,w] = \text{freqz}(N,D)$ obtenemos la siguiente gráfica de nuestro filtro prototipo:

$$N = [1, 2, 1]$$

$$D = [1, -0,462938024, 0,209715356]$$



2) Diseño pasa banda:

Una vez obtenida la función transferencia del filtro prototipo digital pasabajos debemos hacer una transformación espectral para lograr así el filtro pasabanda que queríamos para la *primera banda*.

Esta transformación se hace sustituyendo z^{-1} de $G(z^{-1})$ por una función unitaria de ecuación:

$$z^{-1} \rightarrow g(z^{-1}) = -\frac{\frac{K-1}{K+1} - 2\alpha \frac{K}{K+1} z^{-1} + z^{-2}}{1 - 2\alpha \frac{K}{K+1} z^{-1} + \frac{K-1}{K+1} z^{-2}}$$

En donde:

$$\alpha = \cos(\omega_0 T) = \frac{\cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}\right) T}{\cos\left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2}\right) T} \quad y$$

$$K = \cot\left[\left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2}\right) T\right] \cdot \tan\left(\frac{\beta T}{2}\right)$$

Donde :

$\beta = 2\pi.150[Hz]$: es la frecuencia de corte del filtro pasabanda prototipo.

$\omega_0 = 2\pi.200[Hz]$: es la frecuencia central del pasabanda.

$\omega_1 = 2\pi.150[Hz]$: es la frecuencia de corte inferior del pasabanda.

$\omega_2 = 2\pi.250[Hz]$: es la frecuencia de corte superior del pasabanda.

$T = 1/f_s = 1/800[Hz]$: es el periodo de muestreo.

$$\alpha = \cos\left(\frac{2\pi.200}{800}\right) = 0$$

$$K = \cot\left[\left(\frac{2\pi.250 - 2\pi.150}{2}\right) \cdot \frac{1}{800}\right] \cdot \tan\left(\frac{2\pi.150}{2.800}\right) = 1,611312593$$

$$z^{-1} \rightarrow g(z^{-1}) = -\frac{0,234101652 + z^{-2}}{1 + 0,234101652z^{-2}}$$

Esta función unitaria se reemplaza en todo z^{-1} de $H(z^{-1})$ del filtro prototipo.

$$H(z^{-1}) = \frac{1 + 2z^{-1} + 1z^{-2}}{1 - 0,462938024z^{-1} + 0,209715356z^{-2}} \text{(prototipo)}$$

Luego:

$$H(z^{-1}) = \frac{0,586600279 + 0z^{-1} - 1,173200558z^{-2} + 0z^{-3} + 0,586600279z^{-4}}{1,119830608 + 0z^{-1} + 1,054701412z^{-2} + 0z^{-3} + 0,372893495z^{-4}}$$

$$N(z^{-1}) = 0,586600279 + 0z^{-1} - 1,173200558z^{-2} + 0z^{-3} + 0,586600279z^{-4}$$

$$D(z^{-1}) = 1,119830608 + 0z^{-1} + 1,054701412z^{-2} + 0z^{-3} + 0,372893495z^{-4}$$

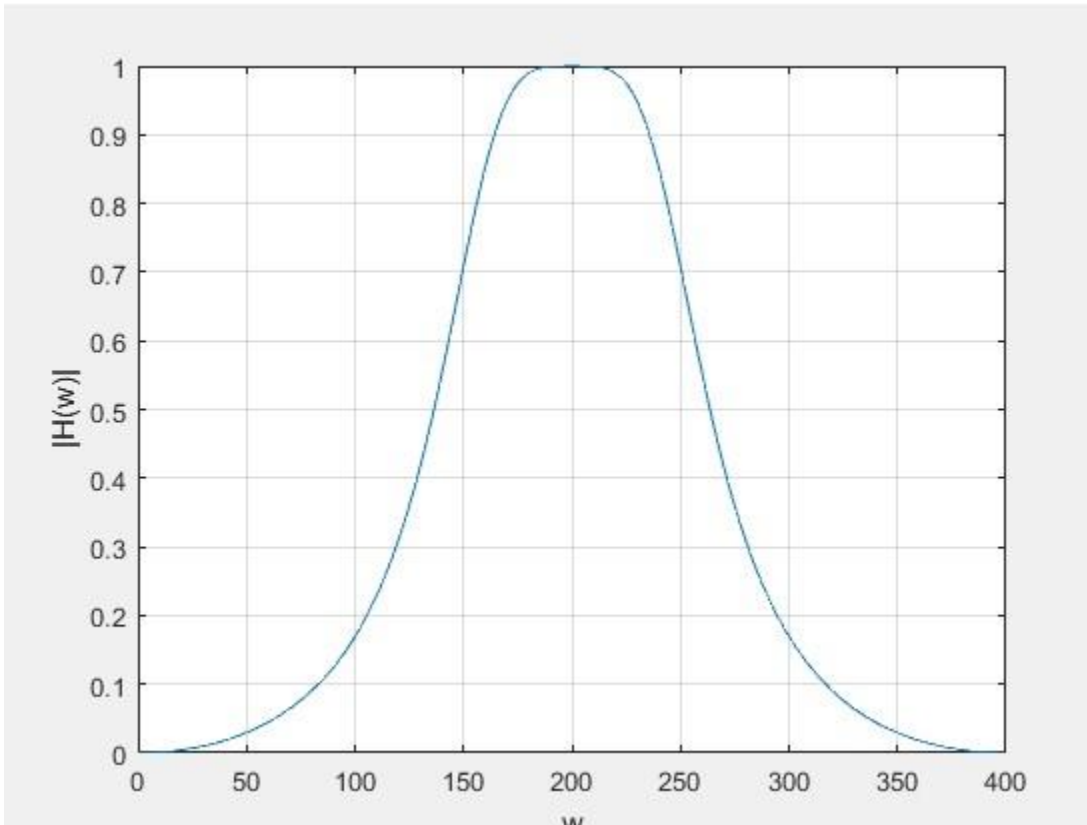
$$H(z^{-1}) = \frac{1 + 2 \cdot \left(\frac{0,234101652 + z^{-2}}{1 + 0,234101652z^{-2}}\right) + \left(\frac{0,234101652 + z^{-2}}{1 + 0,234101652z^{-2}}\right)^2}{1 - 0,462938024 \cdot \left(\frac{0,234101652 + z^{-2}}{1 + 0,234101652z^{-2}}\right) + 0,209715356 \cdot \left(\frac{0,234101652 + z^{-2}}{1 + 0,234101652z^{-2}}\right)^2}$$

Realizando el reemplazo en el filtro prototipo se obtiene la función $H(z^{-1})$ del filtro digital pasa banda de la primera banda y va a tener la siguiente forma:

$$H(z^{-1}) = \frac{A_0 + A_1 z^{-1} + A_2 z^{-2} + A_3 z^{-3} + A_4 z^{-4}}{1 + B_1 z^{-1} + B_2 z^{-2} + B_3 z^{-3} + B_4 z^{-4}}$$

Este filtro pasa banda tiene orden 4. Todos estos procedimientos para encontrar la función del filtro pasa banda para la *primera banda*, se deben realizar para las bandas restantes.

Para graficar la Respuesta en Frecuencia en Matlab, se introducen los vectores N (coeficientes del numerador) y D (coeficientes del denominador) de la función transferencia, y usando el comando `[h,w]=freqz(N,D)` obtenemos la siguiente gráfica de Respuesta de Amplitud del filtro pasabanda.



```
N=[0.586600279 0 -1.173200558 0 0.586600279];
```

```
D=[1.119830608 0 1.054701412 0 0.372893495];
```

```
[h,w]=freqz(N,D);
```

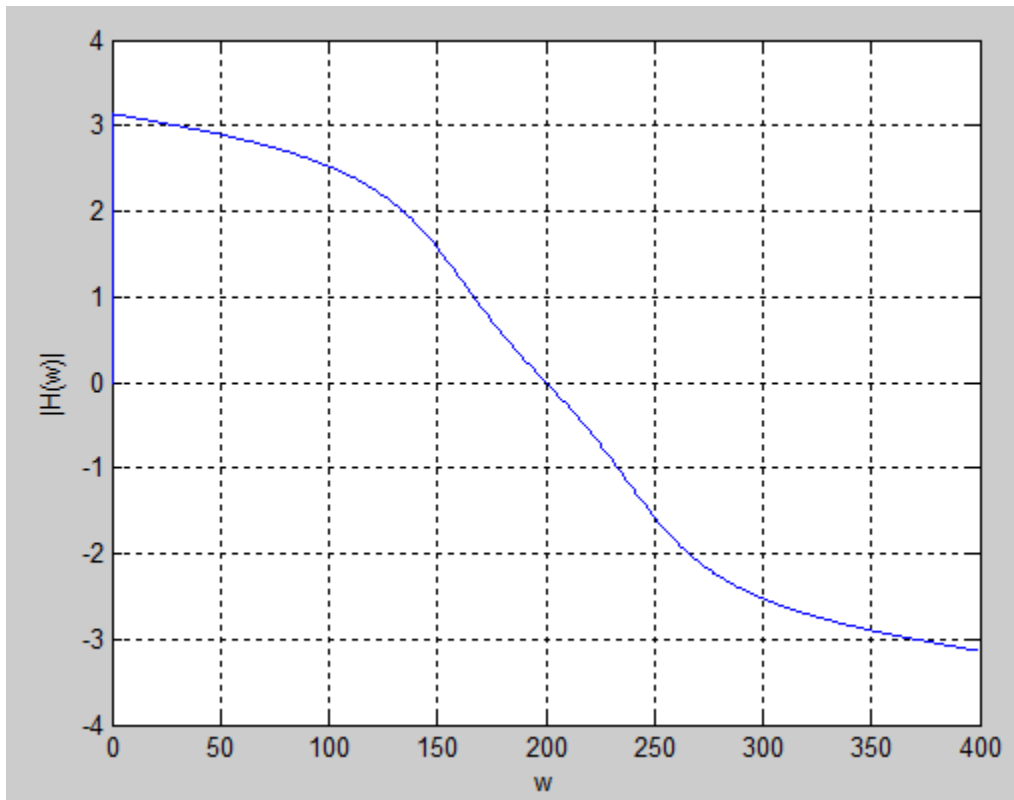
```
plot(w*400/pi,abs(h)/max(abs(h)));
```

```
xlabel('w');
```

```
ylabel('|H(w)|');
```

```
grid on
```

Además, utilizando el comando `plot(w*400/pi, phase(h));` obtenemos gráfica que representa la respuesta de fase:



Respuesta al impulso:

La respuesta al impulso se obtiene aplicando la definición de Función de Transferencia:

$$\frac{Y(z^{-1})}{X(z^{-1})} = \frac{a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + a_3 z^{-3} + a_4 z^{-4}}{1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + b_3 z^{-3} + b_4 z^{-4}}$$

$$\begin{aligned} Y(z^{-1}) \cdot (1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + b_3 z^{-3} + b_4 z^{-4}) \\ = (a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + a_3 z^{-3} + a_4 z^{-4}) \cdot X(z^{-1}) \end{aligned}$$

$$a_1 x(k-1) + a_2 x(k-2) + a_3 x(k-3) + a_4 x(k-4) - [b_1 y(k-1) + b_2 y(k-2) + b_3 y(k-3) + b_4 y(k-4)]$$

Resolviendo algebraicamente, aplicando transformada Z y reemplazando $x(k)$ por $\delta(k)$ (la entrada requerida), nos queda la respuesta de la siguiente forma:

$$y(k) = a_0\delta(k) + a_1\delta(k-1) + a_2\delta(k-2) + a_3\delta(k-3) + a_4\delta(k-4) - [b_1y(k-1) + b_2y(k-2) + b_3y(k-3) + b_4y(k-4)]$$

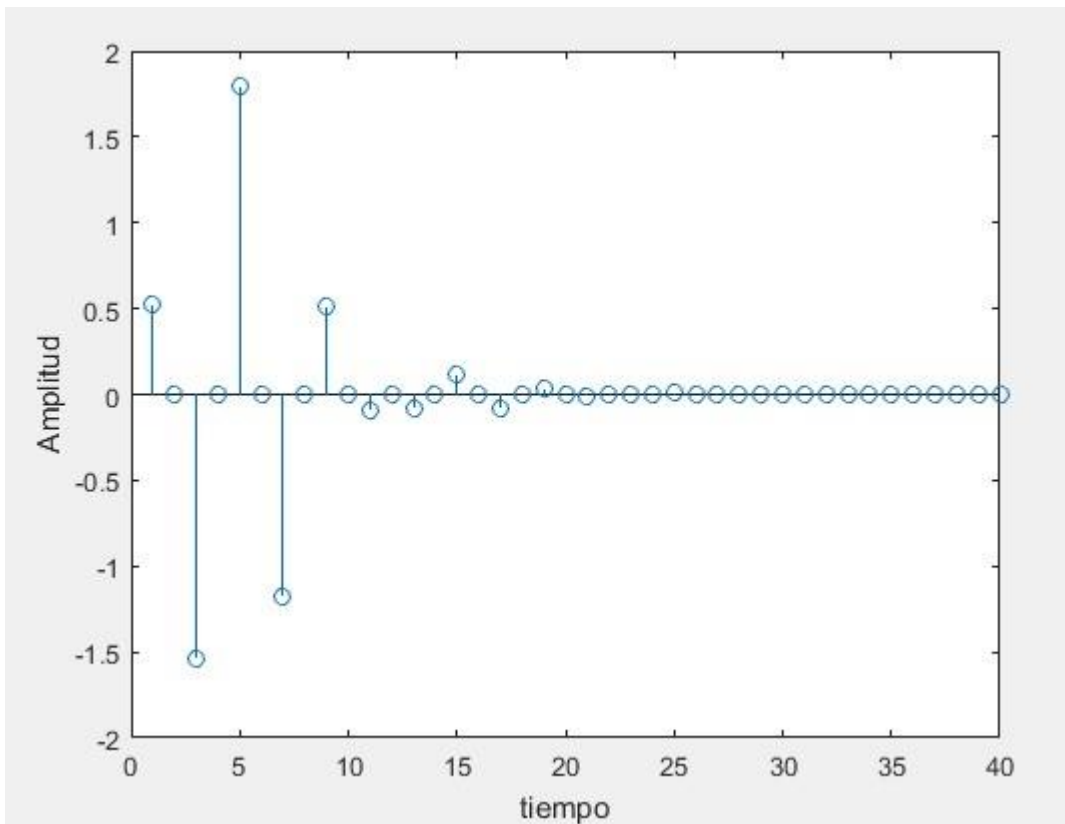
Donde:

$$a_0 = 0.586600279 \quad a_1 = 0 \quad a_2 = -1.173200558 \quad a_3 = 0$$

$$a_4 = 0.586600279$$

$$b_0 = 1.119830608 \quad b_1 = 0 \quad b_2 = 1.054701412 \quad b_3 = 0 \quad b_4 = 0.372893495$$

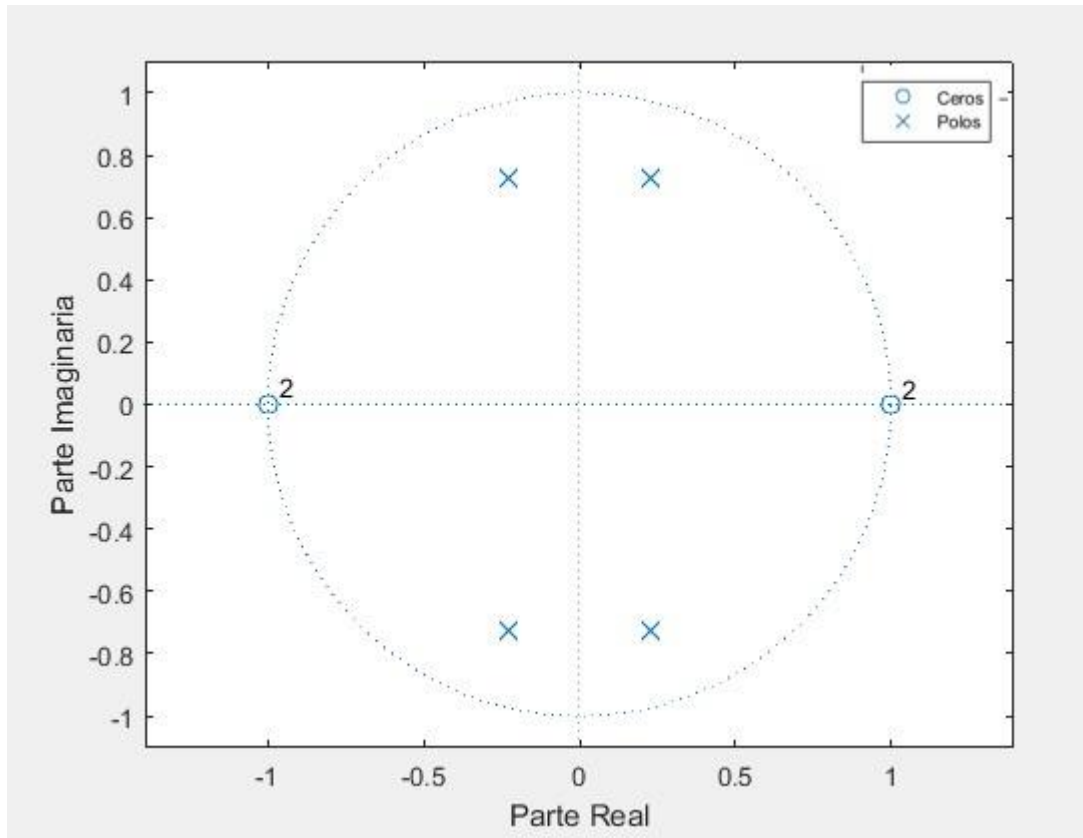
Luego mediante el comando *impz(Num,Den)* obtendremos la respuesta al impulso del filtro diseñado.



Polos y Ceros:

K: Es la ganancia que se define como la constante que agrupa los valores numéricos resultantes de normalizar la ecuación.

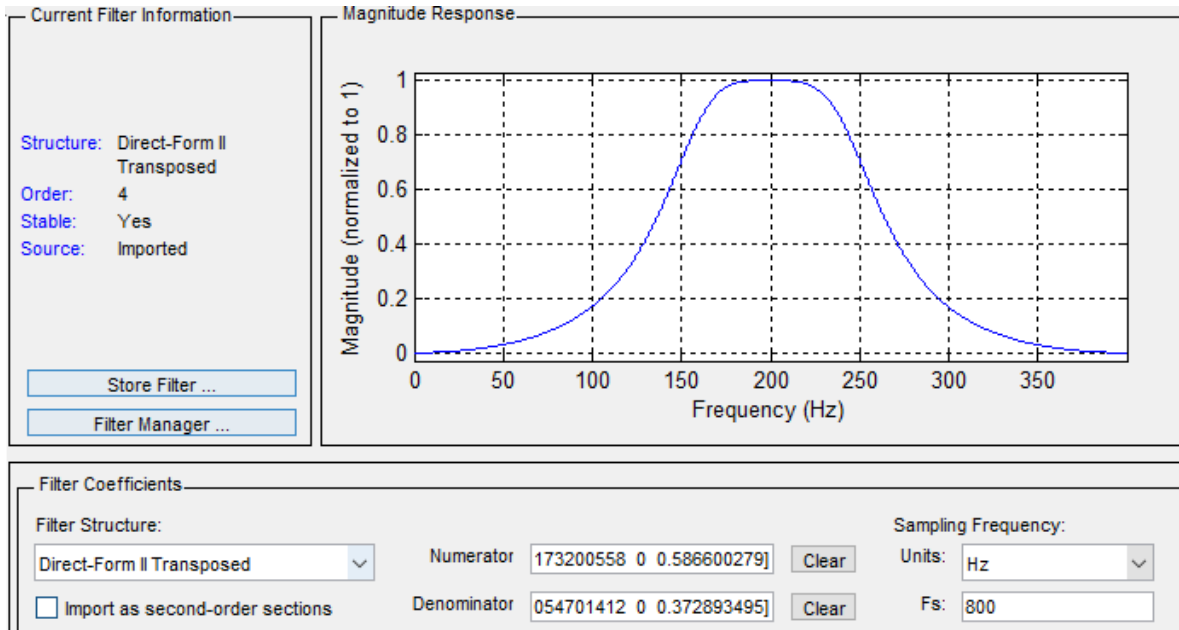
Mediante el comando `zplane(Num, Dem)` de MATLAB obtenemos la gráfica que muestra los polos y ceros del filtro diseñado. Cabe aclarar que los polos y ceros se grafican en el plano Z.



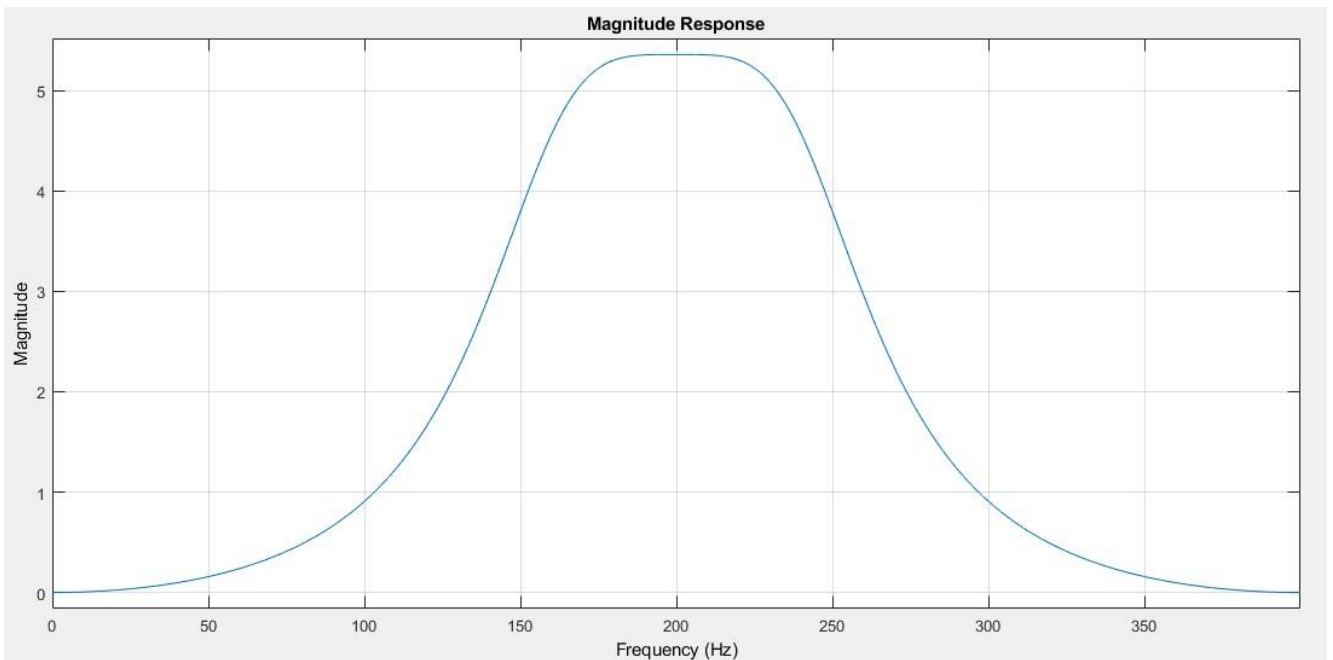
En esta gráfica observamos que todos los polos se encuentran dentro del círculo trigonométrico lo que significa que el filtro es estable.

VERIFICACIÓN CON FDATOOL

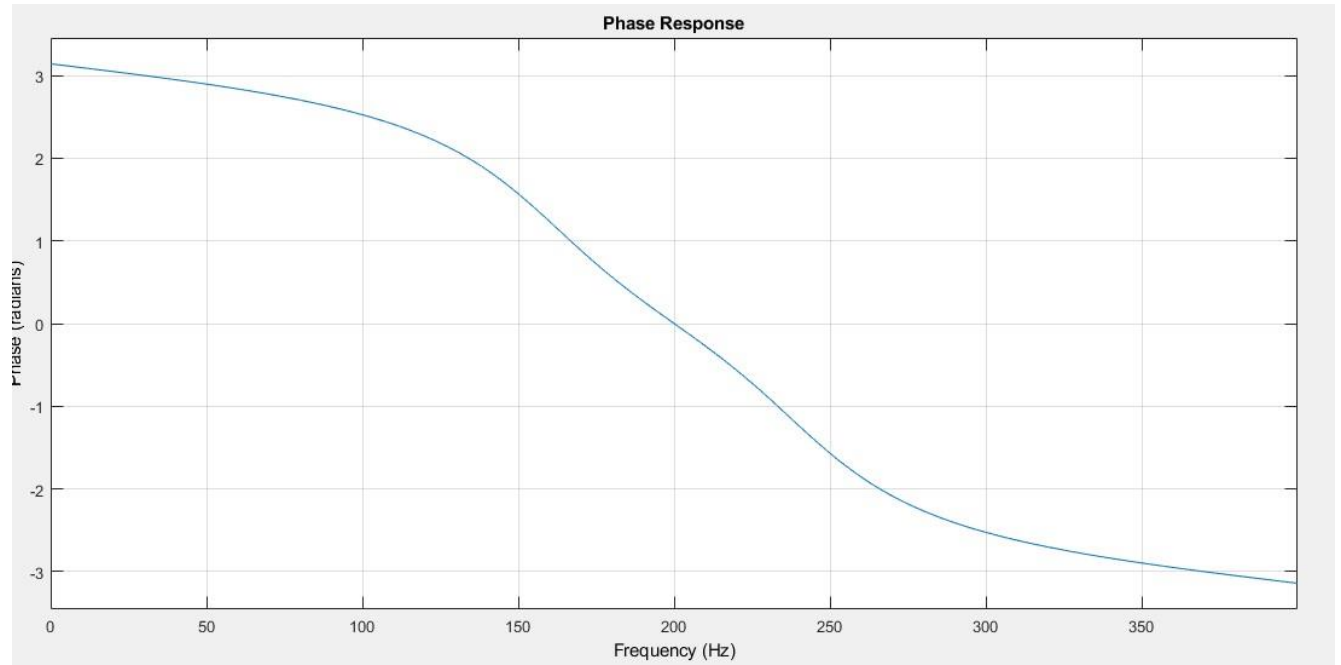
Introduciendo los numeradores y denominadores en la herramienta FDATOOL del MATLAB, obtenemos los siguientes resultados:



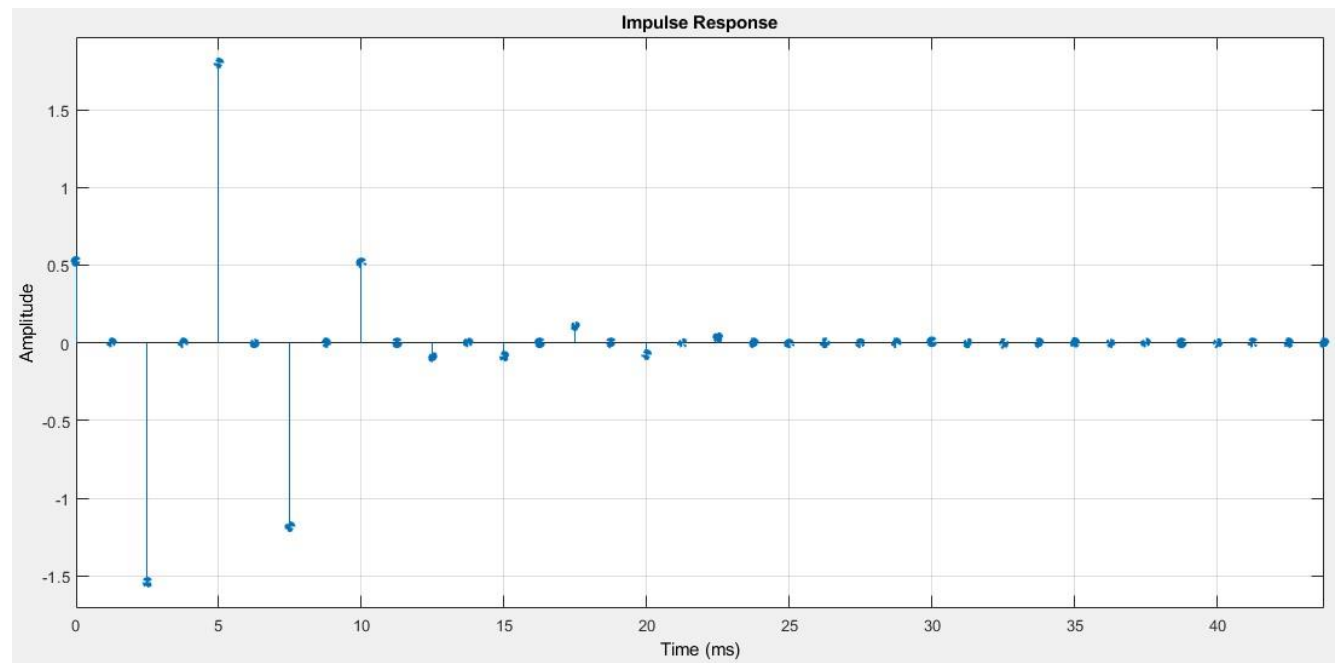
Respuesta en amplitud:



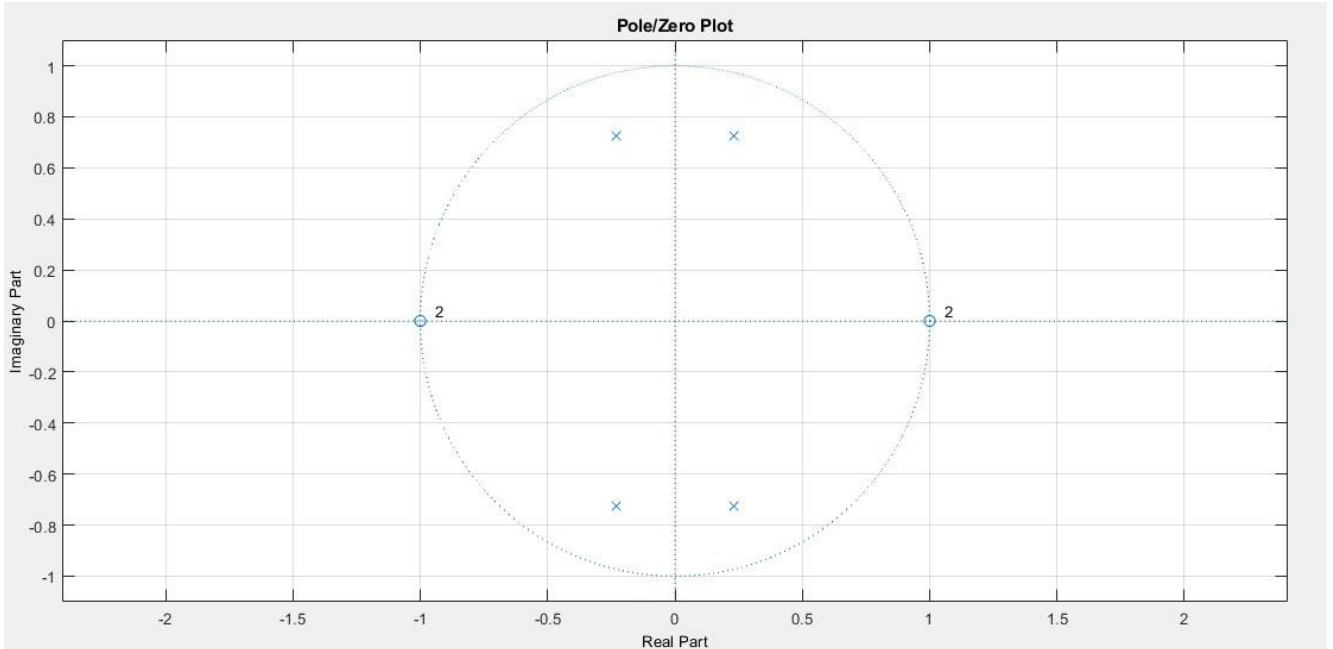
Respuesta en fase:



Respuesta al impulso:



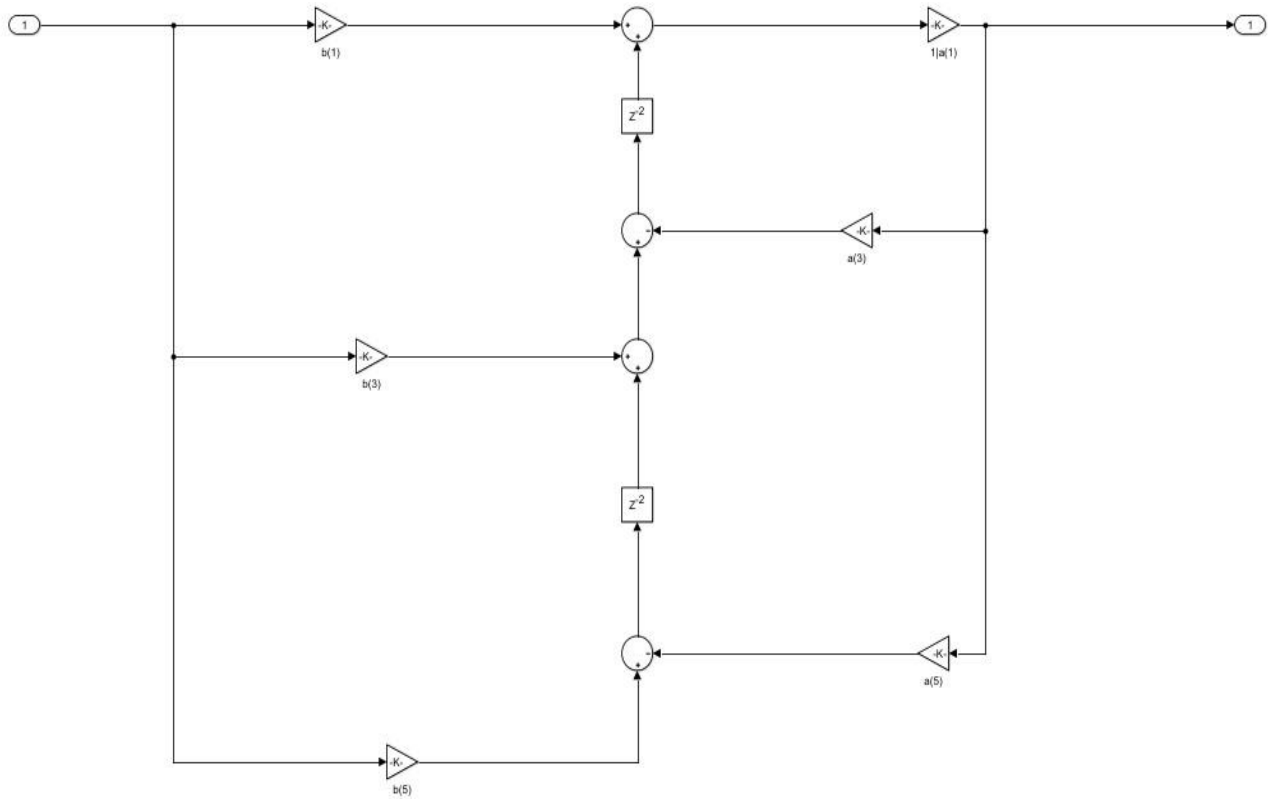
Ceros y polos:



Coefficientes introducidos:

```
Numerator:
0.5866002790000000002227466211479622870684
0
-1.1732005580000000004454932422959245741367
0
0.5866002790000000002227466211479622870684
Denominator:
1.1198306080000000005120000423630699515343
0
1.0547014120000000004809407982975244522095
0
0.372893495000000001924604475789237767458
```

Siendo el circuito:



FFT:

La finalidad de obtener la Transformada Rápida de Fourier (FFT) es poder visualizar de acuerdo con un número finito de muestras (N) la distribución de una señal respecto a cantidad de veces que la misma toma distintos valores de amplitud. Para obtenerla escribimos un código en el cual como primer paso se requiere cargar en un vector N y D, el numerador y denominador respectivamente. Luego lo que resta es especificar la cantidad de muestras a utilizar y la frecuencia de muestreo correspondiente.

La fórmula con la cual MATLAB calcula la transformada rápida de Fourier es:

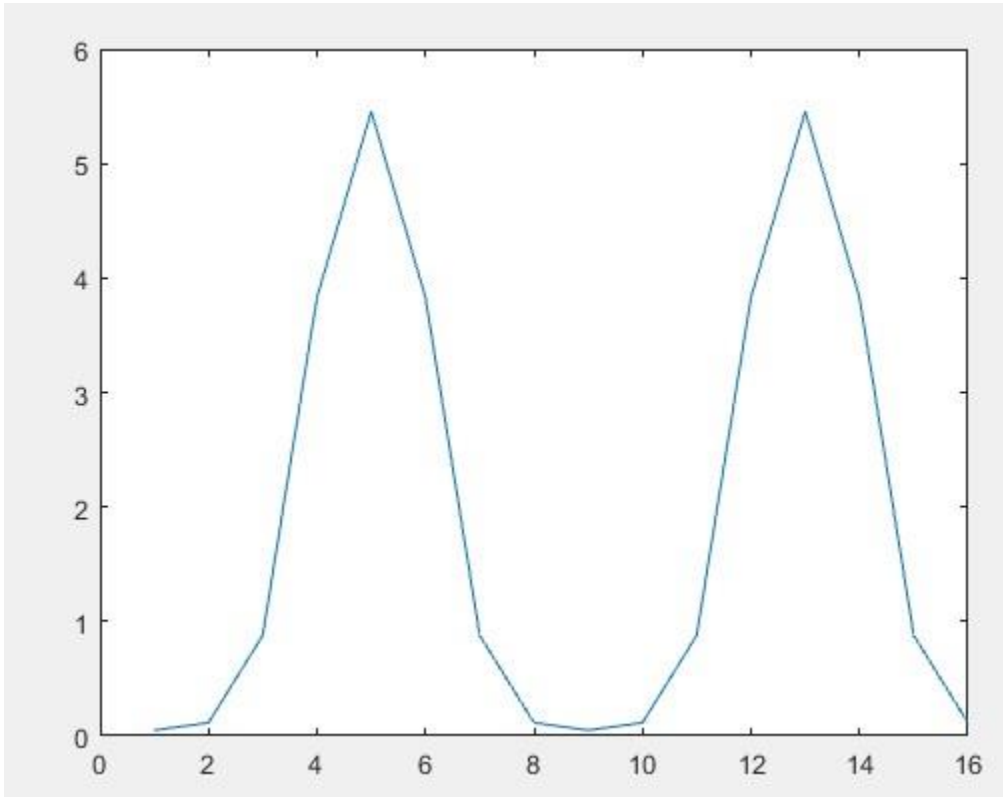
$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j2\pi k \frac{n}{N}}, \quad k = 0, \dots, N-1.$$

en la cual $X(k)$ es un conjunto de números complejos. La evaluación directa de esa fórmula requiere N^2 operaciones aritméticas, pero con un algoritmo FFT se puede obtener el mismo resultado con solo $N \log N$ operaciones.

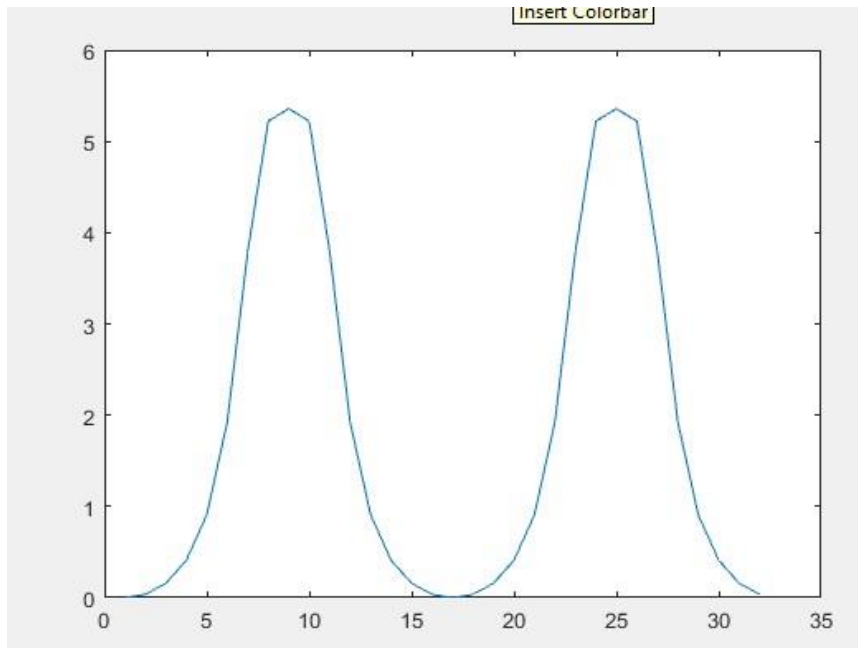
Script:

```
N=[0.586600279 0 -1.173200558 0 0.586600279];  
D=[1.119830608 0 1.054701412 0 0.372893495];  
X=[1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]; y=filter(N,D,X);  
[h]=fft(y); plot(abs(h));
```

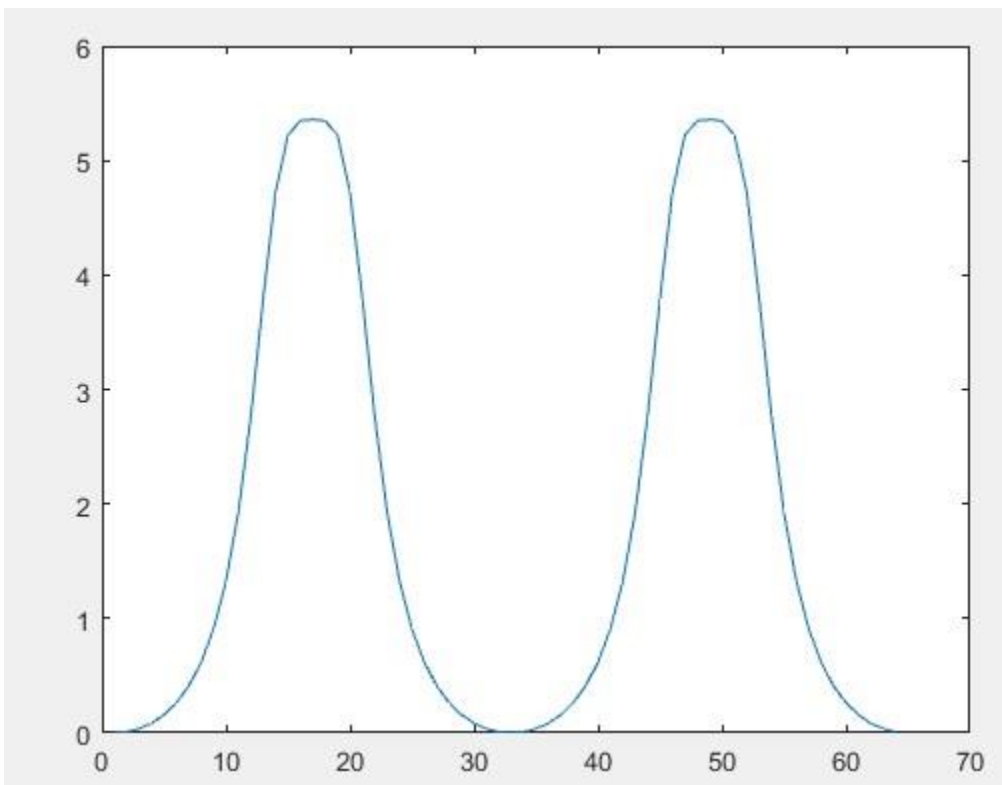
Para N=16



Para N=32



Para $N=64$



Podemos concluir que a medida que incrementamos el número de muestra, la gráfica se va tornando más curva y precisa.

Diseño asistido usando FDATool

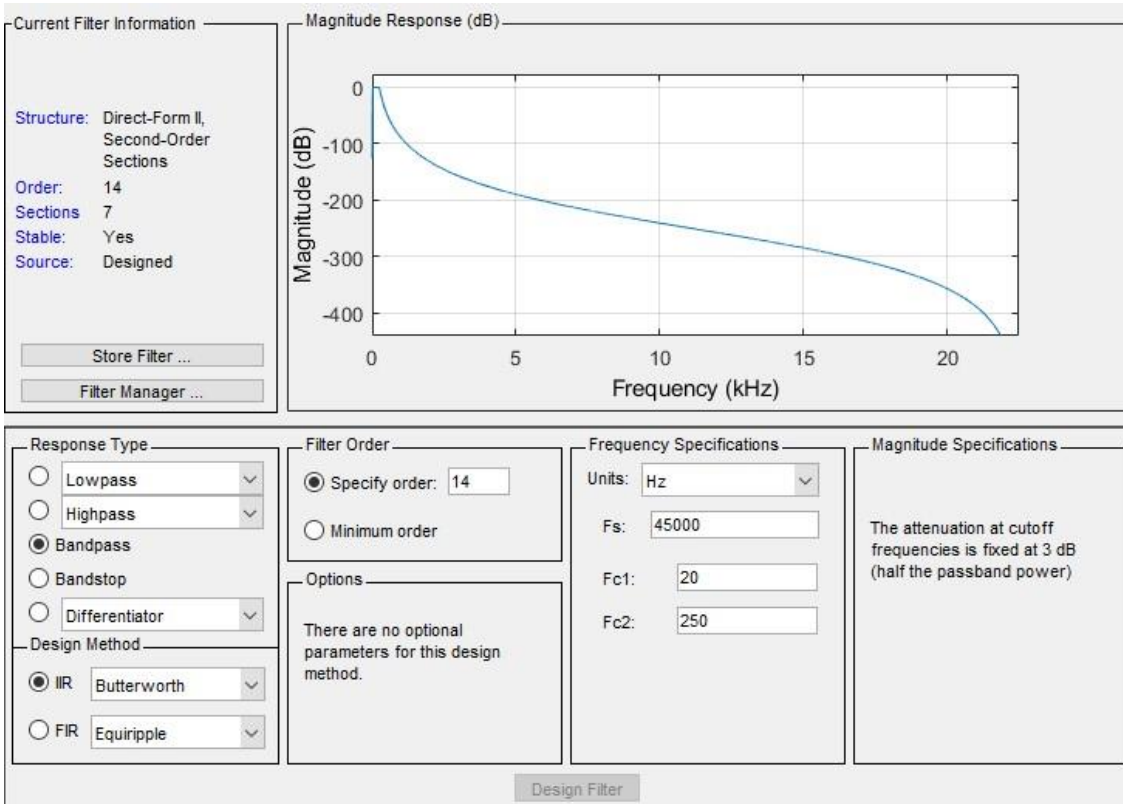
El siguiente paso es trabajar con FDATool, que es una herramienta de MATLAB, usando los datos provistos, con los cuales poder resolver lo pedido por el proyecto integrador.

El trabajo integrador nos solicita 3 filtros pasa banda con sus correspondientes frecuencias de corte para potencia media (0,707 del valor máximo).

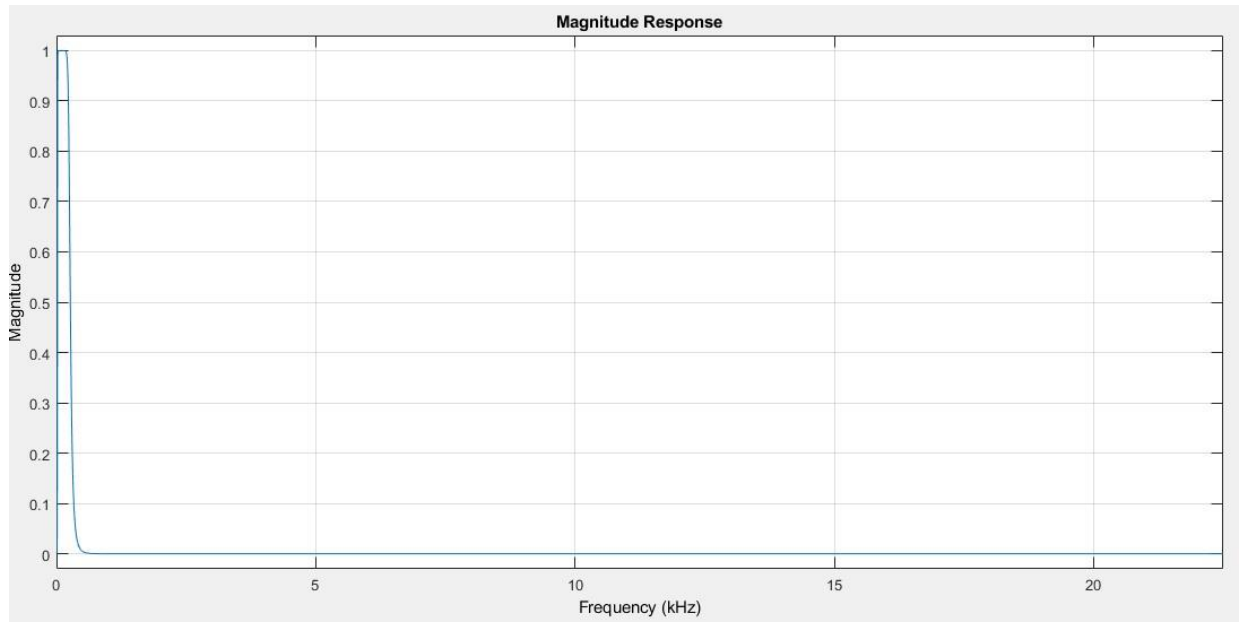
Filtro de la banda 1 con las frecuencias 20hz-250hz

Orden del filtro BP =14 (el doble de $n=7$ calculado para el prototipo)

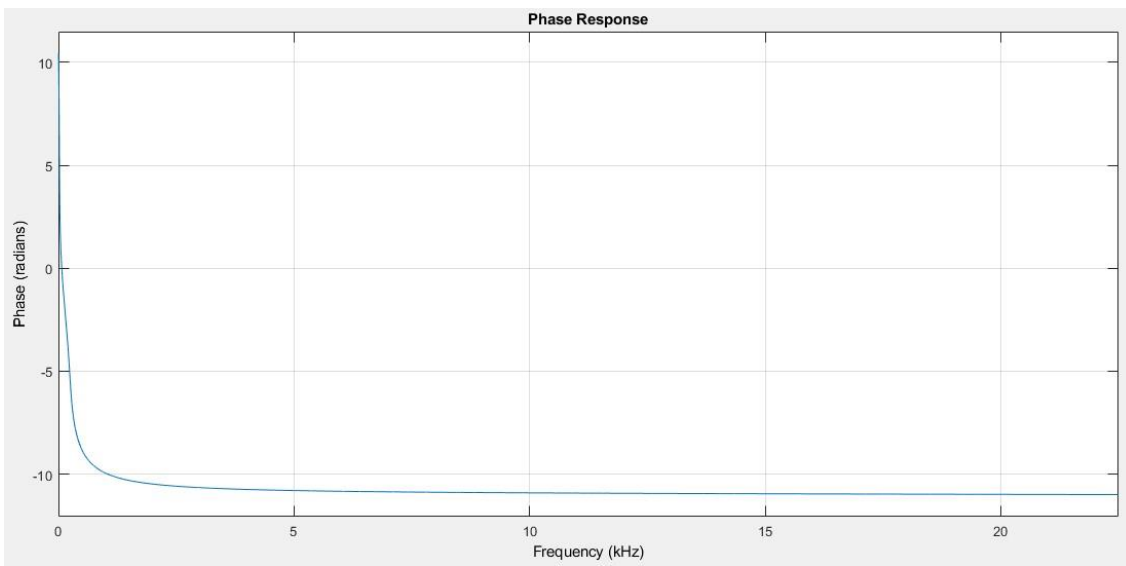
Captura de pantalla del FDATool para la banda 1:



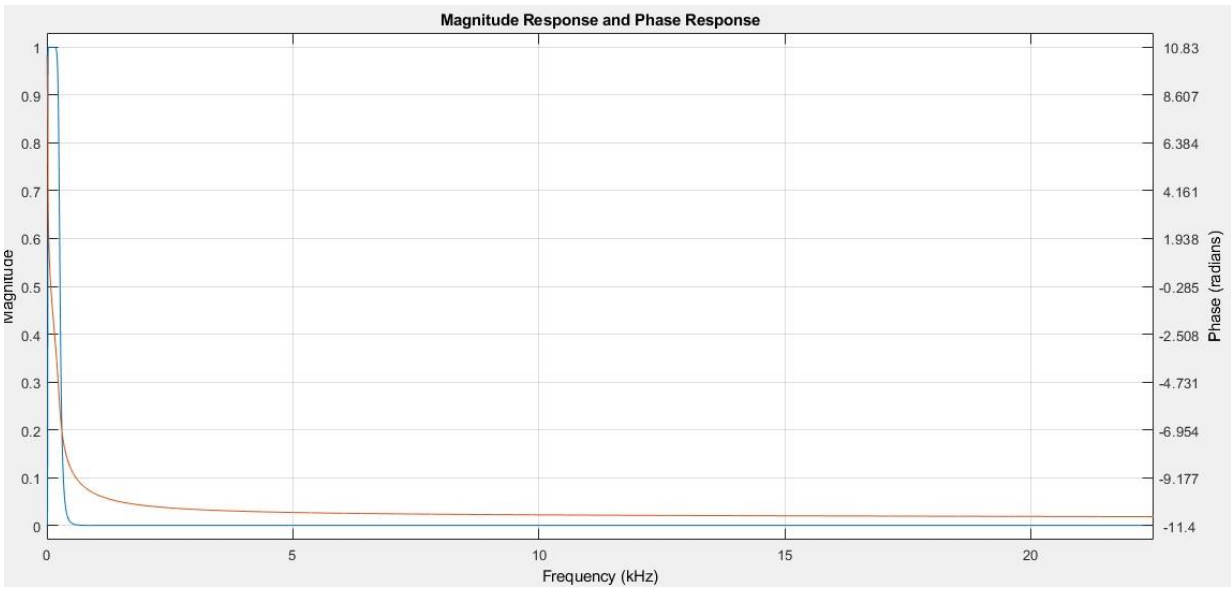
Respuesta en amplitud para el filtro banda 1:



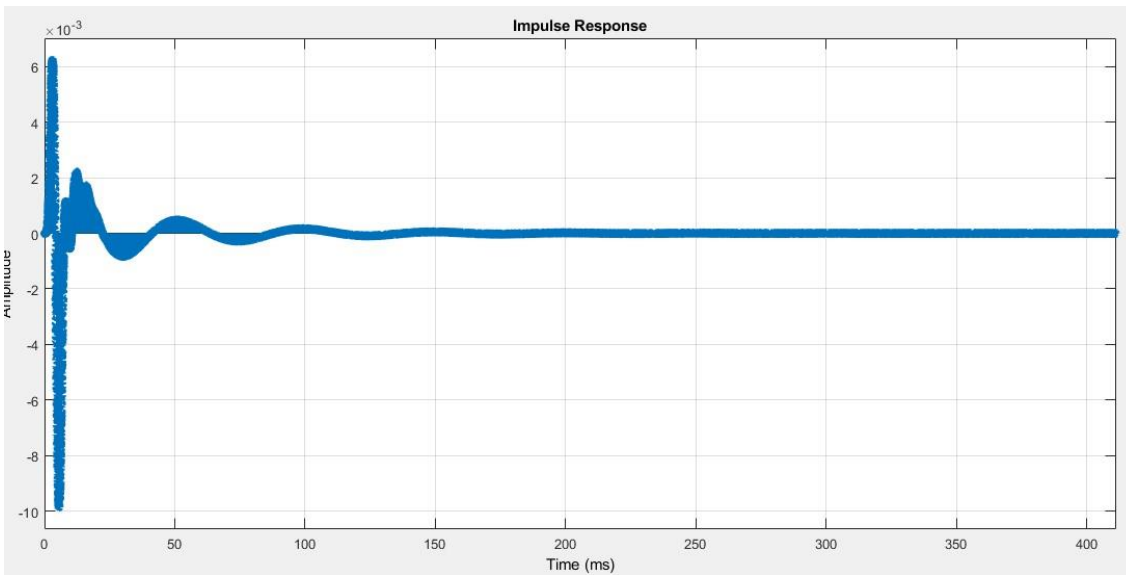
Respuesta en fase para el filtro banda 1:



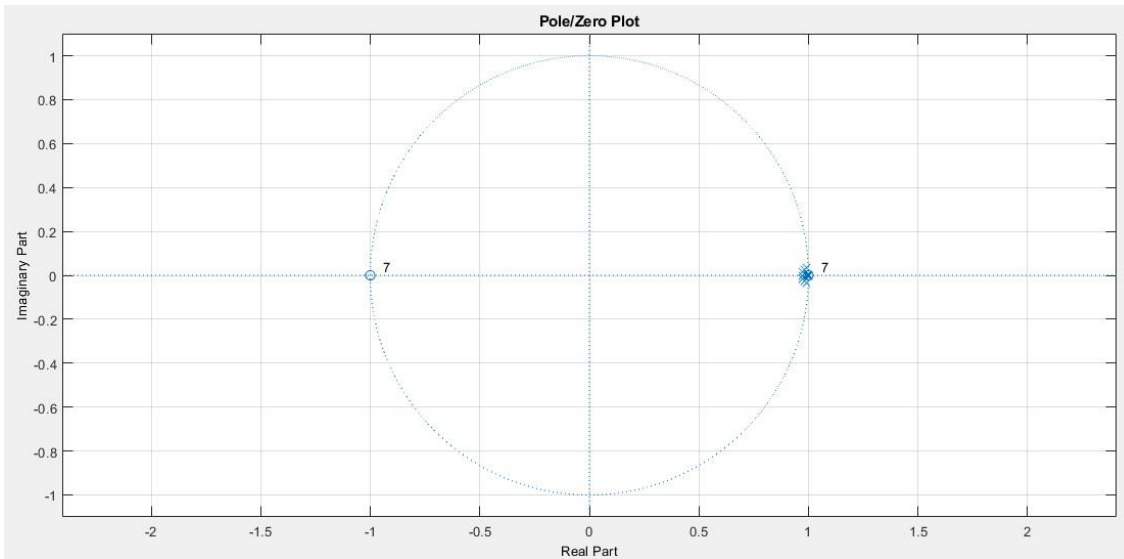
Magnitud y fase banda 1:



Respuesta al impulso banda 1:



Ubicación de ceros y polos banda 1:



Coeficientes:

```

Section #1
-----
Numerator:
 1
 0
-1
Denominator:
 1
-1.985671178331108954751016426598653197289
 0.986867381455122205657914946641540154815
Gain:
0.015999284842995033922852243790657666977
-----
Section #2
-----
Numerator:
 1
 0
-1
Denominator:
 1
-1.998922413052815816314478070125915110111
 0.998930299259643050824308829760411754251
Gain:
0.015999284842995033922852243790657666977
-----
    
```

```

Section #3
-----
Numerator:
 1
 0
-1
Denominator:
 1
-1.962813200723442230710702460783068090677
 0.963890781977493893428743376716738566756
Gain:
0.015897993975470706834451917188744118903
-----
Section #4
-----
Numerator:
 1
 0
-1
Denominator:
 1
-1.996729930869233449186594953062012791634
 0.996738574705015811794339697371469810605
Gain:
0.015897993975470706834451917188744118903
-----
    
```

```

Section #5
-----
Numerator:
 1
 0
-1
Denominator:
 1
-1.994504114736916910999298124806955456734
 0.994514325792221764999112565419636666775
Gain:
0.015829014327074366480507805476918292698
-----
Section #6
-----
Numerator:
 1
 0
-1
Denominator:
 1
-1.94807057850992415559687742643291130662
 0.948974871633572969464864854671759530902
Gain:
0.015829014327074366480507805476918292698
-----

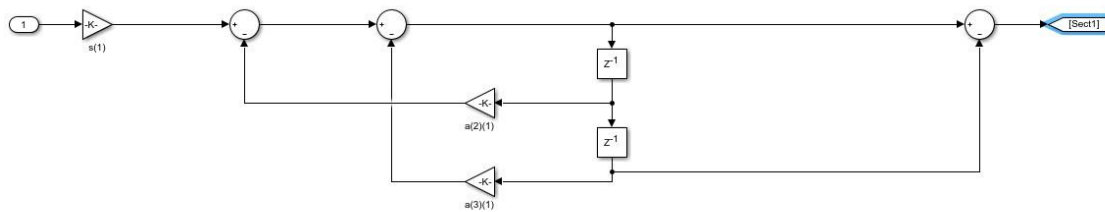
```

```

-----
Section #7
-----
Numerator:
 1
 0
-1
Denominator:
 1
-1.968294830928229321997946499323006719351
 0.968390775373838996742392737360205501318
Gain:
0.01580461231308047387322801569098373875
-----
Output Gain:
1
-----

```

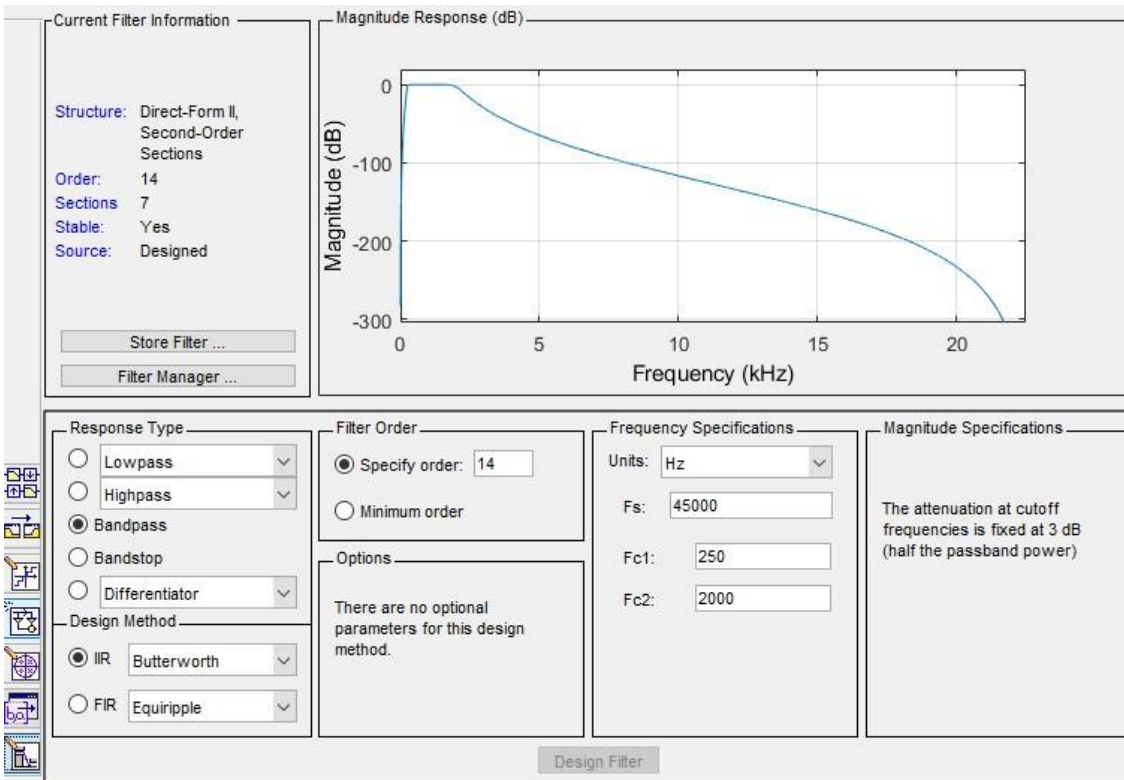
Circuito de la banda 1:



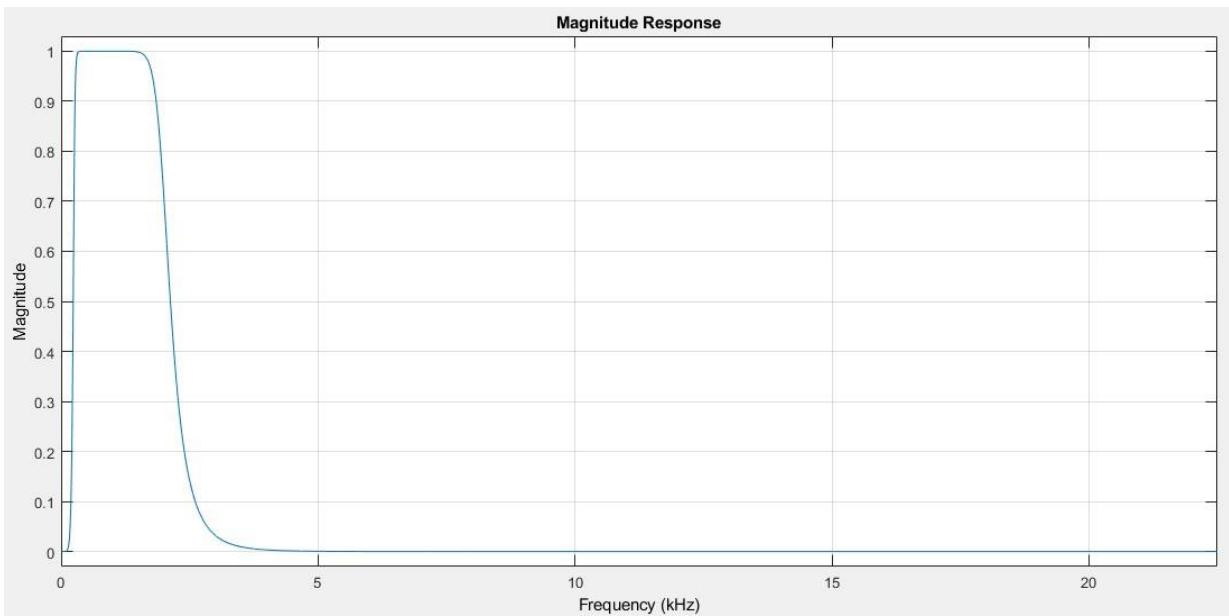
Las demás bandas tienen el mismo circuito que la banda 1.

Filtro banda 2 con las frecuencias 250hz-2000hz:

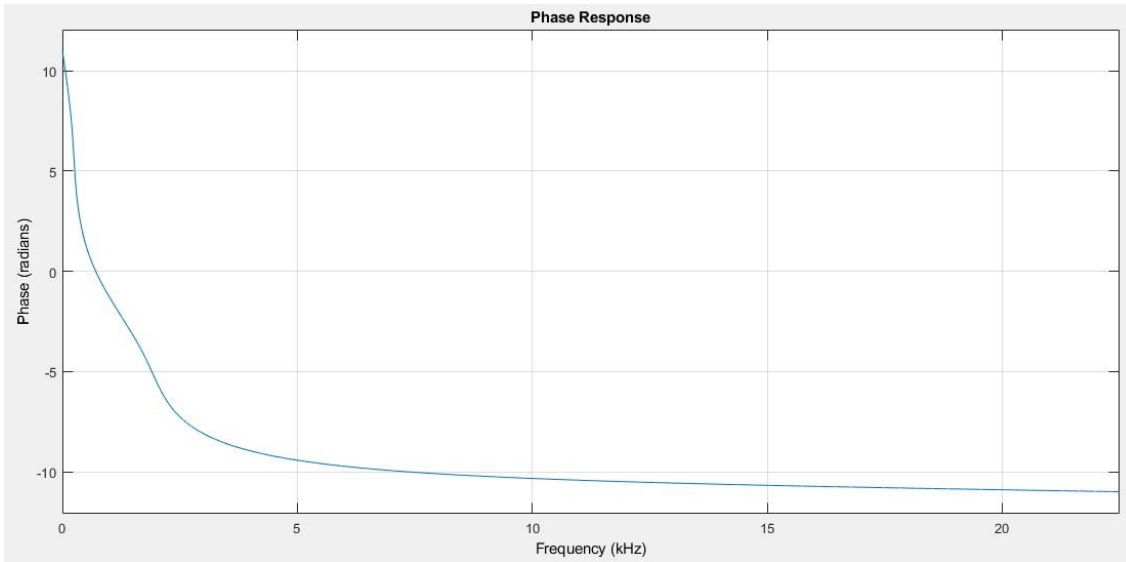
Captura del FDATOOL:



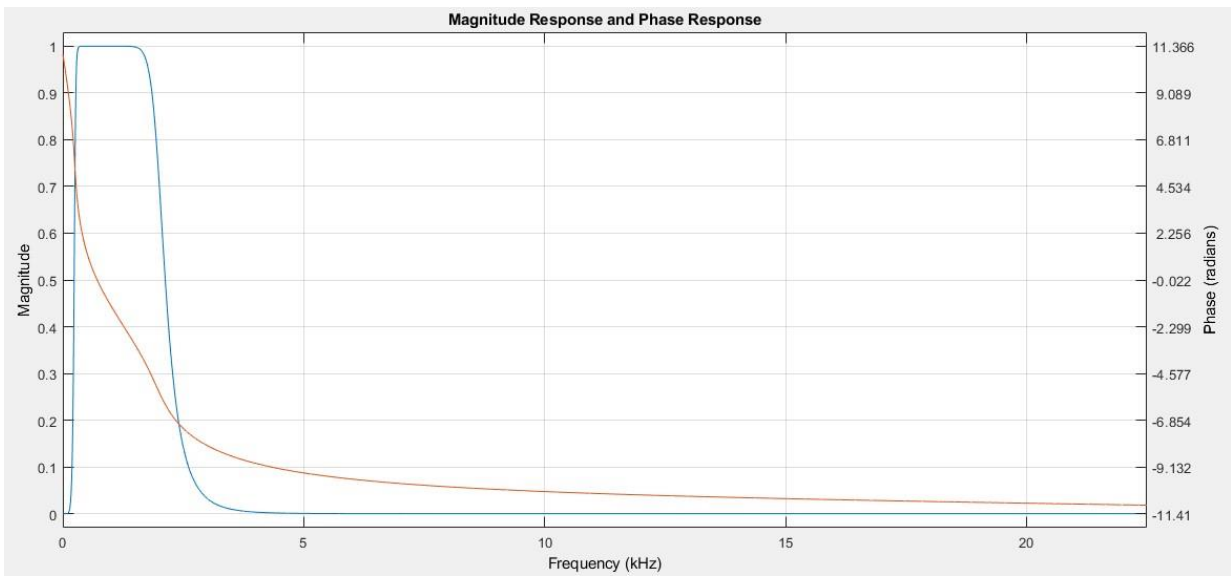
Respuesta en amplitud banda 2:



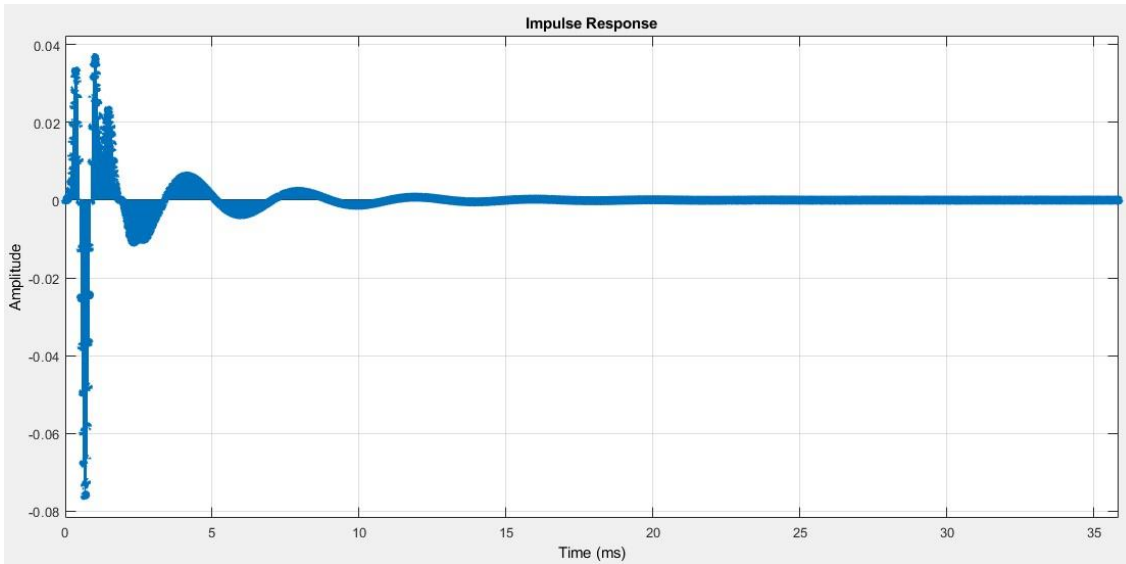
Respuesta en fase banda 2:



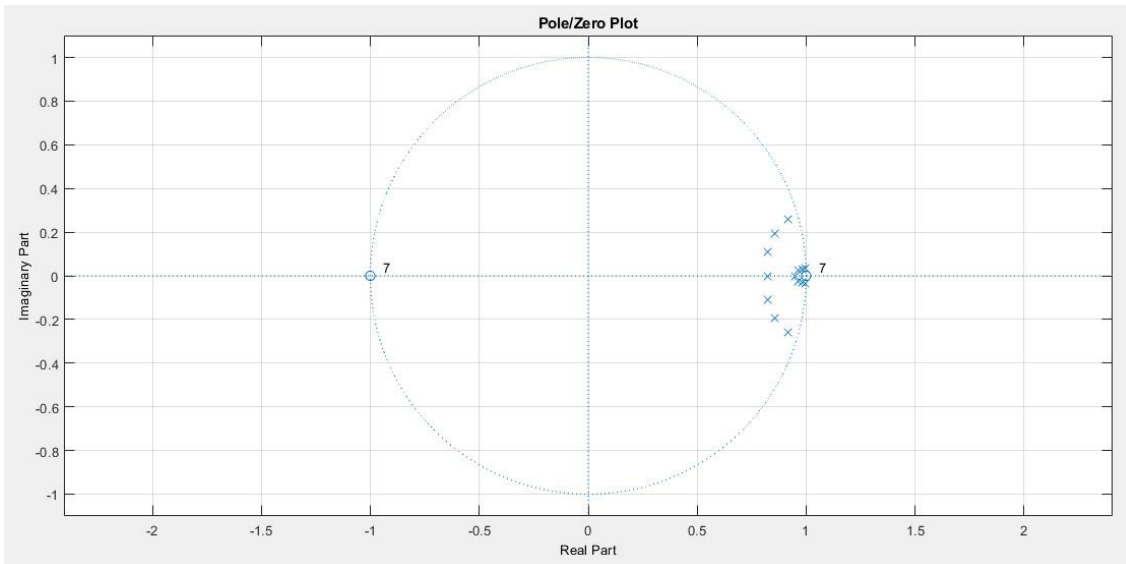
Magnitud y fase juntas banda 2:



Respuesta al impulso banda 2:



Ubicación de polos y ceros banda 2:



Coeficientes:

```

-----
Section #1
-----
Numerator:
  1
  0
 -1
Denominator:
  1
-1.83608180940186604956920746190007776022
 0.90891650269090695779539146315073594451
Gain:
0.118715831561307702535223995710111921653
-----
Section #2
-----
Numerator:
  1
  0
 -1
Denominator:
  1
-1.986577636773581678752975676616188138723
 0.98780742765077067524259746278403326869
Gain:
0.118715831561307702535223995710111921653
-----
Section #3
-----
Numerator:
  1
  0
 -1
Denominator:
  1
-1.960892134361668315278848240268416702747
 0.962270964261555117325031005748314782977
Gain:
0.113602472333957787986591370099631603807
-----

```

```

-----
Section #4
-----
Numerator:
  1
  0
 -1
Denominator:
  1
-1.707311547339179114146645588334649801254
 0.766797874940426171797014376352308318019
Gain:
0.113602472333957787986591370099631603807
-----
Section #5
-----
Numerator:
  1
  0
 -1
Denominator:
  1
-1.930388817303503978806134000478778034449
 0.932171552681758441849524388089776039124
Gain:
0.110427496958118237513346571176953148097
-----
Section #6
-----
Numerator:
  1
  0
 -1
Denominator:
  1
-1.645332085771902264070831733988597989082
 0.688805110499258632650310119061032310128
Gain:
0.110427496958118237513346571176953148097
-----

```

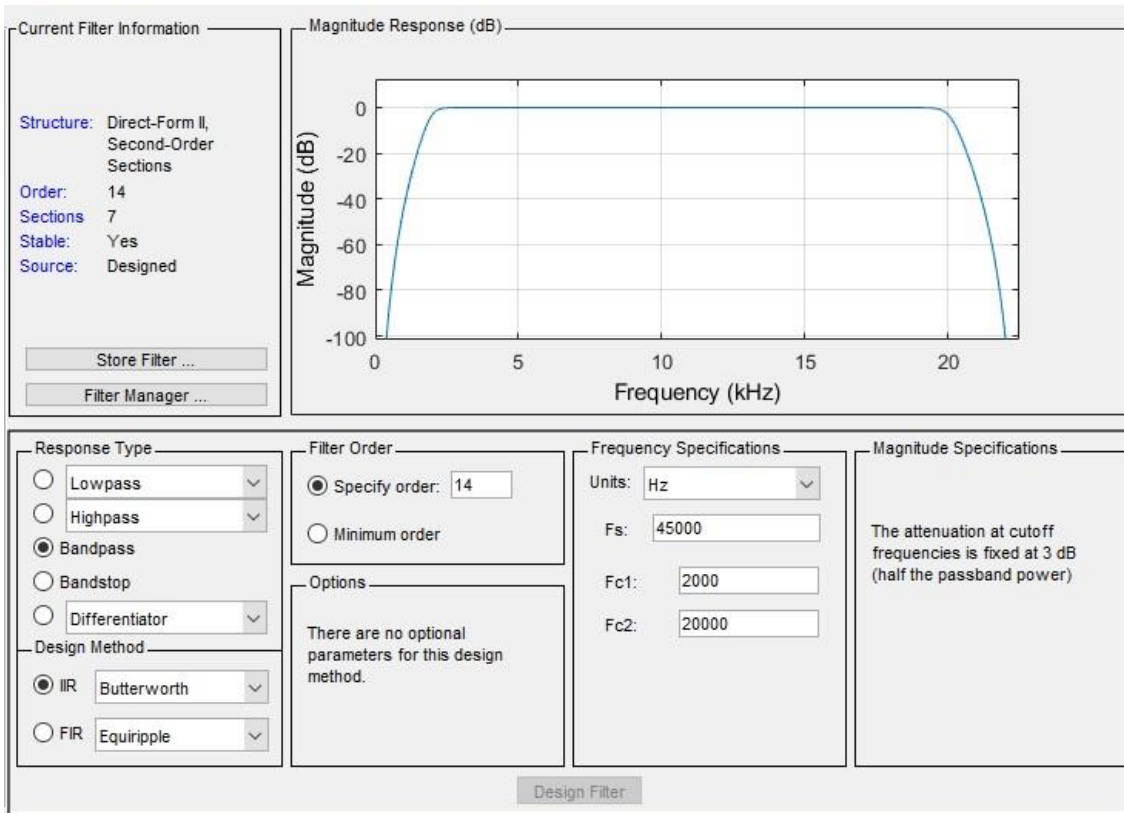
```

-----
Section #7
-----
Numerator:
  1
  0
 -1
Denominator:
  1
-1.772567493875258026747587791760452091694
 0.781285626506717401085211349709425121546
Gain:
0.109357186746641243946243093887460418046
-----
Output Gain:
1

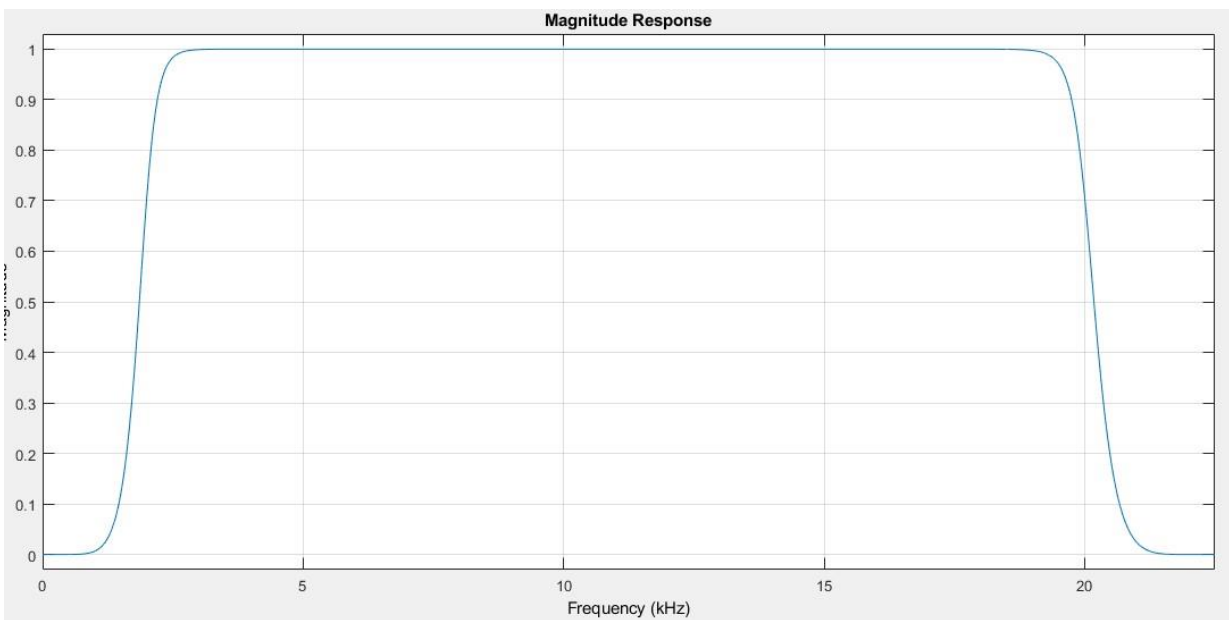
```

Filtro banda 3 con frecuencias de 2khz-20khz:

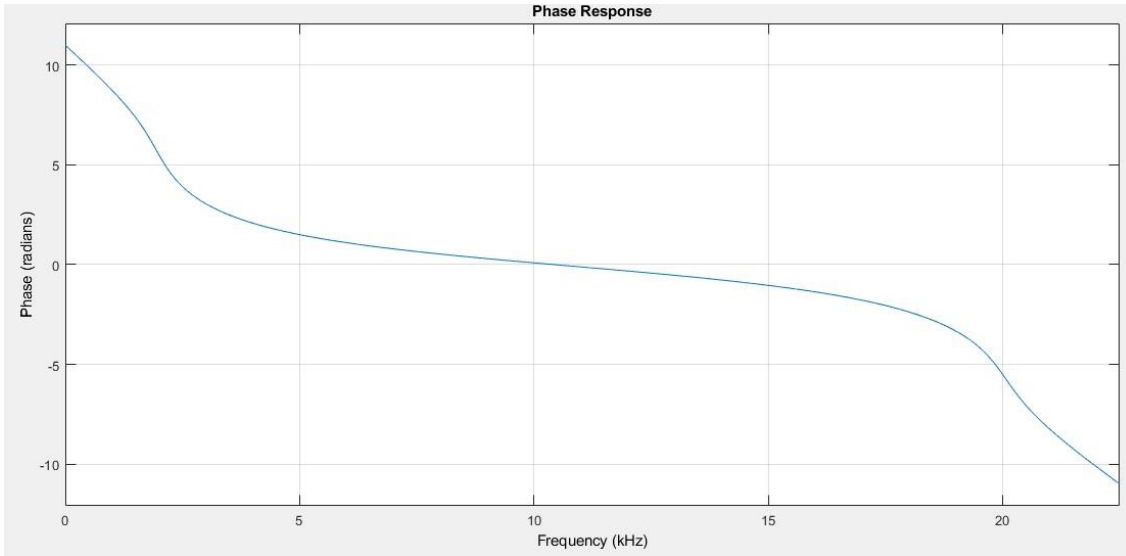
Captura de FDATOOL:



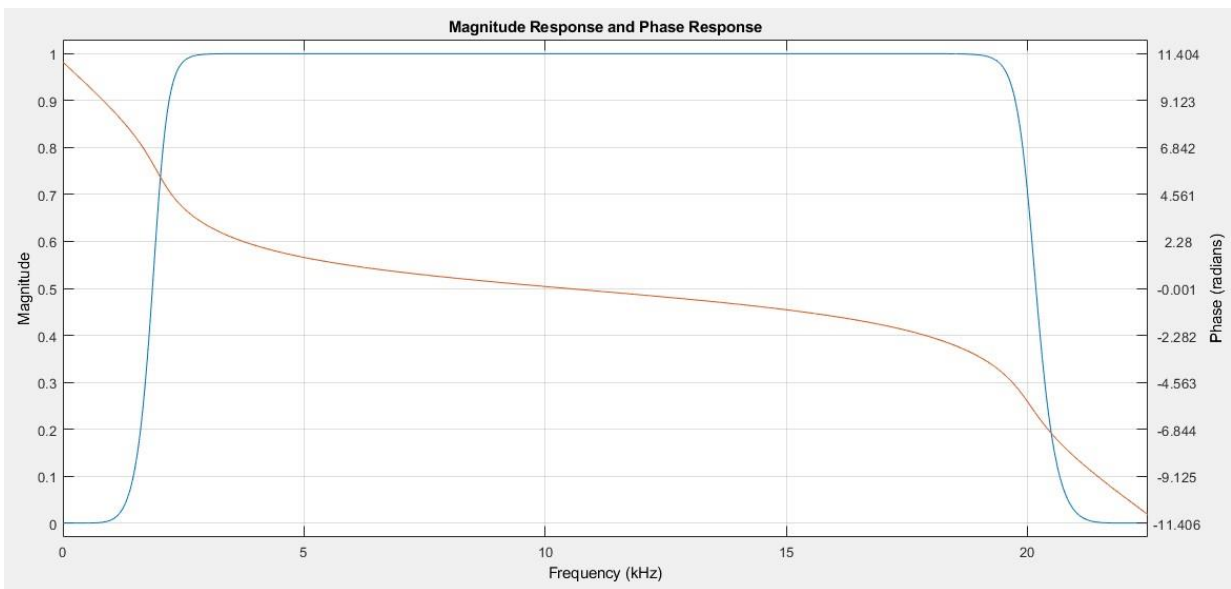
Respuesta en amplitud banda 3:



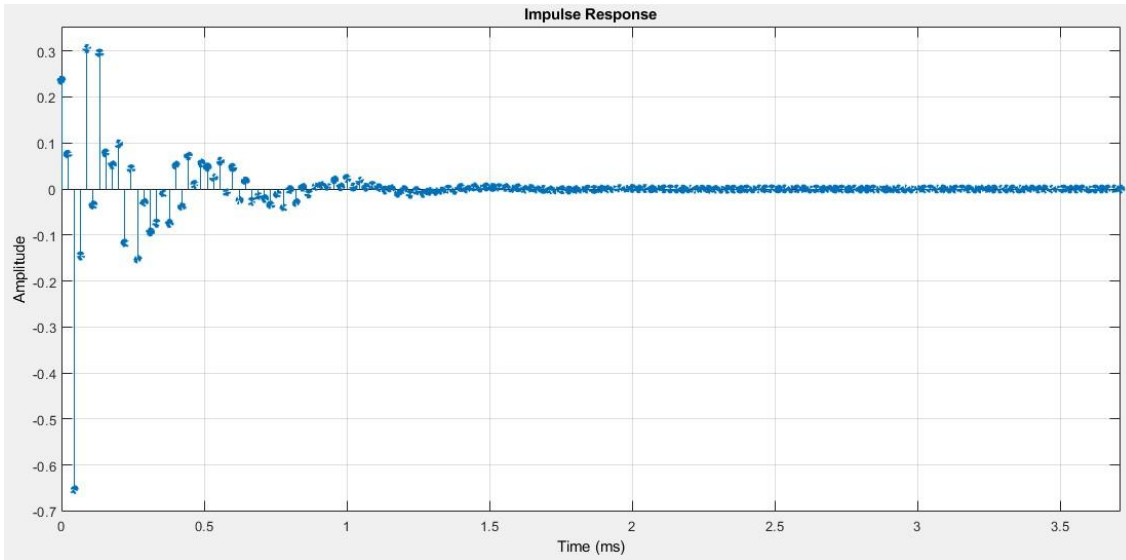
Respuesta en fase banda 3:



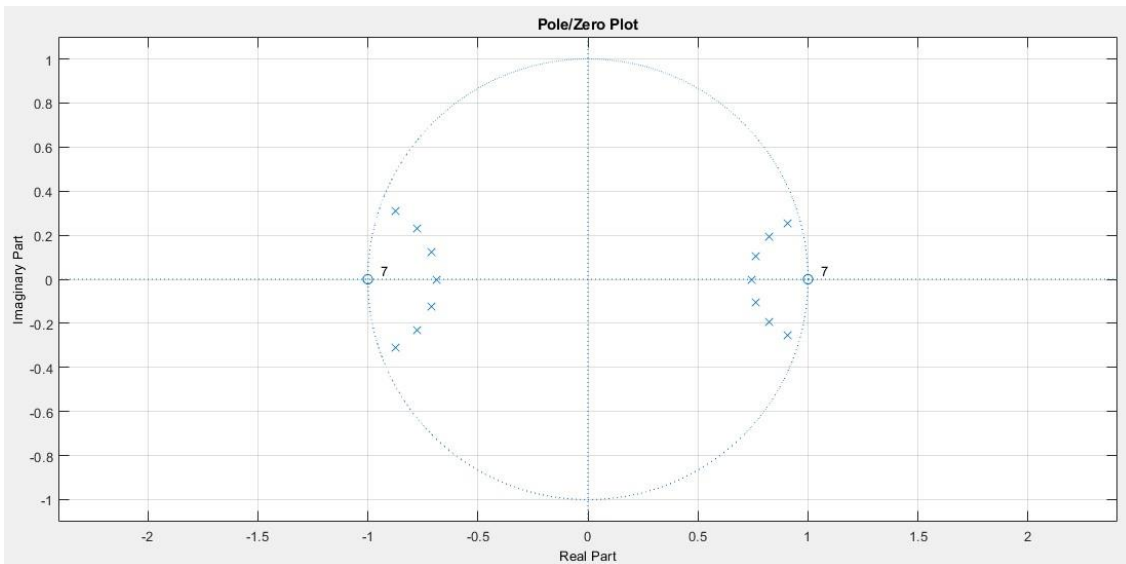
Magnitud y fase banda 3:



Respuesta al impulso banda 3:



Ubicación de polos y ceros banda 3:



Coeficientes:

```

Section #1
-----
Numerator:
 1
 0
-1
Denominator:
 1
1.751470651798838540358360660320613533258
0.864396724890951873021549545228481292725
Gain:
0.894364345319172970860677196469623595476
-----
Section #2
-----
Numerator:
 1
 0
-1
Denominator:
 1
-1.81574516724523871147312092944048345089
 0.889253626363553983935616997769102454185
Gain:
0.894364345319172970860677196469623595476
-----
Section #3
-----
Numerator:
 1
 0
-1
Denominator:
 1
-1.641582910958778507293231996300164610147
 0.710271843905055155765637664444511756301
Gain:
0.813588846053595049490070323372492566705
-----

```

```

-----
Section #7
-----
Numerator:
 1
 0
-1
Denominator:
 1
-0.055392794796458658113103012965439120308
-0.509525449494428794849909536424092948437
Gain:
0.754762724747214397424954768212046474218
-----
Output Gain:
1
-----

```

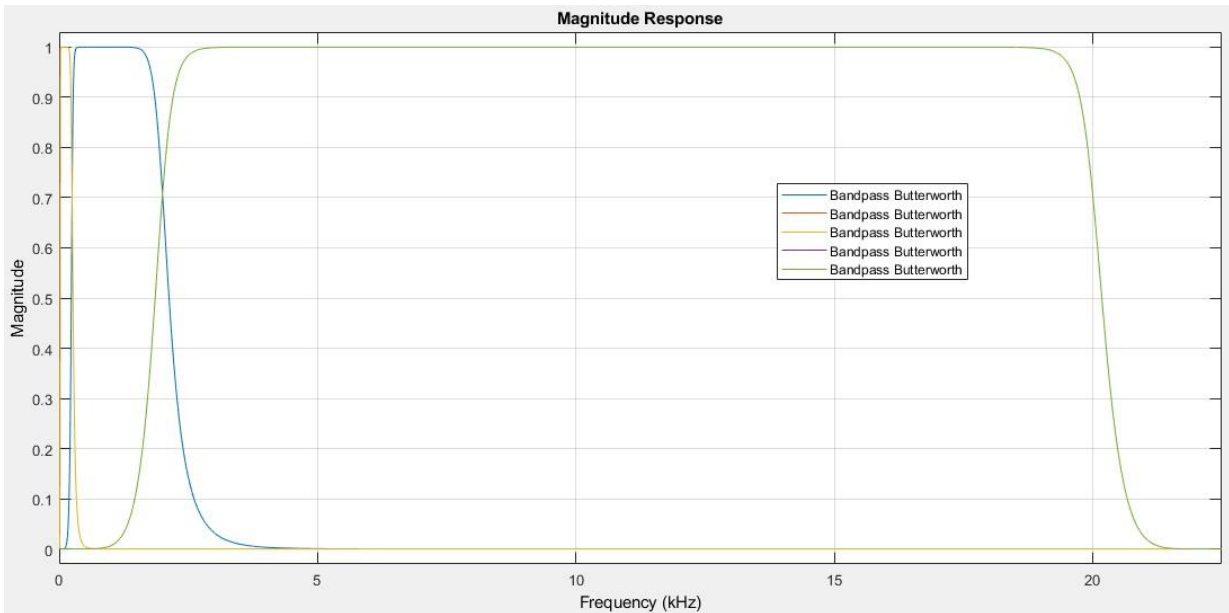
```

-----
Section #4
-----
Numerator:
 1
 0
-1
Denominator:
 1
1.549436442310891060003541497280821204185
0.65273116241563999828656505997059866786
Gain:
0.813588846053595049490070323372492566705
-----
Section #5
-----
Numerator:
 1
 0
-1
Denominator:
 1
-1.52598827749273913134686608827905729413
 0.59286275732710580488316054470487870276
Gain:
0.768990128727920163598241742874961346388
-----
Section #6
-----
Numerator:
 1
 0
-1
Denominator:
 1
1.419582464754237882686993543757125735283
0.518757015129561072086517015122808516026
Gain:
0.768990128727920163598241742874961346388
-----

```

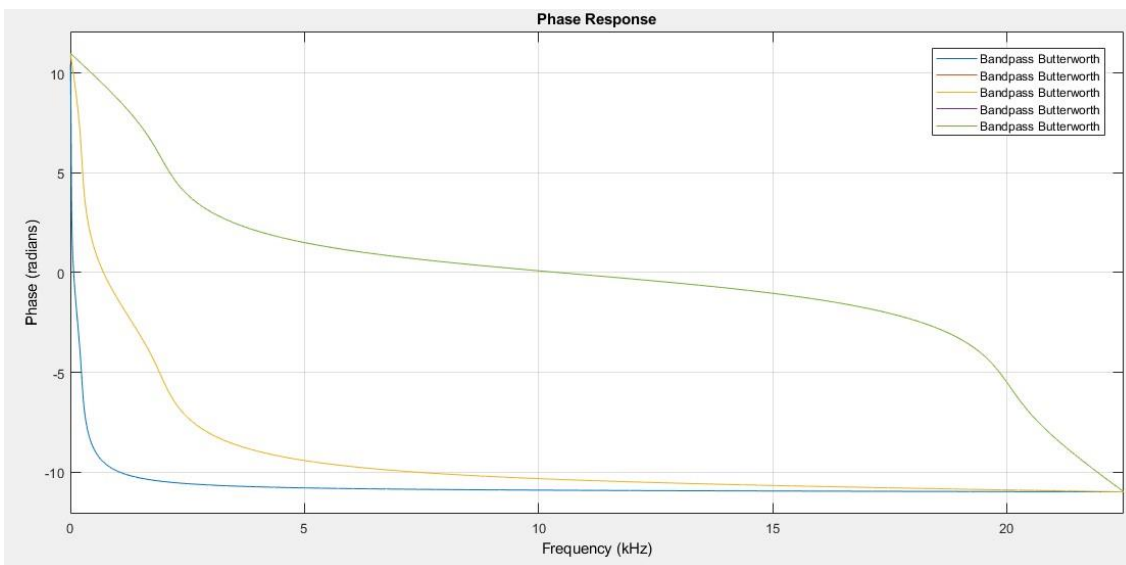
Superposición de las respuestas en amplitud de los tres filtros:

Superposición de las respuestas en amplitud

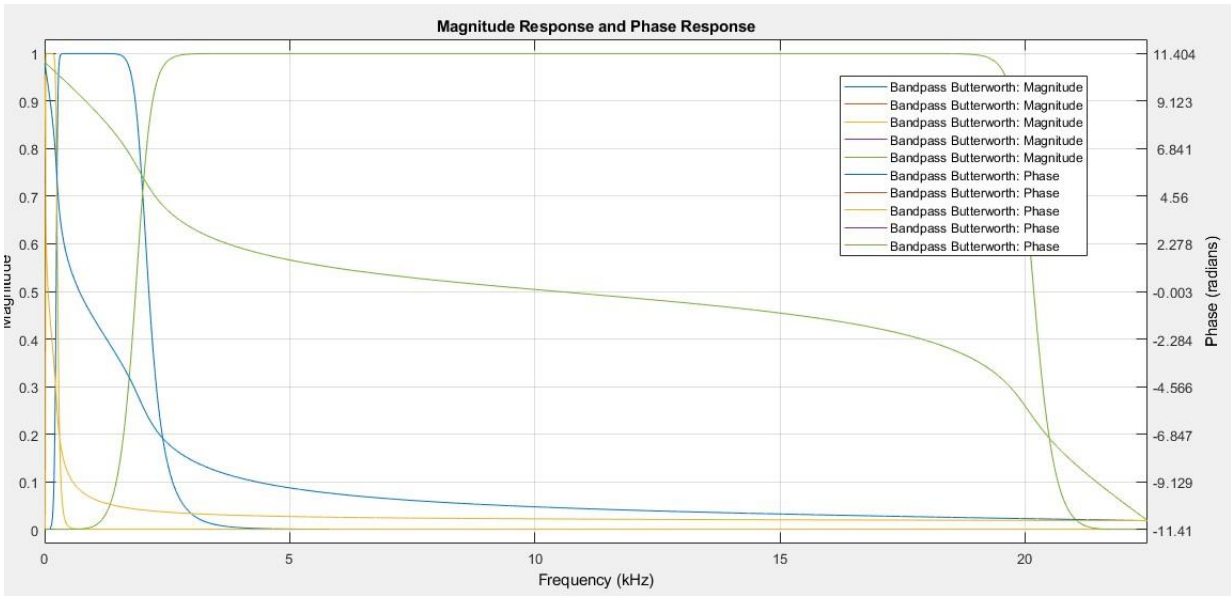


Como vemos en la gráfica, las bandas se intersectan en el punto de potencia media (0,707 del valor máximo).

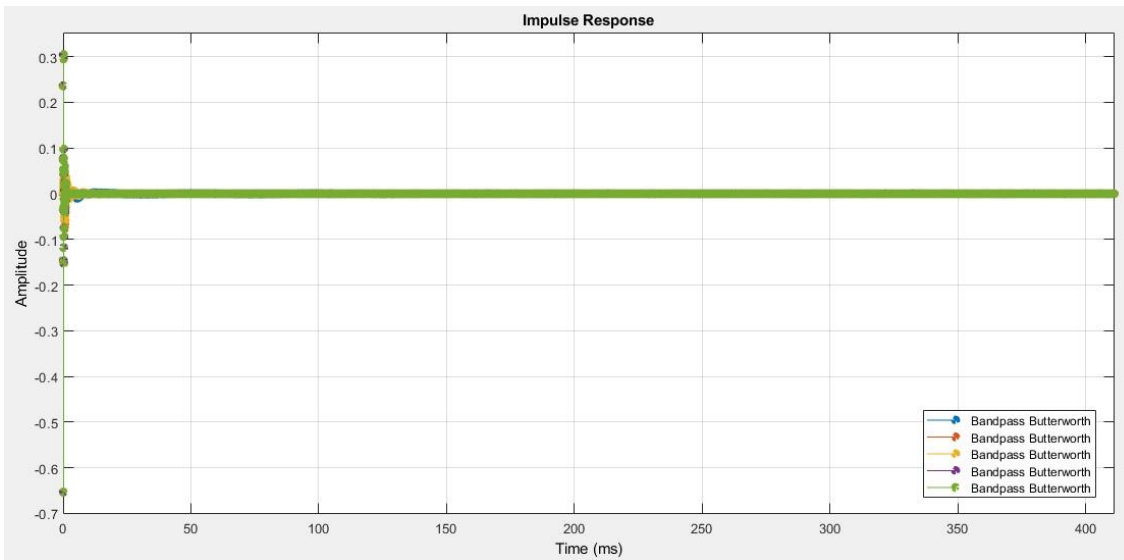
Superposición de fase



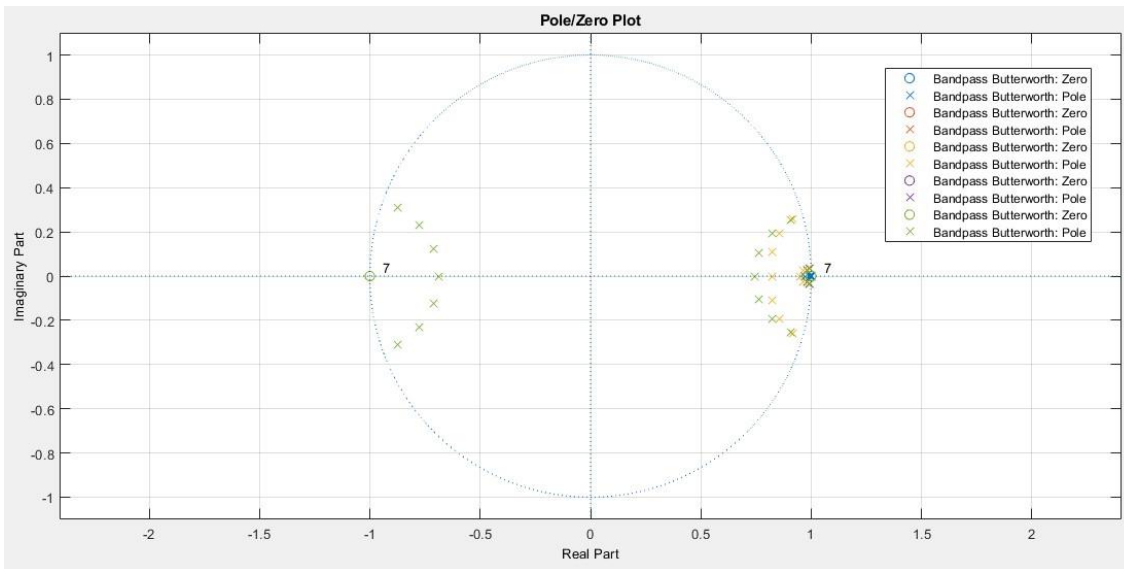
Superposición de magnitud y fase



Superposición de las respuestas al impulso



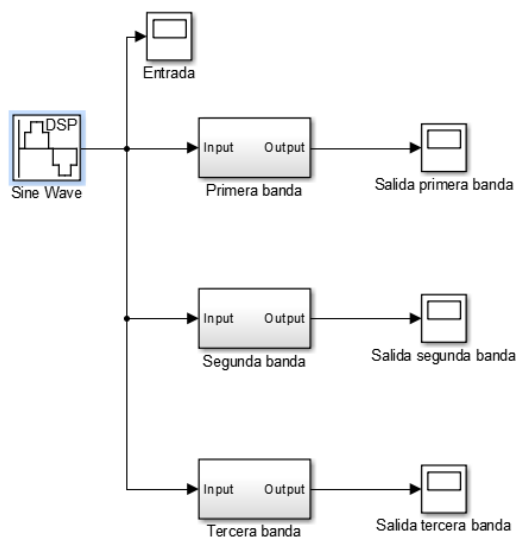
Superposición de los Ceros y Polos de los tres filtros:



7) Validación de resultados:

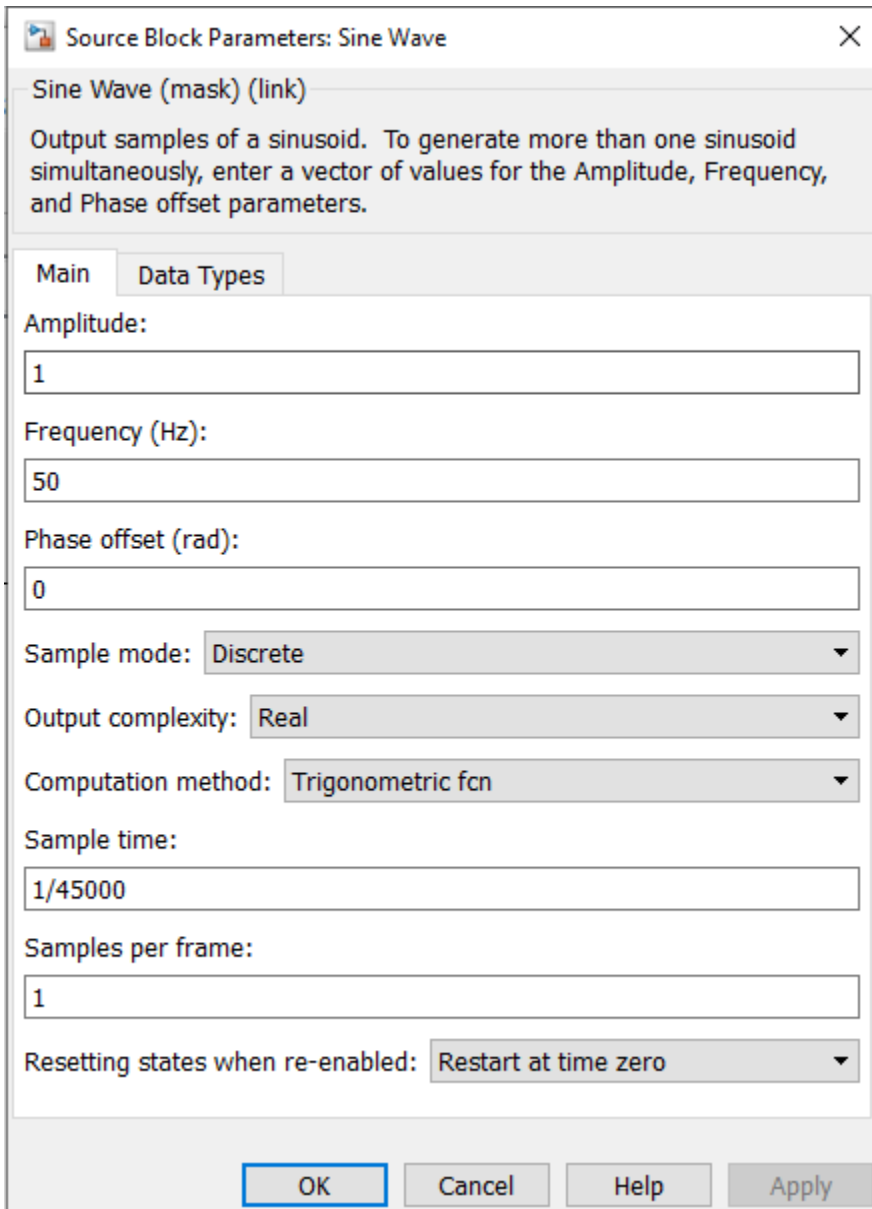
En este apéndice lo que pretendemos es mediante la herramienta de MATLAB llamada

“Simulink” emular el circuito que conforma el banco de filtros solicitado para realizar las pruebas necesarias y poder verificar si el comportamiento del mismo es acorde a las especificaciones expuestas.



Para verificar el buen funcionamiento del circuito, utilizaremos la frecuencia central en cada banda:

Prueba nº1: Frecuencia central de la banda 1 (100[Hz])



The image shows a software dialog box titled "Source Block Parameters: Sine Wave". It contains several input fields and dropdown menus for configuring a sine wave source. The "Main" tab is selected. The "Amplitude" field is set to 1, "Frequency (Hz)" is set to 50, and "Phase offset (rad)" is set to 0. The "Sample mode" dropdown is set to "Discrete", "Output complexity" is set to "Real", and "Computation method" is set to "Trigonometric fcn". The "Sample time" field is set to 1/45000, and "Samples per frame" is set to 1. The "Resetting states when re-enabled" dropdown is set to "Restart at time zero". At the bottom, there are four buttons: "OK", "Cancel", "Help", and "Apply".

Source Block Parameters: Sine Wave

Sine Wave (mask) (link)

Output samples of a sinusoid. To generate more than one sinusoid simultaneously, enter a vector of values for the Amplitude, Frequency, and Phase offset parameters.

Main Data Types

Amplitude:

1

Frequency (Hz):

50

Phase offset (rad):

0

Sample mode: Discrete

Output complexity: Real

Computation method: Trigonometric fcn

Sample time:

1/45000

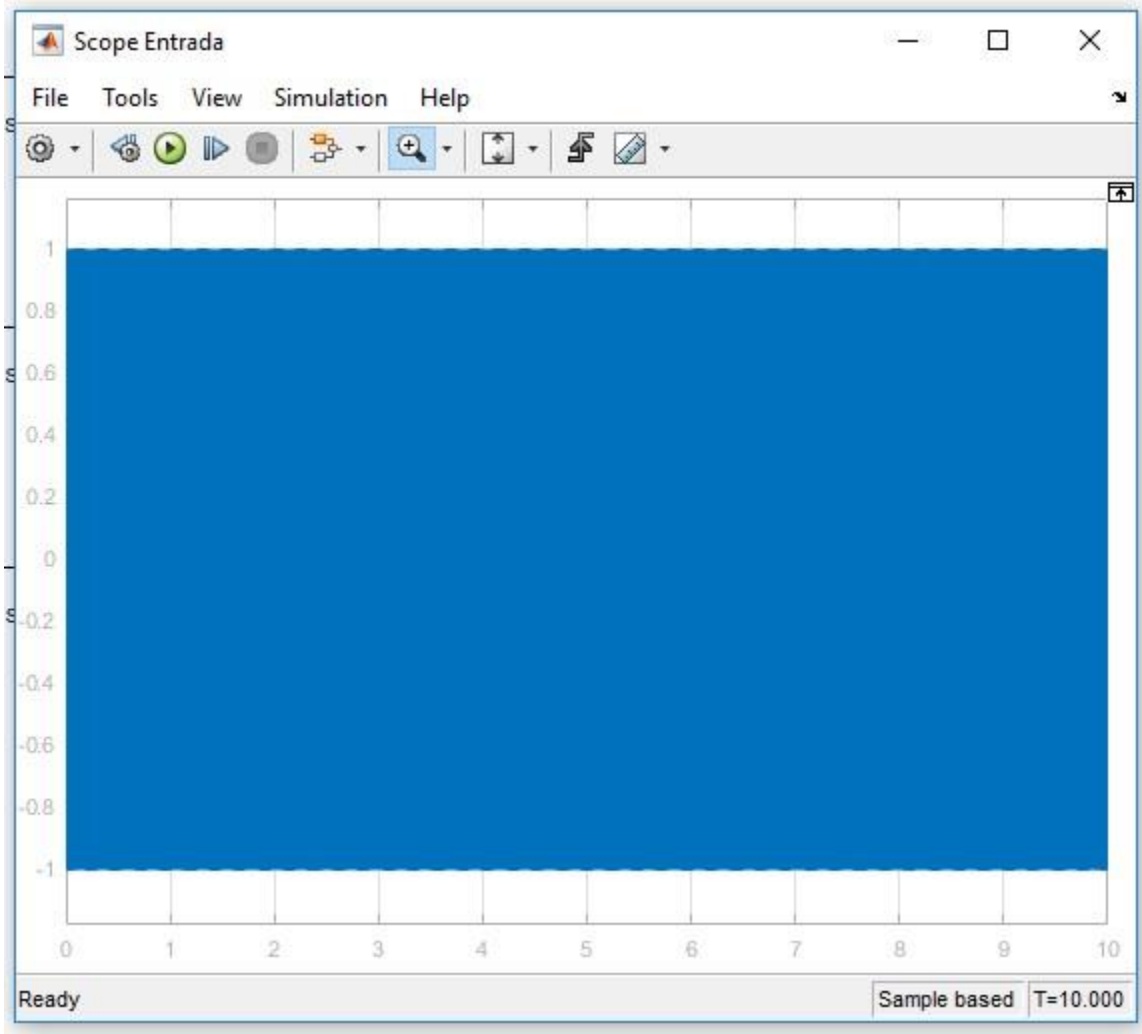
Samples per frame:

1

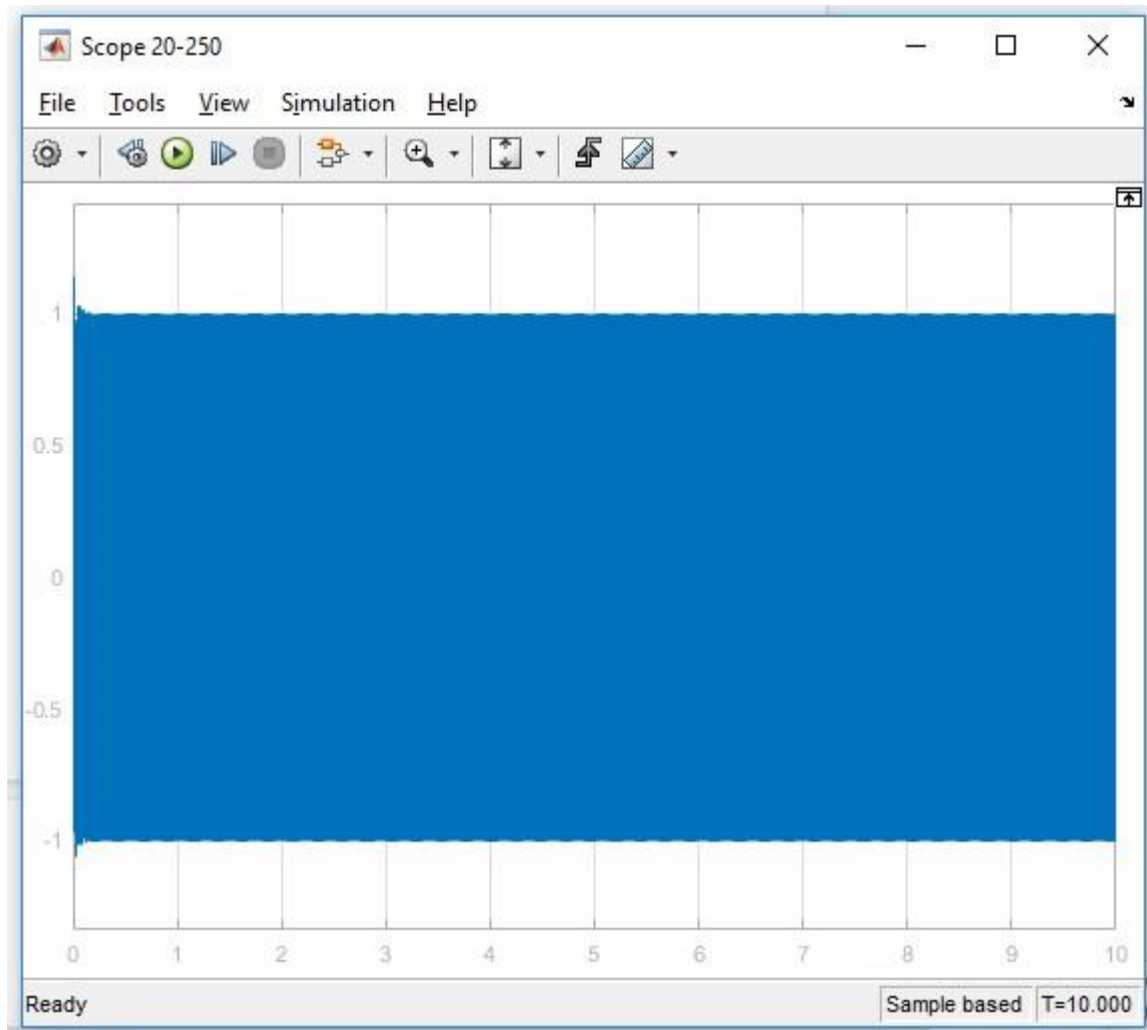
Resetting states when re-enabled: Restart at time zero

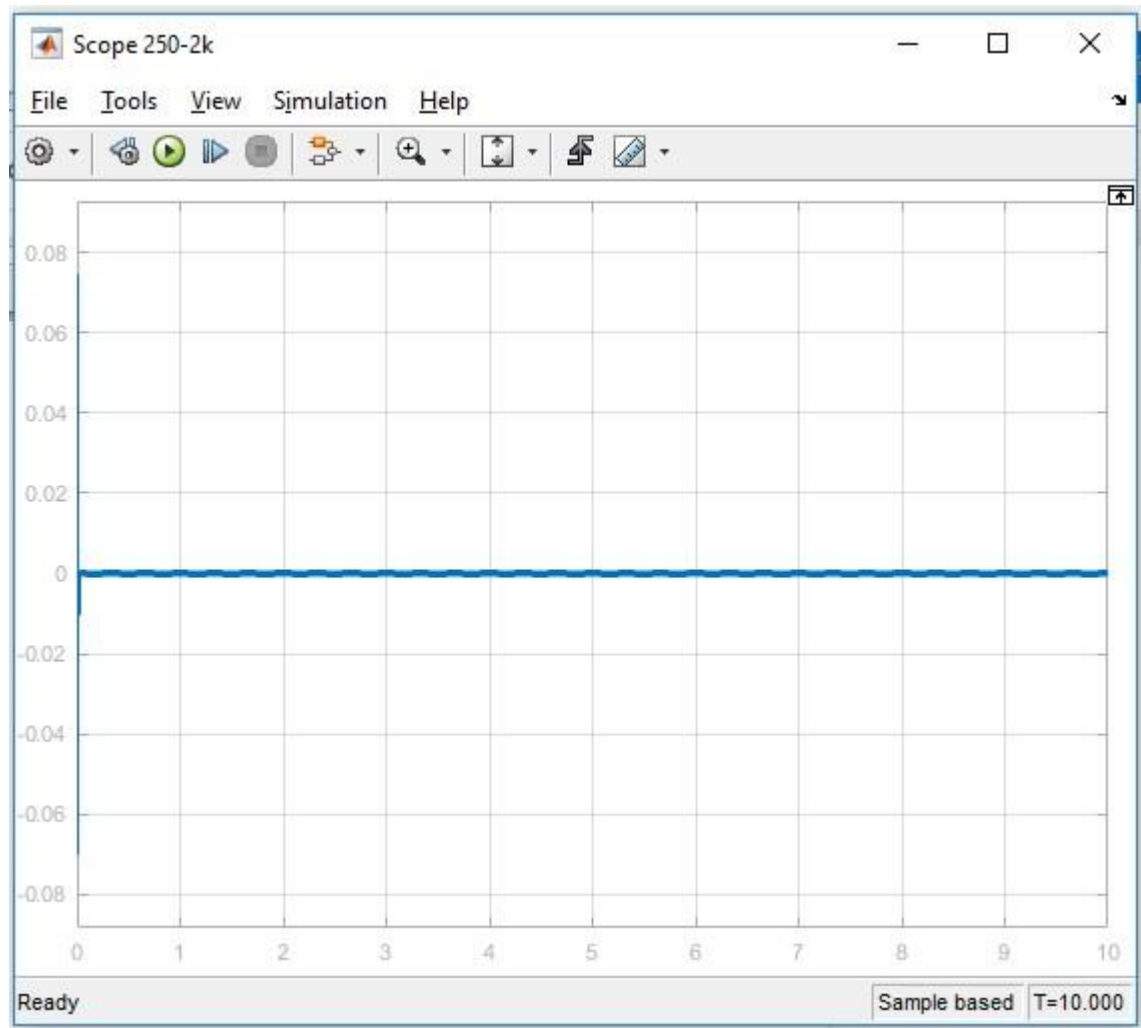
OK Cancel Help Apply

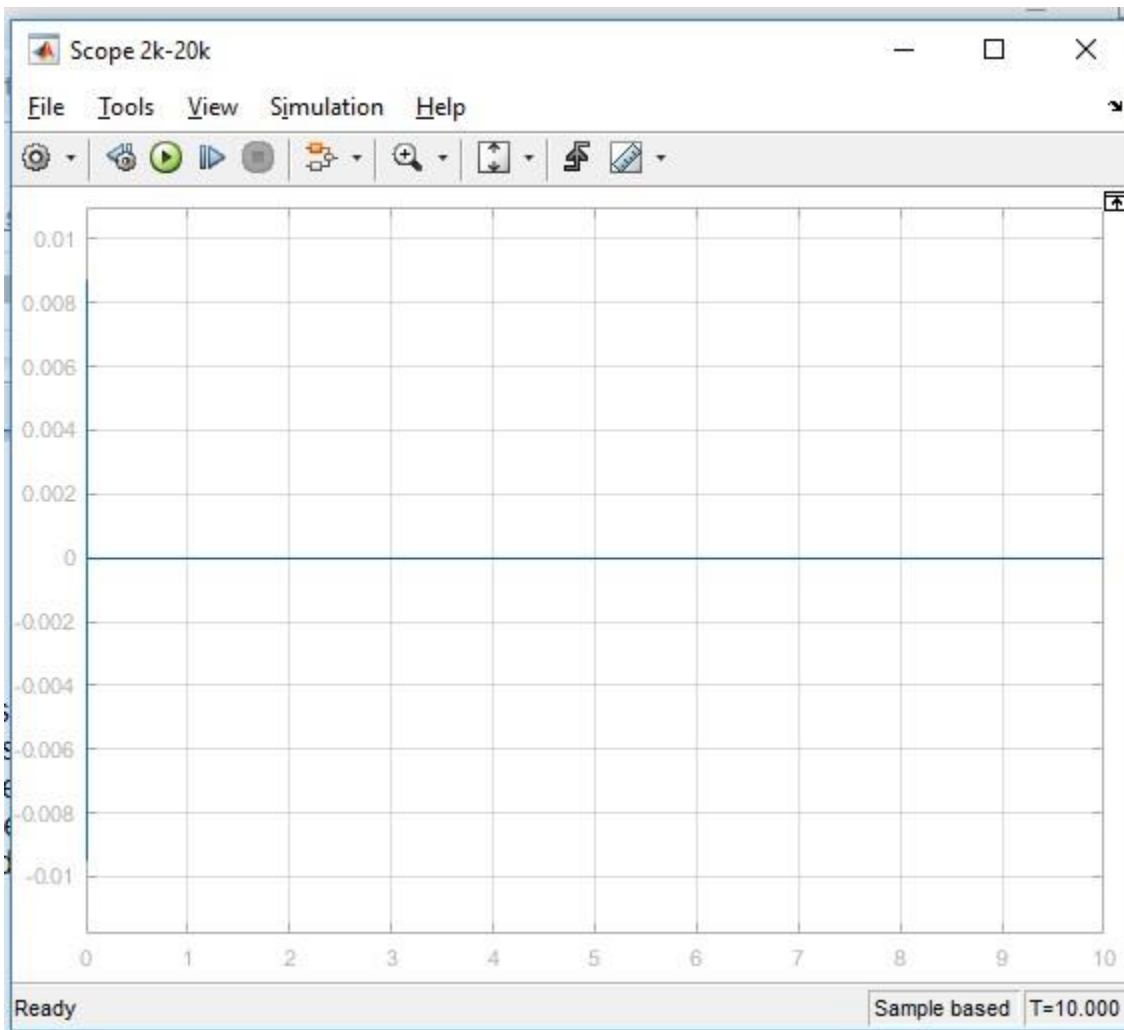
Entrada:



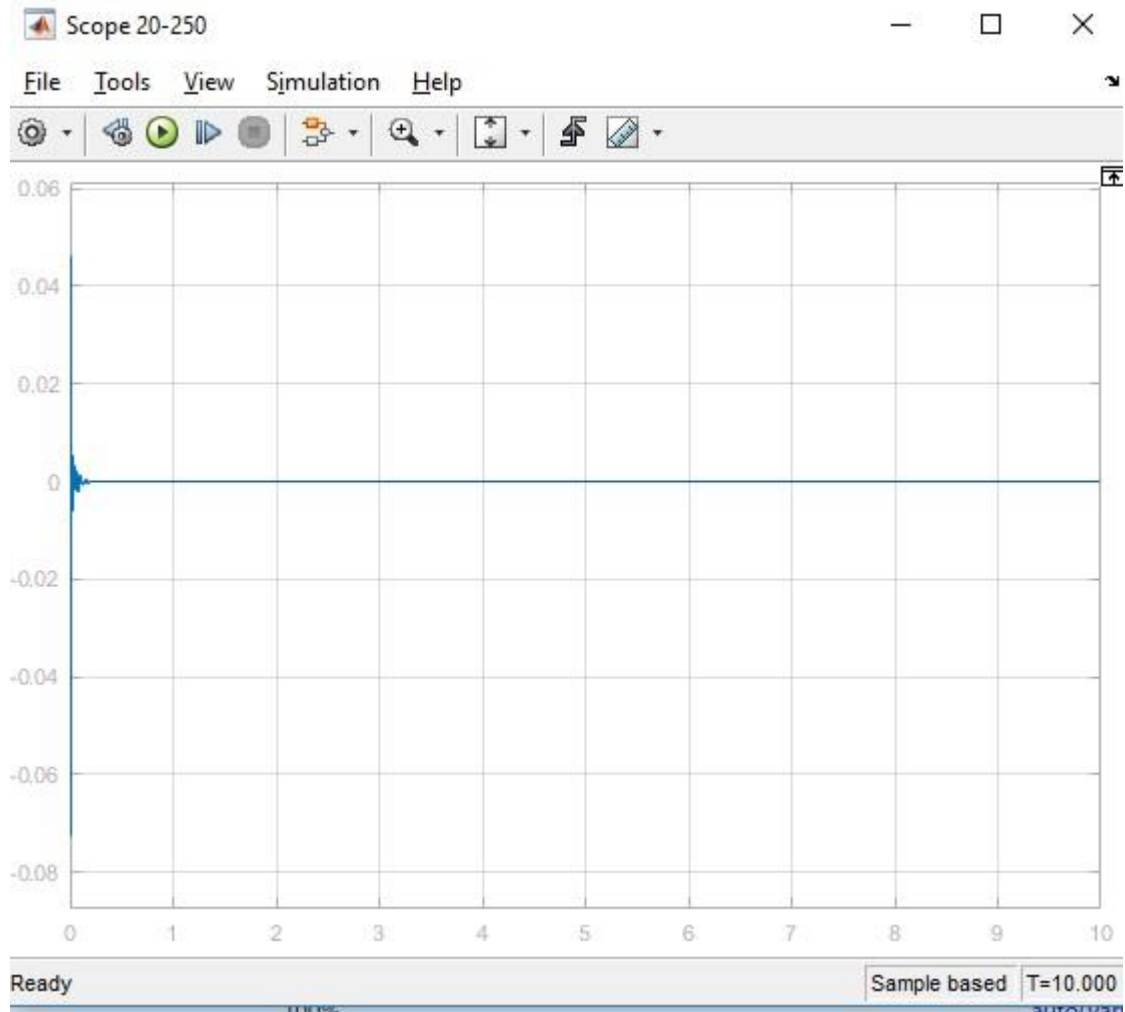
Salidas:

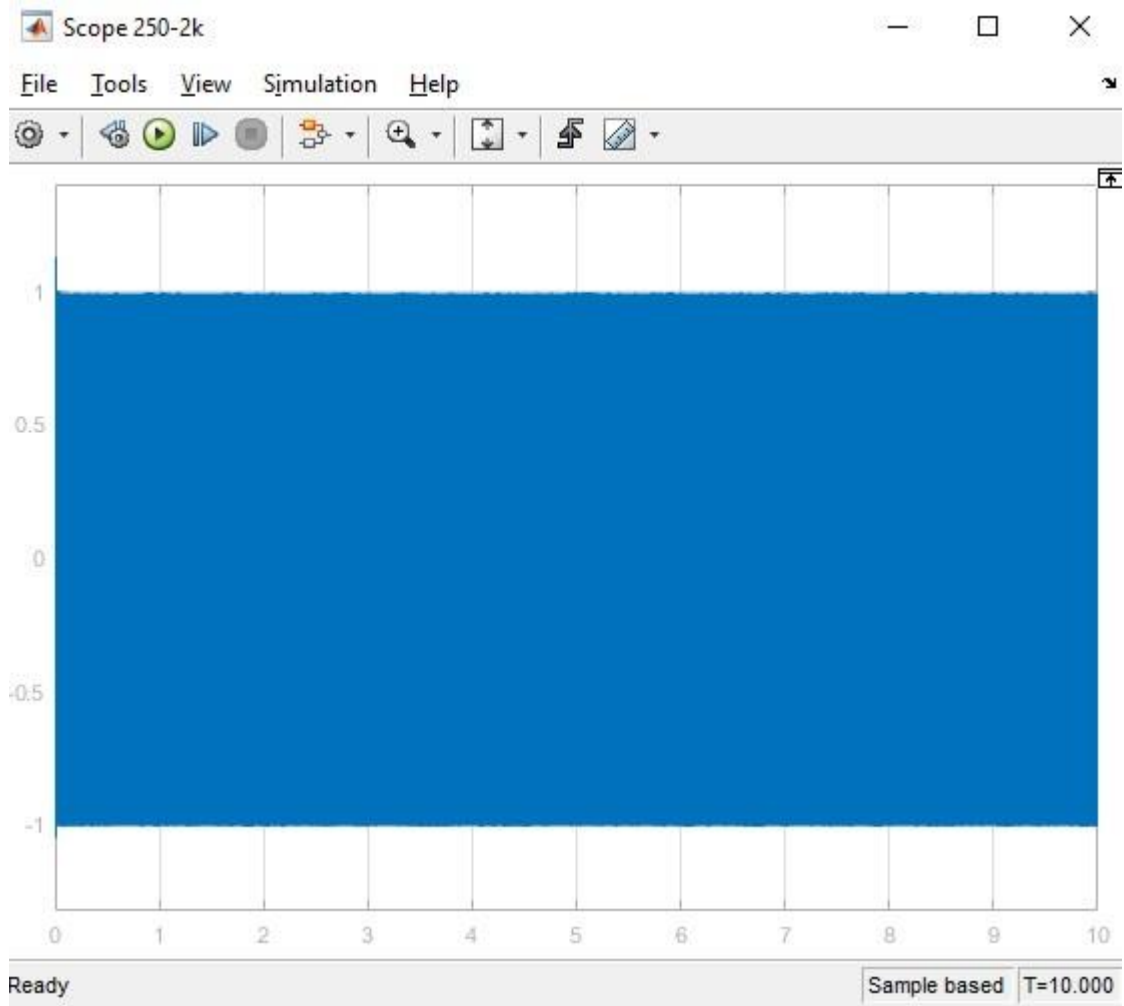


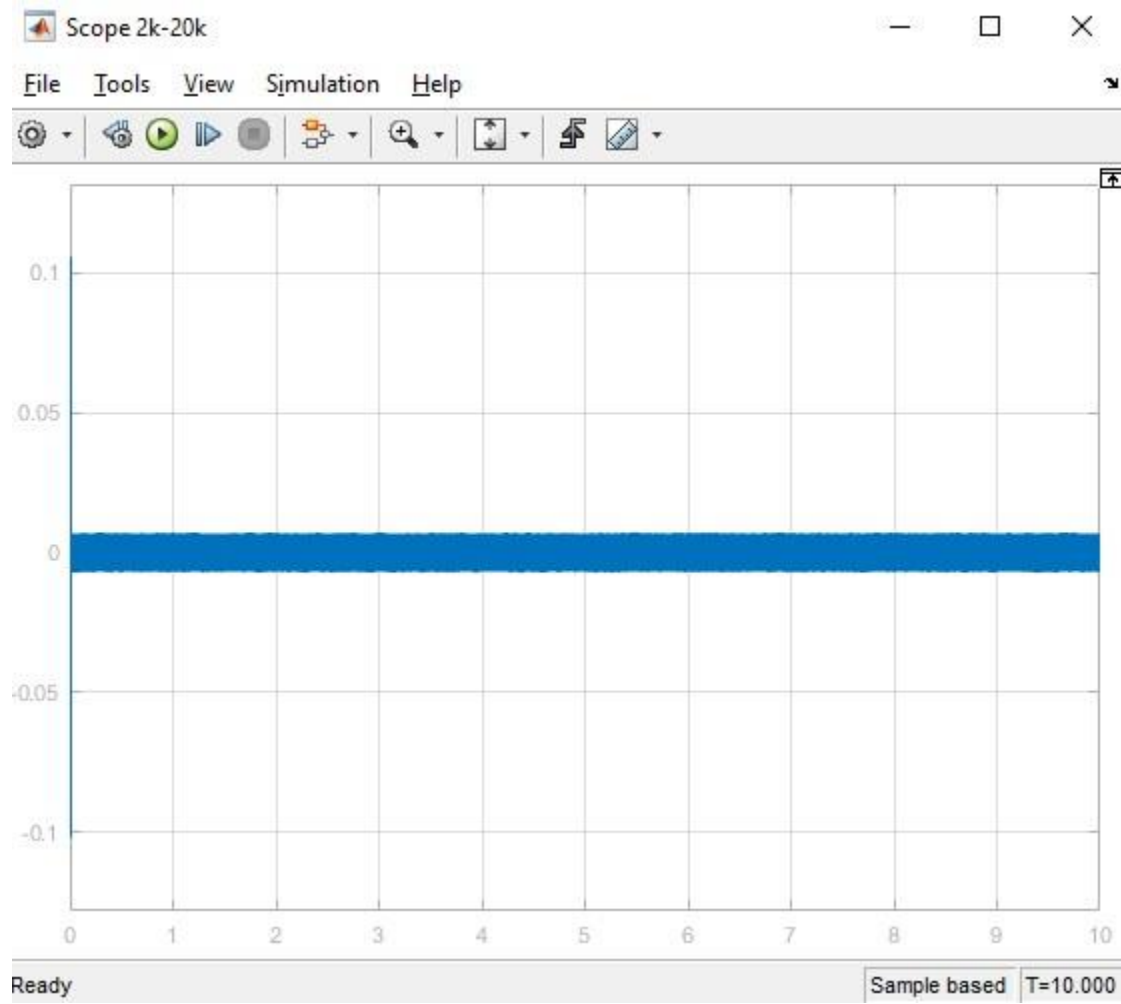




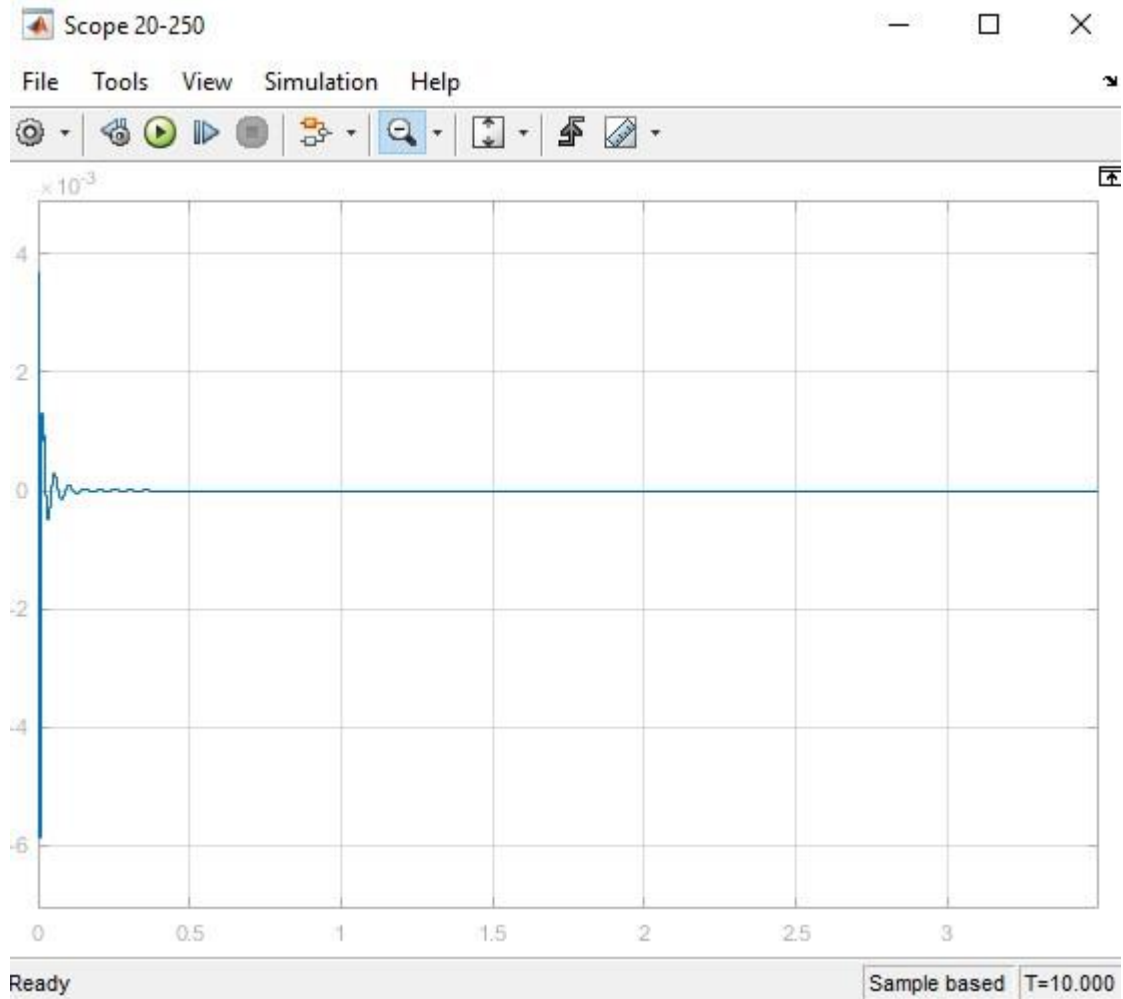
Prueba nº2: Frecuencia central de la banda 2 (1000[Hz])

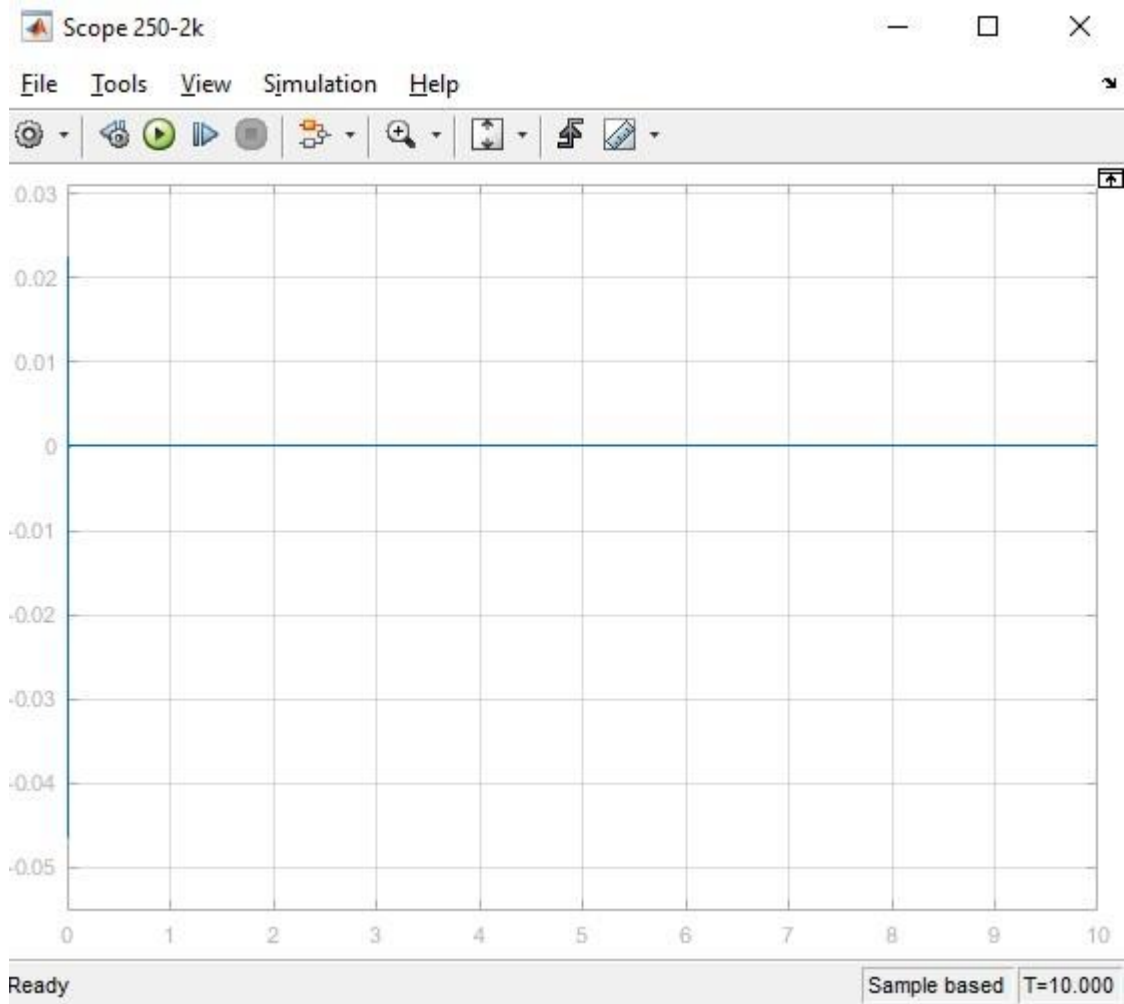


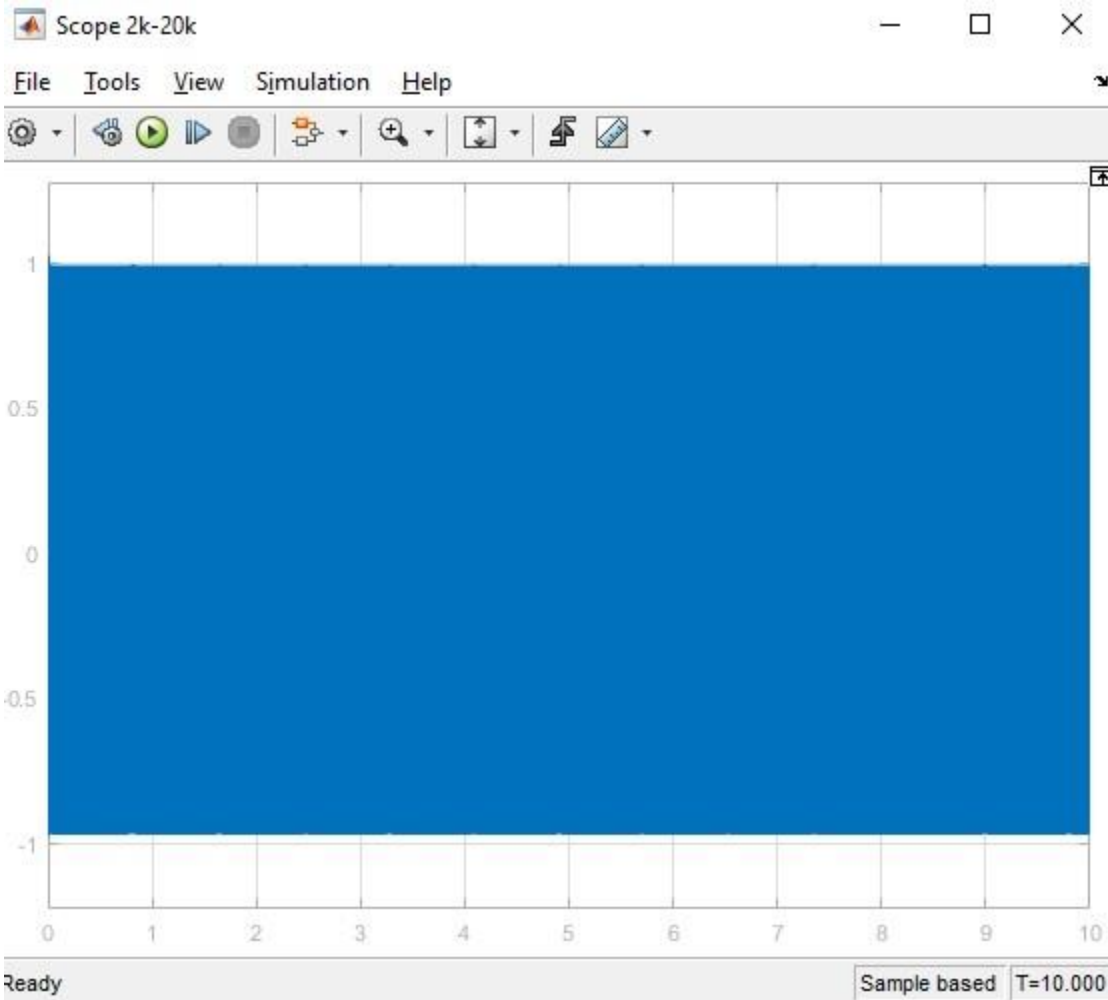




3Prueba nº3: Frecuencia central de la banda 3 (10000[Hz])







Se pueden observar en las gráficas que al testear los filtros usando una frecuencia dentro de cada una de las bandas, la respuesta coincide con el funcionamiento esperado, es decir, la señal de salida pasa con la amplitud igual a la de la entrada para aquel filtro que contiene la frecuencia de la señal ingresada, mientras que en la salida de los demás filtros la señal de entrada se verá atenuada.

8) Conclusiones:

Mediante la realización de este proyecto hemos logrado llevar el desarrollo analítico del problema propuesto a la práctica simulada usando herramientas de software como Matlab y sus complementos de simulación, tales como Simulink y fdatool.

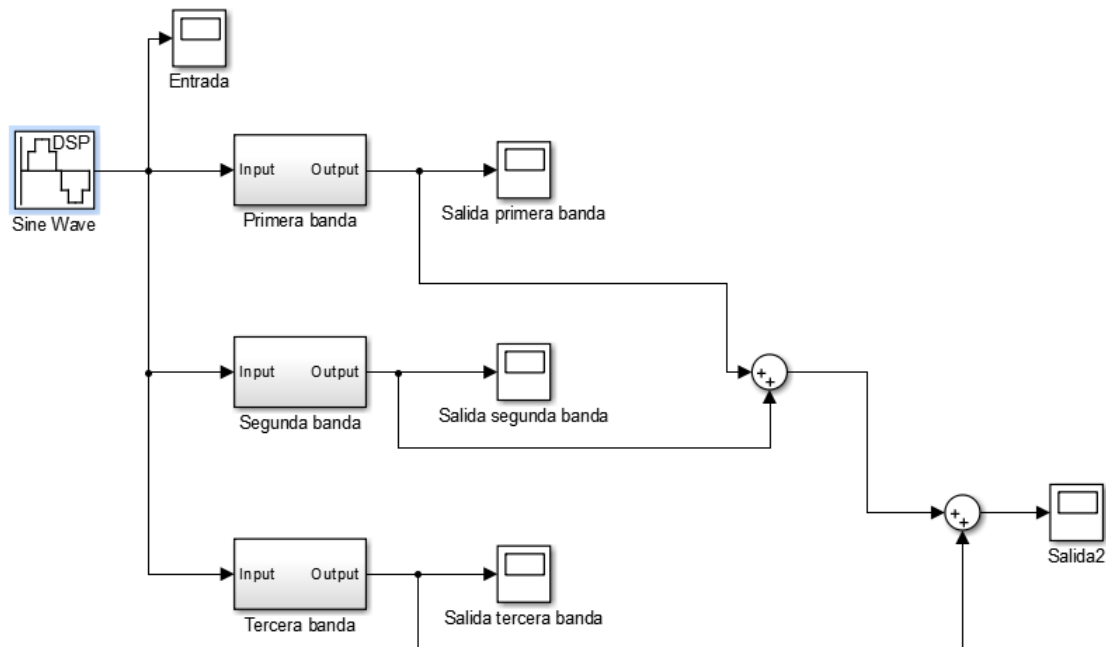
De esta manera pudimos ver en la verificación del diseño, que el filtro responde a las especificaciones planteadas al principio, lo cual nos permitió el desarrollo del filtro prototipo y la respuesta en el tiempo obtenida y así encontrar nuestro filtro pasabanda.

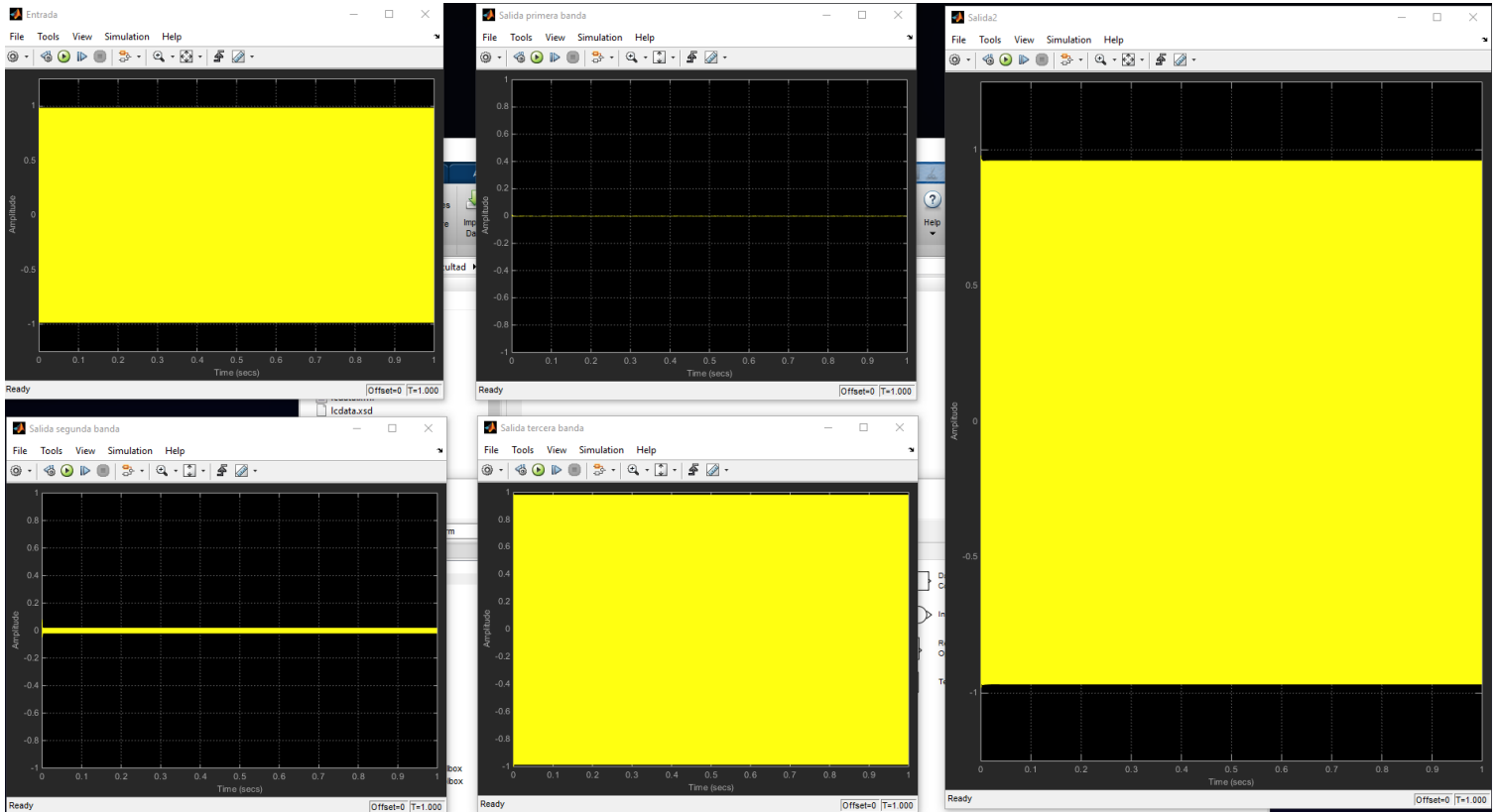
El filtro diseñado en fdatool de orden 4 tiene un filtrado más selectivo que el calculado de orden 2 debido a que, entre otras características, posee más componentes, con lo cual es más efectivo. Concluyendo que mayor orden implica más componentes en el circuito obteniendo un mejor filtrado.

En conclusión, al desarrollar este trabajo logramos integrar todos los conceptos aprendidos en la materia, llevarlos a la práctica simulada y poder obtener resultados lo más aproximados a los reales y así llegar a los objetivos propuestos.

9) Anexo (simulación durante la presentación del trabajo integrador):

Durante la presentación del trabajo integrador, por recomendación de los docentes, colocamos un sumador a la salida del banco de filtros, tal como podemos ver en las imágenes.





La salida de los sumadores es la que se encuentra a mano derecha de la imagen, donde se incluyó una frecuencia de entrada de 10.000Hz (frecuencia central del filtro de la tercera banda). Podemos concluir que al no ser fase lineal, no es posible obtener el 100% de la amplitud de la señal de entrada, ya que esto depende de la fase, del momento en que está tomada la muestra.