



UNIVERSIDAD  
NACIONAL  
DE TUCUMÁN



# DISEÑO DE FILTRO DIGITAL

## COBERTURA DE ESPECTRO AUDIBLE

Procesamiento Digital de Señales – FACET - UNT

### INTEGRANTES

- Campero, Diego
- Molina, Álvaro
- Stojan, Emiliano
- Tissera, Federico



# ÍNDICE

<b>INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>2</b>
<b>CASO DE ESTUDIO .....</b>	<b>3</b>
<b>1) Diseño del filtro prototipo .....</b>	<b>3</b>
Método directo: obtención de los polos .....	4
<b>2) Diseño para una de las bandas .....</b>	<b>7</b>
Polos y ceros .....	10
<b>3) Representación gráfica de la FTT .....</b>	<b>12</b>
<b>4) Estructura de Realización .....</b>	<b>13</b>
<b>5) Gráficas de respuesta en frecuencia, al impulso, polos y ceros y obtención de coeficientes para cada una de las bandas .....</b>	<b>15</b>
Banda 1.....	15
Banda 2.....	20
Banda 3.....	22
Banda 4.....	25
Banda 5.....	28
Banda 6.....	32
<b>6) Respuestas de amplitud de los seis filtros .....</b>	<b>35</b>
<b>7) Validación usando MatLab/Simulink .....</b>	<b>36</b>
Prueba 1 .....	37
Prueba 2 .....	38
Prueba 3 .....	39
Prueba 4 .....	40
Prueba 5 .....	41
Prueba 6 .....	42
<b>8) Conclusiones .....</b>	<b>43</b>



## INTRODUCCIÓN

El procesamiento de señales trata de la representación, transformación y manipulación de señales y de la información que contienen. Por ejemplo, podríamos desear separar dos o más señales que se han combinado de alguna forma, o podríamos querer realzar alguna componente de la señal o algún parámetro de un modelo de señal. Este procesamiento se puede realizar mediante tecnología analógica en tiempo continuo, o como se ha ido difundiendo cada vez más mediante procesamiento en tiempo discreto utilizando programas y procesadores.

Es importante recalcar que, si las señales a tratar son analógicas, deberán ser convertidas en una secuencia de muestras a fin de ser procesadas mediante algún algoritmo. Luego, de ser necesario, serán vueltas a convertir en señales analógicas. Un ejemplo de esto es el filtrado de señales de audio.

Esta forma de procesamiento es la que conocemos como procesamiento digital de señales o procesamiento de señales en tiempo discreto. Una buena parte del procesamiento de señales involucra el proceso de una señal para obtener otra señal: es el caso del **filtrado digital**.

Un filtro digital, es un filtro que opera sobre señales digitales y que tiene como propiedades la invarianza en el tiempo, causalidad y linealidad. Se trata de una operación matemática que toma una secuencia de números (la señal de entrada) y la modifica produciendo otra secuencia de números (la señal de salida) con el objetivo de resaltar o atenuar ciertas características.

Un filtro digital puede ser representado mediante el siguiente diagrama en bloques:

$$Y(nT) = R x(nT)$$

$x(nT)$

**Filtro digital**

$y(nT)$

Siendo:

- $x(nT)$  la secuencia de entrada - la excitación del filtro
- $y(nT)$  la respuesta del filtro ante la excitación  $x(nT)$ .

El análisis de un filtro digital es el proceso de determinar la respuesta de un filtro ante una dada excitación.

El presente informe tiene como objetivo documentar los pasos que serán necesarios para realizar el diseño de un filtro digital a partir de un prototipo con determinadas características o especificaciones. Esto último se hará haciendo uso de los conocimientos adquiridos a lo largo del cursado de la materia **Procesamiento Digital de Señales** de la Facultad de Ciencias Exactas y Tecnología, como así también el uso de herramientas para la representación y simulación de este tipo de dispositivos. Las especificaciones para el diseño fueron definidas por la cátedra y entregadas a modo de enunciado para este trabajo integrador y las mismas se encuentran disponibles a lo largo del desarrollo de este informe.

## CASO DE ESTUDIO

Se desea construir un banco de filtros digitales para cubrir el espectro audible, basado en la distribución de frecuencias de las octavas de la escala musical.

Rango comprendido:

BANDAS	1	2	3	4	5	6
Rangos [Hz]	16-64	64-250	250-2000	2000-4096	4096-16000	16000-20000
Frecuencia central [Hz]	40	157	1125	3048	10048	18000

Tabla 1: Rango de frecuencias de las octavas

Los límites de frecuencia corresponden a los puntos de media potencia (0.707) del valor máximo de transferencia. Además, debe atenuar a 20 db en la banda de transición.

## DESARROLLO

Procederemos a realizar el desarrollo del filtro de una banda mediante el método directo, utilizando un filtro prototipo pasabajos **Butterworth**. La banda elegida es la sexta 16000-20000 [Hz]

### 1) Diseño DEL FILTRO PROTOTIPO

$f_{cD} = 4000$  [Hz] (Frecuencia de corte)

$f_{aD} = 6000$  [Hz] (Frecuencia de atenuación a 20 dB, 50% sobre la frecuencia de corte)

$f_{oD} = 18000$  [Hz] (Frecuencia central del filtro pasabanda)

$f_s > 2f_{max} = 44000$  [Hz] (Frecuencia de muestreo)

$T = 22,72$  [ $\mu$ ]

A continuación, procedemos a obtener las frecuencias analógicas en vista de que estamos trabajando con frecuencias digitales. Esto lo realizamos mediante las siguientes ecuaciones:

$$\frac{\omega_A \cdot T}{2} = \operatorname{tg} \frac{\omega_D \cdot T}{2} \rightarrow \omega_A = \frac{2}{T} \operatorname{tg} \frac{\omega_D \cdot T}{2}, \quad T = \frac{1}{f_s}, \quad \omega = 2\pi f$$

$T = 22,72$  [ $\mu$ s]



$$\omega_{cA} = 25839.13138$$

$$\omega_{aA} = 40188.25342$$

Ahora calcularemos el orden del filtro prototipo usando la siguiente ecuación, donde  $At|_{dB}$  es la atenuación deseada (en este caso 20 dB).

$$At|_{dB} = 10 \cdot \log \left[ 1 + \left( \frac{\omega_{aA}}{\omega_{cA}} \right)^{2n} \right]$$

Despejamos  $n$  y obtenemos que:

$$n = \frac{1 \log(10^{At/10} - 1)}{2 \log \left( \frac{\omega_{aA}}{\omega_{cA}} \right)}$$

Finalmente, luego de hacer los cálculos, obtenemos un  $n = 5.201 \rightarrow n = 6$

## MÉTODO DIRECTO: OBTENCIÓN DE LOS POLOS

Utilizando el **método de la función magnitud al cuadrado**, vamos a encontrar los polos de dicha función. Estos nos servirán luego para encontrar la función transferencia  $H(z^{-1})$  propia del filtro.

Utilizaremos las siguientes ecuaciones que nos proporciona el método directo. El cálculo de los polos se hará con el filtro de orden  $n=6$  obtenido anteriormente, por lo que utilizaremos la ecuación para  $n$  par. Esto nos ayudará a obtener la parte real ( $u_m$ ) e imaginaria ( $v_m$ ) de los polos. En total habrán  $n \times 2$  polos a encontrar, en este caso 12.

$$u_m = \frac{1 - \tan^2 \left( \frac{\omega_c T}{2} \right)}{1 - 2 \tan^2 \left( \frac{\omega_c T}{2} \right) \cos \left( \frac{(2m+1)\pi}{2n} \right) + \tan^2 \left( \frac{\omega_c T}{2} \right)}$$

$$v_m = \frac{2 \tan \left( \frac{\omega_c T}{2} \right) \sin \left( \frac{(2m+1)\pi}{2n} \right)}{1 - 2 \tan \left( \frac{\omega_c T}{2} \right) \cos \left( \frac{(2m+1)\pi}{2n} \right) + \tan^2 \left( \frac{\omega_c T}{2} \right)}$$

$$m = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$$

$$T = 22,72 \text{ } [\mu s]$$



	$u_m$	$v_m$	$p_m$
<b>Polo 0</b>	1.7607	0.2928	1.78>1
<b>Polo 1</b>	1.3618	0.6188	1.49>1
<b>Polo 2</b>	0.9781	0.6071	1.15>1
<b>Polo 3</b>	<b>0.7380</b>	<b>0.4581</b>	<b>0.87&lt;1</b>
<b>Polo 4</b>	<b>0.6086</b>	<b>0.2765</b>	<b>0.67&lt;1</b>
<b>Polo 5</b>	<b>0.5527</b>	<b>0.0919</b>	<b>0.56&lt;1</b>
<b>Polo 6</b>	<b>0.5527</b>	<b>-0.0919</b>	<b>0.56&lt;1</b>
<b>Polo 7</b>	<b>0.6086</b>	<b>-0.2765</b>	<b>0.67&lt;1</b>
<b>Polo 8</b>	<b>0.7380</b>	<b>-0.4581</b>	<b>0.87&lt;1</b>
<b>Polo 9</b>	0.9781	-0.6071	1.15>1
<b>Polo 10</b>	1.3618	-0.6188	1.49>1
<b>Polo 11</b>	1.7607	-0.2928	1.78>1

Tabla 2: Polos y ceros obtenidos

Construiremos la función  $H(z)$  con aquellos polos que se encuentran dentro de la zona de estabilidad, es decir cuando  $p_m < 1$ . Obtendremos así los siguientes polos:

$$Z_{p1}=0.7380 + j0.4581$$

$$Z_{p2}=0.6086 + j0.2765$$

$$Z_{p3}= 0.5527 - j0.0919$$

$$Z_{p4}=0.5527 + j0.0919$$

$$Z_{p5}=0.6086 - j0.2765$$

$$Z_{p6}= 0.7380 - j0.4581$$

Escribimos  $H(z)$  teniendo en cuenta que en el numerador tenemos  $n$  ceros en  $z=-1$

$$H(z) = \frac{(Z + 1)^6}{(Z - Z_{p0}) * (Z - Z_{p1}) * (Z - Z_{p2}) * (Z - Z_{p3}) * (Z - Z_{p4}) * (Z - Z_{p5})}$$

Realizando el producto obtenemos la expresión:

$$H(z) = \frac{a_6 + a_5Z + a_4Z^2 + a_3Z^3 + a_2Z^4 + a_1Z^5 + a_0Z^6}{b_6 + b_5Z + b_4Z^2 + b_3Z^3 + b_2Z^4 + b_1Z^5 + b_0Z^6}$$

Ahora obtendremos  $H(z^{-1})$  multiplicando y dividiendo por  $z^{-6}$ :

$$H(z^{-1}) = \frac{a_0 + a_1Z^{-1} + a_2Z^{-2} + a_3Z^{-3} + a_4Z^{-4} + a_5Z^{-5} + a_6Z^{-6}}{b_0 + b_1Z^{-1} + b_2Z^{-2} + b_3Z^{-3} + b_4Z^{-4} + b_5Z^{-5} + b_6Z^{-6}}$$

Esta función corresponde al filtro digital prototipo pasabajo **Butterworth** de orden 6. Cuyos coeficientes son:

i	0	1	2	3	4	5	6
$a_i$	1	6	15	20	15	6	1
$b_i$	1	-3.7986	6.2889	-5.7373	3.0225	-0.8680	0.1058

Tabla 3: Coeficientes del filtro prototipo

Reemplazando estos valores en  $H(Z^{-1})$  obtenemos finalmente la ecuación del filtro prototipo:

$$H(z^{-1}) = \frac{1 + 6Z^{-1} + 15Z^{-2} + 20Z^{-3} + 15Z^{-4} + 6Z^{-5} + Z^{-6}}{1 - 3.7986Z^{-1} + 6.2889Z^{-2} - 5.7373Z^{-3} + 3.0225Z^{-4} - 0.8680Z^{-5} + 0.1058Z^{-6}}$$

Para comprobar si el filtro es el deseado colocamos los valores obtenidos en Matlab y usando el comando **[h,w]=freqz (N,D)**, obtenemos la siguiente gráfica para el filtro prototipo:

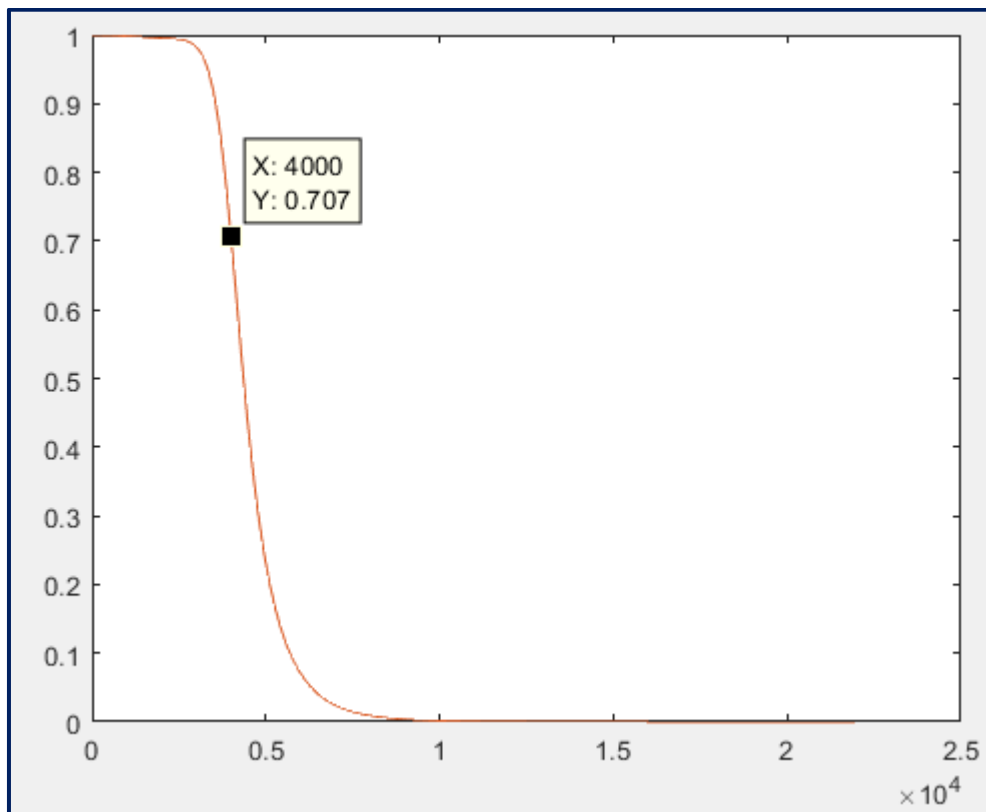


Imagen 1: Respuesta en frecuencia del filtro prototipo

De la gráfica podemos observar la caída de los 0,707, y que en ese valor encontramos una frecuencia aproximada de 4000 [Hz]; es decir, la frecuencia de corte del prototipo deseada.

## 2) Diseño para una de las bandas

Una vez obtenida la función transferencia del filtro prototipo digital pasabajo, debemos hacer una transformación espectral para obtener así el filtro pasabanda (*en este caso para la última banda*). Esta transformación se hace sustituyendo  $Z^{-1}$  de  $H(Z^{-1})$  por una función unitaria:

$$Z^{-1} \rightarrow g(Z^{-1}) = - \frac{\frac{K-1}{K+1} - 2\alpha \frac{K}{K+1} Z^{-1} + Z^{-2}}{1 - 2\alpha \frac{K}{K+1} Z^{-1} + \frac{K-1}{K+1} Z^{-2}}$$

Siendo

$$\alpha = \cos(\omega_0 T) = \frac{\cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} T\right)}{\cos\left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2} T\right)} \quad y \quad K = \cot\left[\left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2}\right) T\right] \cdot \tan\left(\frac{\beta T}{2}\right)$$

Donde:

- $\beta$ : Es la frecuencia de corte del filtro pasabajo prototipo.
- $\omega_0$ : Es la frecuencia central del pasabanda.
- $\omega_{1,2}$ : Son las frecuencias de corte superior e inferior del filtro pasabanda.



Usando de datos las frecuencias de la *última banda* ya mencionada anteriormente tenemos:

$$\alpha = \frac{\cos\left(\frac{\omega_2 + \omega_1}{2}\right) T}{\cos\left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2}\right) T} = -0.8768$$

$$\beta = 2\pi * 4000 \text{ Hz} = 8000. \pi \left[ \frac{\text{rad}}{\text{seg}} \right]$$

$$K = \cot\left[\left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2}\right) T\right] \cdot \text{tg}\left(\frac{\beta T}{2}\right) = 1$$

Luego  $Z^{-1}$  quedará de la siguiente forma:

$$Z^{-1} \rightarrow g(Z^{-1}) = \frac{-0.8768 * Z^{-1} - Z^{-2}}{1 + 0.8768 * Z^{-1}}$$

Esta función se reemplaza en todo  $Z^{-1}$  del filtro prototipo, obteniendo así la función  $H(Z^{-1})$  del filtro digital pasabanda para la *última banda*. Tendrá la siguiente forma:

$$H(z^{-1}) = \frac{A_0 + A_1 z^{-1} + A_2 z^{-2} + A_3 z^{-3} + A_4 z^{-4} + \dots + A_6 z^{-12}}{1 + B_1 z^{-1} + B_2 z^{-2} + B_3 z^{-3} + B_4 z^{-4} + \dots + B_6 z^{-12}}$$

Este filtro pasabanda es de orden 12. Todos estos procedimientos para encontrar la función del filtro para la *última banda*, deberán realizarse para las 5 bandas restantes.

Luego de calcular obtenemos el filtro:

$$H(z^{-1}) = \frac{1 + 0Z^{-1} - 6Z^{-2} + 0Z^{-3} + 15Z^{-4} + 0Z^{-5} - 20Z^{-6} + 0Z^{-7} + 15Z^{-8} + 0Z^{-9} - 6Z^{-10} + 0Z^{-11} + Z^{-12}}{1 + 8.5914Z^{-1} + 34.7664Z^{-2} + 87.5914Z^{-3} + 152.9779Z^{-4} + 195.0666Z^{-5} + 186.1782Z^{-6} + 134.0022Z^{-7} + 72.1923Z^{-8} + 28.3995Z^{-9} + 7.7482Z^{-10} + 1.3177Z^{-11} + 0.1058Z^{-12}}$$

Luego, utilizando la función **freqz** de Matlab, introduciremos estos valores para graficar la respuesta en amplitud y fase; obteniendo las siguientes gráficas.

# DISEÑO DE FILTRO DIGITAL

## Cobertura de espectro audible

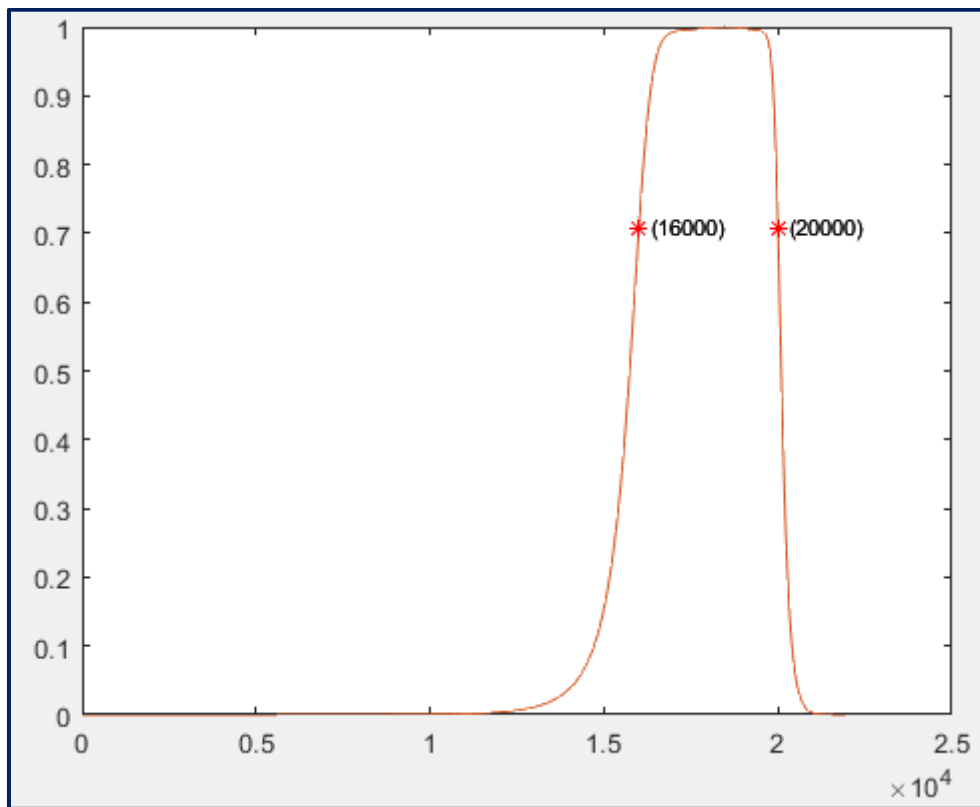


Imagen 2: Respuesta en amplitud

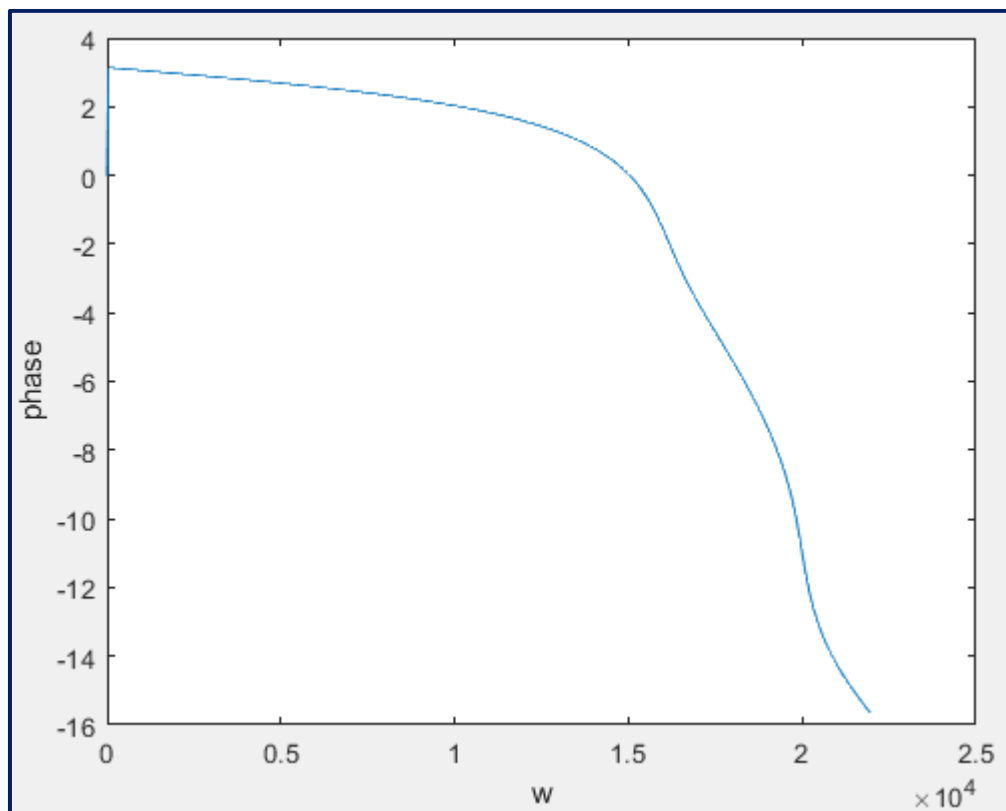


Imagen 3: Respuesta en fase



## OBTENCIÓN DE POLOS Y CEROS:

Para obtener los ceros del filtro tomaremos la ecuación característica del numerador y procedemos a obtener sus raíces.

**Numerador**  $\rightarrow 1-6Z^{-2}+15Z^{-4}-20Z^{-6}+15Z^{-8}-6Z^{-10}+Z^{-12}$

**Ecuación característica**  $\rightarrow 1-6x^2+15x^4-20x^6+15x^8-6x^{10}+x^{12} = 0$

Utilizando la función **roots()** de matlab podemos obtener las coordenadas de los polos y ceros del filtro obtenido, en el Plano Z:

$C_1 = -1.0016 + 0.0009i$

$C_7 = 1.0018 + 0.0010i$

$C_2 = -1.0016 - 0.0009i$

$C_8 = 1.0018 - 0.0010i$

$C_3 = -1.0000 + 0.0019i$

$C_9 = 1.0000 + 0.0021i$

$C_4 = -1.0000 - 0.0019i$

$C_{10} = 1.0000 - 0.0021i$

$C_5 = -0.9984 + 0.0009i$

$C_{11} = 0.9982 + 0.0010i$

$C_6 = -0.9984 - 0.0009i$

$C_{12} = -0.9982 - 0.0010i$

Para obtener los polos del filtro tomaremos la ecuación característica del denominador para obtener sus raíces.

**Denominador**  $\rightarrow 1 + 8.5914Z^{-1} + 34.7664Z^{-2} + 87.5914Z^{-3} + 152.9779Z^{-4} + 195.0666Z^{-5} + 186.1782Z^{-6} + 134.0022Z^{-7} + 72.1923Z^{-8} + 28.3995Z^{-9} + 7.7482Z^{-10} + 1.3177Z^{-11} + 0.1058Z^{-12}$

**Ecuación característica**

$$1 + 8.5914X^1 + 34.7664X^2 + 87.5914X^3 + 152.9779X^4 + 195.0666X^5 + 186.1782X^6 + 134.0022X^7 + 72.1923X^8 + 28.3995X^9 + 7.7482X^{10} + 1.3177X^{11} + 0.1058X^{12} = 0$$

Utilizando la función **roots()** de matlab obtenemos las raíces:

$P_1 = -0.6014 + 0.6738i$

$P_7 = -0.8443 + 0.2585i$

$P_2 = -0.6014 - 0.6738i$

$P_8 = -0.8443 - 0.2585i$

$P_3 = -0.5642 + 0.5029i$

$P_9 = -0.7364 + 0.2707i$

$P_4 = -0.5642 - 0.5029i$

$P_{10} = -0.7364 - 0.2707i$

$P_5 = -0.9228 + 0.2721i$

$P_{11} = -0.6267 + 0.3441i$

$P_6 = -0.9228 - 0.2721i$

$P_{12} = -0.6267 - 0.3441i$

Utilizando la función **zplane(HN, HD)** de Matlab obtenemos el siguiente diagrama de polos y ceros en el plano Z y no en  $Z^{-1}$ , ya que es la salida proporcionada por Matlab

## POLOS Y CEROS - Plano Z

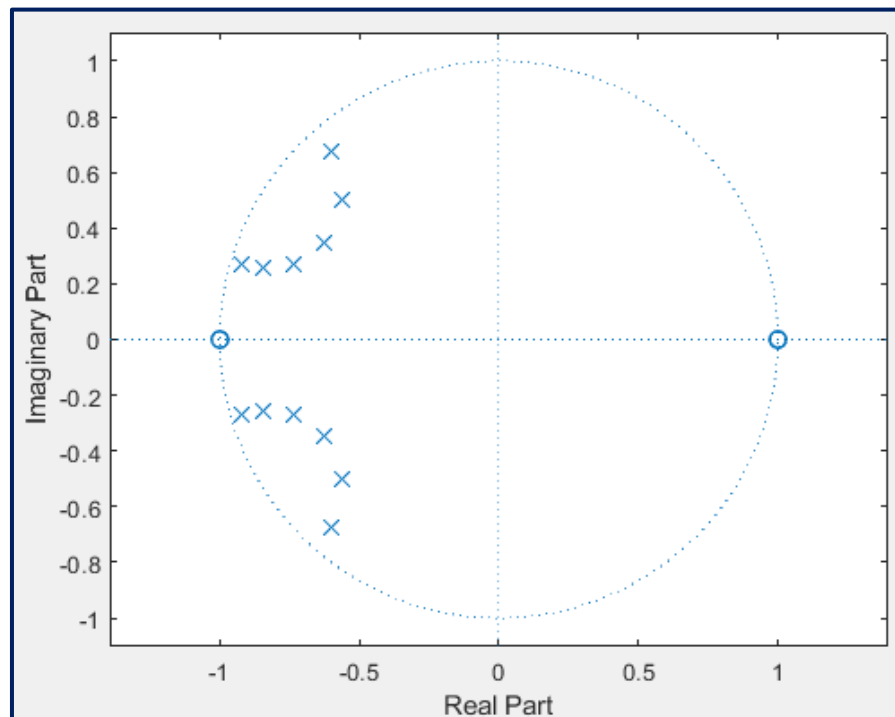


Imagen 4: Polos y ceros en el plano Z

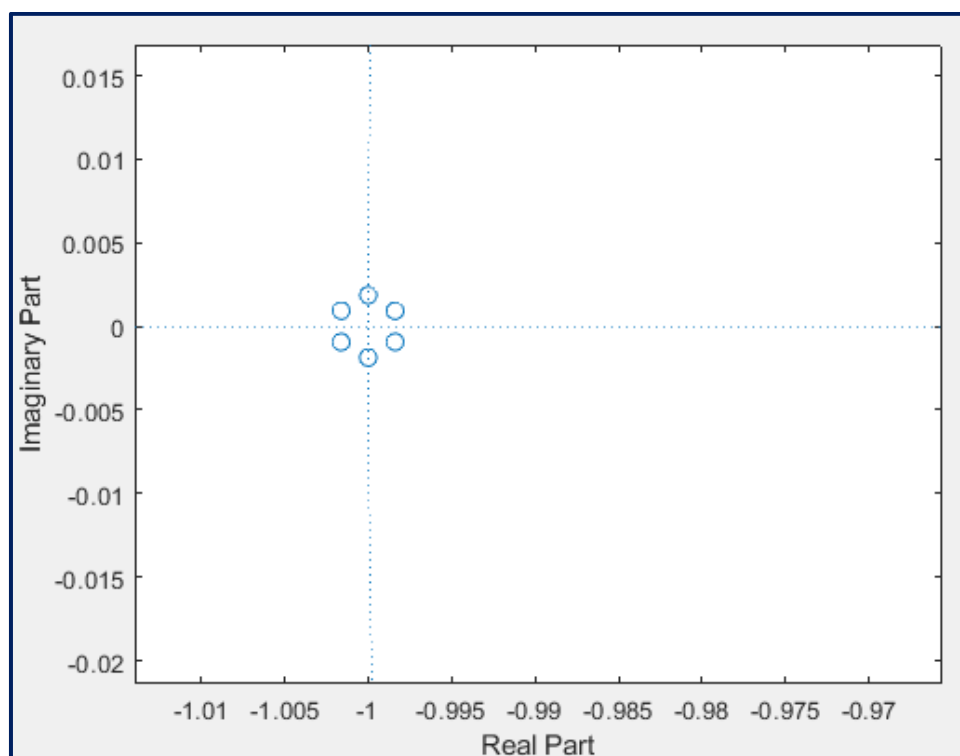


Imagen 5: Acercamiento de polos y ceros en el plano Z

## 3) REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LA FFT

La Transformada de Fourier de la respuesta de impulso es la respuesta en frecuencia de un filtro. Por lo tanto, de la respuesta al impulso se tomarán N muestras que serán reproducidas periódicamente aplicando la Transformada Rápida de Fourier. Para obtener la FFT escribimos un código en el cual como primer paso se requiere cargar en un vector N y D (numerador y denominador respectivamente). Luego lo que resta es especificar la cantidad de muestras a utilizar y la frecuencia de muestreo correspondiente.

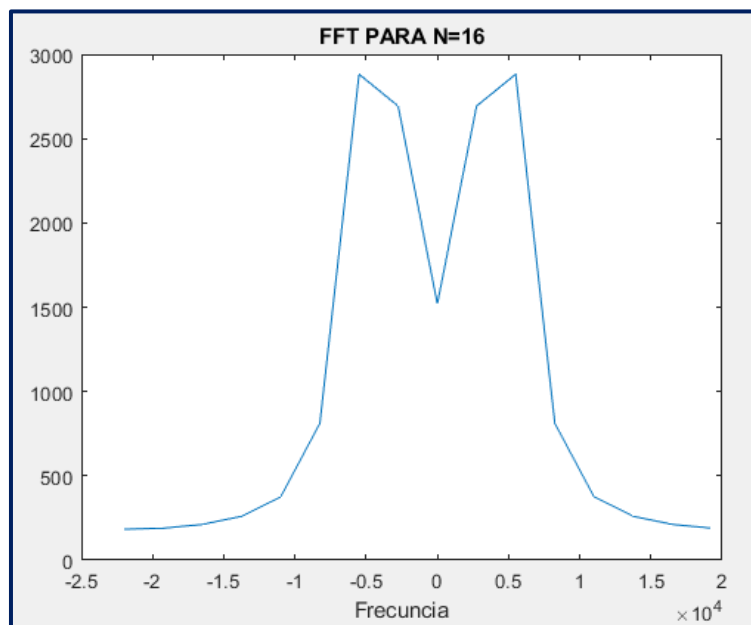


Imagen 6: FFT para n= 16

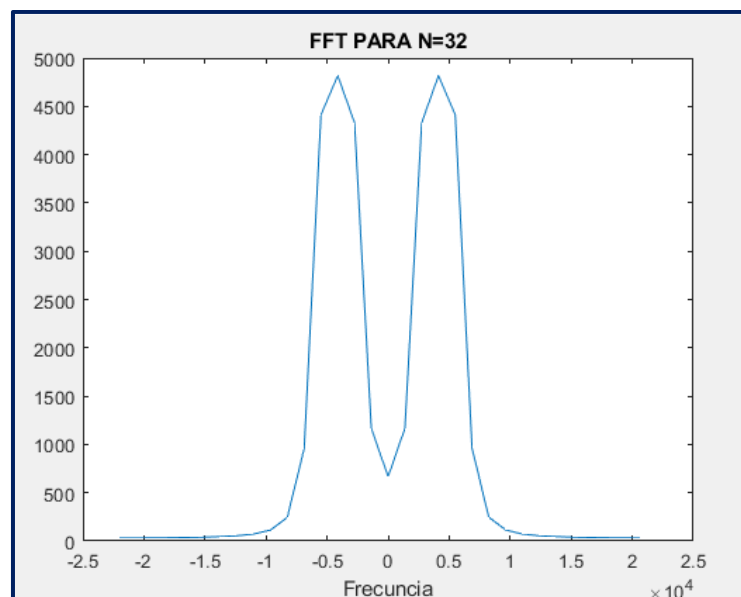


Imagen 7: FFT para n= 32

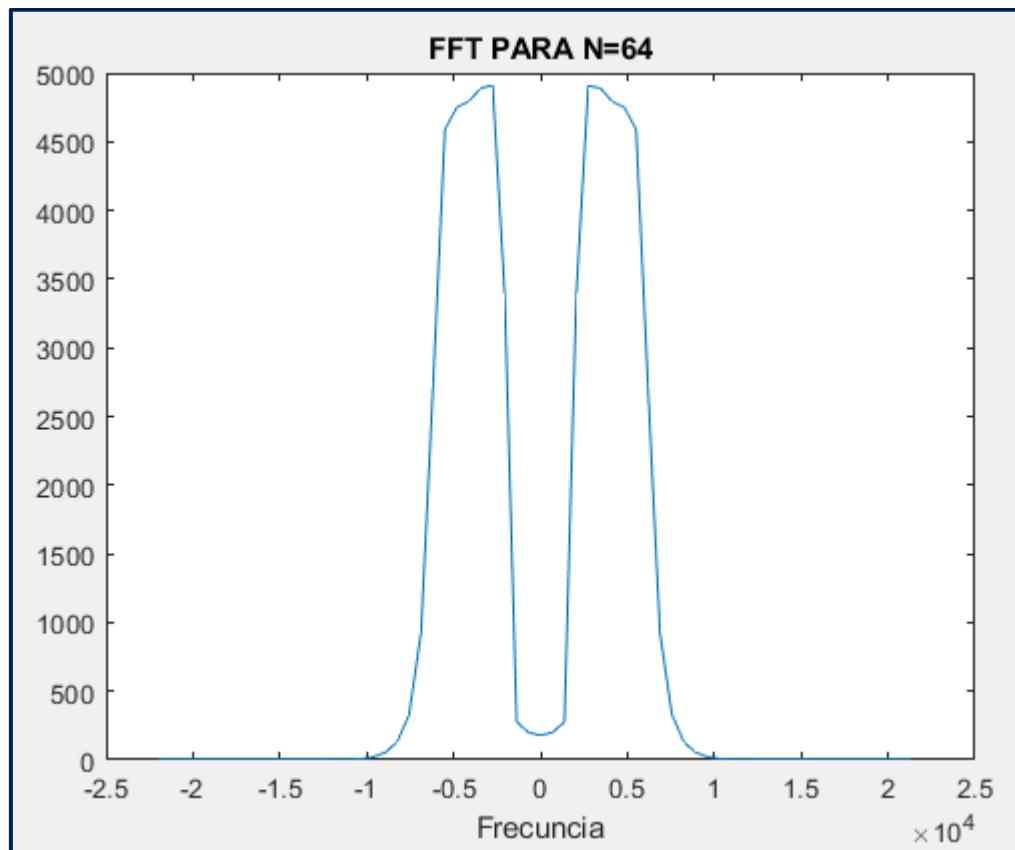


Imagen 8: FFT para n= 64

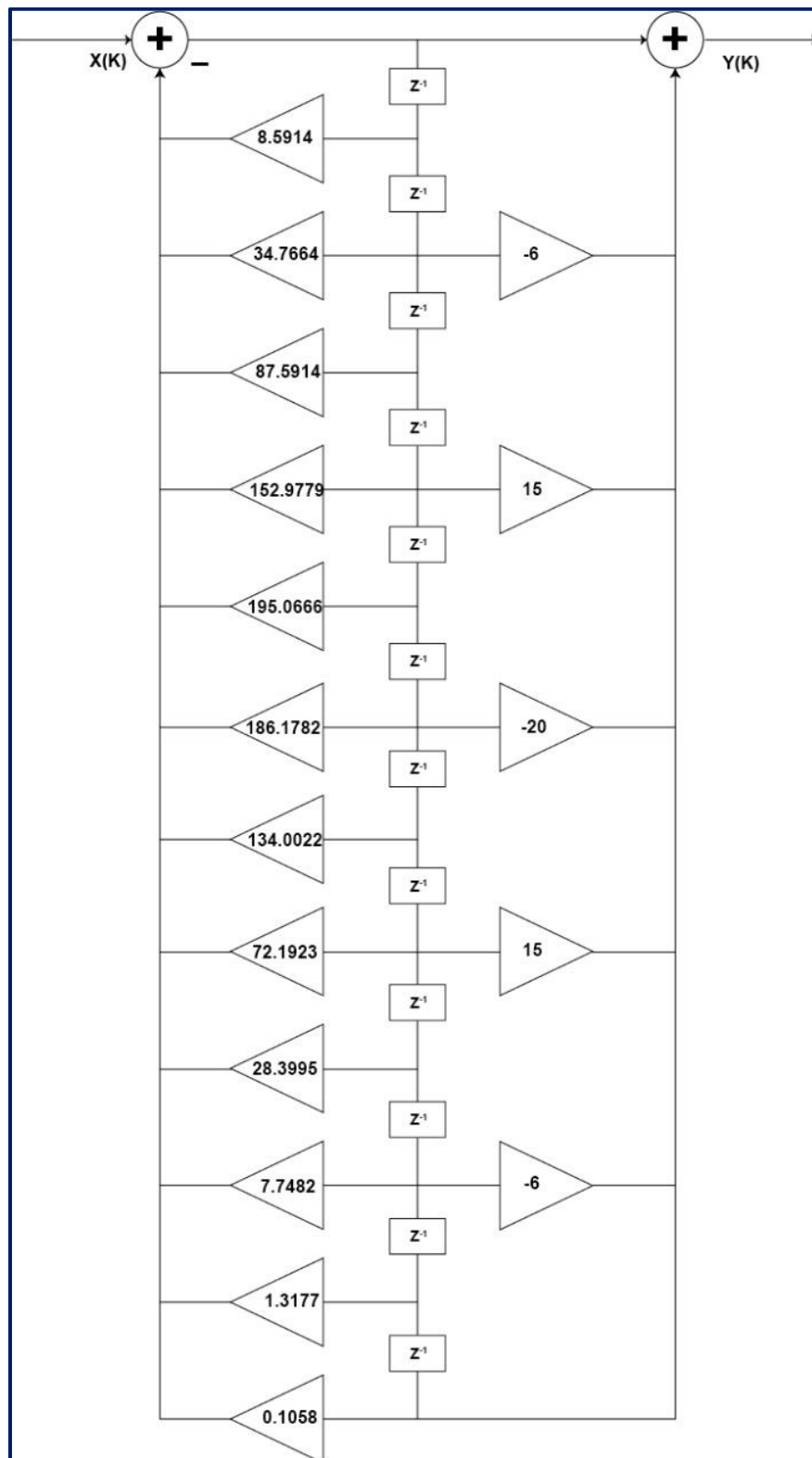
Se observa a partir de las gráficas obtenidas con la FFT que, a medida que aumentamos el número de muestreo, obtenemos una gráfica más aproximada a la respuesta en frecuencia original.

## 4) ESTRUCTURA DE REALIZACIÓN

Teniendo en cuenta que la ecuación obtenida para  $H(Z^{-1})$  es la siguiente:

$$H(z^{-1}) = \frac{1 - 6Z^{-2} + 15Z^{-4} - 20Z^{-6} + 15Z^{-8} - 6Z^{-10} + Z^{-12}}{1 + 8.5914Z^{-1} + 34.7664Z^{-2} + 87.5914Z^{-3} + 152.9779Z^{-4} + 195.0666Z^{-5} + 186.1782Z^{-6} + 134.0022Z^{-7} + 72.1923Z^{-8} + 28.3995Z^{-9} + 7.7482Z^{-10} + 1.3177Z^{-11} + 0.1058Z^{-12}}$$

La realización canónica del filtro pasabanda queda de la siguiente forma:



*Imagen 9: Estructura de realización*

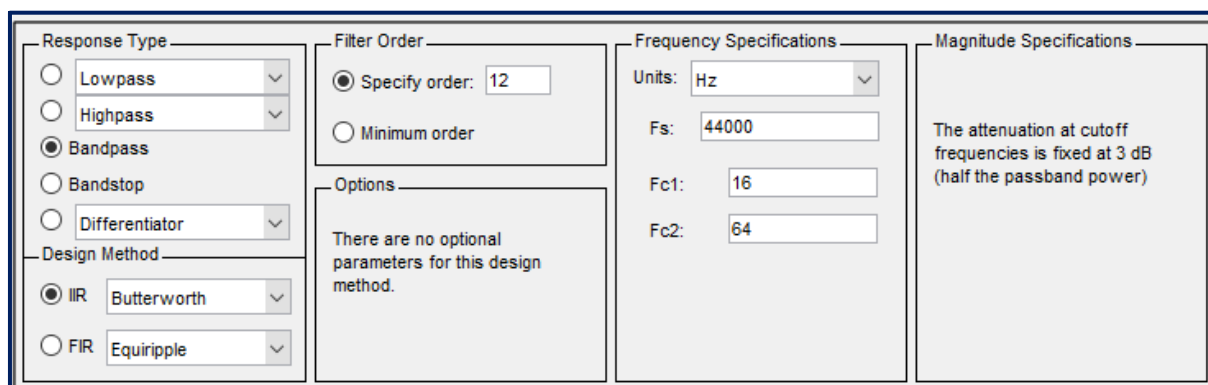
Se trata de un filtro del tipo IIR, ya que presenta una respuesta infinita al impulso y, además, posee una retroalimentación de la señal de la salida

## 5) GRÁFICAS DE RESPUESTA EN FRECUENCIA, AL IMPULSO, POLOS Y CEROS Y OBTENCIÓN DE COEFICIENTES PARA CADA UNA DE LAS BANDAS

Para la realización de esta parte del proyecto integrador, utilizaremos la herramienta de Matlab **FDATool**.

Para diseñar un filtro pasabanda con esta herramienta se deben rellenar los campos mostrados en la próxima figura, correspondientes a los siguientes datos:

- Tipo de filtro.
- Método de diseño del filtro.
- Orden del filtro.
- Frecuencia de muestreo.
- Frecuencia de paso 1.
- Frecuencia de paso 2



Response Type	Filter Order	Frequency Specifications	Magnitude Specifications
<input type="radio"/> Lowpass <input type="radio"/> Highpass <input checked="" type="radio"/> Bandpass <input type="radio"/> Bandstop <input type="radio"/> Differentiator	<input checked="" type="radio"/> Specify order: 12 <input type="radio"/> Minimum order	Units: Hz Fs: 44000 Fc1: 16 Fc2: 64	The attenuation at cutoff frequencies is fixed at 3 dB (half the passband power)
Design Method: <input checked="" type="radio"/> IIR: Butterworth <input type="radio"/> FIR: Equiripple	Options: There are no optional parameters for this design method.		

Imagen 10: Configuración de FDATool

De manera análoga, se completan estos datos para cada una de las bandas



## Banda 1

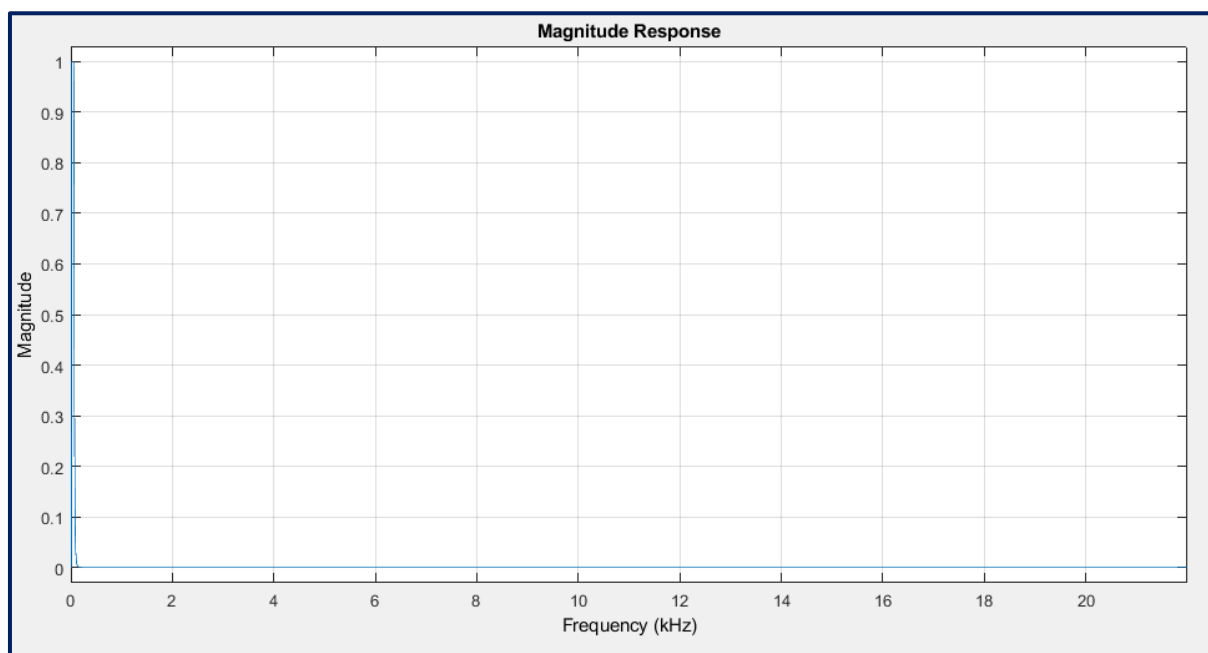


Imagen 11: Respuesta en magnitud banda 1

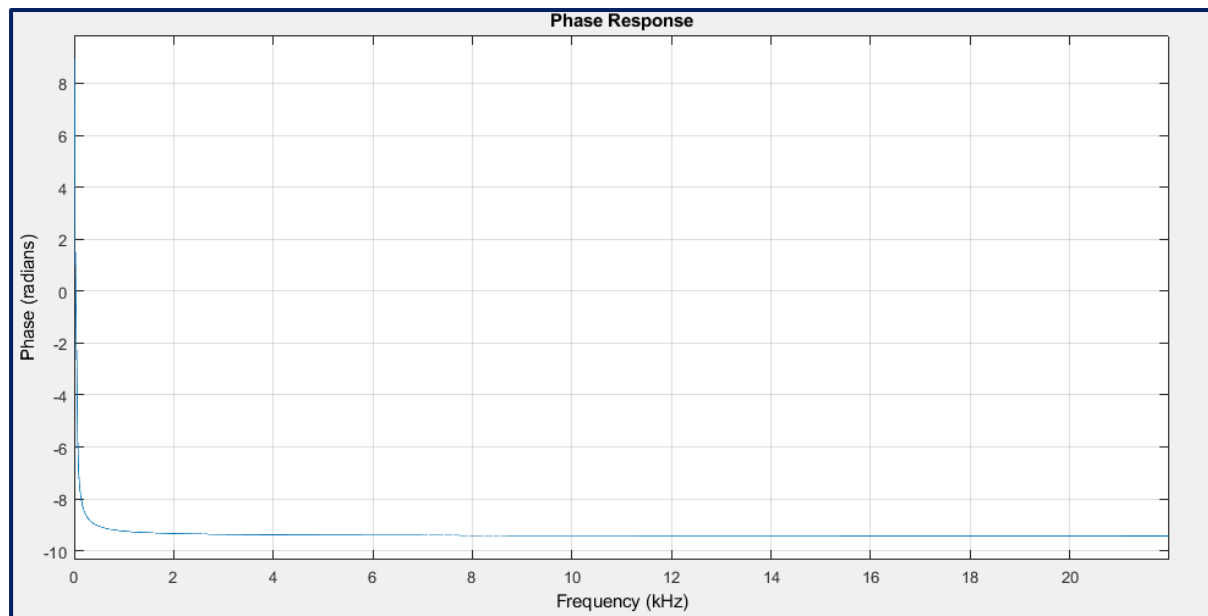


Imagen 12: Respuesta en fase banda 1

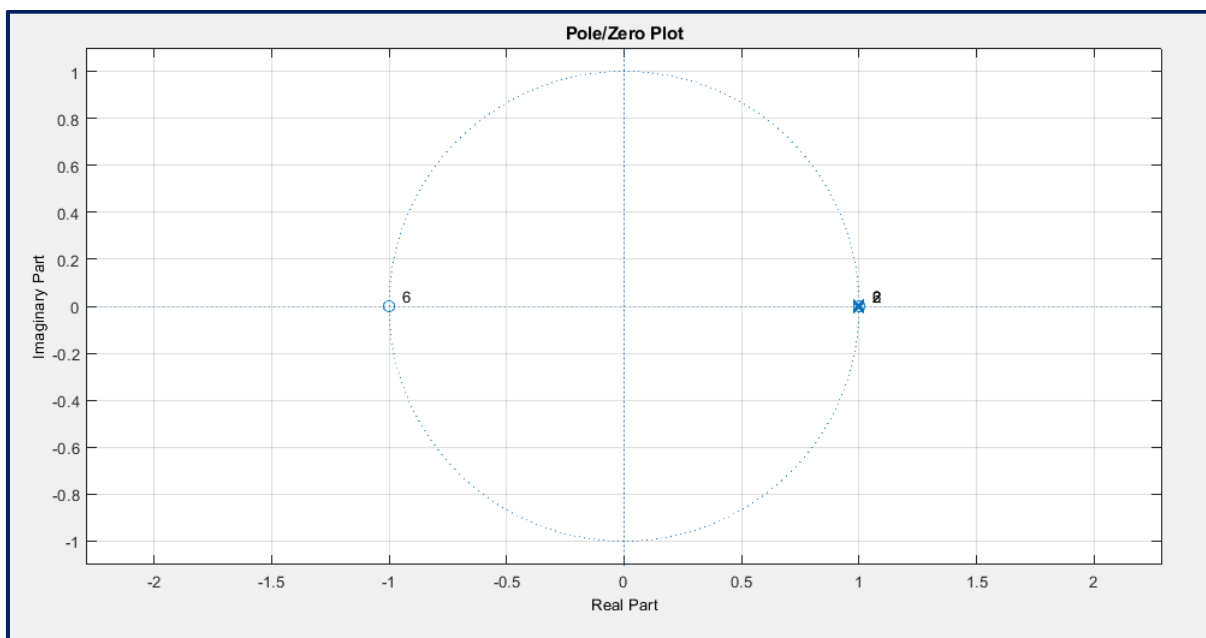


Imagen 12: Polos y ceros banda 1

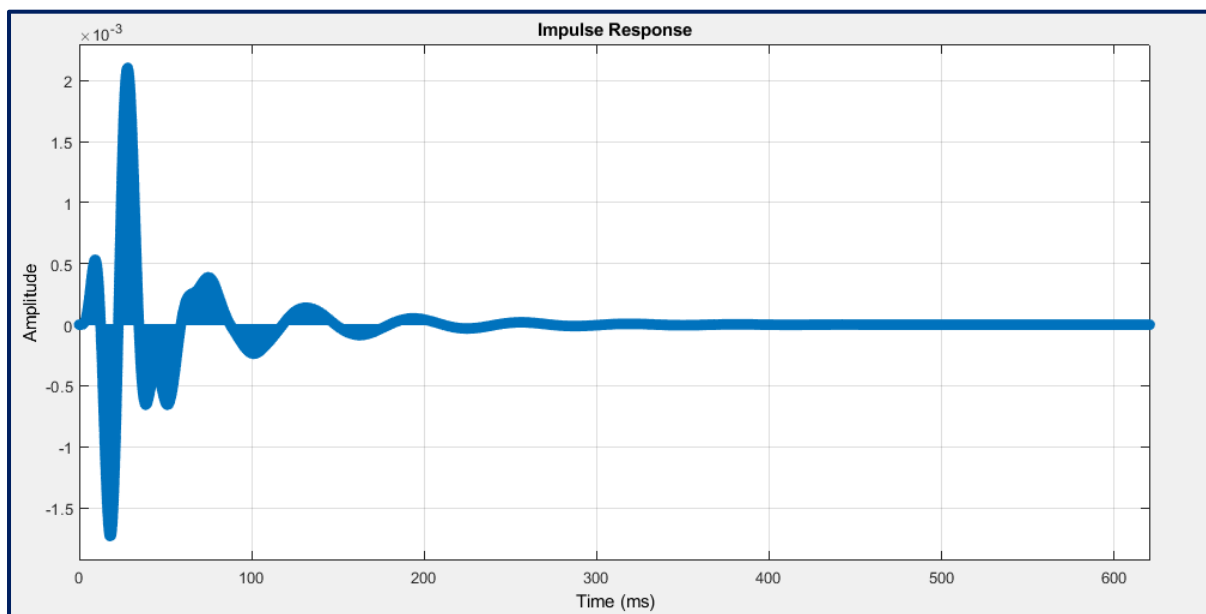
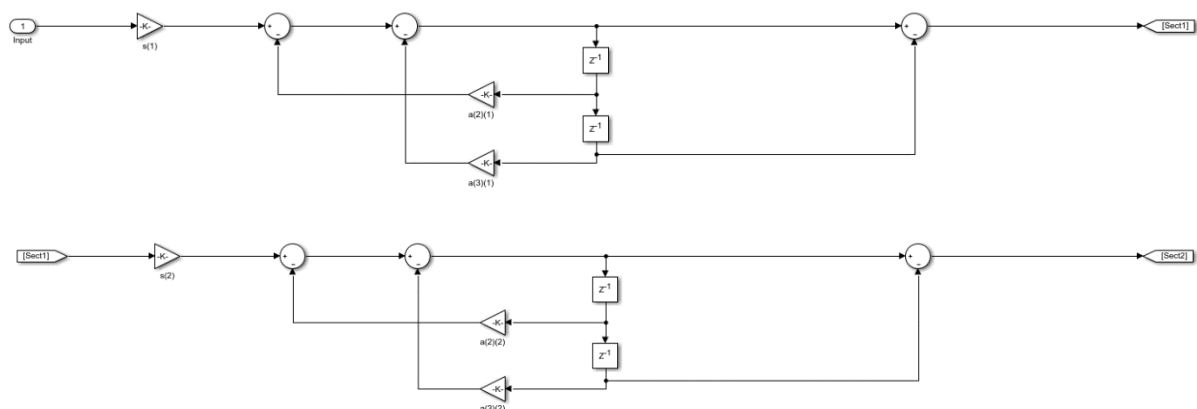


Imagen 13: Respuesta al impulso banda 1

<p>Section #1</p> <p>Numerator:</p> <p>1 0 -1</p> <p>Denominator:</p> <p>1 -1.99709949261404551279497354698833078146 0.997180715362362191100942254706751555204</p> <p>Gain:</p> <p>0.003424149348571298590721001531278488983</p>	<p>Section #4</p> <p>Numerator:</p> <p>1 0 -1</p> <p>Denominator:</p> <p>1 -1.997629912572522759006687920191325247288 0.997636647458335579230492839997168630362</p> <p>Gain:</p> <p>0.003418910001748765026263754407409578562</p>
<p>Section #2</p> <p>Numerator:</p> <p>1 0 -1</p> <p>Denominator:</p> <p>1 -1.999270104056421804017418253351934254169 0.999275462742286291195625835825921967626</p> <p>Gain:</p> <p>0.003424149348571298590721001531278488983</p>	<p>Section #5</p> <p>Numerator:</p> <p>1 0 -1</p> <p>Denominator:</p> <p>1 -1.991643631612404874431376811116933822632 0.991679191183022501476784782425966113806</p> <p>Gain:</p> <p>0.003415895992950484377770337118818133604</p>
<p>Section #3</p> <p>Numerator:</p> <p>1 0 -1</p> <p>Denominator:</p> <p>1 -1.992634938830681878840778153971768915653 0.992699366935615890028543617518153041601</p> <p>Gain:</p> <p>0.003418910001748765026263754407409578562</p>	<p>Section #6</p> <p>Numerator:</p> <p>1 0 -1</p> <p>Denominator:</p> <p>1 -1.995113613827636189768099939101375639439 0.995125794865877932871001121384324505925</p> <p>Gain:</p> <p>0.003415895992950484377770337118818133604</p> <p>Output Gain:</p> <p>1</p>

Imagen 14: Coeficientes del filtro para banda 1

A continuación, cada circuito se corresponde a cada sección de los datos anteriores. Se deben reemplazar los coeficientes. Esto último es válido para las 6 bandas.



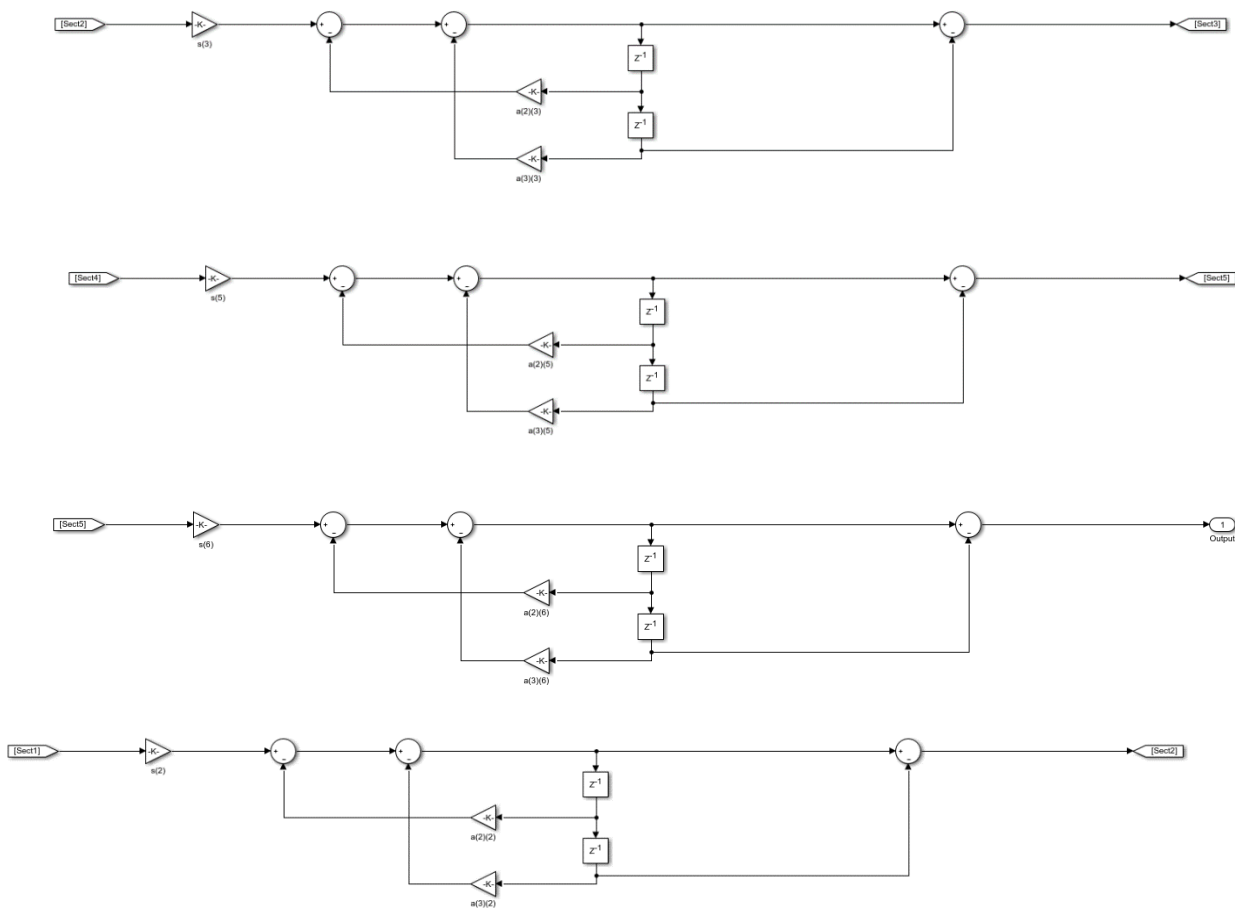


Imagen 15: Realización circuital para todas las bandas

## Banda 2

<b>Response Type</b> <input type="radio"/> Lowpass <input type="radio"/> Highpass <input checked="" type="radio"/> Bandpass <input type="radio"/> Bandstop <input type="radio"/> Differentiator <b>Design Method</b> <input checked="" type="radio"/> IIR Butterworth <input type="radio"/> FIR Equiripple	<b>Filter Order</b> <input checked="" type="radio"/> Specify order: 12 <input type="radio"/> Minimum order <b>Options</b> There are no optional parameters for this design method.	<b>Frequency Specifications</b> Units: Hz Fs: 44000 Fc1: 64 Fc2: 250	<b>Magnitude Specifications</b> The attenuation at cutoff frequencies is fixed at 3 dB (half the passband power)
--	--	--	---

Imagen 16: Configuración de FDATAOL banda 2

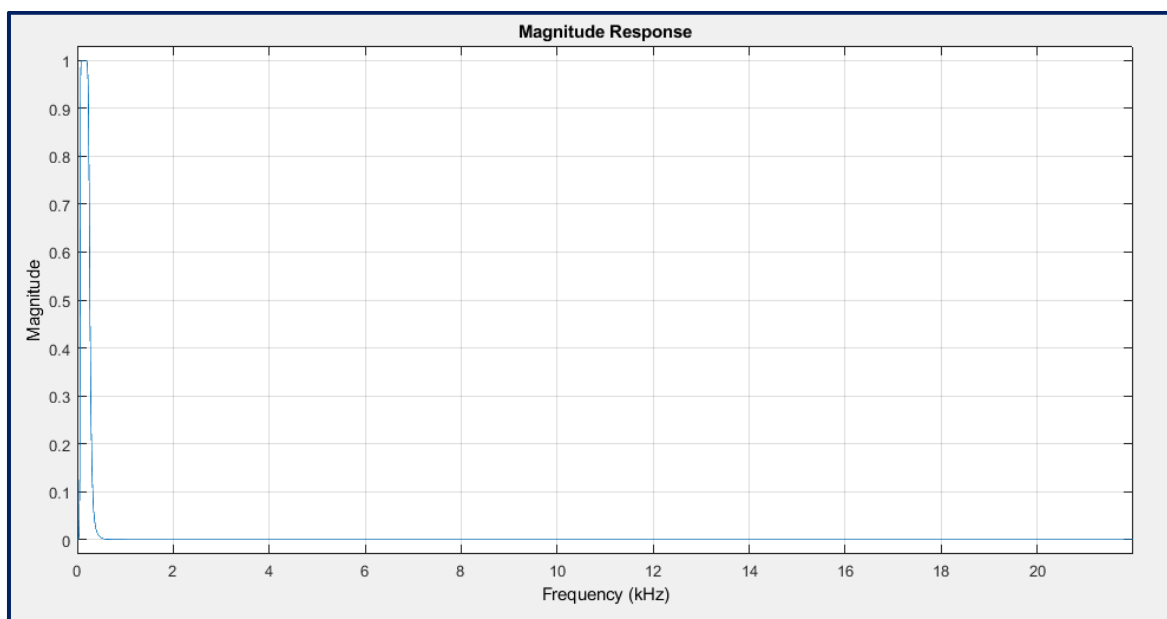


Imagen 17: Respuesta en magnitud banda 2

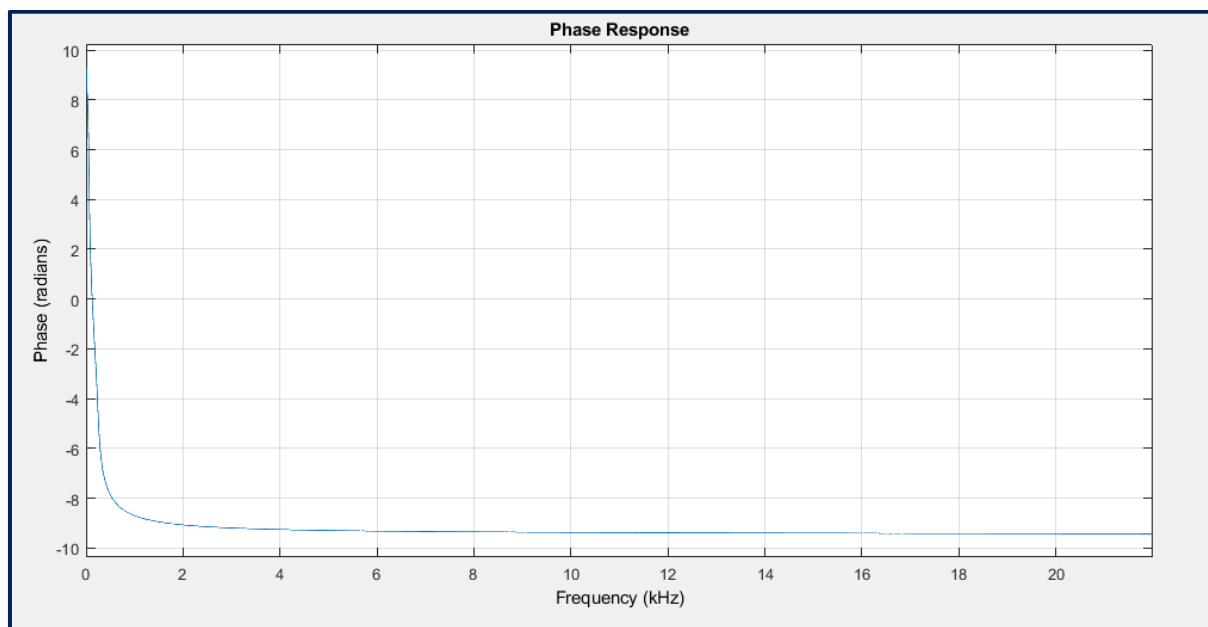


Imagen 18: Respuesta en fase banda 2

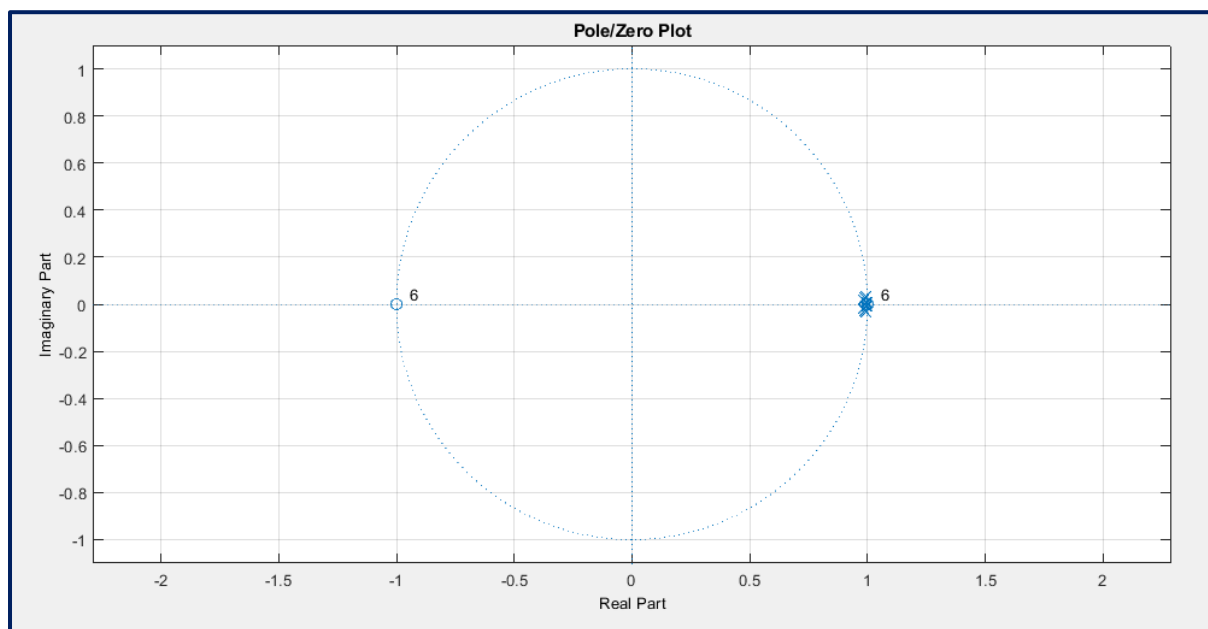


Imagen 19: Ceros y polos para la banda 2

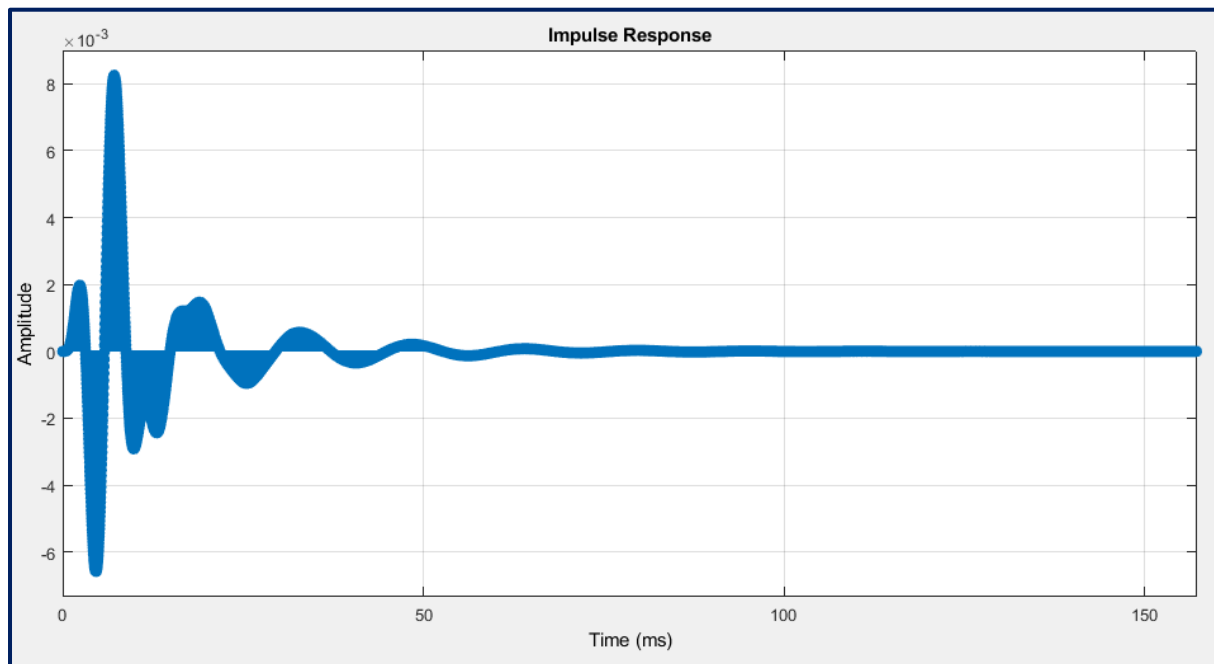


Imagen 20: Respuesta al impulso banda 2

<p>Section #1</p> <p>Numerator:</p> <p>1</p> <p>0</p> <p>-1</p> <p>Denominator:</p> <p>1</p> <p>-1.987939501901530459093692115857265889645</p> <p>0.989173740394123535146775338944280520082</p> <p>Gain:</p> <p>0.013234571783419324733643840374952560524</p>	<p>Section #4</p> <p>Numerator:</p> <p>1</p> <p>0</p> <p>-1</p> <p>Denominator:</p> <p>1</p> <p>-1.990600837041797355198013974586501717567</p> <p>0.990708229458798328437296731863170862198</p> <p>Gain:</p> <p>0.013157014926379485136864744276863348205</p>
<p>Section #2</p> <p>Numerator:</p> <p>1</p> <p>0</p> <p>-1</p> <p>Denominator:</p> <p>1</p> <p>-1.997056282799823723195231650606729090214</p> <p>0.997141932438306399788530143268872052431</p> <p>Gain:</p> <p>0.013234571783419324733643840374952560524</p>	<p>Section #5</p> <p>Numerator:</p> <p>1</p> <p>0</p> <p>-1</p> <p>Denominator:</p> <p>1</p> <p>-1.980832124352722711790875109727494418621</p> <p>0.981024650426341571218813442101236432791</p> <p>Gain:</p> <p>0.013112853629899457949536945022828149376</p>
<p>Section #3</p> <p>Numerator:</p> <p>1</p> <p>0</p> <p>-1</p> <p>Denominator:</p> <p>1</p> <p>-1.971194472268827269090252229943871498108</p> <p>0.972167322393827304516378262633224949241</p> <p>Gain:</p> <p>0.013157014926379485136864744276863348205</p>	<p>Section #6</p> <p>Numerator:</p> <p>1</p> <p>0</p> <p>-1</p> <p>Denominator:</p> <p>1</p> <p>-1.967813634805903877378341348958201706409</p> <p>0.96835266080200932403698743655695579946</p> <p>Gain:</p> <p>0.013112853629899457949536945022828149376</p>

Imagen 21: Coeficientes del filtro banda 2

### Banda 3

<b>Response Type</b> <input type="radio"/> Lowpass <input type="radio"/> Highpass <input checked="" type="radio"/> Bandpass <input type="radio"/> Bandstop <input type="radio"/> Differentiator <b>Design Method</b> <input checked="" type="radio"/> IIR Butterworth <input type="radio"/> FIR Equiripple	<b>Filter Order</b> <input checked="" type="radio"/> Specify order: 12 <input type="radio"/> Minimum order <b>Options</b> There are no optional parameters for this design method.	<b>Frequency Specifications</b> Units: Hz Fs: 44000 Fc1: 250 Fc2: 2000	<b>Magnitude Specifications</b> The attenuation at cutoff frequencies is fixed at 3 dB (half the passband power)
--	--	--	---

Imagen 22: Configuración FDATOOL banda 3

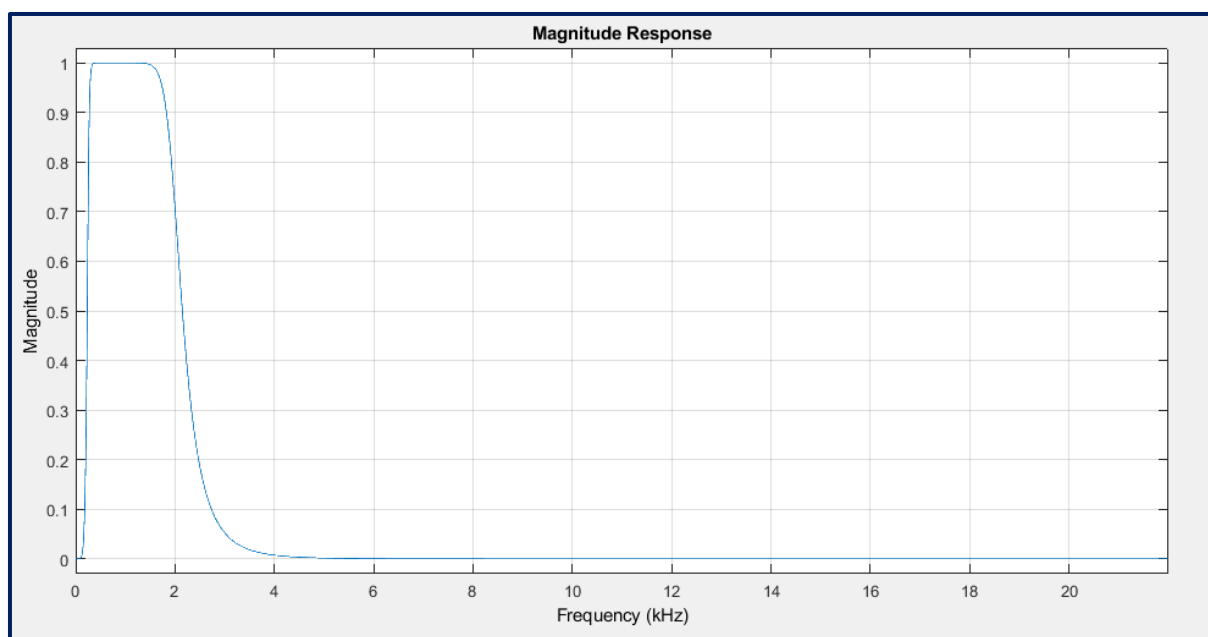


Imagen 23: Respuesta en magnitud banda 3



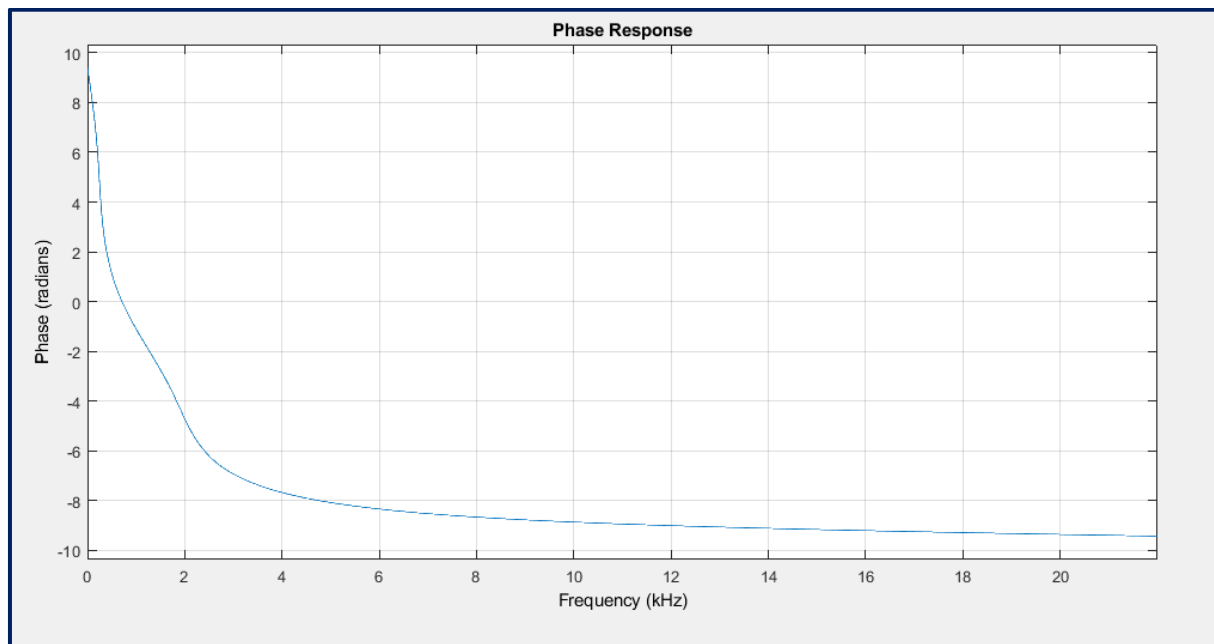


Imagen 24: Respuesta en fase banda 3

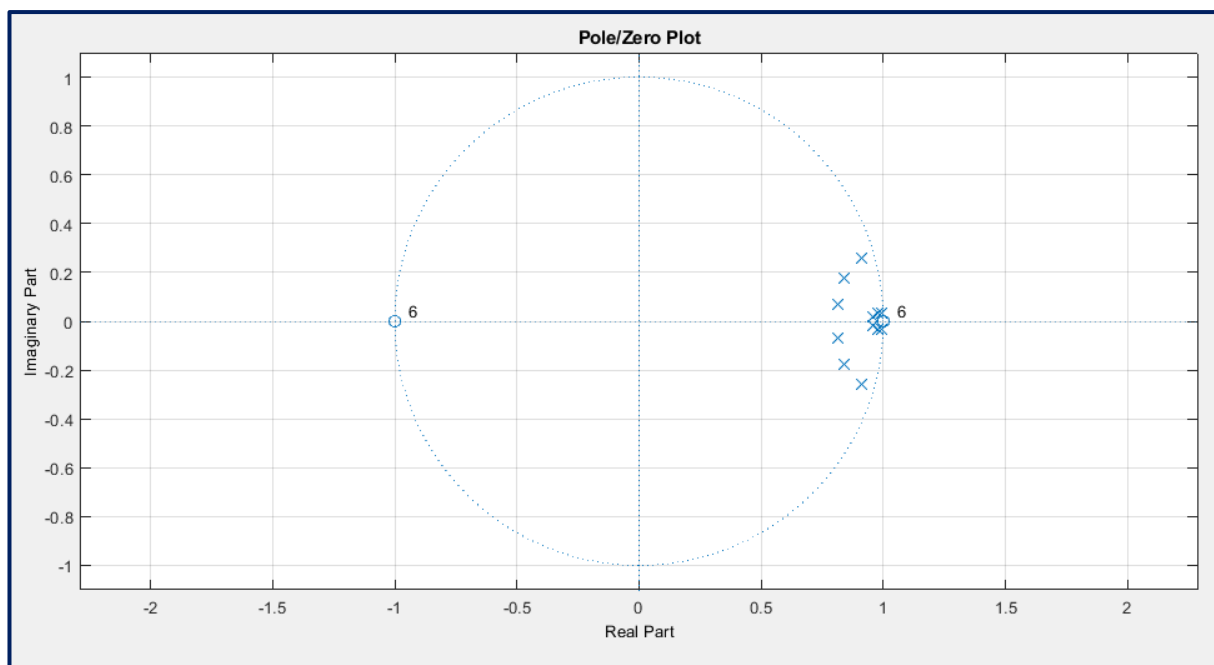


Imagen 25: Polos y ceros banda 3

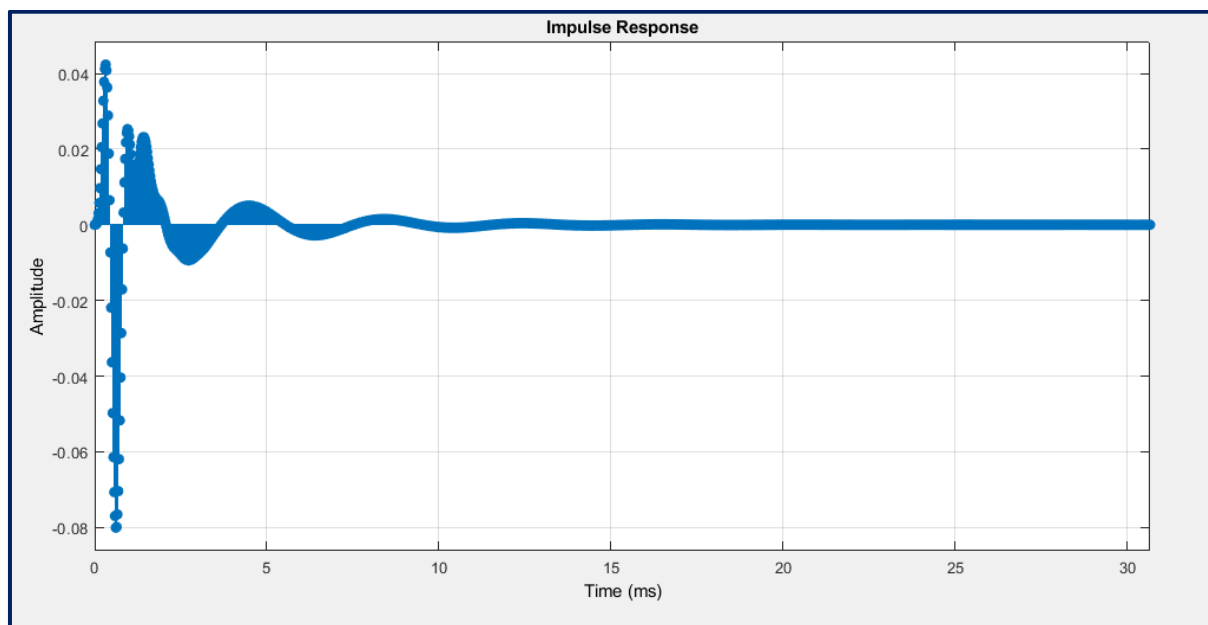


Imagen 26: Respuesta al impulso banda 3

<p>----- Section #1 ----- Numerator: 1 0 -1 Denominator: 1 -1.817583270587928900852148217381909489632 0.892682967043607833446117183484602719545 Gain: 0.120818160528845489065652429871988715604 ----- Section #2 ----- Numerator: 1 0 -1 Denominator: 1 -1.984148283599737272453467085142619907856 0.985440293106088383012775011593475937843 Gain: 0.120818160528845489065652429871988715604 ----- Section #3 ----- Numerator: 1 0 -1 Denominator: 1 -1.95281545667970446448832368361763656139 0.954330805789789238247067260090261697769 Gain: 0.114976555796868662451259979206952266395 -----</p>	<p>----- Section #4 ----- Numerator: 1 0 -1 Denominator: 1 -1.67793295059647951106285290734376758337 0.73592191377714821776123699237359687686 Gain: 0.114976555796868662451259979206952266395 ----- Section #5 ----- Numerator: 1 0 -1 Denominator: 1 -1.913978524684178061932016134960576891899 0.916136667415450856033487525564851239324 Gain: 0.111966993338989004302952423586248187348 ----- Section #6 ----- Numerator: 1 0 -1 Denominator: 1 -1.631986981627963739782671837019734084606 0.670600495154008879872264969890238717198 Gain: 0.111966993338989004302952423586248187348 ----- Output Gain: 1 -----</p>
--	--

Imagen 27: Coeficientes banda 3

## Banda 4

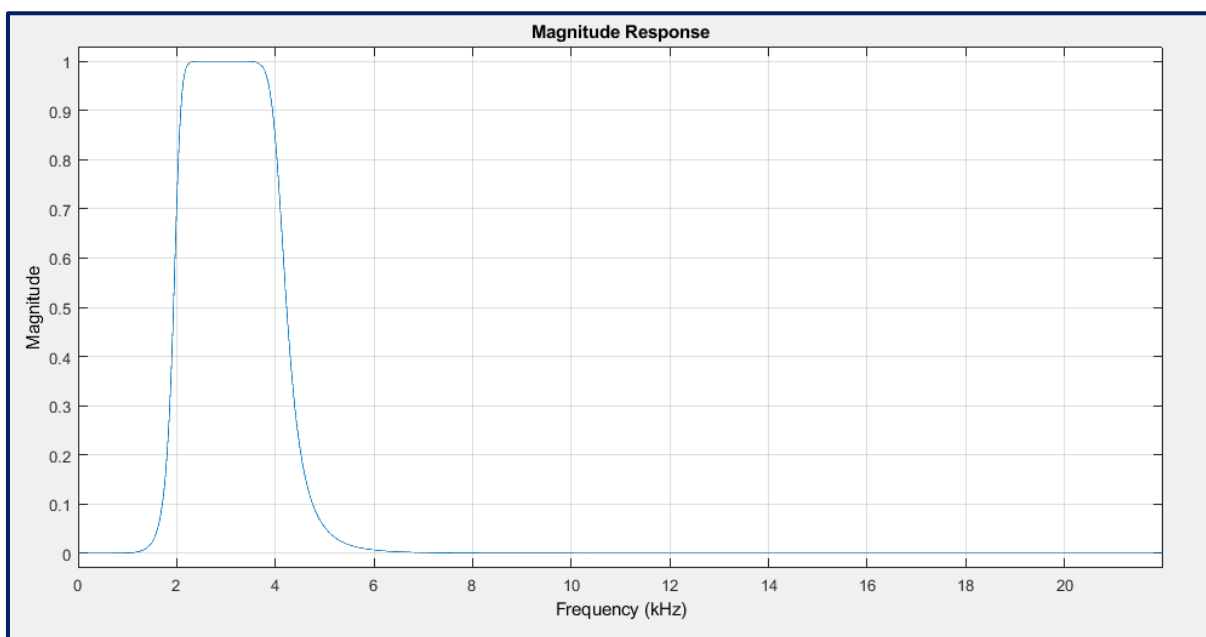


Imagen 28: Respuesta en magnitud banda 4

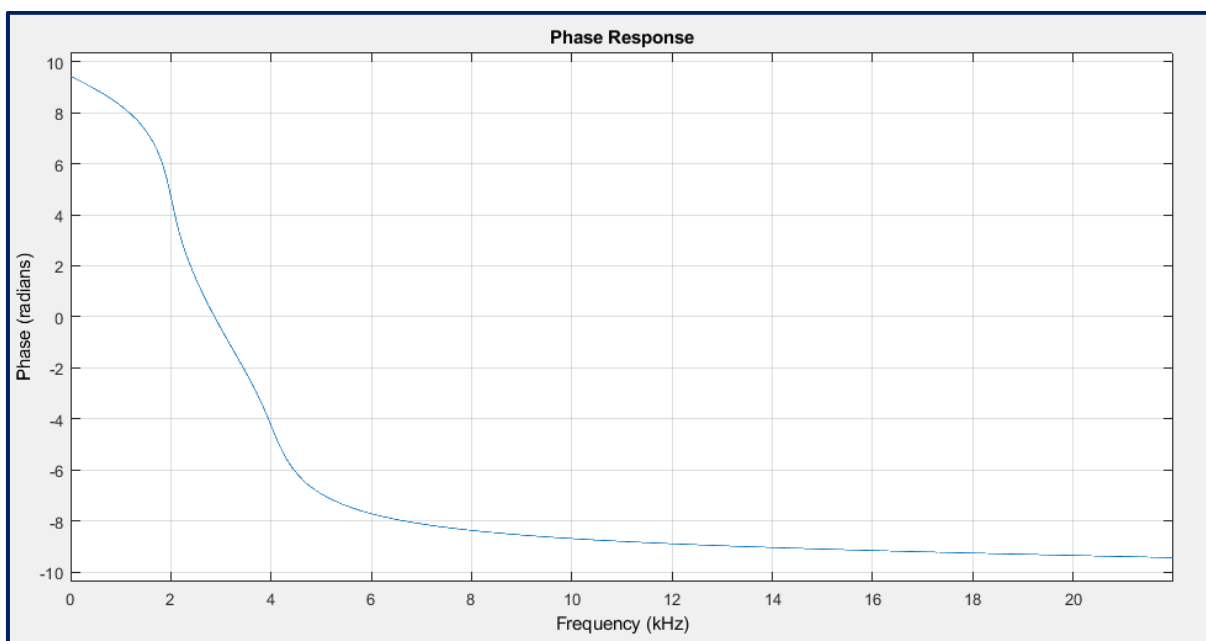


Imagen 29: Respuesta en fase banda 4

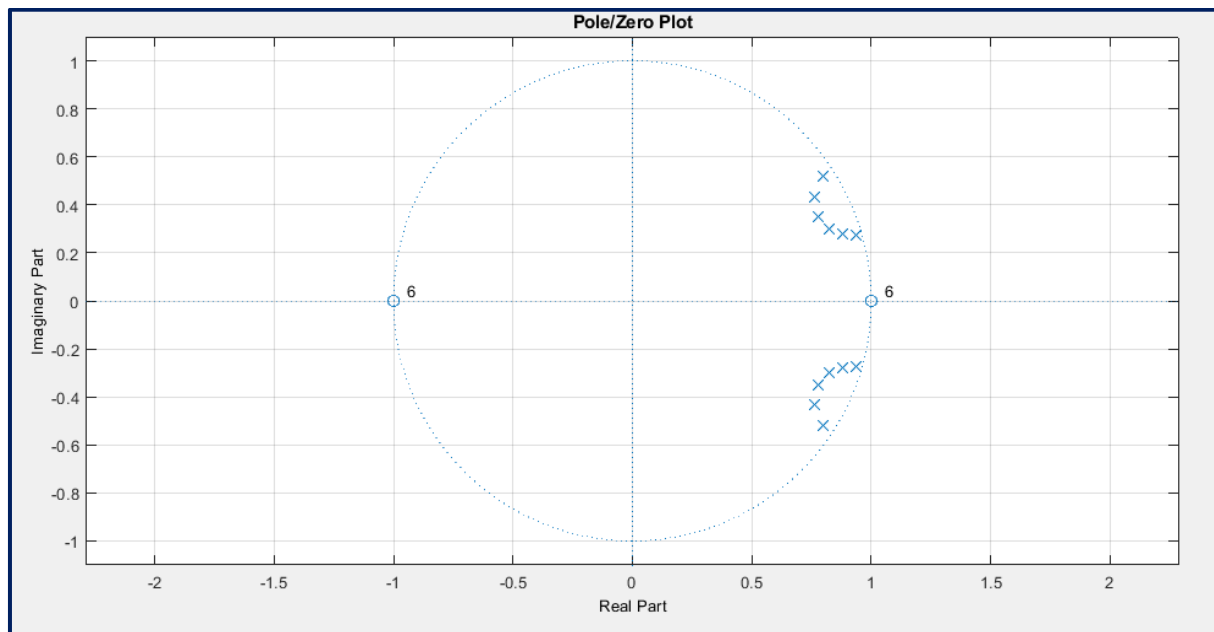


Imagen 30: Polos y ceros banda 4

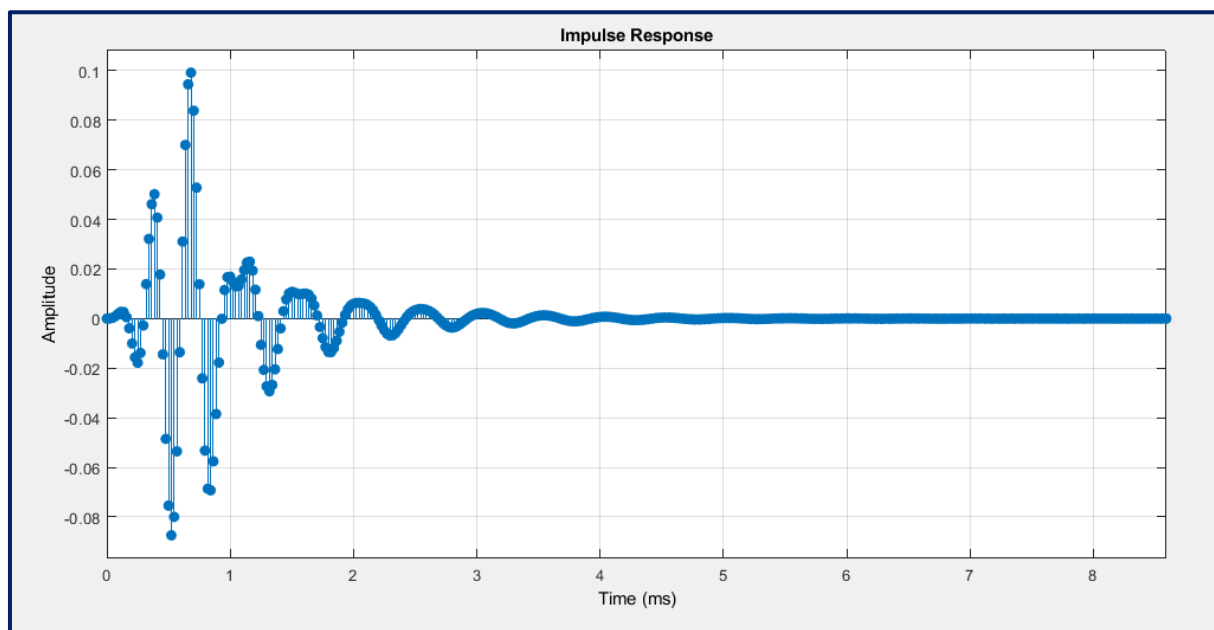
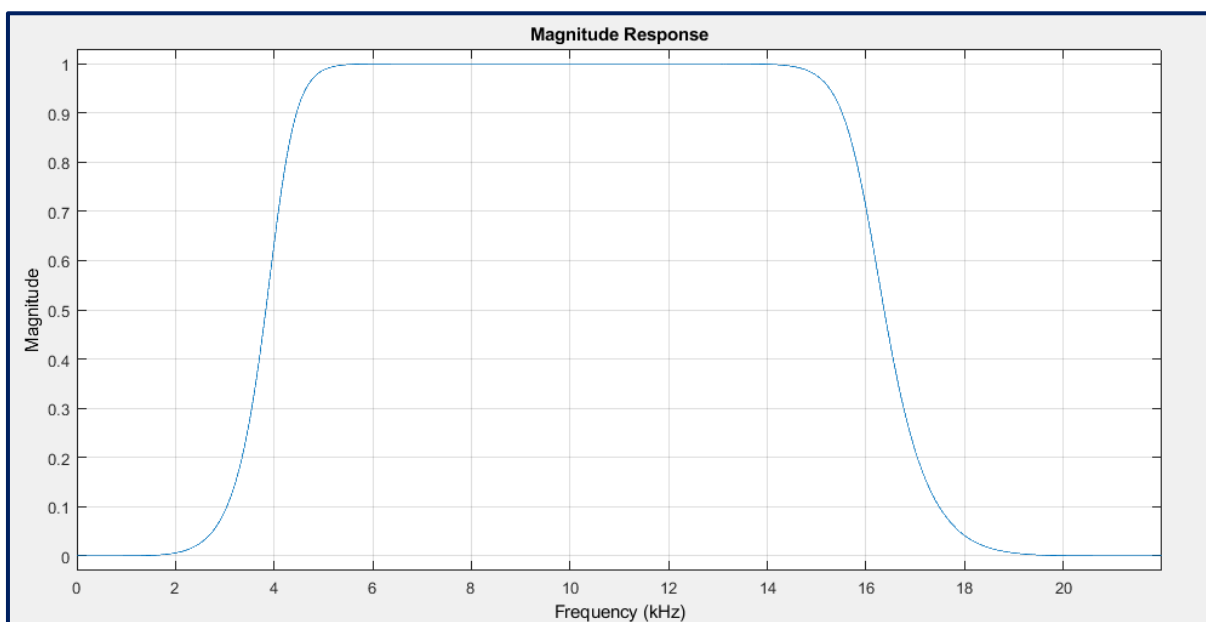


Imagen 31: Respuesta al impulso banda 4

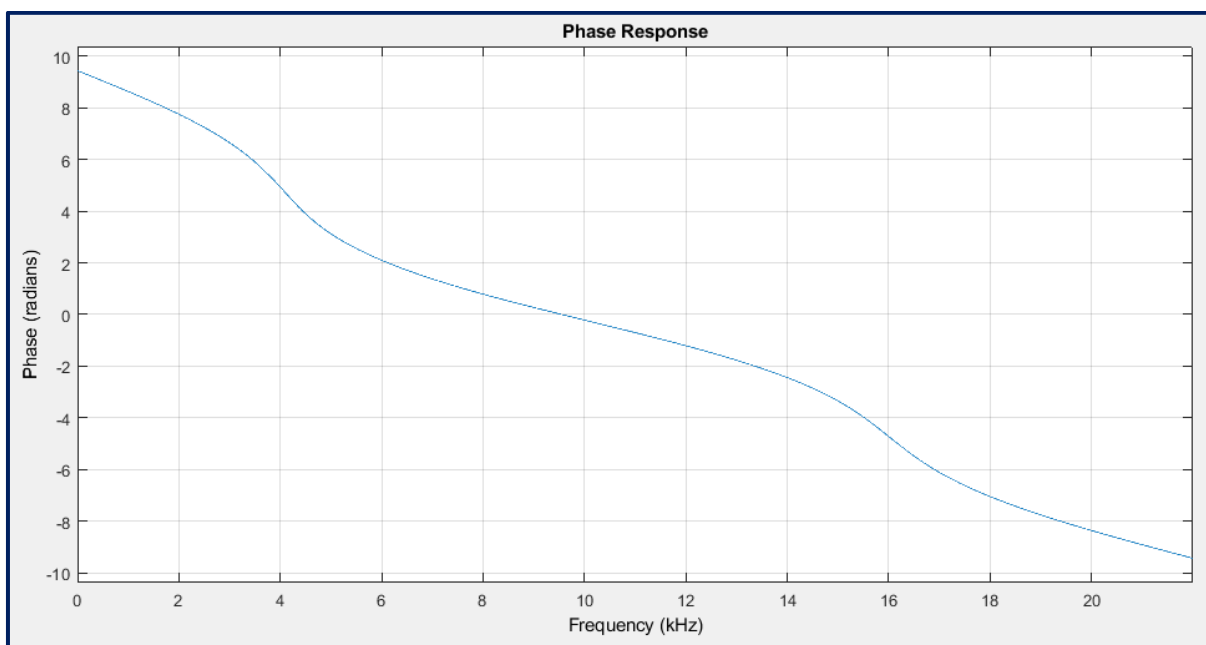
<p>-----</p> <p>Section #1</p> <p>-----</p> <p>Numerator:</p> <p>1</p> <p>0</p> <p>-1</p> <p>Denominator:</p> <p>1</p> <p>-1.59382109635400781577629913954297080636</p> <p>0.904271477123312905632701586000621318817</p> <p>Gain:</p> <p>0.143713124956871052262386001530103385448</p> <p>-----</p> <p>Section #2</p> <p>-----</p> <p>Numerator:</p> <p>1</p> <p>0</p> <p>-1</p> <p>Denominator:</p> <p>1</p> <p>-1.868432768207636041069008570048026740551</p> <p>0.949042202750796759502804889052640646696</p> <p>Gain:</p> <p>0.143713124956871052262386001530103385448</p> <p>-----</p> <p>Section #3</p> <p>-----</p> <p>Numerator:</p> <p>1</p> <p>0</p> <p>-1</p> <p>Denominator:</p> <p>1</p> <p>-1.761975105036569733130136228282935917377</p> <p>0.85257113318730337603312818828271701932</p> <p>Gain:</p> <p>0.135626137012342912191442678704333957285</p> <p>-----</p>	<p>-----</p> <p>Section #4</p> <p>-----</p> <p>Numerator:</p> <p>1</p> <p>0</p> <p>-1</p> <p>Denominator:</p> <p>1</p> <p>-1.522188108595445399373602413106709718704</p> <p>0.768203813318683037536516167165245860815</p> <p>Gain:</p> <p>0.135626137012342912191442678704333957285</p> <p>-----</p> <p>Section #5</p> <p>-----</p> <p>Numerator:</p> <p>1</p> <p>0</p> <p>-1</p> <p>Denominator:</p> <p>1</p> <p>-1.647732339684508051647071624756790697575</p> <p>0.767620373733017613560036807029973715544</p> <p>Gain:</p> <p>0.131536523719223252815169189489097334445</p> <p>-----</p> <p>Section #6</p> <p>-----</p> <p>Numerator:</p> <p>1</p> <p>0</p> <p>-1</p> <p>Denominator:</p> <p>1</p> <p>-1.550295737097654447111949593818280845881</p> <p>0.7251604129098176976242484670365229249</p> <p>Gain:</p> <p>0.131536523719223252815169189489097334445</p> <p>-----</p> <p>Output Gain:</p> <p>1</p> <p>-----</p>
--	--

Imagen 32: Coeficientes del filtro banda 4

## Banda 5



*Imagen 33: Respuesta en magnitud banda 5*



*Imagen 34: Respuesta en fase banda 5*

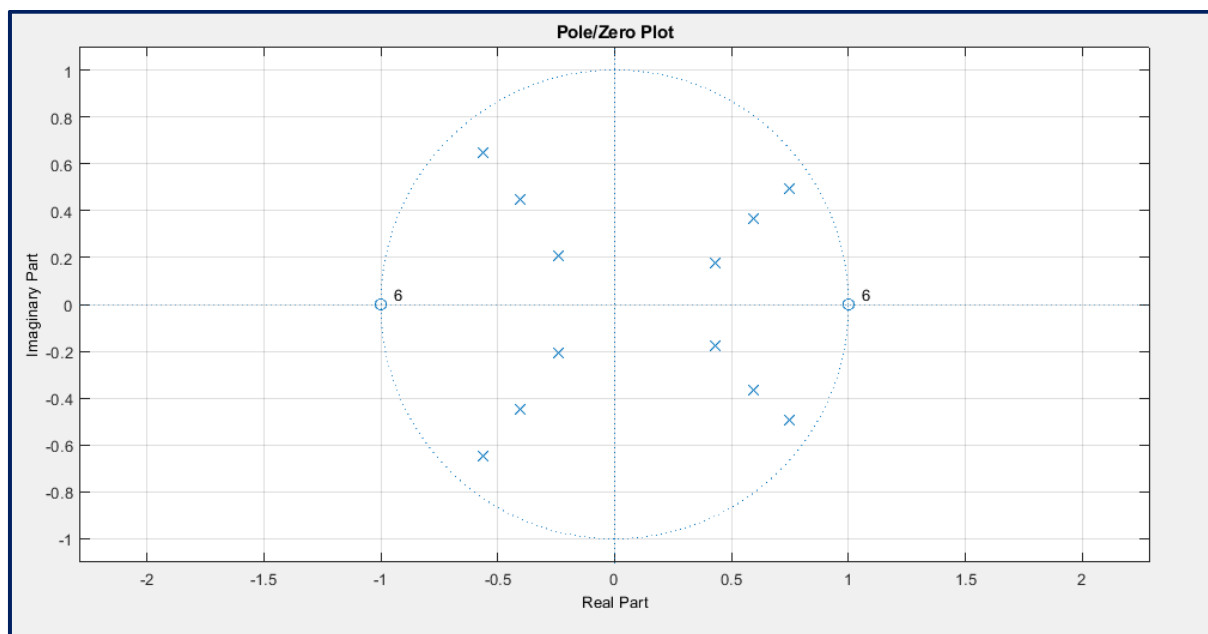


Imagen 35: Polos y ceros banda 5

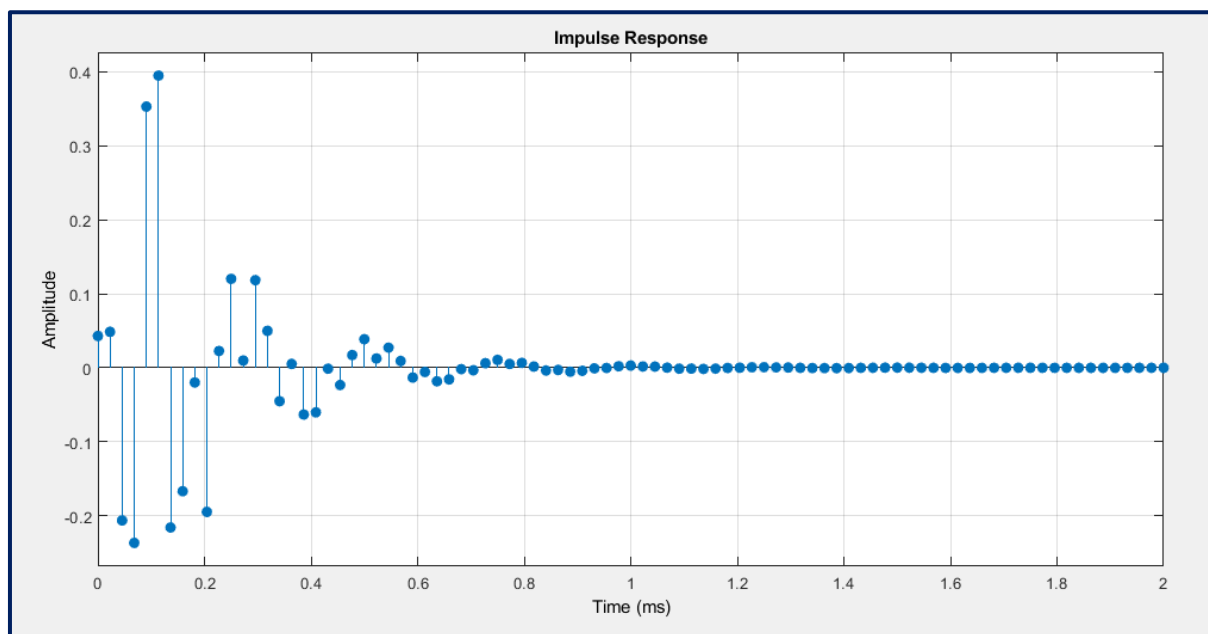


Imagen 36: Respuesta al impulso banda 5

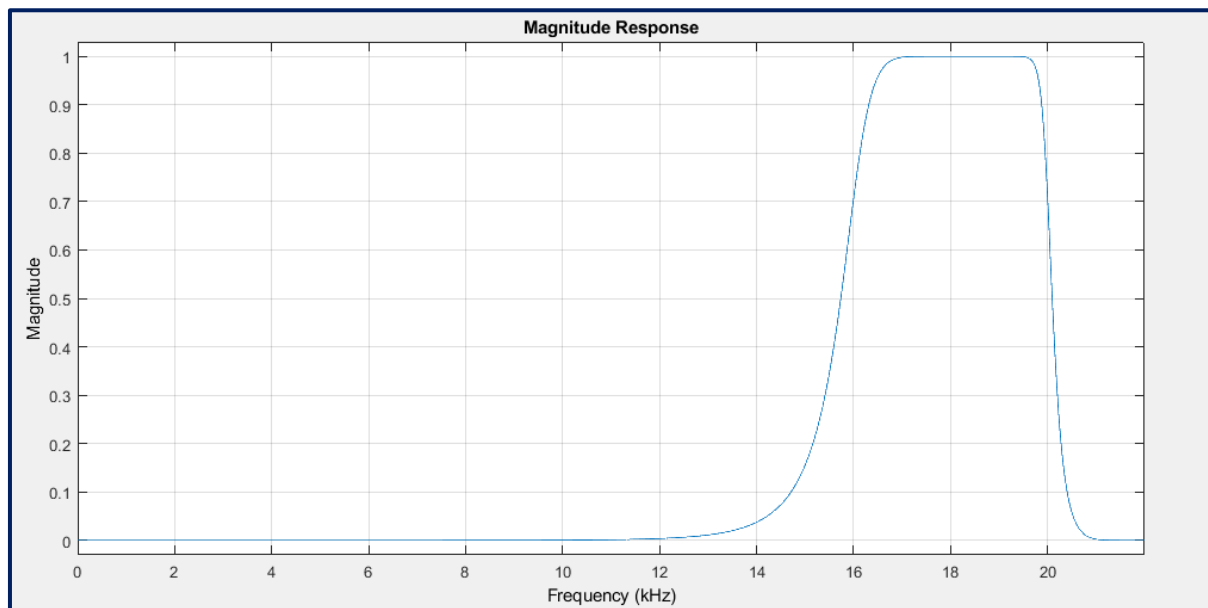


----- Section #1 ----- Numerator: 1 0 -1 Denominator: 1 1.127139988141662829690403668791987001896 0.738148239345751688844643467746209353209 Gain: 0.670147962910123129454120771697489544749 ----- Section #2 ----- Numerator: 1 0 -1 Denominator: 1 -1.495742620730237115722616181301418691874 0.801347729810541364869891367561649531126 Gain: 0.670147962910123129454120771697489544749 ----- Section #3 ----- Numerator: 1 0 -1 Denominator: 1 -1.185240613561055145197542515234090387821 0.483467465080488711937078960545477457345 Gain: 0.575970050736017813441947055252967402339 -----	----- Section #4 ----- Numerator: 1 0 -1 Denominator: 1 0.805644613178728485891610944236163049936 0.363260646559833255686555730790132656693 Gain: 0.575970050736017813441947055252967402339 ----- Section #5 ----- Numerator: 1 0 -1 Denominator: 1 -0.860339724907873470982622166047804057598 0.217007518082998479558298754454881418496 Gain: 0.53689152663832939715859993157209828496 ----- Section #6 ----- Numerator: 1 0 -1 Denominator: 1 0.476669904611776495961805721890414133668 0.099114243896414280787787731696880655363 Gain: 0.53689152663832939715859993157209828496 ----- Output Gain: 1 -----
--	---

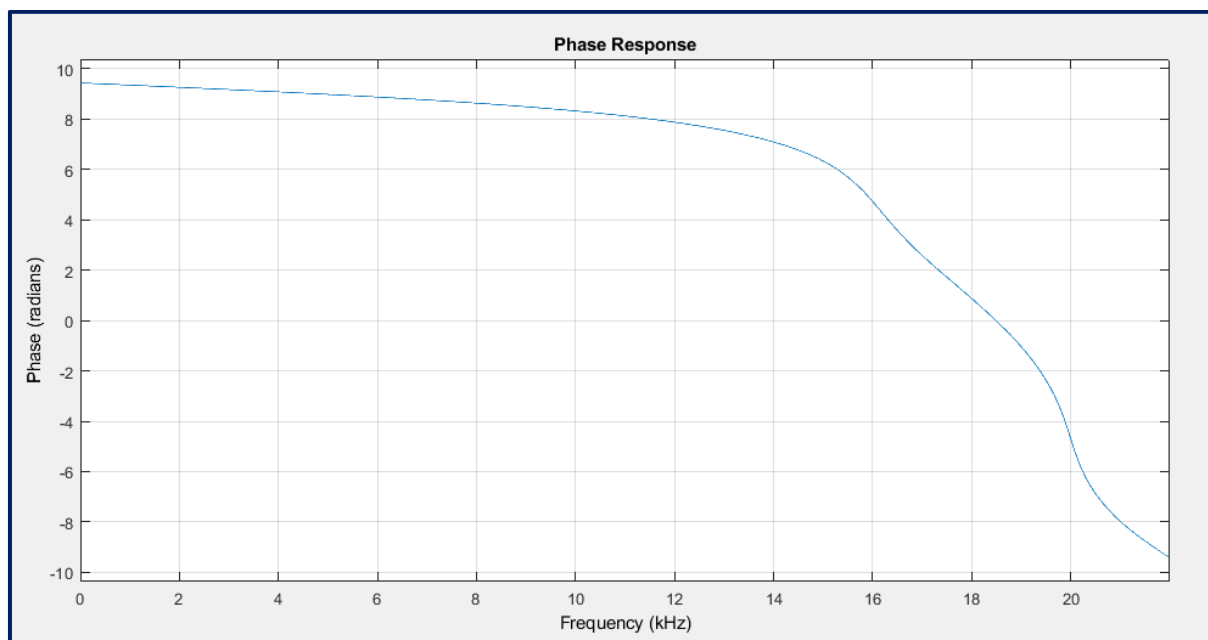
Imagen 37: Coeficientes del filtro banda 5



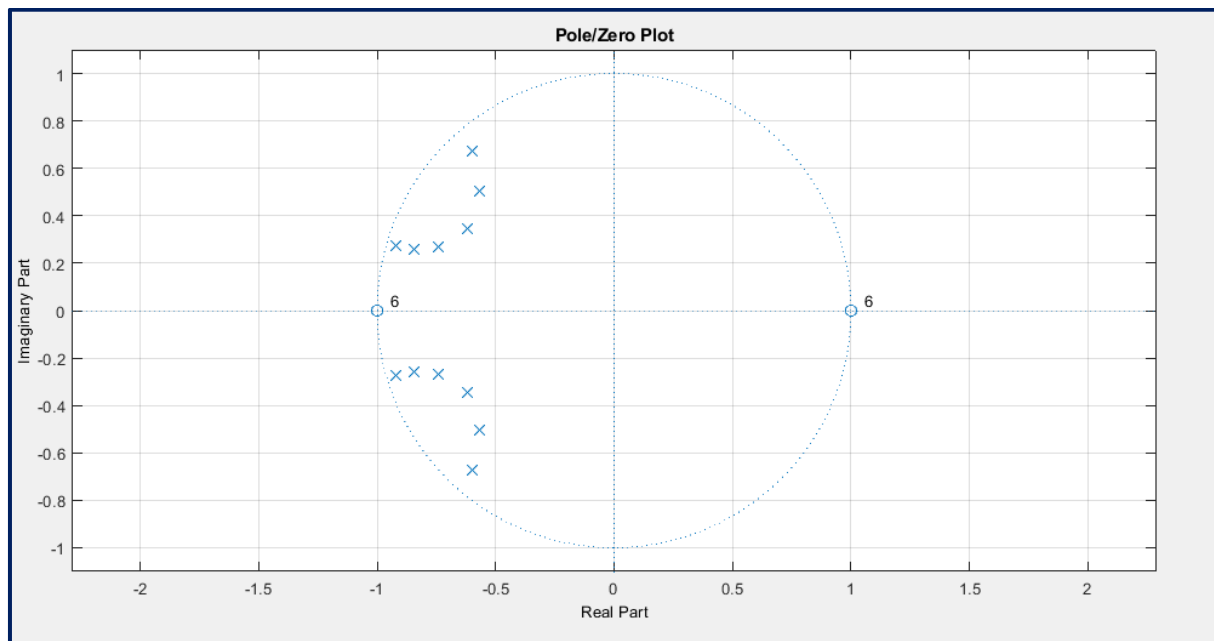
## Banda 6



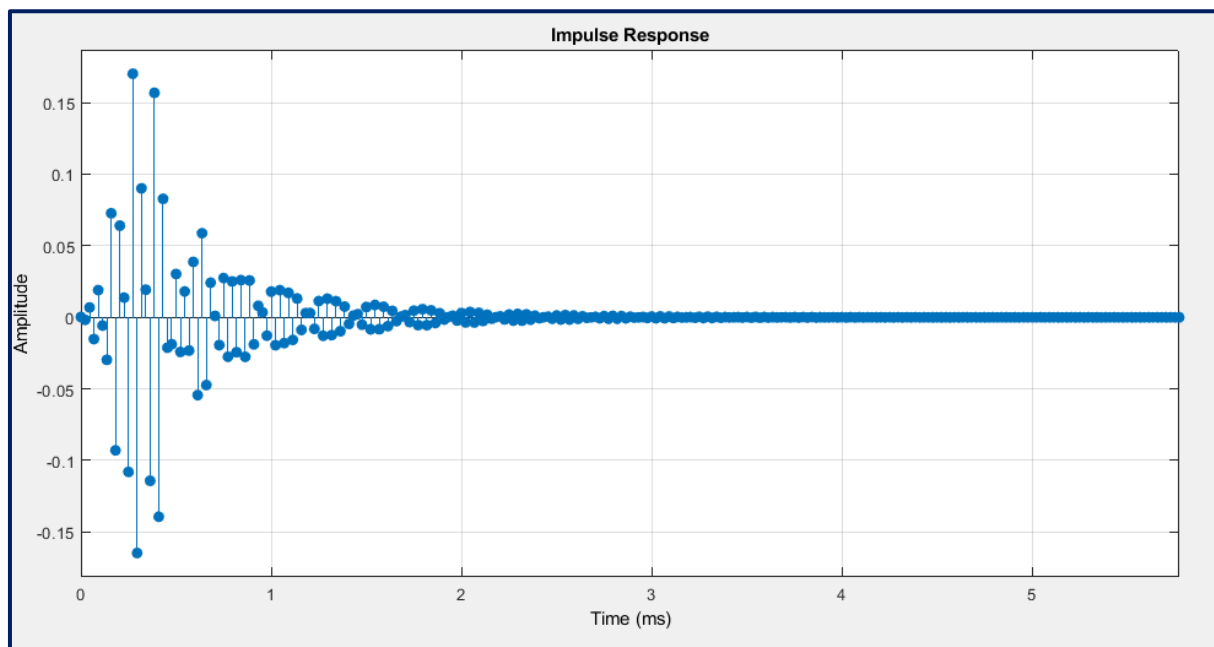
*Imagen 38: Respuesta en magnitud banda 6*



*Imagen 39: Respuesta en fase banda 6*



*Imagen 40: Polos y ceros en banda 6*

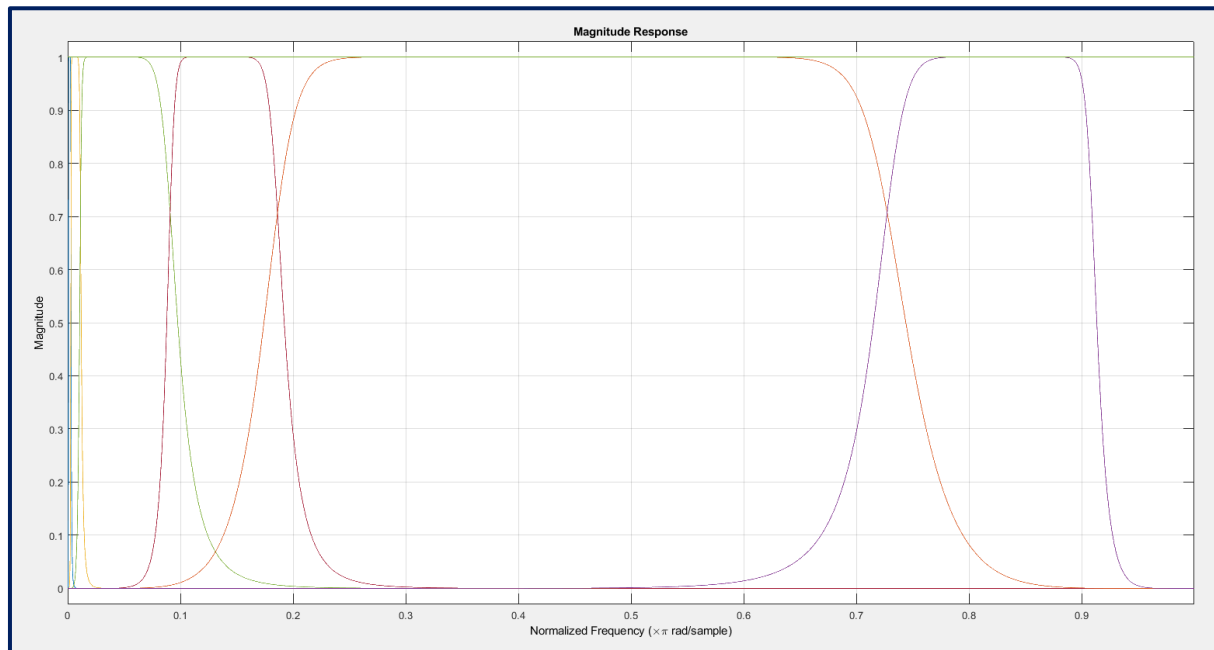


*Imagen 41: Respuesta al impulso banda 6*

<p>-----</p> <p>Section #1</p> <p>-----</p> <p>Numerator:</p> <p>1</p> <p>0</p> <p>-1</p> <p>Denominator:</p> <p>1</p> <p>1.202236101213851382496500264096539467573</p> <p>0.815309724917351985595814767293632030487</p> <p>Gain:</p> <p>0.263875032208705451175489997694967314601</p> <p>-----</p> <p>Section #2</p> <p>-----</p> <p>Numerator:</p> <p>1</p> <p>0</p> <p>-1</p> <p>Denominator:</p> <p>1</p> <p>1.845391689106419264021496928762644529343</p> <p>0.925410965327030932137120089464588090777</p> <p>Gain:</p> <p>0.263875032208705451175489997694967314601</p> <p>-----</p> <p>Section #3</p> <p>-----</p> <p>Numerator:</p> <p>1</p> <p>0</p> <p>-1</p> <p>Denominator:</p> <p>1</p> <p>1.687412357061676804192984491237439215183</p> <p>0.779341236342675158788040334911784157157</p> <p>Gain:</p> <p>0.23962787129968968202753387686243513599</p> <p>-----</p>	<p>-----</p> <p>Section #4</p> <p>-----</p> <p>Numerator:</p> <p>1</p> <p>0</p> <p>-1</p> <p>Denominator:</p> <p>1</p> <p>1.133317364456270626149603231169749051332</p> <p>0.573399101350080431238609435240505263209</p> <p>Gain:</p> <p>0.23962787129968968202753387686243513599</p> <p>-----</p> <p>Section #5</p> <p>-----</p> <p>Numerator:</p> <p>1</p> <p>0</p> <p>-1</p> <p>Denominator:</p> <p>1</p> <p>1.481819364667419591796715394593775272369</p> <p>0.620390231404300163120524302939884364605</p> <p>Gain:</p> <p>0.228348665413274670710208624768711160868</p> <p>-----</p> <p>Section #6</p> <p>-----</p> <p>Numerator:</p> <p>1</p> <p>0</p> <p>-1</p> <p>Denominator:</p> <p>1</p> <p>1.240810013163591296603271985077299177647</p> <p>0.505925851668245551984171015647007152438</p> <p>Gain:</p> <p>0.228348665413274670710208624768711160868</p> <p>-----</p> <p>Output Gain:</p> <p>1</p> <p>-----</p>
--	--

Imagen 42: Coeficientes del filtro banda 6

## 6) RESPUESTAS DE AMPLITUD DE LOS SEIS FILTROS

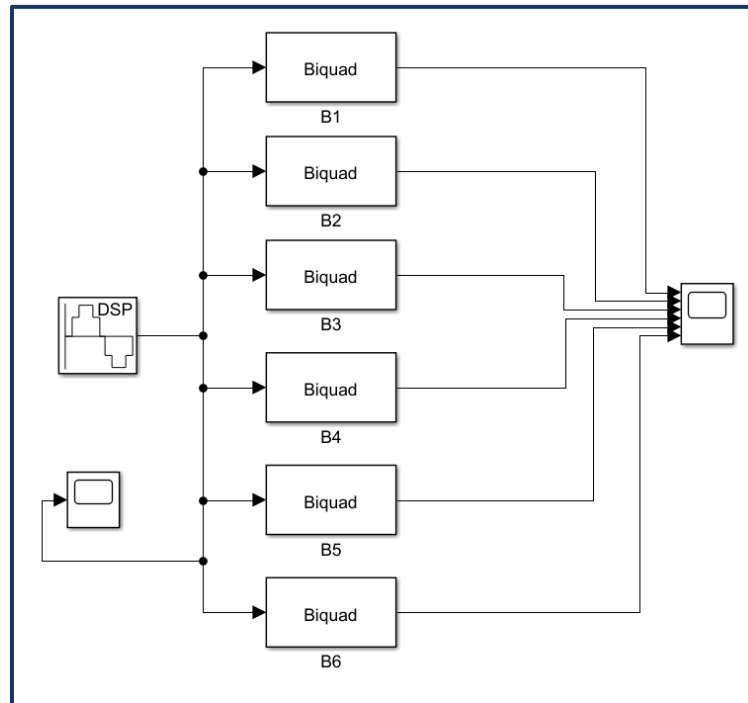


*Imagen 43: Respuesta de amplitud de los seis filtros*

A partir de esta gráfica podemos ver cómo los distintos filtros se superponen en los puntos de media potencia obteniendo así el comportamiento deseado.

## 7) Validación usando MatLab/Simulink

Se utilizó la herramienta **Simulink** de Matlab para la simulación del banco de filtros obtenidos previamente, importándolos de la herramienta **FDATools**. La topología utilizando una señal de entrada de tipo senoidal digital queda de la siguiente forma:



*Imagen 44: Topología del banco de filtros*

Luego, procedemos a variar la frecuencia de entrada para comprobar que el comportamiento del banco de filtros es el deseado. A los fines de este trabajo, realizaremos seis pruebas: una para la frecuencia central de cada banda.

## Prueba 1

Frecuencia de prueba: 40 [Hz]

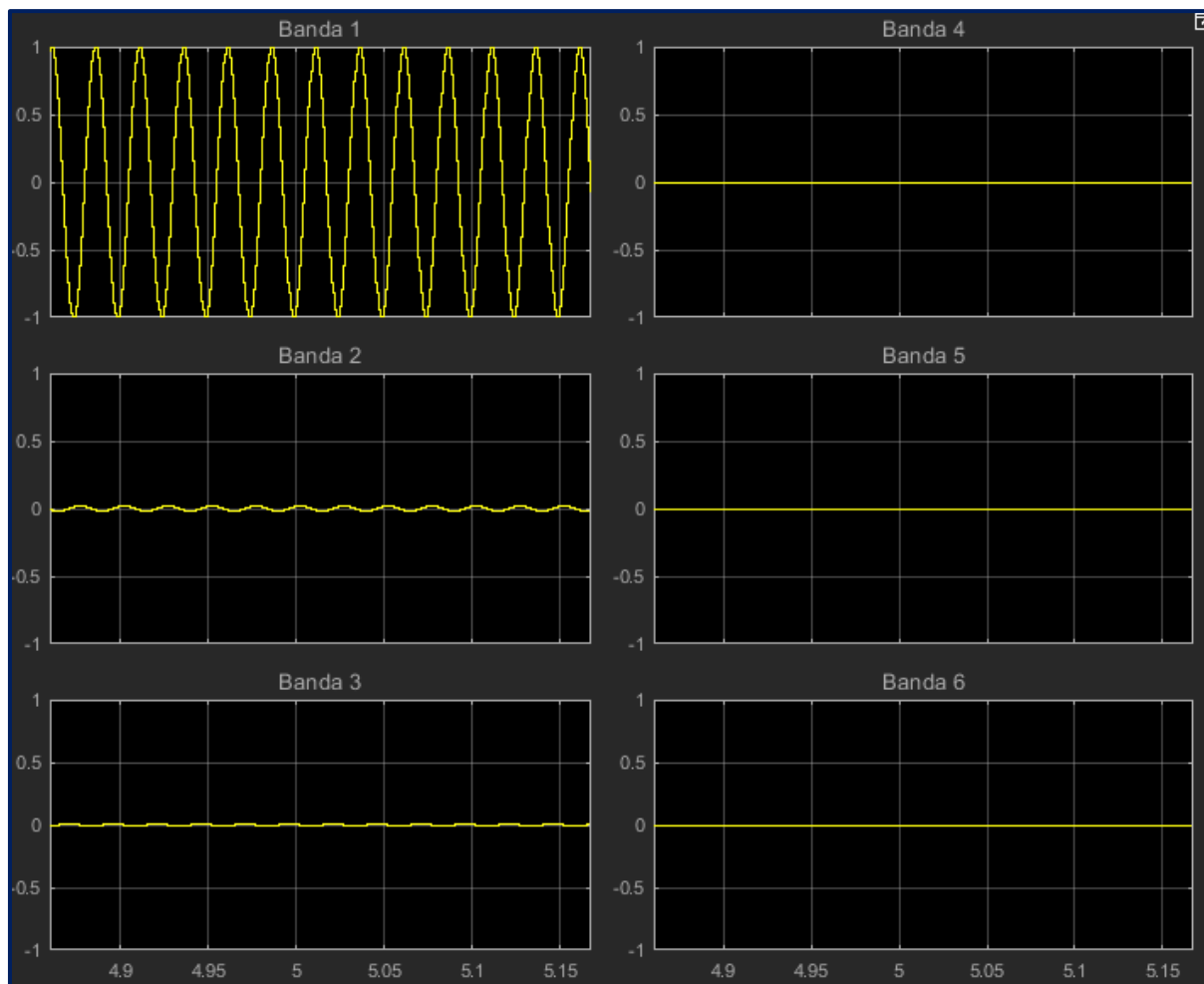


Imagen 45: Simulación banda 1

## Prueba 2

Frecuencia de prueba: 157 [Hz]

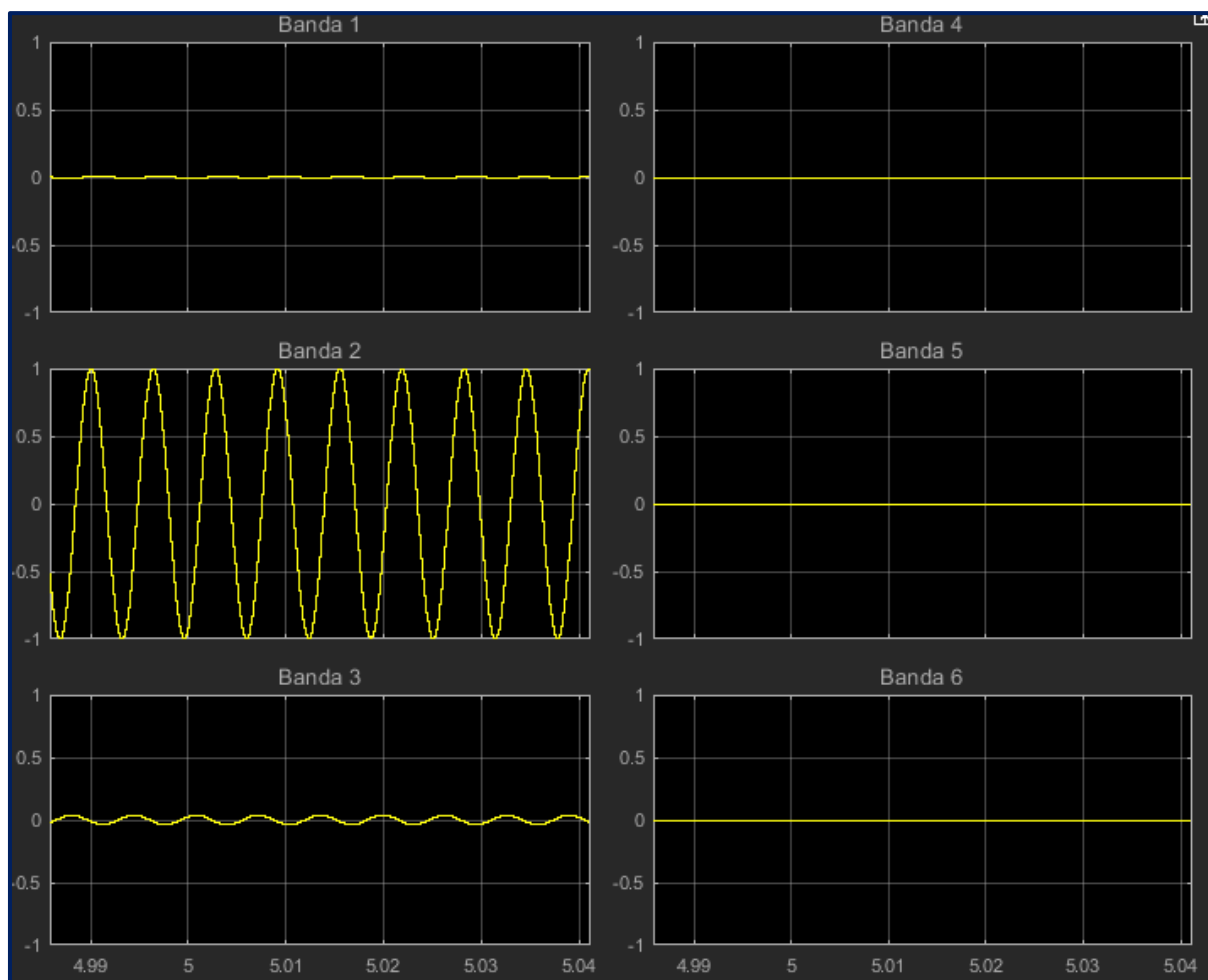


Imagen 46: Simulación banda 2

## Prueba 3:

Frecuencia de prueba: 1125 [Hz]

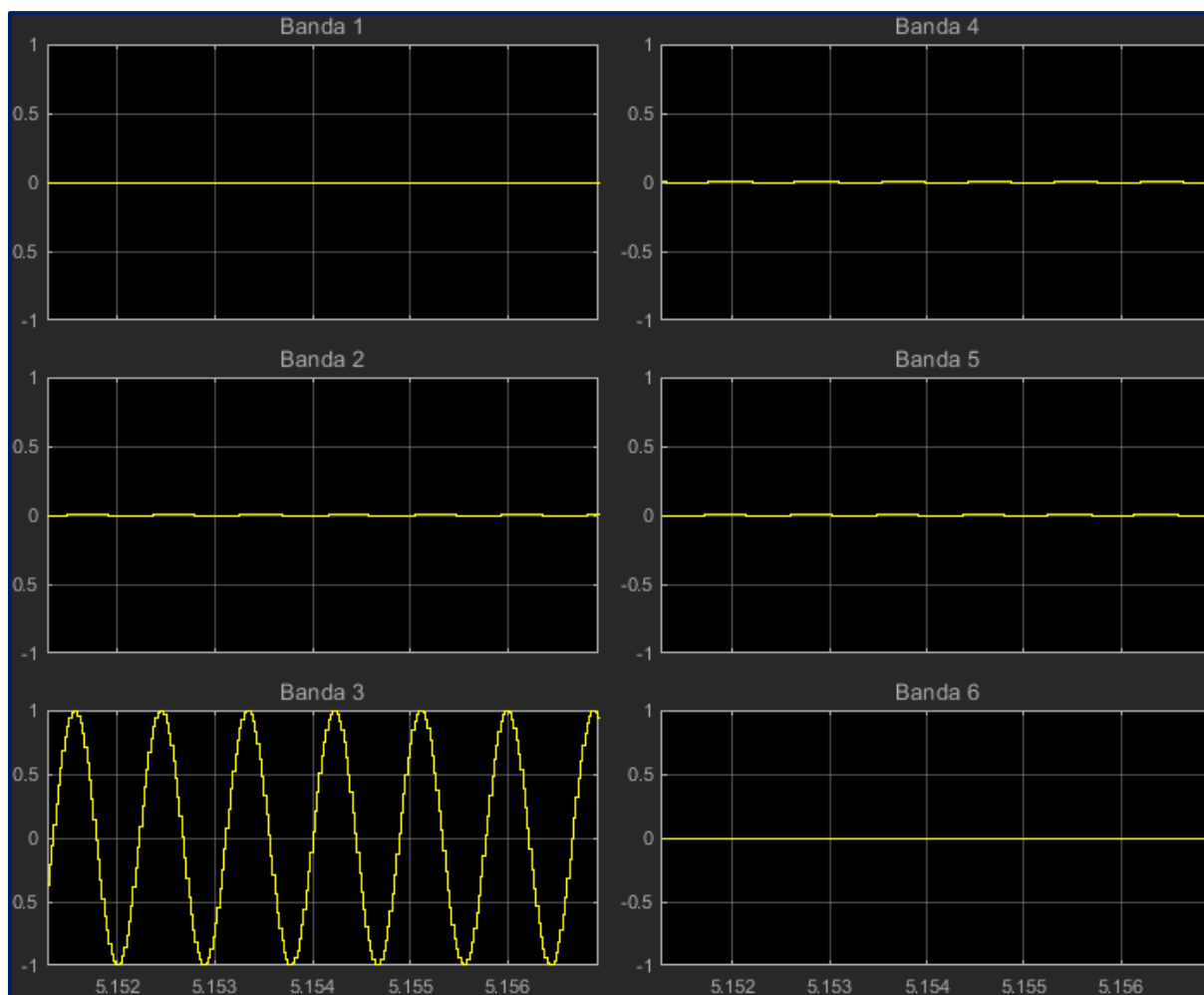


Imagen 47: Simulación banda 3



## Prueba 4

Frecuencia de prueba: 3048 [Hz]

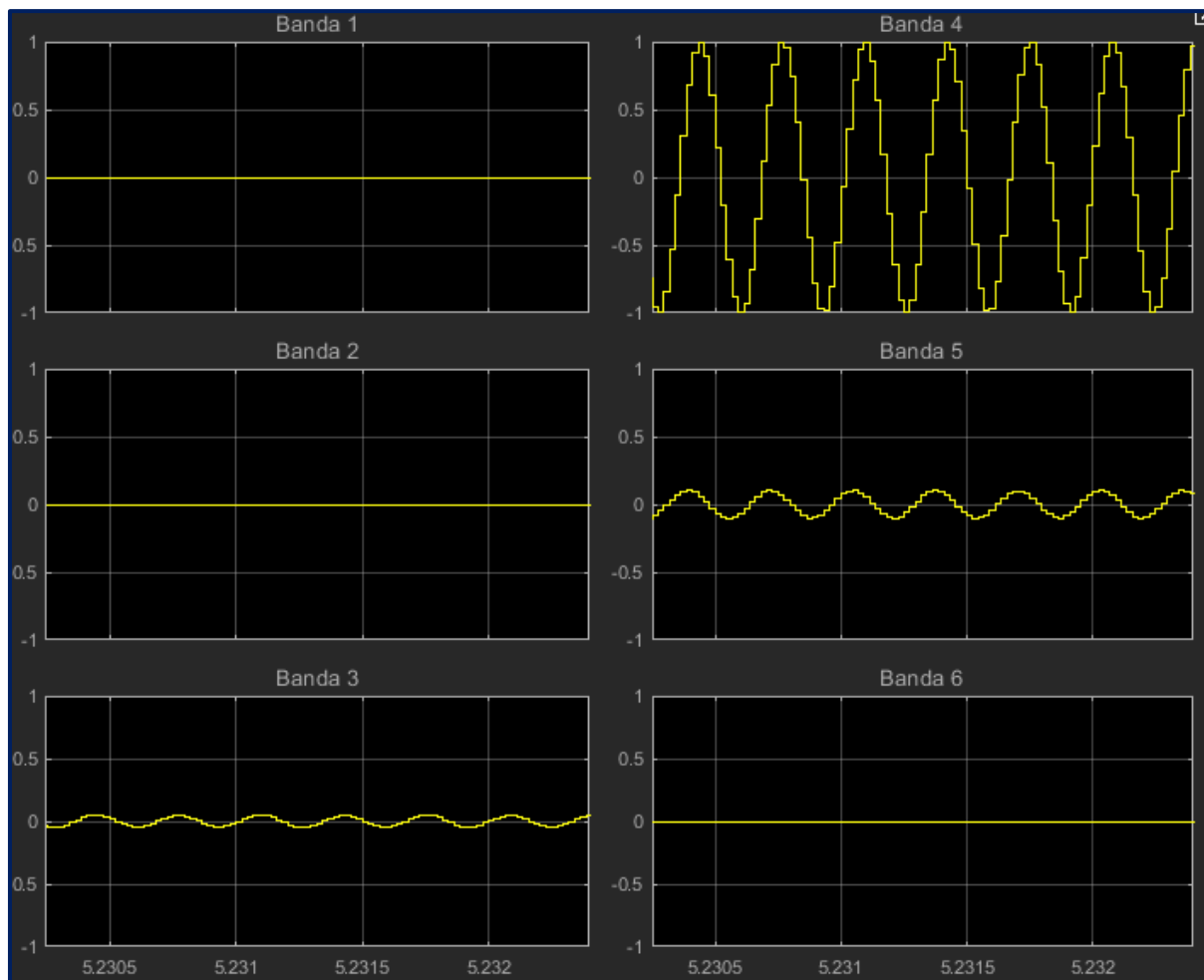


Imagen 48: Simulación banda 4

## Prueba 5

Frecuencia de prueba: 10048 [Hz]

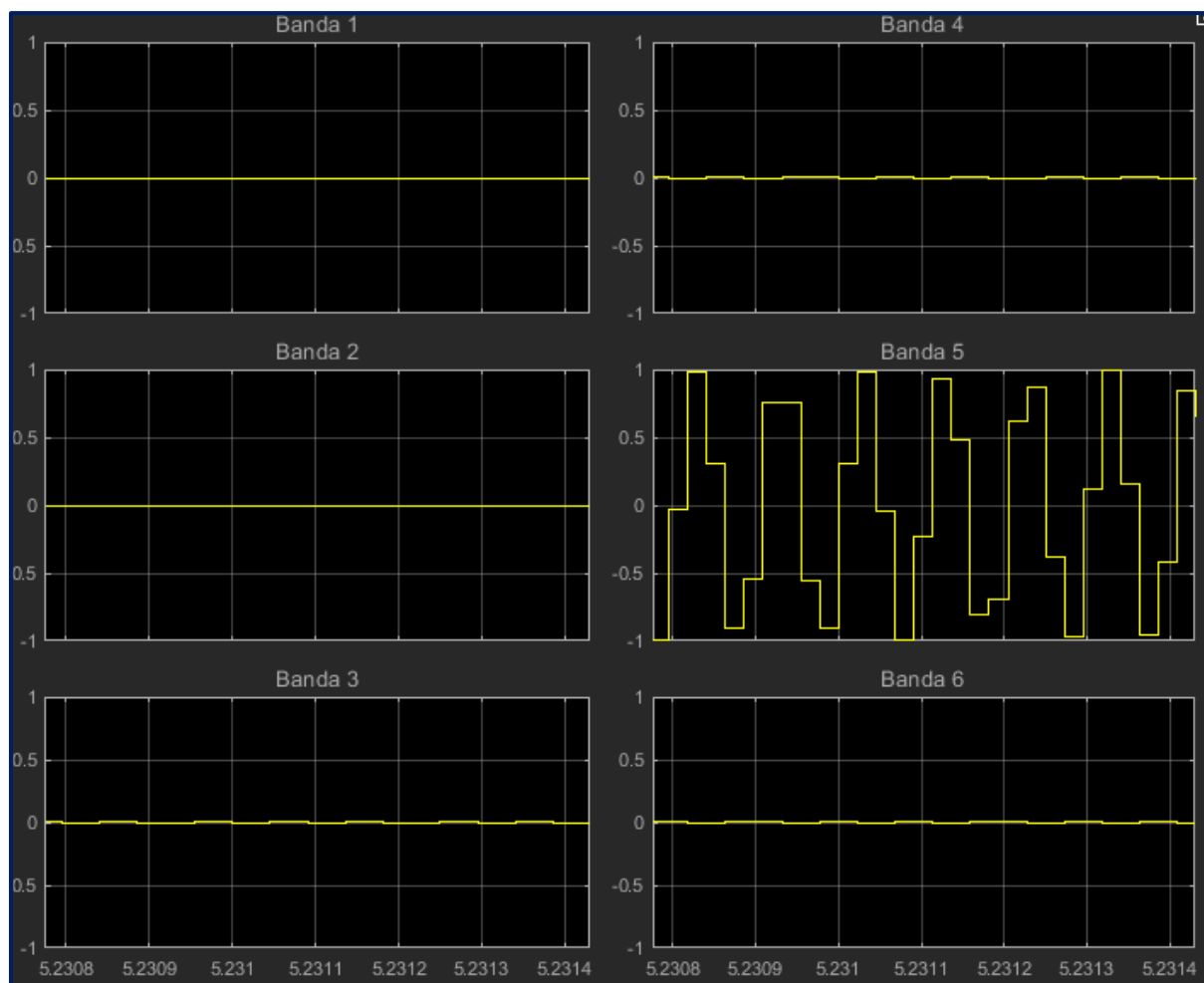


Imagen 49: Simulación banda 5

## Prueba 6

Frecuencia de prueba: 18000 [Hz]

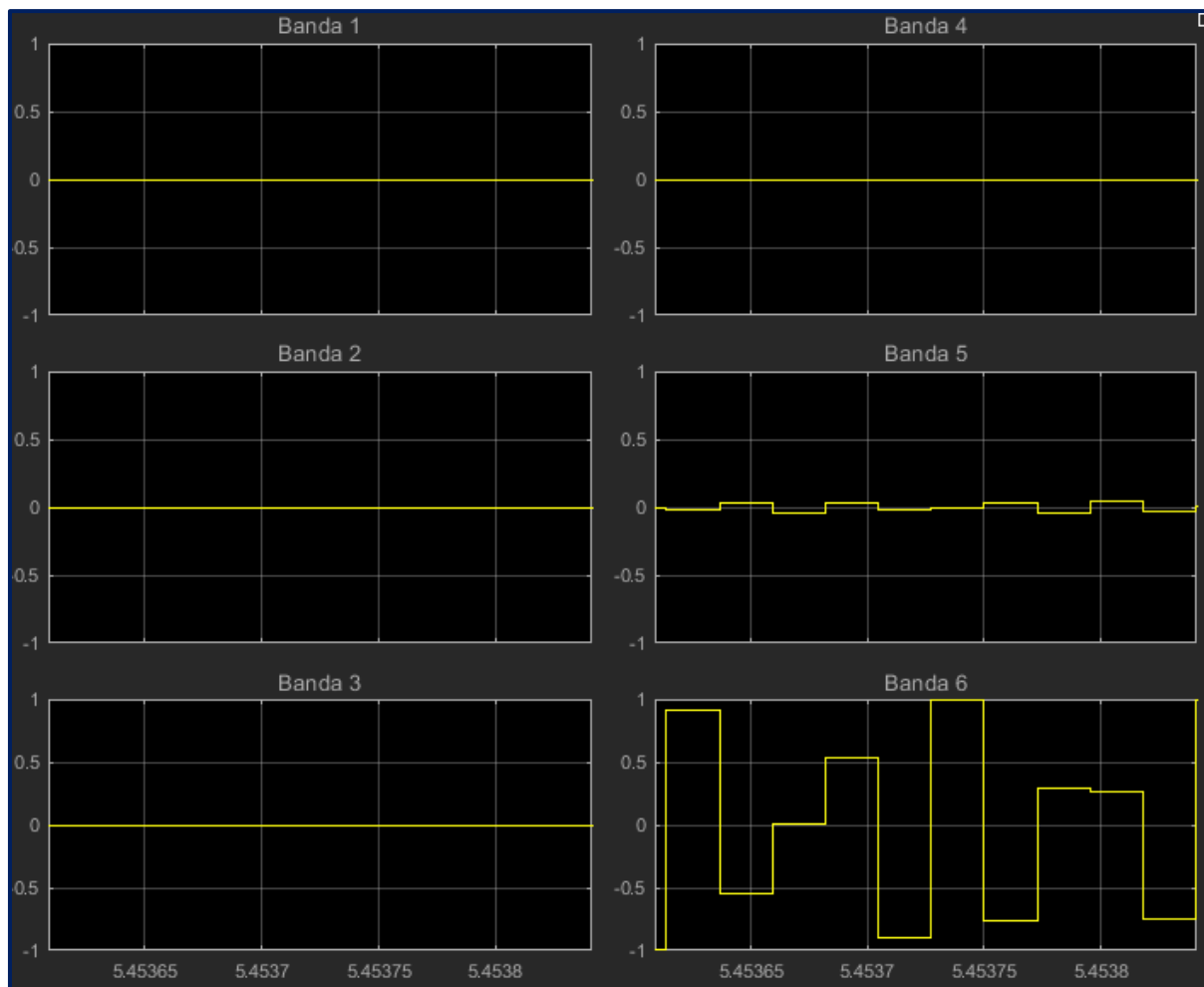


Imagen 50: Simulación banda 6

En la prueba de cada filtro, las bandas pasantes se intersectan en los puntos de media potencia a -3dB o 0.707 en escala lineal. Pero las bandas adyacentes no atenúan 3dB, sino que caen a la amplitud de la atenuación de esa banda en ese punto.

Las frecuencias pasan por cada filtro con amplitud de pico a pico de acuerdo a la gráfica de respuesta de amplitud del banco. Si la frecuencia de la señal aplicada cae dentro de la banda de paso de uno de los filtros, en ese filtro la señal pasa sin reducción (*con la misma amplitud de la señal*), y en los filtros contiguos la señal pasa con amplitud reducida a un valor menor, de acuerdo a la gráfica de amplitud del banco para esa frecuencia y en esa banda.

Verificando estos resultados se valida el filtro obtenido por las herramientas utilizadas.



## 8) Conclusiones

Una vez realizado el proyecto, hemos llegado a las siguientes conclusiones:

- Hemos desarrollado habilidades que nos permitieron realizar a conciencia este proyecto, tales como el uso de MatLab con sus correspondientes herramientas (Simulink, Fdatools, etc). Estas últimas nos permitieron hacer un diseño y análisis propicio para cada uno de los filtros.
- Se pudo verificar el diseño del filtro, confirmando que el mismo responda a las especificaciones planteadas para el trabajo integrador.
- Se pusieron en práctica todos los conocimientos adquiridos durante el cursado de la materia, los cuales nos proporcionaron bases sólidas para que la realización de este proyecto se ejecute de manera eficiente. Esto, además, nos permitió tomar un el problema propuesto y llevarlo a la práctica simulada pudiendo obtener los resultados más próximos a los reales.

## HERRAMIENTAS UTILIZADAS

- Teóricas: Método directo, Transformación Bilineal.
- Prácticas: MATLAB (Fdatool, Simulink)

## BIBLIOGRAFÍA

- Librerías de MATLAB/Simulink.
- [http://es.wikipedia.org/wiki/Transformada\\_rápida\\_de\\_Fourier](http://es.wikipedia.org/wiki/Transformada_rápida_de_Fourier)
- Apuntes de clase y material bibliográfico otorgado por la cátedra.
- Digital Signal Processing, Proakis & Manolakis
- Digital Signal Processing Using Matlab, Ingle & Proakis
- Theory and Applications of Digital Signal Processing. Rabiner & Gold
- Digital Filters. Analysis, Design and Applications, Andreas Antoniou
- Digital Signal Processing, Poceedings of the IEEE, Rabiner & Rader
- Franklin Kuo, Network Analysis and Synthesis, Chap.13
- C.Britton Rorabaugh, Digital Filter Designer's Handbook.

## ANEXO

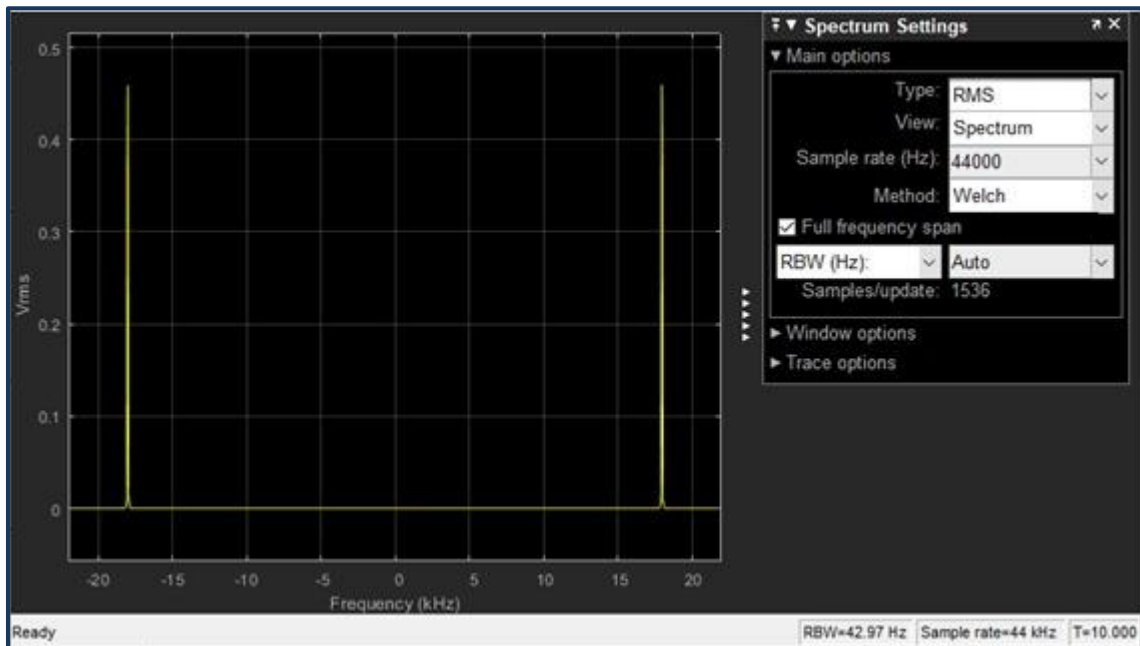


Imagen 1: Transformada de Fourier entrada Senoidal 18000 [Hz]

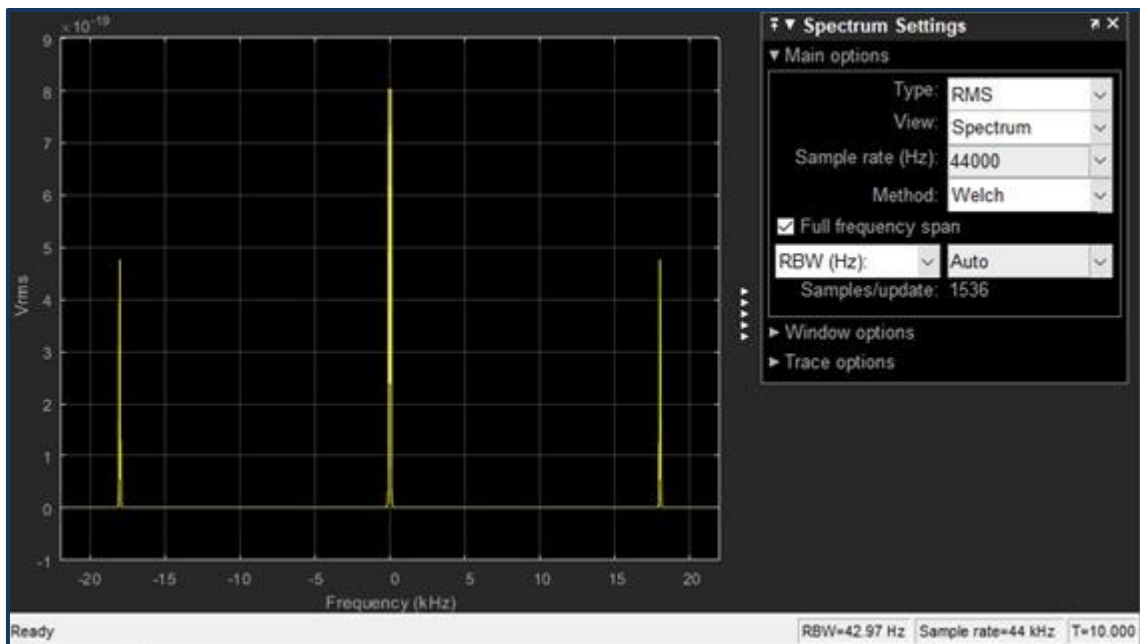


Imagen 2: Transformada de Fourier salida de filtro 6 no lineal

# DISEÑO DE FILTRO DIGITAL

## Cobertura de espectro audible

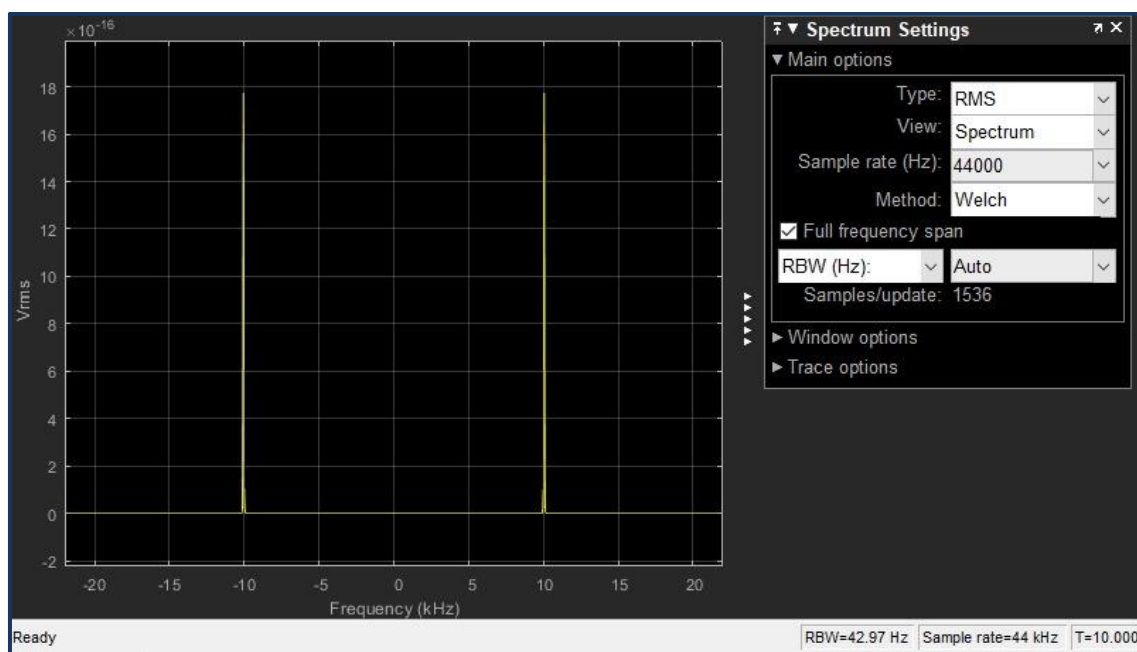


Imagen 3: Transformada de Fourier entrada Senoidal 10048 hz

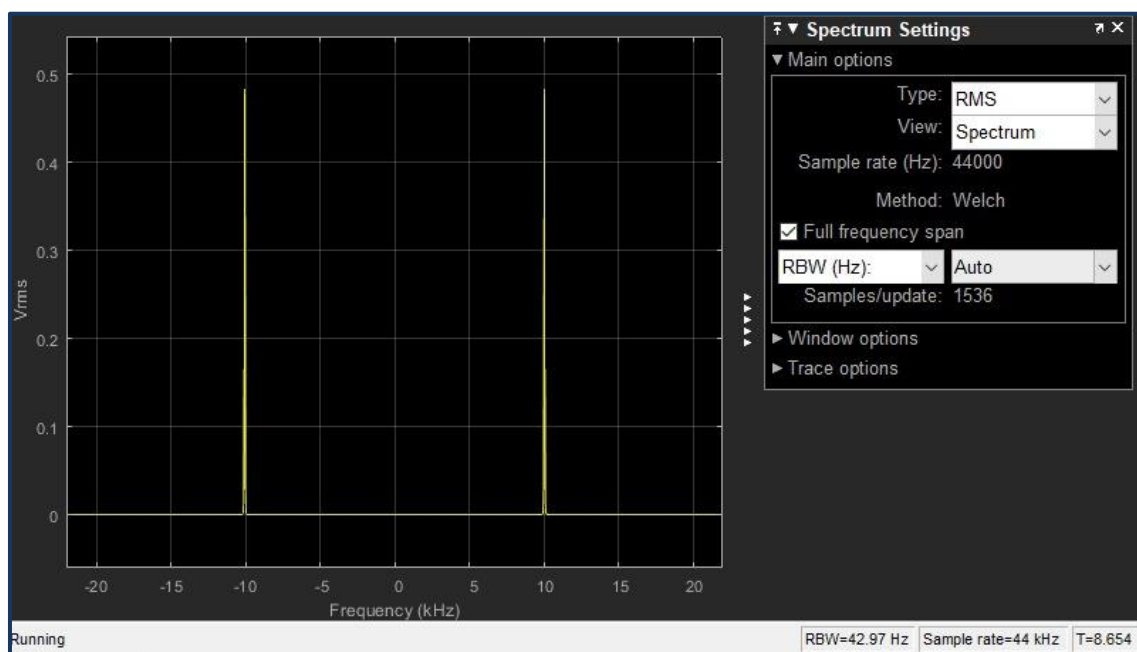


Imagen 4: Transformada de Fourier salida filtro 5 lineal