



PROCESAMIENTO DIGITAL DE SEÑALES (E7Z)

PROYECTO INTEGRADOR

Ingeniería en Computación

Grupo 6:

Campero, Martín Alejandro
Román, Juan Esteban
Sas, Emir Joaquín

2021

Índice

Enunciado	3
Introducción	4
Resumen	5
Desarrollo del Tema	6
1) Diseño de filtro prototipo	6
Diseño de los filtros	6
Chebyshev vs Butterworth	6
Filtro Pasabajo - Método Indirecto	7
Filtro Pasabanda	9
2) Respuesta temporal	11
3) Representación gráfica de la FFT	12
4) Gráficas de respuesta en frecuencia, al impulso, polos y ceros y obtención de coeficientes para cada banda	13
Banda 1	14
Banda 2	17
Banda 3	19
Banda 4	21
Banda 5	23
Banda 6	25
5) Respuestas de amplitud de los seis filtros	27
6) Validación utilizando Matlab/Simulink	28
7) Conclusiones	35
Bibliografía y referencias	36

ENUNCIADO

Se desea construir un analizador de espectro consistente en un banco de filtros digitales para cubrir un rango de 100 a 1000 Hz, destinado a un instrumento utilizado en el mantenimiento preventivo de grandes máquinas (turbinas hidráulicas, turbinas de gas, turbinas de aviación, etc.).

Para ello se decide dividir el entorno 100 a 1000 Hz en 6 bandas. Razones de naturaleza técnica hacen necesario disponer de dos opciones: a) distribución lineal, y b) distribución logarítmica.

Banda	1	2	3	4	5	6
Distr. Lineal	100 - 250	250 - 400	400 - 550	550 - 700	700 - 850	850 - 1000
Distr. Log.	100,0 - 146,8	146,8 - 215,4	215,4 - 316,2	316,2 - 464,2	464,2 - 681,3	681,3 - 1000

Los límites de las frecuencias dadas, corresponden a los de potencia mitad (0.707 del valor de máxima transferencia). Debe atenuar al menos 20 db en la banda de transición.

Para cada banda, el filtro digital a diseñar deberá tener una transferencia unitaria en la frecuencia central de la banda, y dicha frecuencia deberá ser la especificada para cada rango.

Para el diseño utilizar las técnicas de diseño: (1) DIRECTA / **INDIRECTA**
Como prototipo pasabajos utilizar un filtro: (2) BUTTERWORTH / **CHEBBYSHEV**

Desarrollar analíticamente la solución de cada punto, luego usar Matlab para encontrar los resultados numéricos y graficar.

1. Desarrollar el diseño de un filtro prototipo que cumpla las especificaciones, y obtener analíticamente una de las bandas. Graficar la respuesta en frecuencia de ambos filtros.
2. Encontrar la respuesta temporal. Graficar la respuesta al impulso.
3. Encontrar la FFT de (usando la respuesta al impulso) para $N=16$, 32, y 64. Representar gráficamente, comparar los resultados y comentar.

Diseño asistido:

4. Usando el entorno fdatoool de Matlab diseñar las seis bandas. Para cada una de ellas: graficar la respuesta en frecuencia (amplitud y fase); respuesta al impulso; diagrama de polos y ceros; obtener los coeficientes de la realización, y la realización del filtro.
5. Superponer en un mismo gráfico (lineal) las respuestas de amplitud de los seis filtros.
6. Validar los resultados: Verificar el diseño mediante un modelo en Matlab / Simulink.
7. Conclusiones: Incluir sus apreciaciones y comentarios sobre los resultados obtenidos.

INTRODUCCIÓN

El procesamiento de señales trata de la representación, transformación y manipulación de señales y de la información que contienen. Por ejemplo, podríamos desear separar dos o más señales que se han combinado de alguna forma, o podríamos querer realzar alguna componente de la señal o algún parámetro de un modelo de señal. Este procesamiento se puede realizar mediante tecnología analógica en tiempo continuo, o como se ha ido difundiendo cada vez más mediante procesamiento en tiempo discreto utilizando programas y procesadores.

Es importante recalcar que, si las señales a tratar son analógicas, deberán ser convertidas en una secuencia de muestras a fin de ser procesadas mediante algún algoritmo. Luego, de ser necesario, serán vueltas a convertir en señales analógicas. Un ejemplo de esto es el filtrado de señales de audio.

Esta forma de procesamiento es la que conocemos como procesamiento digital de señales o procesamiento de señales en tiempo discreto. Una buena parte del procesamiento de señales involucra el proceso de una señal para obtener otra señal: es el caso del filtrado digital.

Un filtro digital, es un filtro que opera sobre señales digitales y que tiene como propiedades la invarianza en el tiempo, causalidad y linealidad. Se trata de una operación matemática que toma una secuencia de números (la señal de entrada) y la modifica produciendo otra secuencia de números (la señal de salida) con el objetivo de resaltar o atenuar ciertas características.

El presente informe tiene como objetivo documentar los pasos que serán necesarios para realizar el diseño de un filtro digital a partir de un prototipo con determinadas características o especificaciones. Esto último se hará haciendo uso de los conocimientos adquiridos a lo largo del cursado de la materia Procesamiento Digital de Señales de la Facultad de Ciencias Exactas y Tecnología, como así también el uso de herramientas para la representación y simulación de este tipo de dispositivos. Las especificaciones para el diseño fueron definidas por la cátedra y entregadas a modo de enunciado para este trabajo integrador y las mismas se encuentran disponibles a lo largo del desarrollo de este informe.

RESUMEN

En el presente informe se desarrollará la consigna entregada por la cátedra, indicando los criterios tomados y cálculos realizados para el diseño, así como su implementación.

Se precisa un banco de filtros digitales que opere en las frecuencias de 100 [Hz] a 1000 [Hz] cuya finalidad es separar distintos rangos de frecuencias:

- **Banda 1:** 100 [Hz] - 250 [Hz]
- **Banda 2:** 250 [Hz] - 400 [Hz]
- **Banda 3:** 400 [Hz] - 550 [Hz]
- **Banda 4:** 550 [Hz] - 700 [Hz]
- **Banda 5:** 700 [Hz] - 850 [Hz]
- **Banda 6:** 850 [Hz] - 1000 [Hz]

Para la realización de este filtro, se procederá a diseñar un filtro prototipo de manera analítica para luego con ayuda de herramientas como Matlab analizar el mismo y obtener las distintas respuestas correspondientes a cada banda.

Posteriormente se verificará el diseño mediante la simulación del filtro usando la herramienta *Simulink* (herramienta de *Matlab*).

DESARROLLO DEL TEMA

Antes de comenzar a diseñar el filtro debemos tener en cuenta los requerimientos funcionales del filtro en cuestión:

- Rango de frecuencias comprendidas.
- Los puntos de media potencia deben coincidir con los AB de cada banda.
- Transferencia unitaria para la frecuencia central de cada filtro.
- Bandas simétricas respecto a la frecuencia central.
- Orden mínimo tal que no haya gran solapamiento.

Idealmente el banco de filtros deseado debería tener la siguiente respuesta a la frecuencia:

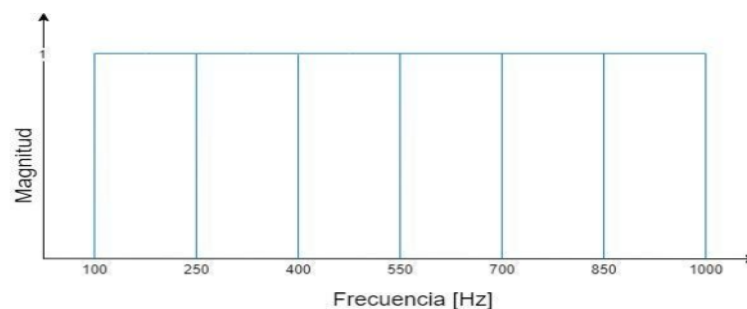


Imagen 1: Respuesta a la frecuencia de un banco de filtros ideal

Buscaremos realizar un diseño tal que su respuesta a la frecuencia se asemeje lo más posible al caso ideal mostrado.

1) DESARROLLAR EL DISEÑO DE UN FILTRO PROTOTIPO QUE CUMPLA LAS ESPECIFICACIONES, Y OBTENER ANALÍTICAMENTE UNA DE LAS BANDAS. GRAFICAR LA RESPUESTA EN FRECUENCIA DE AMBOS FILTROS

Diseño de los filtros

Partiremos de un filtro prototipo y luego aplicando las transformaciones correspondientes obtendremos el filtro digital con las características deseadas. Pero antes de eso, realizaremos unas aclaraciones acerca de las diferencias entre ambos filtros.

Chebyshev vs Butterworth

Con los filtros de Chebyshev se consigue una caída de la respuesta en frecuencia más pronunciada en frecuencias bajas debido a que permiten rizado en alguna de sus bandas (paso o rechazo). A diferencia del Filtro de Butterworth donde los polos se distribuyen sobre una circunferencia, los polos del filtro Chebyshev lo hacen sobre una elipse.

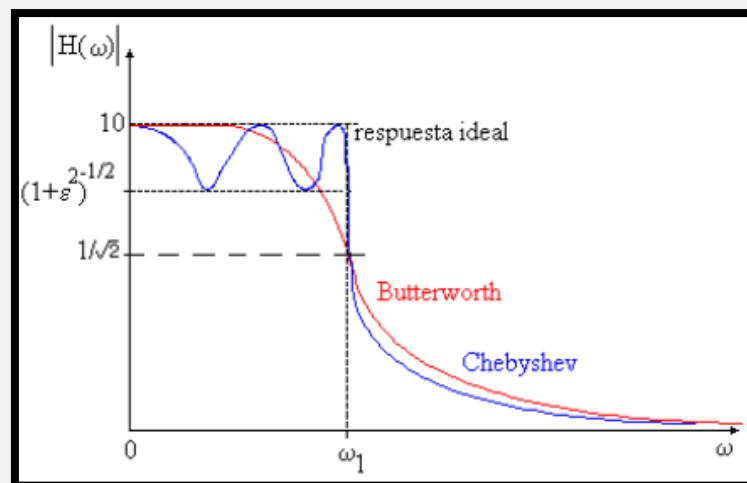


Imagen 2: Comparación de respuesta obtenida entre un filtro Chebyshev vs Butterworth

Dado que la máxima frecuencia a filtrar es **1 [kHz]** decidimos tomar como máxima frecuencia a muestrear el valor **$f_{max} = 1.25 \text{ [kHz]}$** para dar lugar a la zona de atenuación, con esta información y aplicando el criterio de Nyquist ($f_s \geq f_{max} * 2$) obtenemos nuestra frecuencia de muestreo **$f_s = 2.5 \text{ [kHz]}$** .

Para el diseño de nuestro filtro nos enfocamos en una de las bandas centrales (banda 4), de allí obtenemos la frecuencia de corte siendo **$f_c = 700 \text{ [Hz]}$** , luego para una atenuación de **20db** tomamos **$f_{at} = 775 \text{ [Hz]}$** .

Ahora podemos proceder a calcular el orden necesario para nuestro filtro.

- $f_c = 700 \text{ [Hz]}$ (Frecuencia de corte)
- $f_{at} = 775 \text{ [Hz]}$ (Frecuencia de atenuación a 20dB)
- $f_{max} = 1250 \text{ [Hz]}$ (Frecuencia Máxima)
- $f_s > 2f_{max} = 2500 \text{ [Hz]}$ (Frecuencia de muestreo)
- $T = 400 \text{ [μseg]}$ Por teorema de Nyquist

Filtro Pasabajo - Método Indirecto

Paso 1: Obtener las frecuencias analógicas a partir de las frecuencias digitales críticas, mediante la relación:

$$\frac{\omega_a * T}{2} = tg \frac{\omega_d * T}{2}$$

Siendo:

$$\omega_{cA} = \frac{2}{T} tg \frac{\omega_{cD} T}{2} = 2f_s tg \frac{2\pi f_{cD}}{2f_s} = 5000 tg \left(\pi \frac{700}{2500} \right) = 6043.96175 \left[\frac{rad}{seg} \right] \text{ (Frecuencia de corte analógica)}$$

$$\omega_{aA} = \frac{2}{T} tg \frac{\omega_{aD} T}{2} = 2f_s tg \frac{2\pi f_{aD}}{2f_s} = 5000 tg \left(\pi \frac{775}{2500} \right) = 7357.27657 \left[\frac{rad}{seg} \right] \text{ (Frecuencia de atenuación analógica)}$$

Paso 2: Obtener ε a partir de la expresión del ripple r :

$$r|_{dB} = 10 \log \log (1 + \varepsilon^2) \rightarrow \varepsilon = \sqrt{10^{\frac{r}{10}} - 1}$$

$$\varepsilon = 0.34934$$

Paso 3: Encontrar el orden n mediante la expresión:

$$At|_{dB} = 20 \log \log \varepsilon + 20 \log \log C_n \left(\frac{\omega_{aA}}{\omega_{cA}} \right)$$

La condición de atenuación es que en ω_{aA} se atenúe en 20dB

$$C_n \left(\frac{\omega_{aA}}{\omega_{cA}} \right) = 10^{\left[\frac{1}{20} (At|_{dB} - 20 \log \log \varepsilon) \right]}$$

$$C_n \left(\frac{7357.27657}{6043.96175} \right) = 10^{\left[\frac{1}{20} (20 - 20 \log \log 0.34931) \right]}$$

$$C_n(1.21729) \cong 28.62793 \rightarrow \text{condición que debe cumplir } C_n$$

Con C_n polinomios cosenoidales de Chebyshev, definidos por la expresión recurrente:

$$C_n(x) = 2xC_{n-1}(x) - C_{n-2}(x)$$

Siendo:

$$\begin{aligned} C_0(x) &= 1 \\ C_1(x) &= x \\ C_2(x) &= 2x^2 - 1 \\ C_3(x) &= 4x^3 - 3x \\ C_4(x) &= 8x^4 - 8x^2 + 1 \\ C_5(x) &= 16x^5 - 20x^3 + 5x \\ C_6(x) &= 32x^6 - 48x^4 + 18x^2 - 1 \\ C_7(x) &= 64x^7 - 112x^5 + 56x^3 - 7x \end{aligned}$$

Veamos entonces cuál es la C_n que la cumple, tomando $x = 1.21729$:

$$C_2(1.21729) \cong 1.96$$

$$C_3(1.21729) \cong 3.56$$

$$C_4(1.21729) \cong 6.71$$

$$C_5(1.21729) \cong 12.77$$

$$C_6(1.21729) \cong 24.39$$

$$C_7(1.21729) \cong 46.61 \rightarrow \text{cumple con la condición}$$

Dado que un filtro de orden 7 se torna complicado de calcular, sumado a que al momento de realizar la transformación para obtener el filtro pasabanda final, el orden se duplicará. Por simplicidad calcularemos un filtro de orden $n = 2$ como demostración del método y a partir de este se obtendrá el filtro BP del doble orden al pasabajos debido a la transformación cuadrática, es decir $n = 4$.

Paso 4 y 5: Encontrar el valor del parámetro β_k por medio de la ecuación $\beta_k = (1/n) \text{Senh}^{-1}(1/\epsilon)$ y obtener los polos de la función de transferencia $H(s)$.

Nosotros obtuvimos mediante tabla los valores de los polos del filtro analógico Chebyshev normalizado, para el valor de ripple pedido, y para el orden n calculado, en este caso $r = 0.5$ y $n = 2$ donde esos polos son:

$$s_1 = -0,712812 + j1,00402, \text{ en forma polar: } 1,23132 \angle 125,37^\circ$$

$$s_2 = -0,712812 - j1,00402, \text{ en forma polar: } 1,23132 \angle -125,37^\circ$$

$$H(s) = \frac{1}{(s + 0,712812 + j1,00402)(s + 0,712812 - j1,00402)}$$

Operando algebraicamente se obtiene:

$$H(s) = \frac{0,65956}{0,65956 s^2 + 0,67024s + 1}$$

TABLE 4.3 Pole Values for Lowpass Chebyshev Filters with 0.5-dB Pass-Band Ripple

n	Pole values
2	$-0.712812 \pm 1.00402j$
3	-0.626457 $-0.313228 \pm 1.021928j$
4	$-0.423340 \pm 0.420946j$ $-0.175353 \pm 1.016253j$
5	-0.362320 $-0.293123 \pm 0.625177j$ $-0.111963 \pm 1.011557j$
6	$-0.289794 \pm 0.270216j$ $-0.212144 \pm 0.738245j$ $-0.077650 \pm 1.008461j$
7	-0.256170 $-0.230801 \pm 0.447894j$ $-0.159719 \pm 0.807077j$ $-0.057003 \pm 1.006409j$
8	$-0.219293 \pm 0.199907j$ $-0.185908 \pm 0.569288j$ $-0.124219 \pm 0.852000j$ $-0.043620 \pm 1.005002j$

Imagen 3: Tabla de valores de polos para Filtro Pasabajos Chebyshev proporcionado por la cátedra

Para comprobar si el filtro es el deseado colocamos los valores obtenidos en *Matlab* y usando el comando $[h,w] = \text{freqz}(N,D)$, obtenemos la siguiente gráfica para el filtro prototipo:

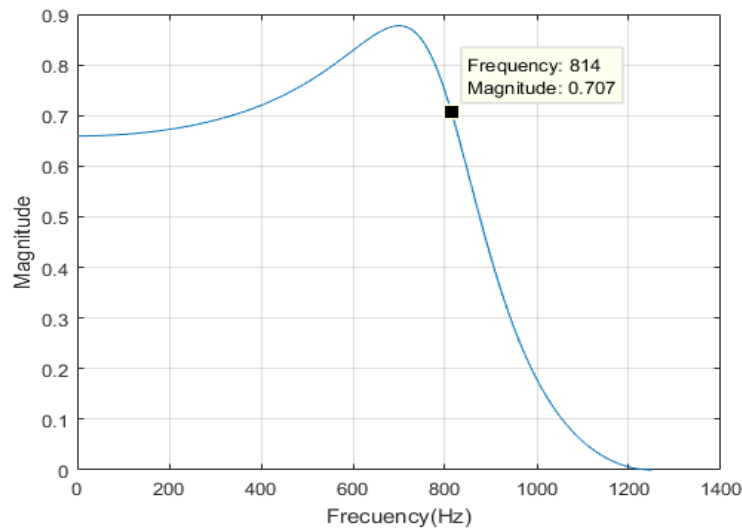


Imagen 4: Respuesta a la frecuencia del filtro pasabajo prototipo

Podemos observar la caída de los 0,707, y que en ese valor encontramos una frecuencia de 814 [Hz]. La gráfica corresponde al filtro de orden 2, desarrollado como demostración del método.

En la misma se puede apreciar que la caída del 0,707 de la magnitud ocurre más adelante de lo deseado, esto se debe al orden utilizado (el cual, para este desarrollo, fue menor al óptimo). Sin embargo, más adelante se mostrará la respuesta obtenida por el filtro de orden 7, que corresponde al valor necesario.

Filtro Pasabanda

- $\beta = 2\pi * 700[\text{Hz}]$ (Frecuencia de corte del filtro pasabajos prototipo)
- $\omega_0 = 2\pi * 625[\text{Hz}]$ (Frecuencia central del filtro pasabanda)
- $\omega_1 = 2\pi * 550[\text{Hz}]$ (Frecuencia de corte inferior del filtro pasabanda)
- $\omega_2 = 2\pi * 700[\text{Hz}]$ (Frecuencia de corte superior del filtro pasabanda)
- $T = \frac{1}{f_s} = \frac{1}{2500} [\text{Hz}]$ (Periodo de muestreo)

Para obtener el pasabanda reemplazamos s por

$$s = \frac{1 - 2(\cos \cos \omega_{d0} T)z^{-1} + z^{-2}}{k_B(1 - z^{-2})}$$

Donde K_B

$$K_B = \left(\frac{\omega_{d2} - \omega_{d1}}{2} T \right) = \left(\frac{2\pi 700 - 2\pi 550}{2 * 2500} \right) = 0.19076$$

Entonces

$$s = \frac{1 - 2 \left(\cos \cos \frac{2\pi 625}{2500} \right) z^{-1} + z^{-2}}{0.19076(1 - z^{-2})} = \frac{1 + z^{-2}}{0.19076(1 - z^{-2})}$$

Reemplazamos s en $H(s)$

$$H(z^{-1}) = \frac{0,65956}{0,65956 \left(\frac{1+z^{-2}}{0,19076(1-z^{-2})} \right)^2 + 0,67024 \left(\frac{1+z^{-2}}{0,19076(1-z^{-2})} \right) + 1}$$

$$H(z^{-1}) = \frac{0,65956}{0,65956 \left(\frac{1+2z^{-2}+z^{-4}}{0,03638(1-2z^{-2}+z^{-4})} \right) + 0,67024 \left(\frac{1+z^{-2}}{0,19076(1-z^{-2})} \right) + 1}$$

$$H(z^{-1}) = \frac{0,65956}{\left(\frac{0,65956(1+2z^{-2}+z^{-4})}{0,03638(1-2z^{-2}+z^{-4})} \right)^2 + \left(\frac{0,67024(1+z^{-2})}{0,19076(1-z^{-2})} \right) + 1}$$

$$H(z^{-1}) = \frac{0,65956}{18,12974 \left(\frac{1+2z^{-2}+z^{-4}}{1-2z^{-2}+z^{-4}} \right) + 3,51352 \left(\frac{1+z^{-2}}{1-z^{-2}} \right) + 1}$$

$$H(z^{-1}) = \frac{0,65956}{18,12974 \left(\frac{1+2z^{-2}+z^{-4}}{1-2z^{-2}+z^{-4}} \right) + 3,51352 \left(\frac{1+z^{-2}}{1-z^{-2}} \right) \left(\frac{1-z^{-2}}{1-z^{-2}} \right) + 1}$$

$$H(z^{-1}) = \frac{0,65956}{18,12974 \left(\frac{1+2z^{-2}+z^{-4}}{1-2z^{-2}+z^{-4}} \right) + 3,51352 \left(\frac{1-z^{-4}}{1-2z^{-2}+z^{-4}} \right) + 1}$$

$$H(z^{-1}) = \frac{0,65956(1-2z^{-2}+z^{-4})}{18,12974(1+2z^{-2}+z^{-4}) + 3,51352(1-z^{-4}) + 1-2z^{-2}+z^{-4}}$$

$$H(z^{-1}) = \frac{0,65956 - 1,31912z^{-2} + 0,65956z^{-4}}{18,12974 + 36,25948z^{-2} + 18,12974z^{-4} + 3,51352 - 3,51352z^{-4} + 1 - 2z^{-2} + z^{-4}}$$

$$H(z^{-1}) = \frac{0,65956 - 1,31912z^{-2} + 0,65956z^{-4}}{22,64326 + 34,25948z^{-2} + 15,61622z^{-4}}$$

$$H(z^{-1}) = \frac{0,02912 - 0,05825z^{-2} + 0,02912z^{-4}}{1 + 1,51301z^{-2} + 0,68966z^{-4}}$$

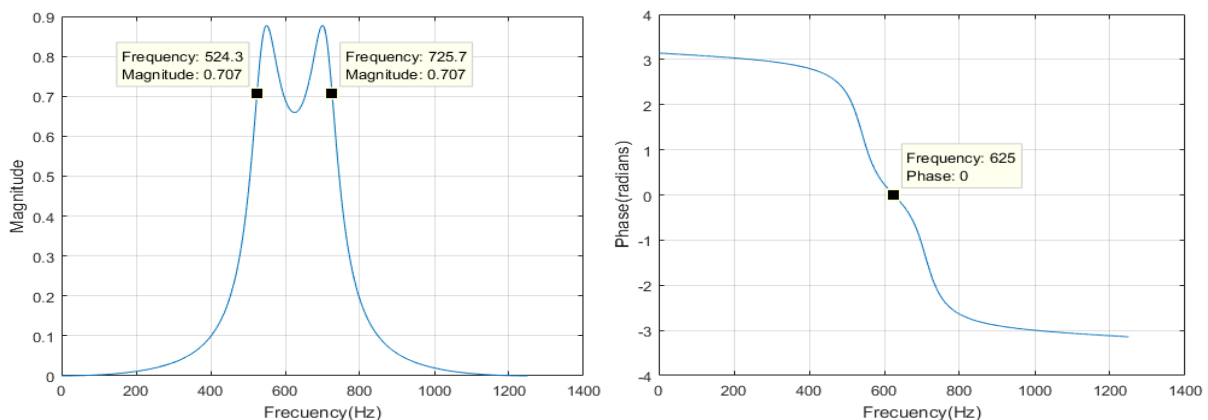


Imagen 5: Respuesta a la frecuencia en magnitud y fase del filtro pasabanda prototipo

Nuevamente, las frecuencias donde cae a 0,707 no cumplen con los esperados, debido al orden del filtro desarrollado (el cual es de orden 4 pero debería ser de orden 14). De igual manera como se explicó en el anterior filtro, más adelante se mostrarán las gráficas con los valores correctos para este filtro.

2) ENCONTRAR LA RESPUESTA TEMPORAL. GRAFICAR LA RESPUESTA AL IMPULSO

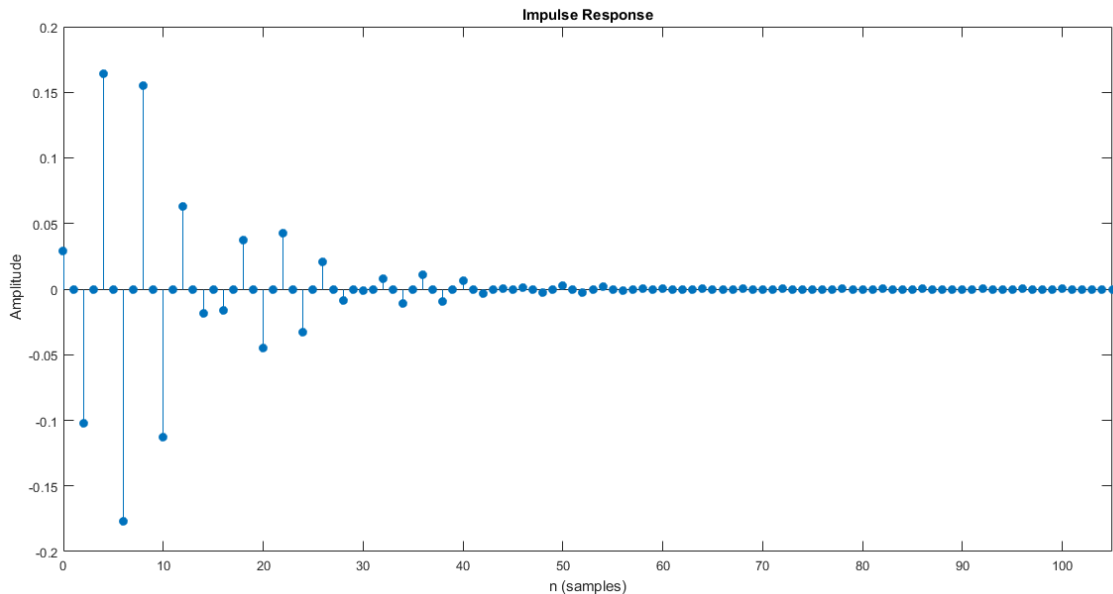


Imagen 6: Respuesta al impulso del filtro

Al ser un filtro IIR, su respuesta al impulso es infinita, pero por otro lado es un filtro estable, lo que da como resultado una respuesta al impulso decreciente alternada (alterna entre valores positivos y negativos como vemos en el gráfico obtenido).

Adjuntamos también la gráfica de los ceros y polos.

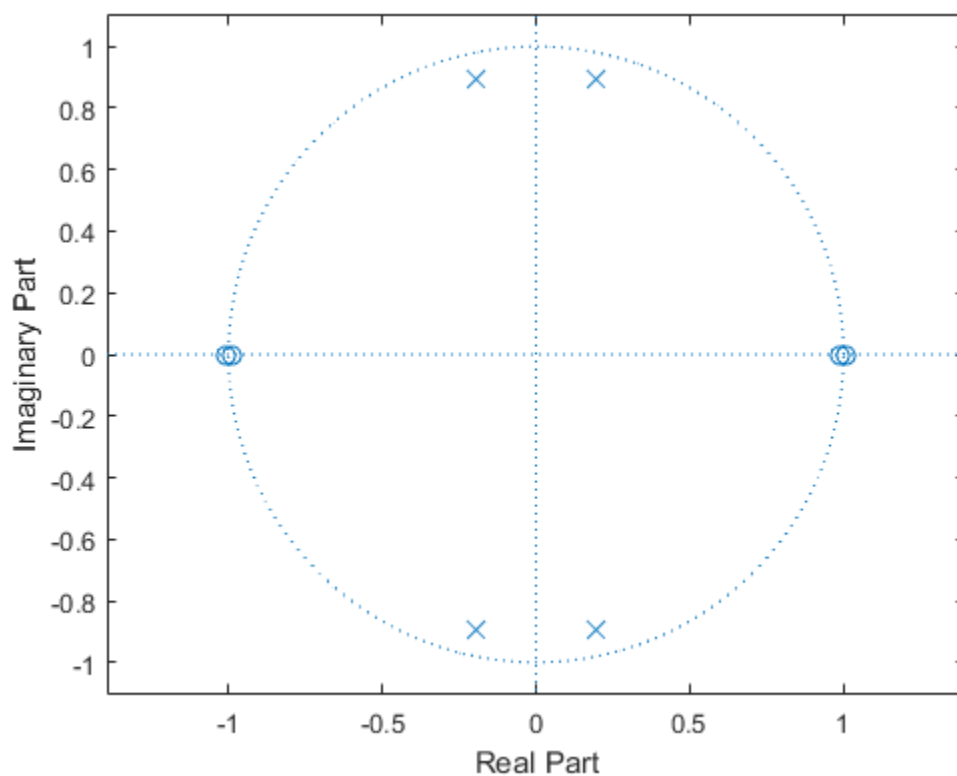


Imagen 7: Gráfica de ceros y polos del filtro

3) ENCONTRAR LA FFT (USANDO LA RESPUESTA AL IMPULSO) PARA N=16, 32, Y 64. REPRESENTAR GRÁFICAMENTE, COMPARAR LOS RESULTADOS Y COMENTAR

La Transformada de Fourier de la respuesta de impulso es la respuesta en frecuencia de un filtro. Por lo tanto, de la respuesta al impulso se tomarán N muestras que serán reproducidas periódicamente aplicando la Transformada Rápida de Fourier.

Para obtener la FFT escribimos un código en el cual como primer paso se requiere cargar en un vector N y D (numerador y denominador respectivamente). Luego lo que resta es especificar la cantidad de muestras a utilizar y la frecuencia de muestreo correspondiente.

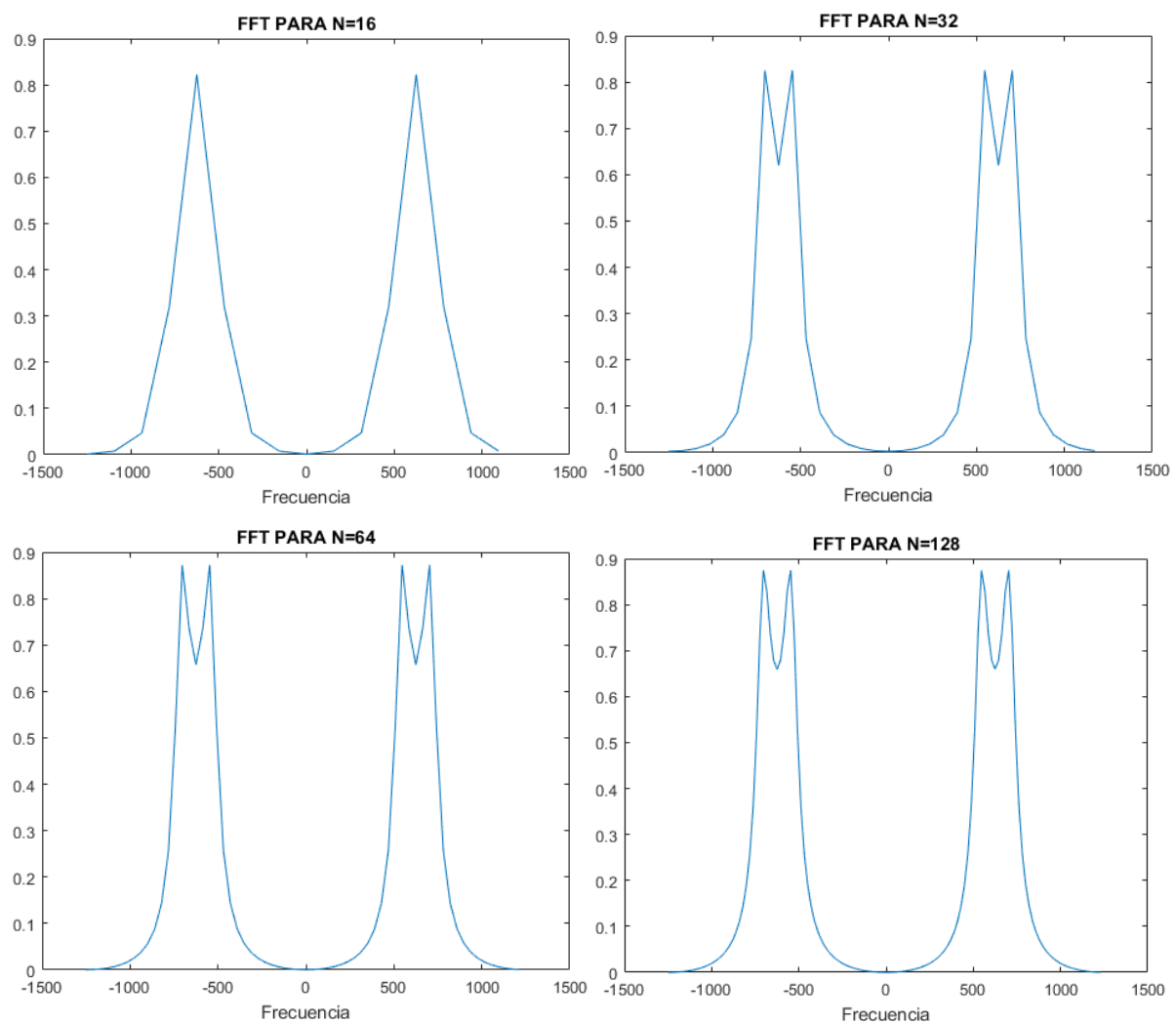


Imagen 8: Transformada de Fourier de la respuesta al impulso para N = 16, 32, 64 y 128

A simple vista se puede observar cómo al aumentar el número de muestras analizadas para realizar la Transformada de Fourier, la exactitud y resolución de la misma aumenta considerablemente debido a que tomamos una mayor cantidad de datos de la señal a analizar.

Observamos además como al tomar 64 muestras y 128 muestras, la respuesta es prácticamente la misma. De manera que si se desea realizar una FFT podría optarse por tomar solamente 64 muestras dado que se obtiene una respuesta muy exacta.

Al comparar la respuesta de la FFT con la respuesta en frecuencia de nuestro filtro pasabanda, observamos que ambos resultados coinciden, lo cual es correcto ya que la respuesta en frecuencia es la Transformada de Fourier de Tiempo Discreto de la respuesta al impulso, y dado que la respuesta al impulso es real (no compleja), la respuesta en frecuencia es simétrica conjugada.

Lo dicho anteriormente sobre la relación entre la respuesta en frecuencia y la Transformada de Fourier podemos verlo en el siguiente diagrama:

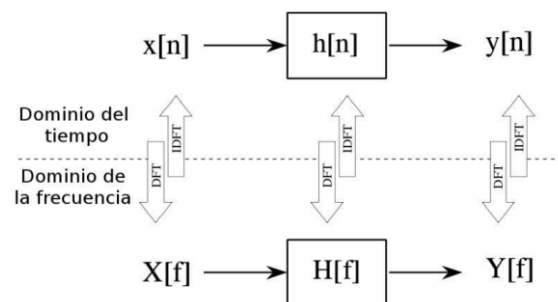


Imagen 9: Relación entre la respuesta en frecuencia y transformada de Fourier

Observamos cómo obtener en el dominio del tiempo la respuesta al impulso y luego realizar la Transformada de Fourier es equivalente a pasar todo al dominio de la frecuencia y obtener la respuesta del sistema.

4) USANDO EL ENTORNO FDATOOL DE MATLAB DISEÑAR LAS SEIS BANDAS. PARA CADA UNA DE ELLAS: GRAFICAR LA RESPUESTA EN FRECUENCIA (AMPLITUD Y FASE), RESPUESTA AL IMPULSO, DIAGRAMA DE POLOS Y CEROS, OBTENER LOS COEFICIENTES DE LA REALIZACIÓN, REALIZACIÓN DEL FILTRO

Una vez realizado el análisis analítico del filtro prototipo y su transformación espectral en un filtro pasabanda, utilizaremos el entorno *fdatool* de *Matlab* para obtener así los filtros pasabanda definitivos, y con estos armar nuestro banco de filtros digitales.

Banda 1 (100Hz – 250Hz)

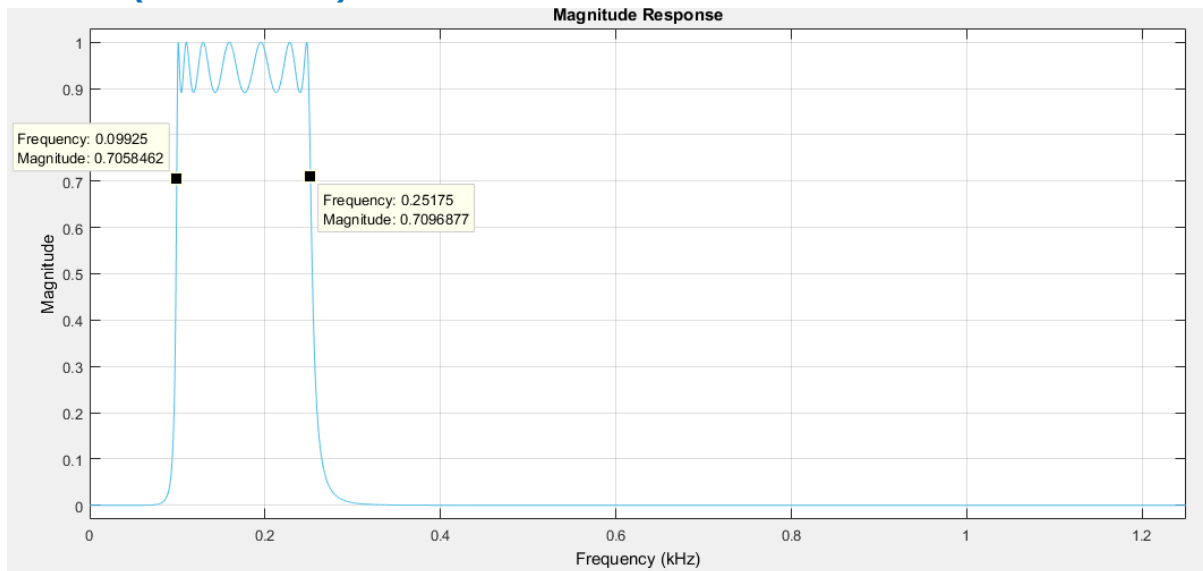


Imagen 10: Respuesta en frecuencia de amplitud para Banda 1

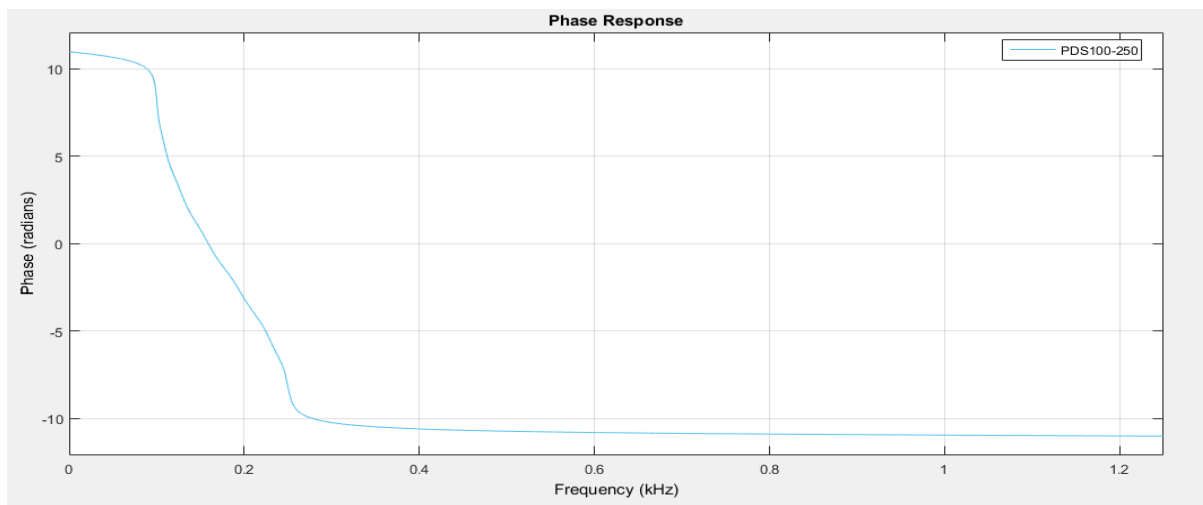


Imagen 11: Respuesta en frecuencia de fase para Banda 1

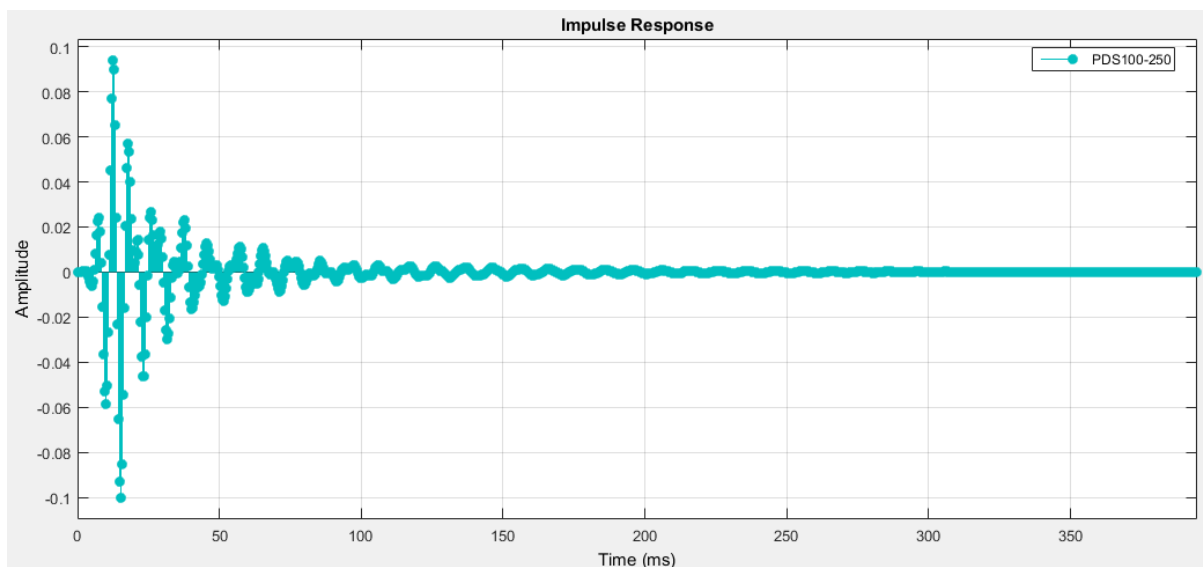


Imagen 12: Respuesta al impulso para Banda 1

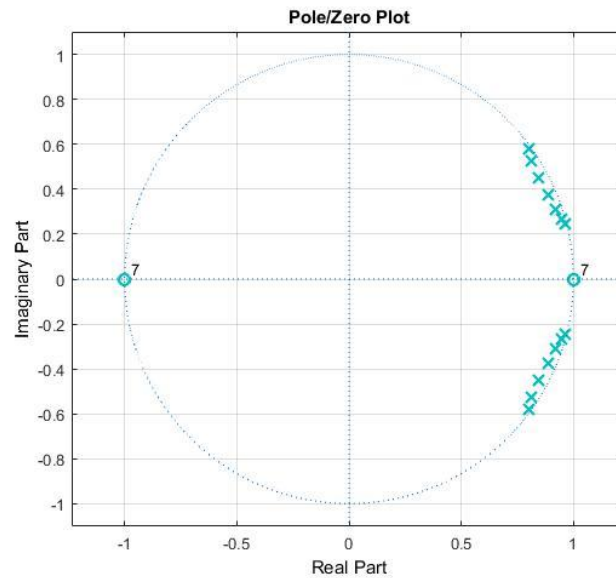


Imagen 13: Diagrama de polos y ceros para Banda 1

<p>-----</p> <p>Section #1</p> <p>-----</p> <p>Numerator:</p> <p>1</p> <p>0</p> <p>-1</p> <p>Denominator:</p> <p>1</p> <p>-1.6004949127321275</p> <p>0.97664546014268061</p> <p>Gain:</p> <p>0.18516642856219723</p>	<p>-----</p> <p>Section #3</p> <p>-----</p> <p>Numerator:</p> <p>1</p> <p>0</p> <p>-1</p> <p>Denominator:</p> <p>1</p> <p>-1.6239835174807267</p> <p>0.93817239689144549</p> <p>Gain:</p> <p>0.14889100443708586</p>	<p>-----</p> <p>Section #5</p> <p>-----</p> <p>Numerator:</p> <p>1</p> <p>0</p> <p>-1</p> <p>Denominator:</p> <p>1</p> <p>-1.691116040934201</p> <p>0.91951891344693903</p> <p>Gain:</p> <p>0.088158990515931637</p>
<p>-----</p> <p>Section #2</p> <p>-----</p> <p>Numerator:</p> <p>1</p> <p>0</p> <p>-1</p> <p>Denominator:</p> <p>1</p> <p>-1.9272515928538321</p> <p>0.99001671811122016</p> <p>Gain:</p> <p>0.18516642856219723</p>	<p>-----</p> <p>Section #4</p> <p>-----</p> <p>Numerator:</p> <p>1</p> <p>0</p> <p>-1</p> <p>Denominator:</p> <p>1</p> <p>-1.8949841950961961</p> <p>0.96879071515281445</p> <p>Gain:</p> <p>0.14889100443708586</p>	<p>-----</p> <p>Section #6</p> <p>-----</p> <p>Numerator:</p> <p>1</p> <p>0</p> <p>-1</p> <p>Denominator:</p> <p>1</p> <p>-1.8442615596299912</p> <p>0.94519134042200403</p> <p>Gain:</p> <p>0.088158990515931637</p>
	<p>-----</p> <p>Section #7</p> <p>-----</p> <p>Numerator:</p> <p>1</p> <p>0</p> <p>-1</p> <p>Denominator:</p> <p>1</p> <p>-1.7728183924988752</p> <p>0.92458536696367388</p> <p>Gain:</p> <p>0.037707316518163038</p> <p>-----</p> <p>Output Gain:</p> <p>1</p>	

Imagen 14: Coeficientes de realización para Banda 1

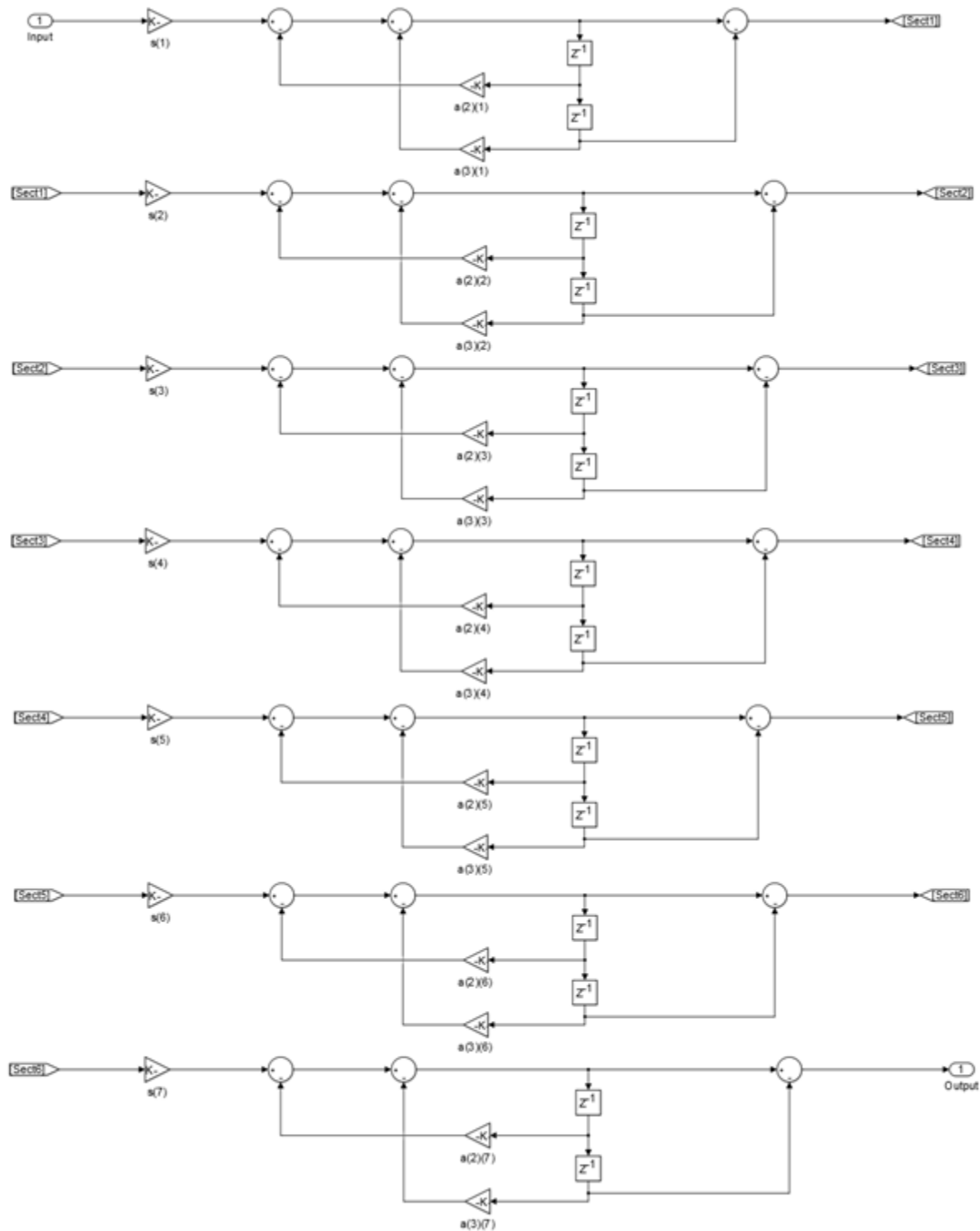


Imagen 15: Realización del filtro

El circuito presentado es similar para las 6 bandas, con sus correspondientes coeficientes. Es por esta razón que solamente mostraremos la realización del filtro para esta banda.

Banda 2 (250Hz – 400Hz)

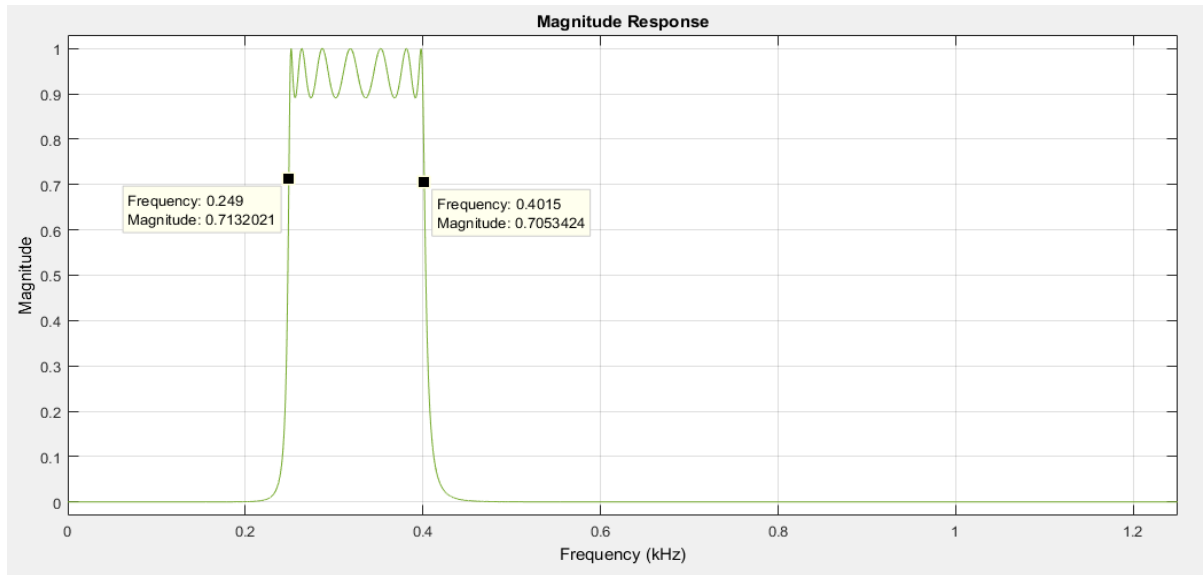


Imagen 16: Respuesta en frecuencia de amplitud para Banda 2

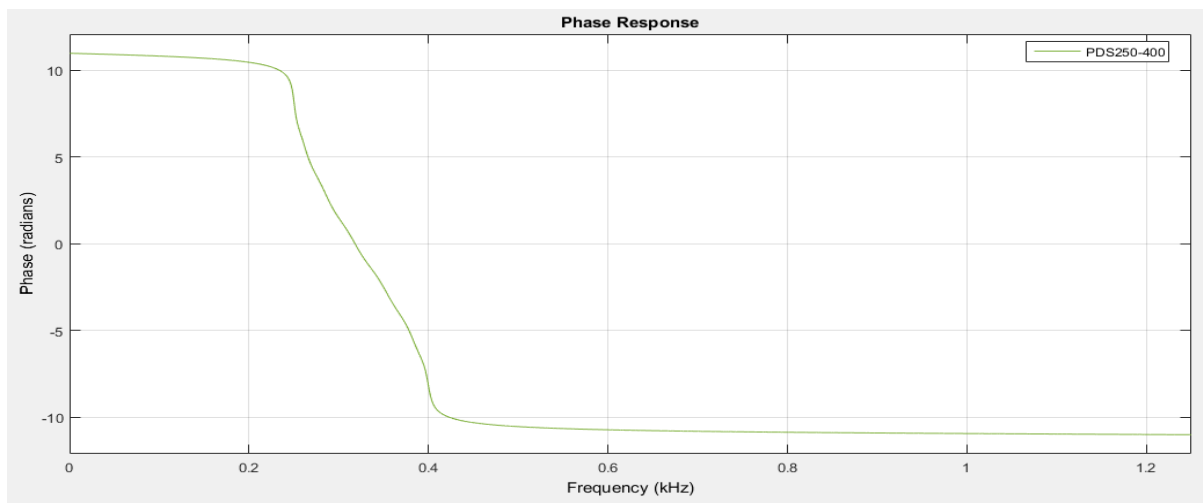


Imagen 17: Respuesta en frecuencia de fase para Banda 2

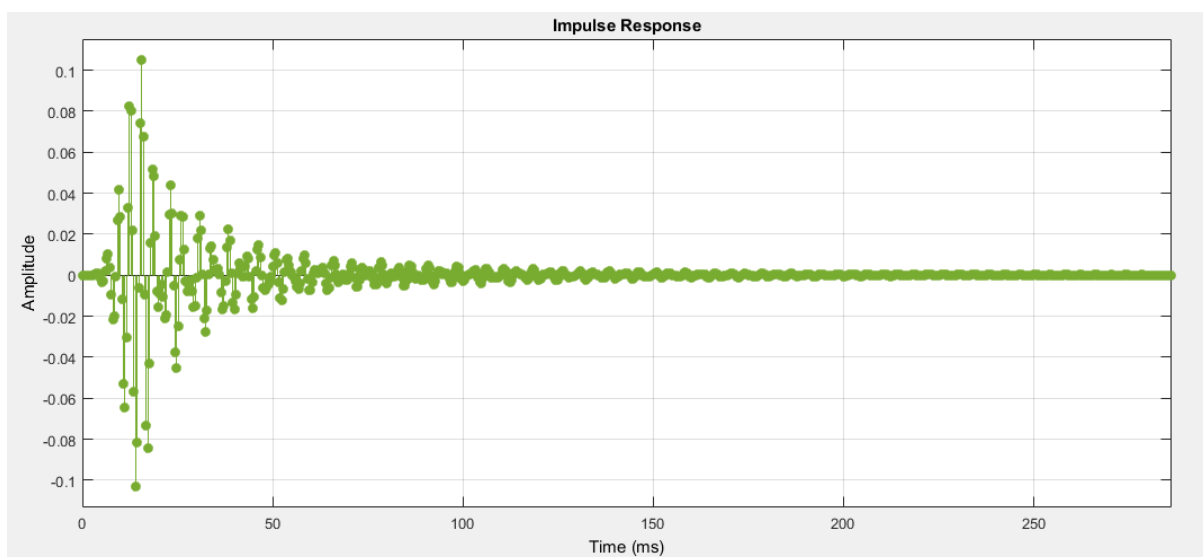


Imagen 18: Respuesta al impulso para Banda 2

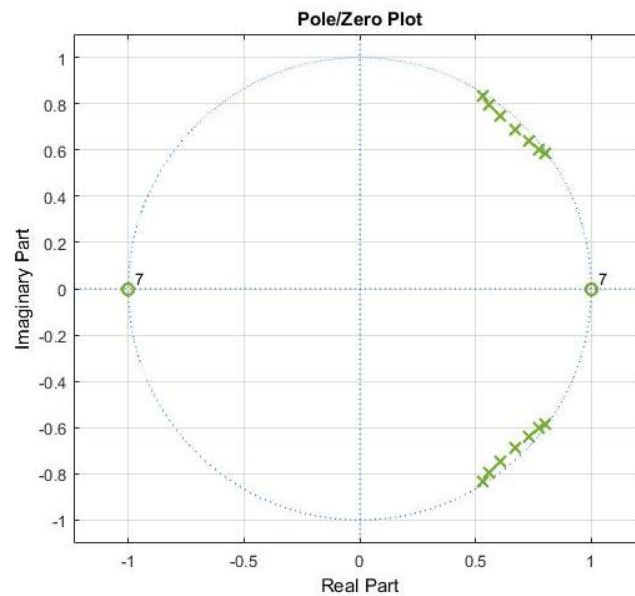


Imagen 19: Diagrama de polos y ceros para Banda 2

<p>----- Section #1 -----</p> <p>Numerator: 1 0 -1</p> <p>Denominator: 1 -1.0628159182145347 0.98036055349646389</p> <p>Gain: 0.18516642856219742</p> <p>-----</p> <p>Section #2 -----</p> <p>Numerator: 1 0 -1</p> <p>Denominator: 1 -1.6061014779522917 0.98626503255382802</p> <p>Gain: 0.18516642856219742</p> <p>-----</p>	<p>----- Section #3 -----</p> <p>Numerator: 1 0 -1</p> <p>Denominator: 1 -1.1134146570422203 0.94678524801578368</p> <p>Gain: 0.148891004437086</p> <p>-----</p> <p>Section #4 -----</p> <p>Numerator: 1 0 -1</p> <p>Denominator: 1 -1.5488611413391467 0.95997768155545304</p> <p>Gain: 0.148891004437086</p> <p>-----</p> <p>Section #7 -----</p> <p>Numerator: 1 0 -1</p> <p>Denominator: 1 -1.341226145499038 0.92458536696367388</p> <p>Gain: 0.037707316518163073</p> <p>-----</p> <p>Output Gain: 1</p> <p>-----</p>	<p>----- Section #5 -----</p> <p>Numerator: 1 0 -1</p> <p>Denominator: 1 -1.2164411771712849 0.92693972244089151</p> <p>Gain: 0.088158990515931721</p> <p>-----</p> <p>Section #6 -----</p> <p>Numerator: 1 0 -1</p> <p>Denominator: 1 -1.4582495255828938 0.93762441429919208</p> <p>Gain: 0.088158990515931721</p> <p>-----</p>
---	---	---

Imagen 20: Coeficientes de realización para Banda 2

Banda 3 (400Hz – 550Hz)

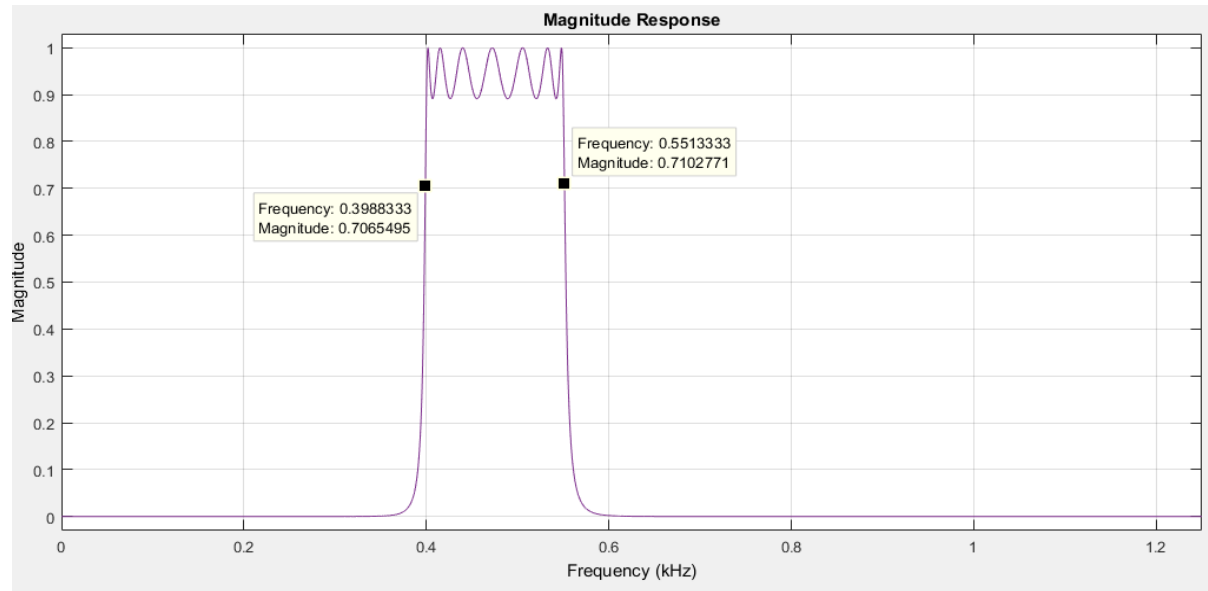


Imagen 21: Respuesta en frecuencia de amplitud para Banda 3

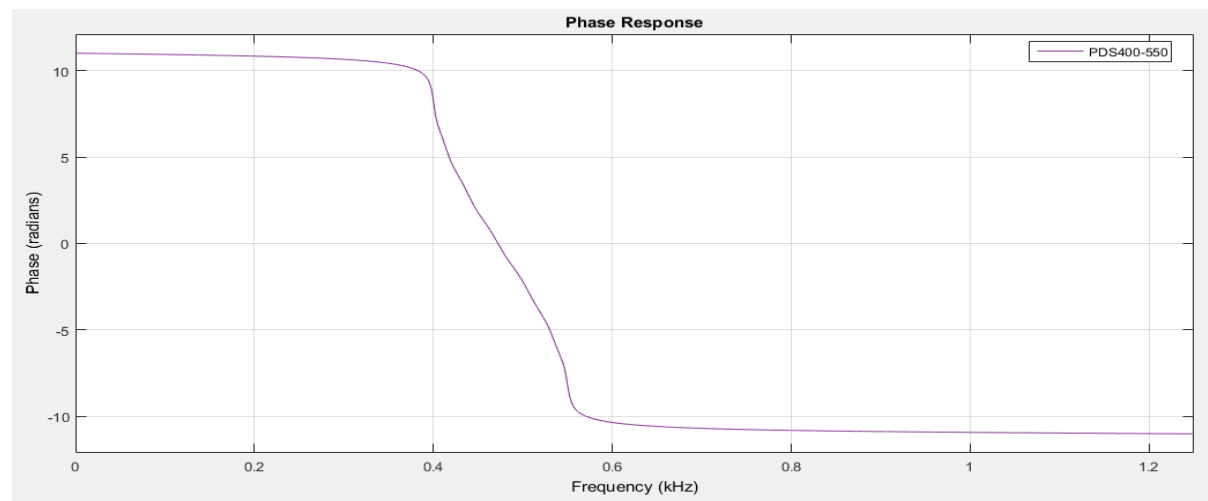


Imagen 22: Respuesta en frecuencia de fase para Banda 3

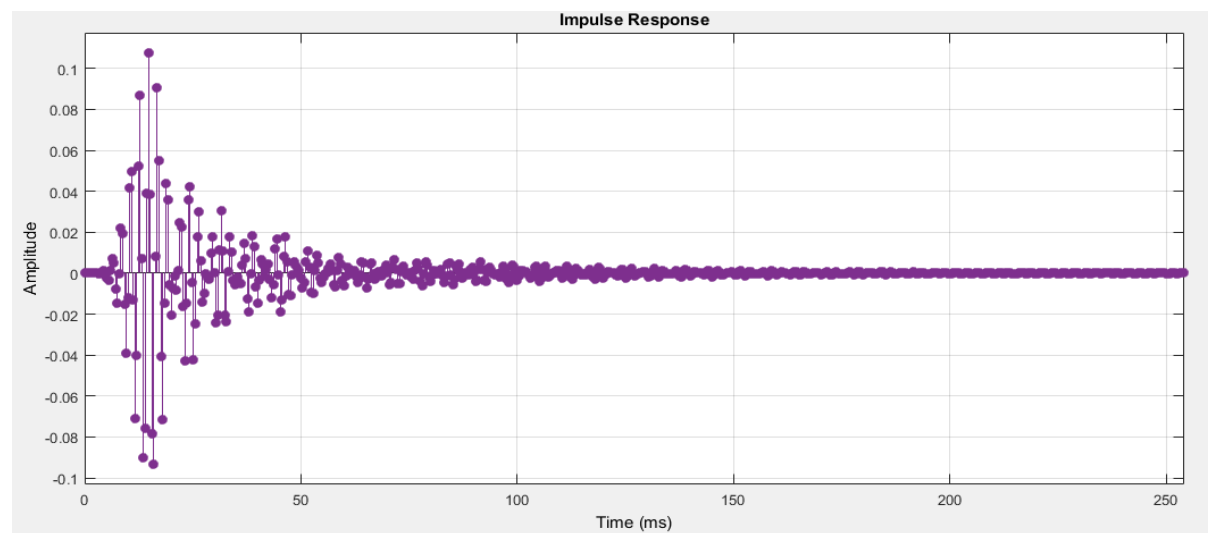


Imagen 23: Respuesta al impulso para Banda 3

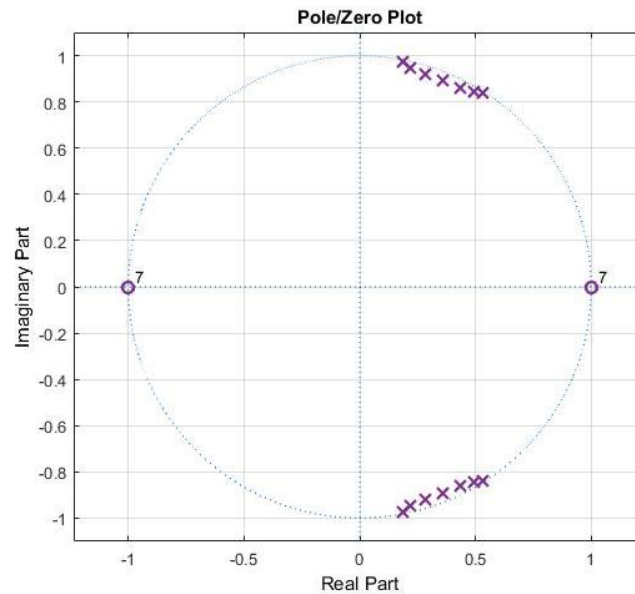


Imagen 24: Diagrama de polos y ceros para Banda 3

Section #1 <hr/> Numerator: 1 0 -1 Denominator: 1 -1.0620436386153691 0.98455369472495702 Gain: 0.18516642856219723	Section #3 <hr/> Numerator: 1 0 -1 Denominator: 1 -0.99004112629508934 0.95613013109858602 Gain: 0.14889100443708586	Section #5 <hr/> Numerator: 1 0 -1 Denominator: 1 -0.87103234430169485 0.93449687385508606 Gain: 0.088158990515931637
Section #2 <hr/> Numerator: 1 0 -1 Denominator: 1 -0.37320313126669991 0.98206460286433661 Gain: 0.18516642856219723	Section #4 <hr/> Numerator: 1 0 -1 Denominator: 1 -0.44163403369671905 0.95059519385377145 Gain: 0.14889100443708586	Section #6 <hr/> Numerator: 1 0 -1 Denominator: 1 -0.56731910002362795 0.93004197088311891 Gain: 0.088158990515931637
	Section #7 <hr/> Numerator: 1 0 -1 Denominator: 1 -0.72126267218820506 0.92458536696367388 Gain: 0.037707316518163031 <hr/> Output Gain: 1	

Imagen 25: Coeficientes de realización para Banda 3

Banda 4 (550Hz – 700Hz)

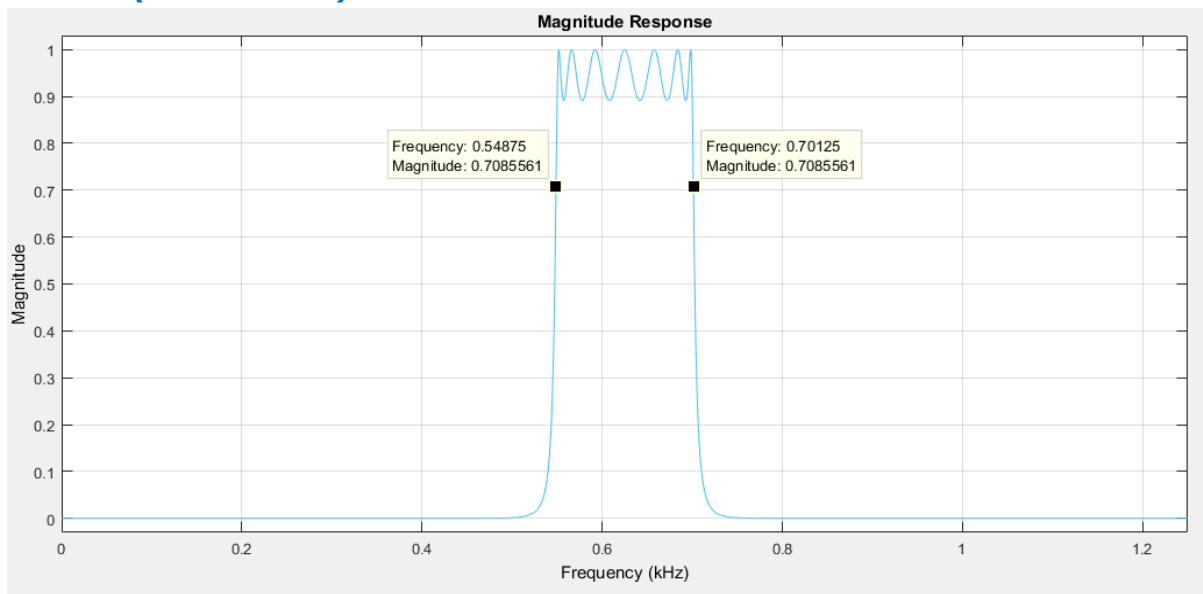


Imagen 26: Respuesta en frecuencia de amplitud para Banda 4

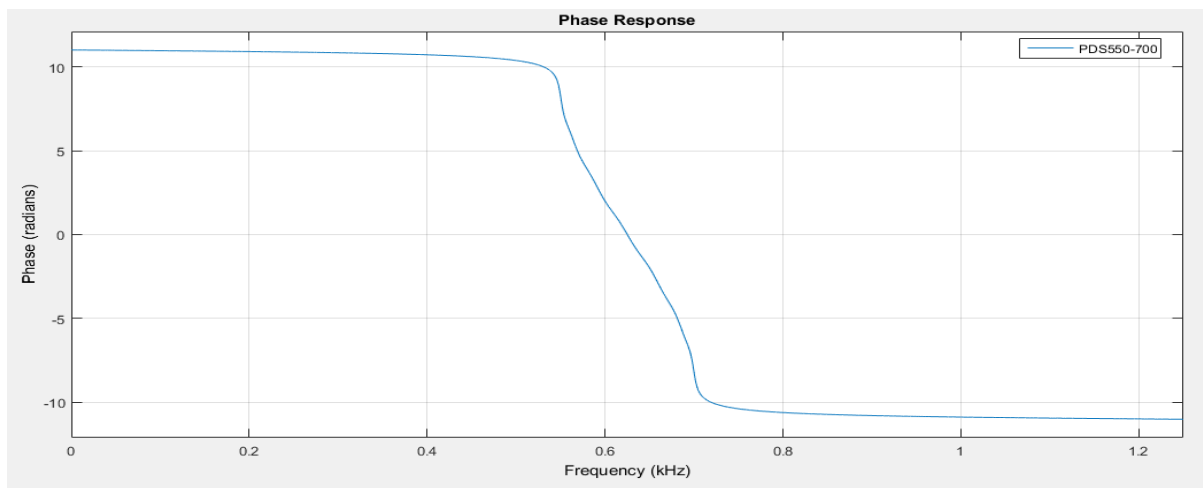


Imagen 27: Respuesta en frecuencia de fase para Banda 4

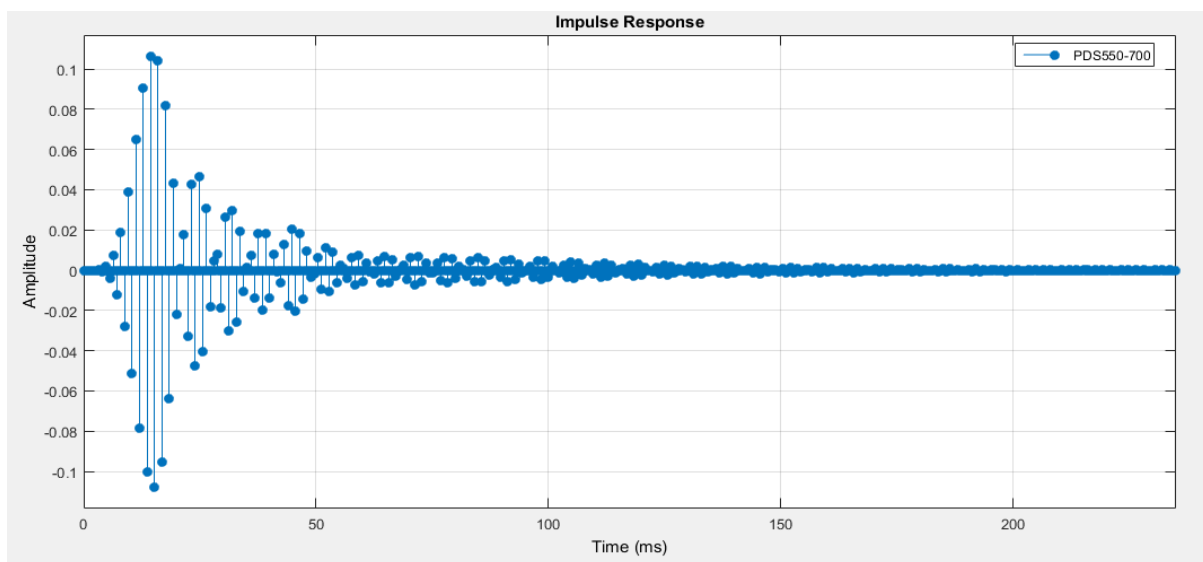


Imagen 28: Respuesta al impulso para Banda 4

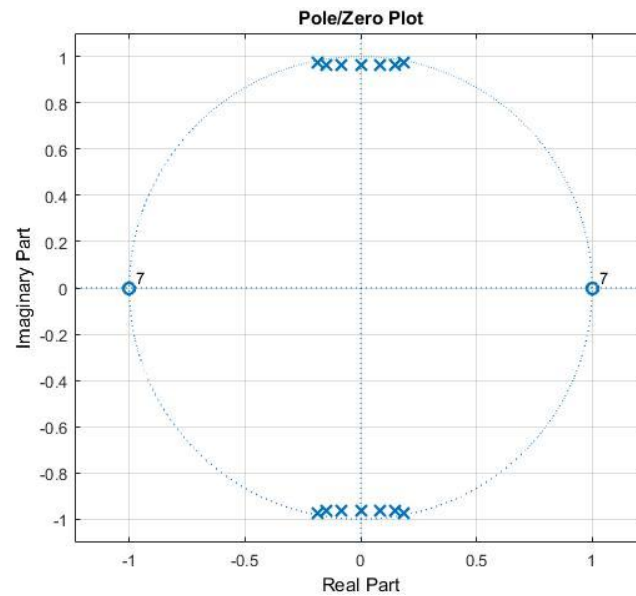


Imagen 29: Diagrama de polos y ceros para Banda 4

Section #1 <hr/> Numerator: 1 0 -1 Denominator: 1 0.36995650320022139 0.98330836120145426 Gain: 0.18516642856219745	Section #3 <hr/> Numerator: 1 0 -1 Denominator: 1 0.29410662841513496 0.95335864569483841 Gain: 0.14889100443708606	Section #5 <hr/> Numerator: 1 0 -1 Denominator: 1 0.16278893948620787 0.9322667613640937 Gain: 0.088158990515931762
Section #2 <hr/> Numerator: 1 0 -1 Denominator: 1 -0.36995650320022222 0.98330836120145193 Gain: 0.18516642856219745	Section #4 <hr/> Numerator: 1 0 -1 Denominator: 1 -0.29410662841513385 0.95335864569483542 Gain: 0.14889100443708606	Section #6 <hr/> Numerator: 1 0 -1 Denominator: 1 -0.16278893948620965 0.93226676136409337 Gain: 0.088158990515931762
<hr/> Section #7 <hr/> Numerator: 1 0 -1 Denominator: 1 -0.000000000000000119971897 0.92458536696367388 Gain: 0.037707316518163093 <hr/> Output Gain: 1		

Imagen 30: Coeficientes de realización para Banda 4

Banda 5 (700Hz – 850Hz)

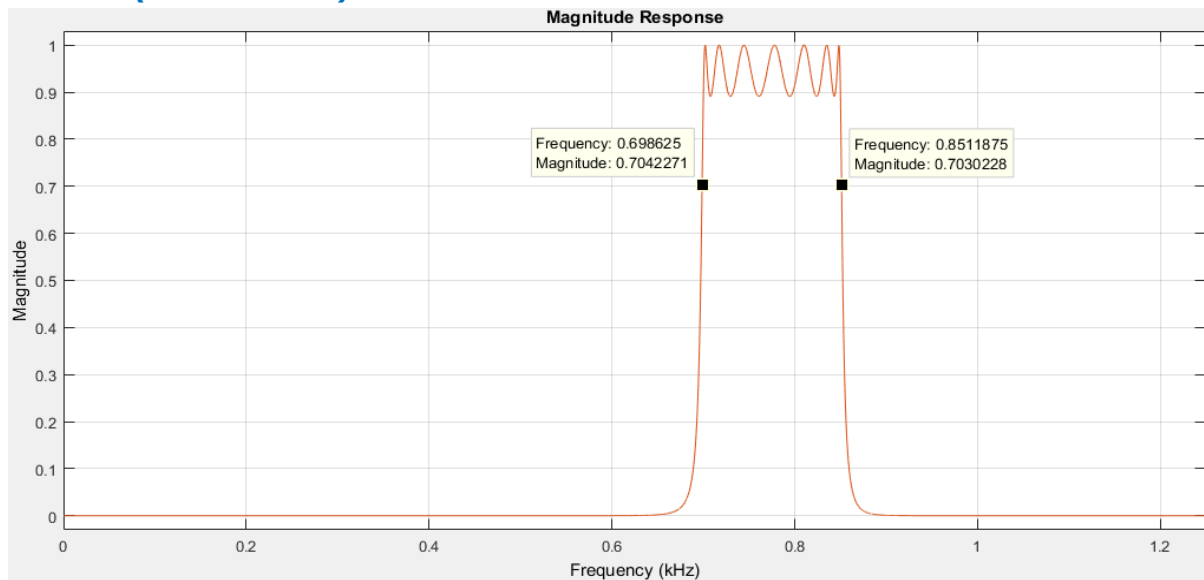


Imagen 31: Respuesta en frecuencia de amplitud para Banda 5

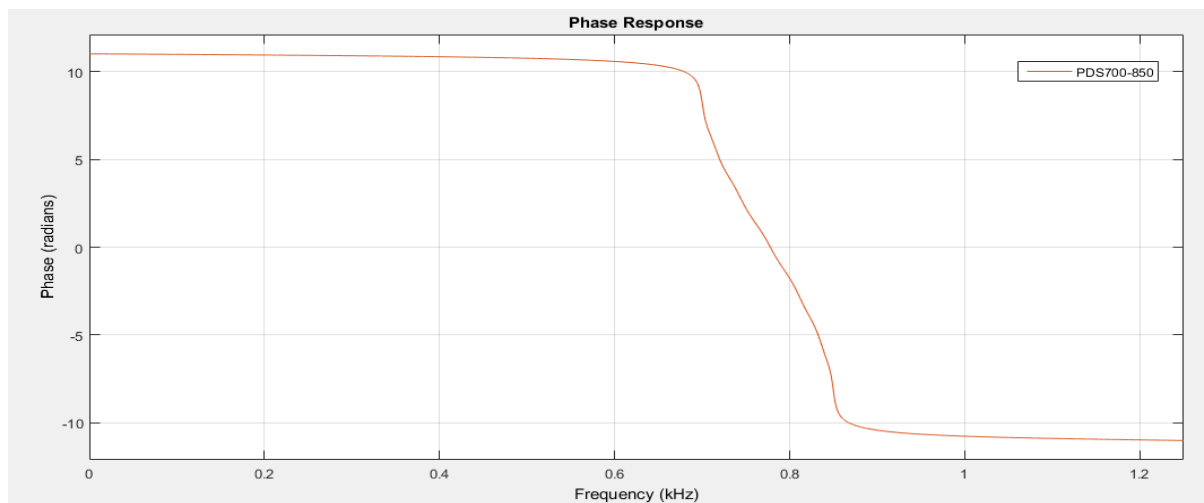


Imagen 32: Respuesta en frecuencia de fase para Banda 5

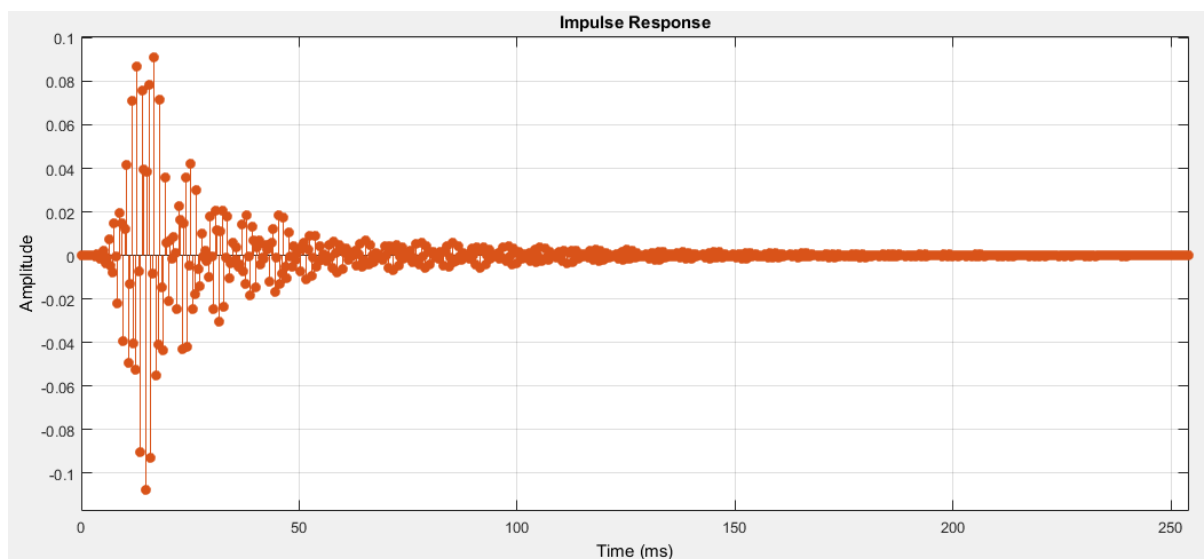


Imagen 33: Respuesta al impulso para Banda 5

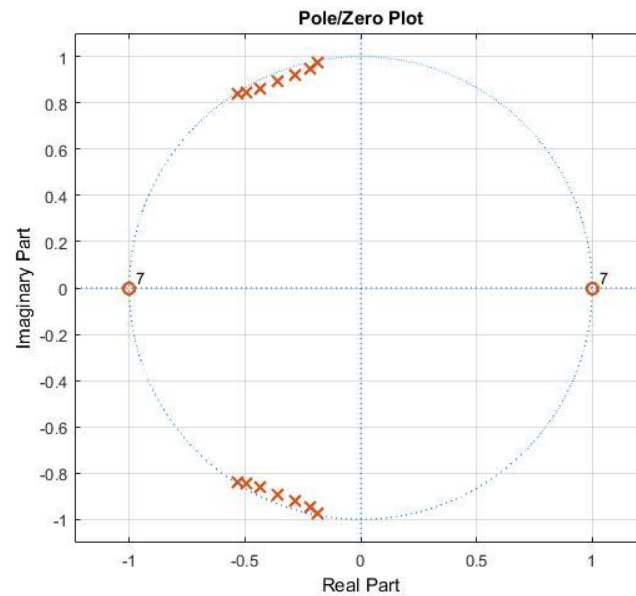


Imagen 34: Diagrama de polos y ceros para Banda 5

Section #1 <hr/> Numerator: 1 0 -1 Denominator: 1 1.0620436386153695 0.98455369472495846 Gain: 0.18516642856219742	Section #3 <hr/> Numerator: 1 0 -1 Denominator: 1 0.99004112629509144 0.9561301310985868 Gain: 0.148891004437086	Section #5 <hr/> Numerator: 1 0 -1 Denominator: 1 0.87103234430168541 0.93449687385507962 Gain: 0.088158990515931721
Section #2 <hr/> Numerator: 1 0 -1 Denominator: 1 0.37320313126670018 0.98206460286434005 Gain: 0.18516642856219742	Section #4 <hr/> Numerator: 1 0 -1 Denominator: 1 0.4416340336967175 0.95059519385377389 Gain: 0.148891004437086	Section #6 <hr/> Numerator: 1 0 -1 Denominator: 1 0.56731910002363695 0.9300419708831229 Gain: 0.088158990515931721
	Section #7 <hr/> Numerator: 1 0 -1 Denominator: 1 0.72126267218820517 0.92458536696367388 Gain: 0.037707316518163073	
	Output Gain: 1	

Imagen 35: Coeficientes de realización para Banda 5

Banda 6 (850Hz – 1000Hz)

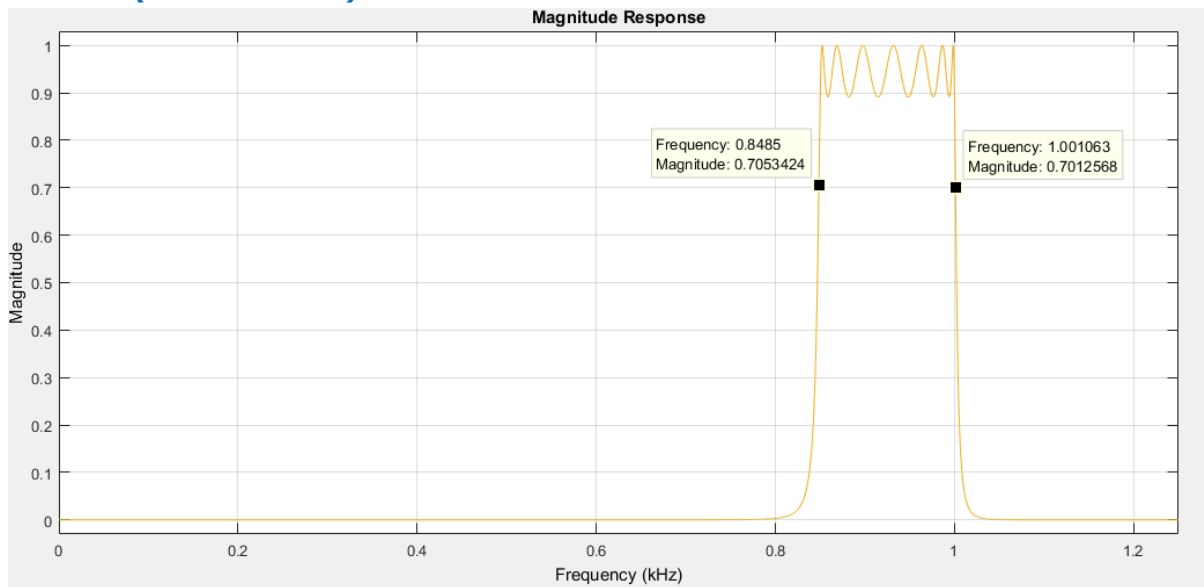


Imagen 36: Respuesta en frecuencia de amplitud para Banda 6

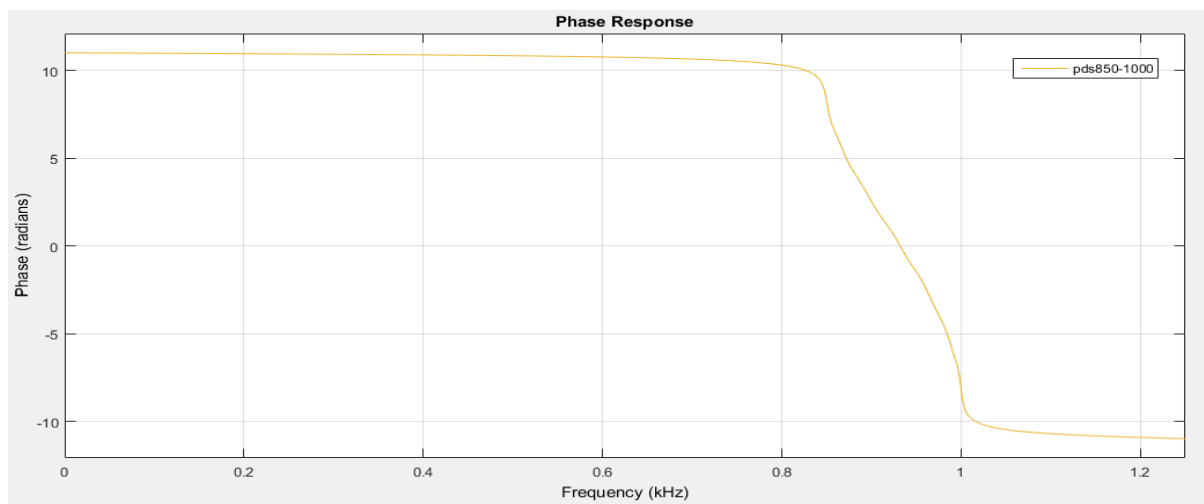


Imagen 37: Respuesta en frecuencia de fase para Banda 6

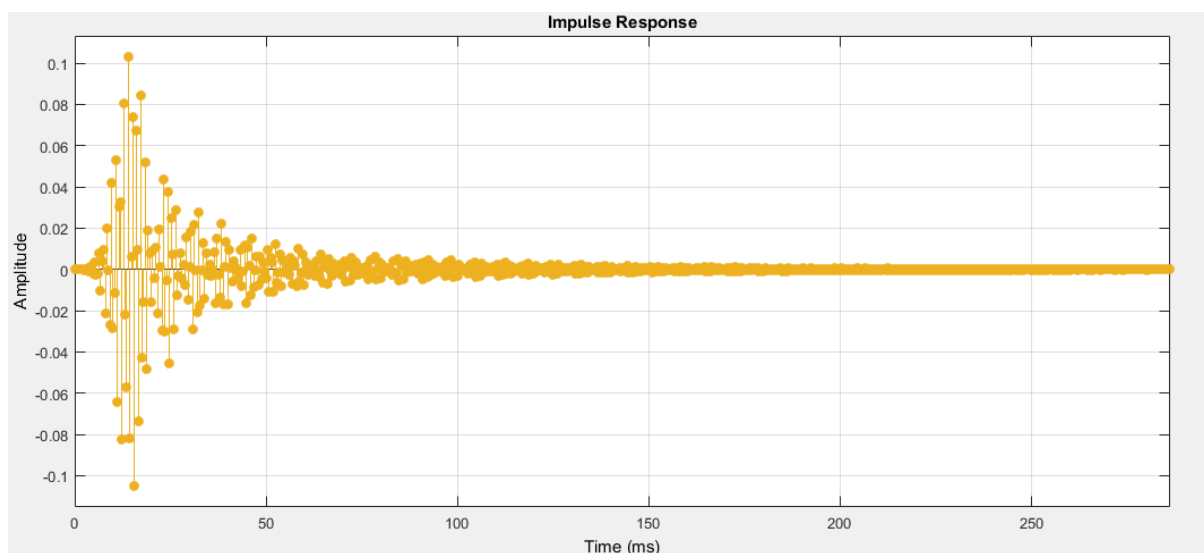


Imagen 38: Respuesta al impulso para Banda 6

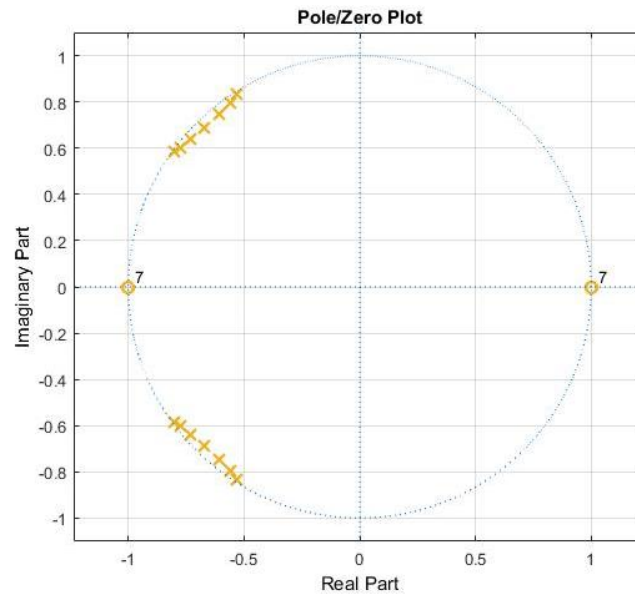


Imagen 39: Diagrama de polos y ceros para Banda 6

Section #1	Section #3	Section #5
Numerator: 1 0 -1	Numerator: 1 0 -1	Numerator: 1 0 -1
Denominator: 1 1.0628159182145347 0.98036055349646389	Denominator: 1 1.1134146570422199 0.94678524801578146	Denominator: 1 1.216441177171284 0.92693972244088729
Gain: 0.18516642856219717	Gain: 0.14889100443708581	Gain: 0.08815899051593161
Section #2	Section #4	Section #6
Numerator: 1 0 -1	Numerator: 1 0 -1	Numerator: 1 0 -1
Denominator: 1 1.6061014779522917 0.98626503255382802	Denominator: 1 1.5488611413391442 0.9599776815554516	Denominator: 1 1.4582495255828918 0.93762441429919507
Gain: 0.18516642856219717	Gain: 0.14889100443708581	Gain: 0.08815899051593161
Section #7		
Numerator: 1 0 -1		
Denominator: 1 1.341226145499038 0.92458536696367388		
Gain: 0.037707316518163024		
Output Gain: 1		

Imagen 40: Coeficientes de realización para Banda 6

5) SUPERPONER EN UN MISMO GRÁFICO (LINEAL) LAS RESPUESTAS DE AMPLITUD DE LOS SEIS FILTROS

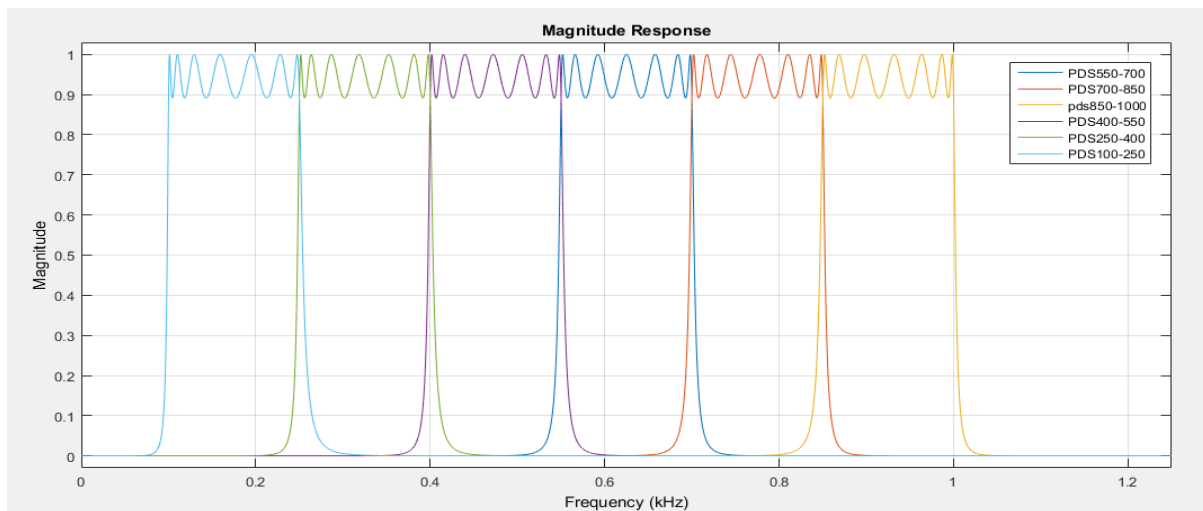


Imagen 41: Respuesta en frecuencia de amplitud de las seis Bandas

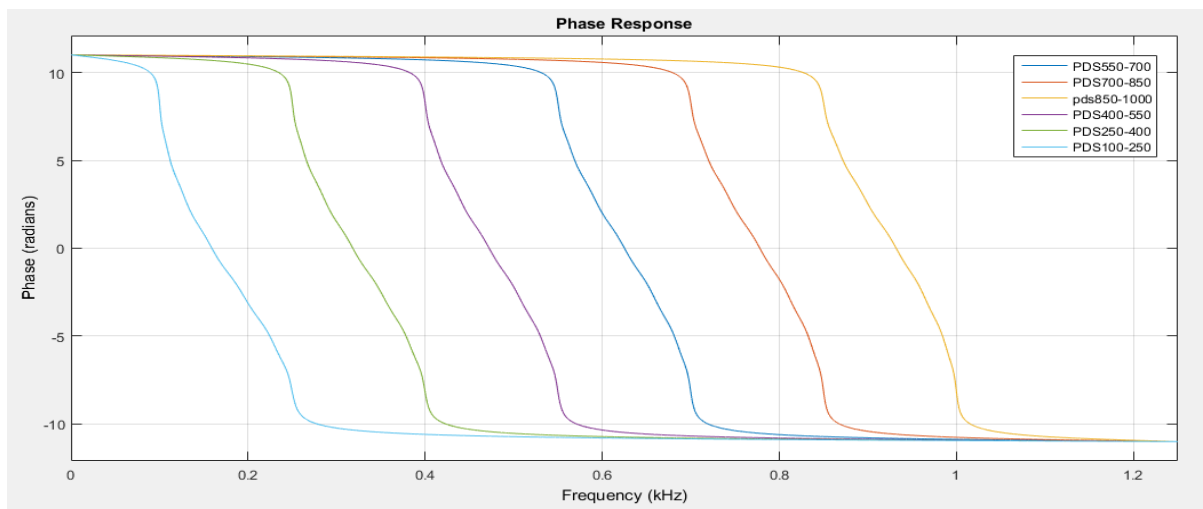


Imagen 42: Respuesta en frecuencia de fase de las seis Bandas

En los gráficos de respuesta en frecuencia de amplitud se pueden distinguir las seis bandas de frecuencias que componen el banco de filtros diseñado.

Observamos, además, como las frecuencias de corte especificadas en el enunciado del presente proyecto se encuentran correctamente ubicadas (100[Hz] – 250[Hz] – 400[Hz] – 550[Hz] – 700[Hz] – 850[Hz] – 1000[Hz]). Cada filtro posee una pendiente de atenuación bastante pronunciada, lo que nos asegura un mínimo error a la hora de filtrar una señal cuya frecuencia se encuentre cercana a alguna de las frecuencias de corte detalladas anteriormente. Esto gracias a la implementación del filtro Chebyshev.

Como sugerencia para una posterior implementación de este banco de filtros, tendría en cuenta la aplicación para la cual será utilizado, dado que si requerimos filtrar frecuencias que se encuentren muy cercanas a las frecuencias de corte, se podría aumentar un poco el orden de los filtros de manera que obtengamos una respuesta mucho más precisa a la hora de realizar el filtrado de la señal. Pero en términos generales podemos decir que el banco de filtros digitales funciona correctamente según las especificaciones dadas.

6) VALIDAR LOS RESULTADOS: VERIFICAR EL DISEÑO MEDIANTE UN MODELO EN MATLAB / SIMULINK

Se utilizó la herramienta *Simulink* de *Matlab* para la simulación del banco de filtros obtenidos previamente, importándolos de la herramienta *FDATools*. La topología utilizando una señal de entrada de tipo senoidal digital queda de la siguiente forma:

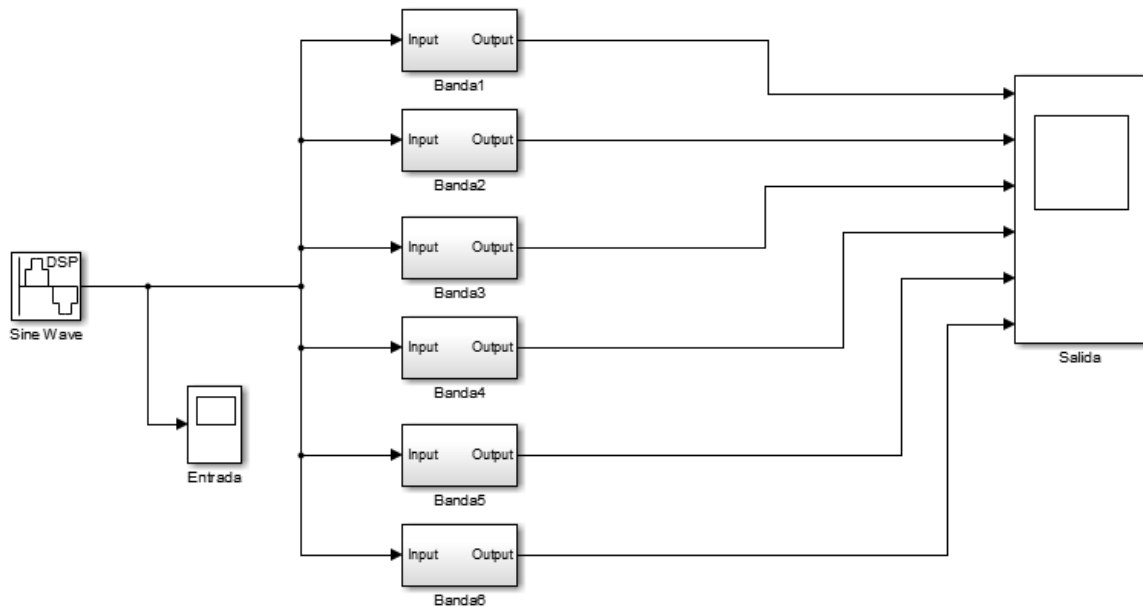


Imagen 43: Topología del banco de filtros en Simulink

Luego, procedemos a variar la frecuencia de entrada para comprobar que el comportamiento del banco de filtros es el deseado. A los fines de este trabajo, realizaremos seis pruebas: una para la frecuencia central de cada banda.

Banda 1 (100Hz – 250Hz)

Frecuencia de entrada = 175[Hz]

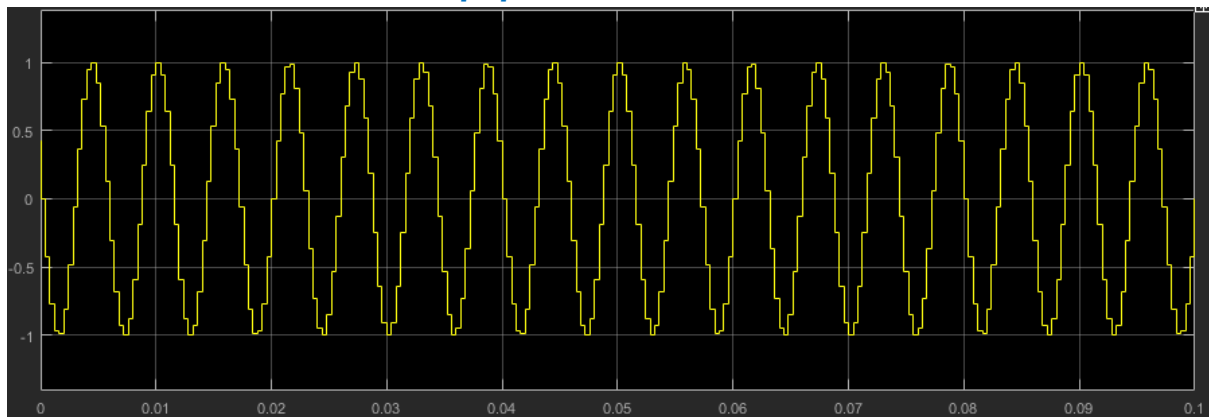


Imagen 44: Respuesta de Banda 1 a una señal de entrada con $f = 175\text{Hz}$

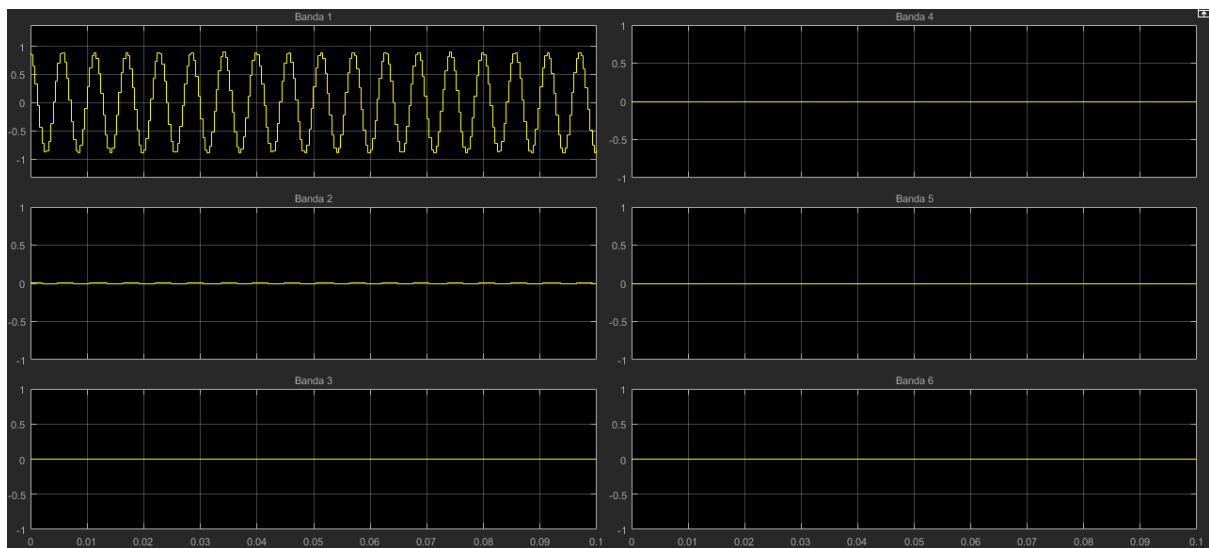


Imagen 45: Respuesta de las 6 Bandas a una señal de entrada con $f = 175\text{Hz}$

Banda 2 (250Hz – 400Hz)

Frecuencia de entrada = 325[Hz]

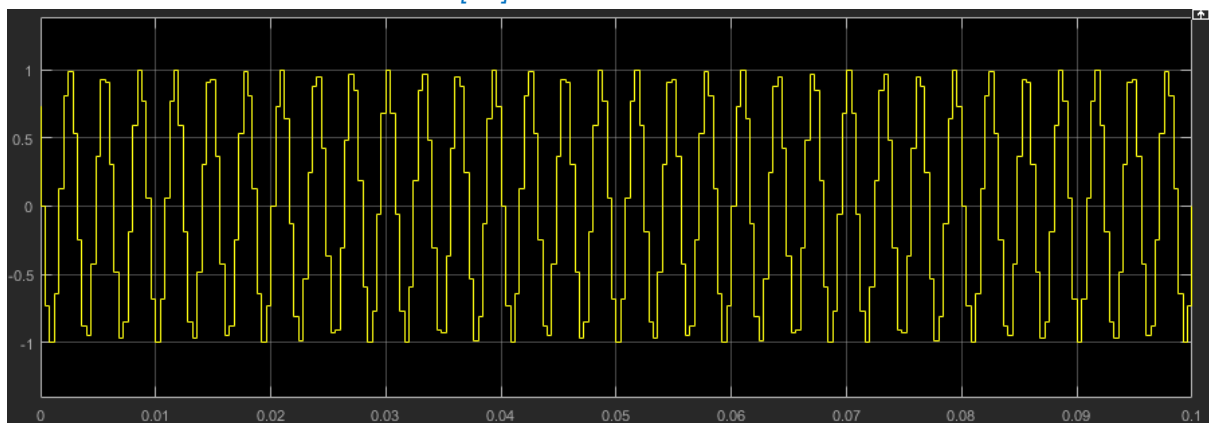


Imagen 46: Respuesta de Banda 2 a una señal de entrada con $f = 325\text{Hz}$

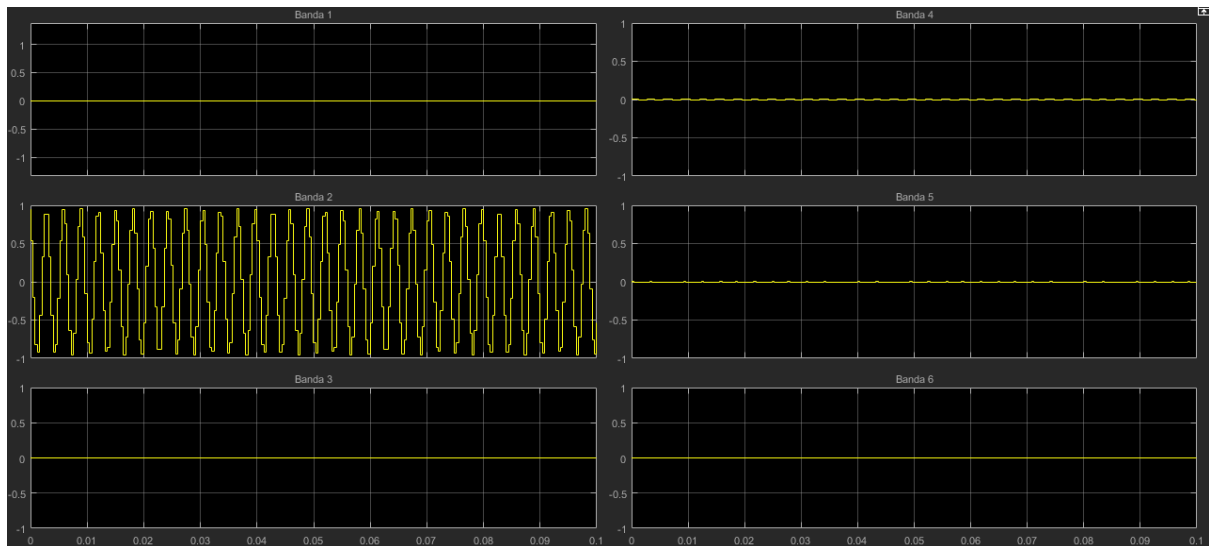


Imagen 47: Respuesta de las 6 Bandas a una señal de entrada con $f = 325\text{Hz}$

Banda 3 (400Hz – 550Hz)

Frecuencia de entrada = 475[Hz]

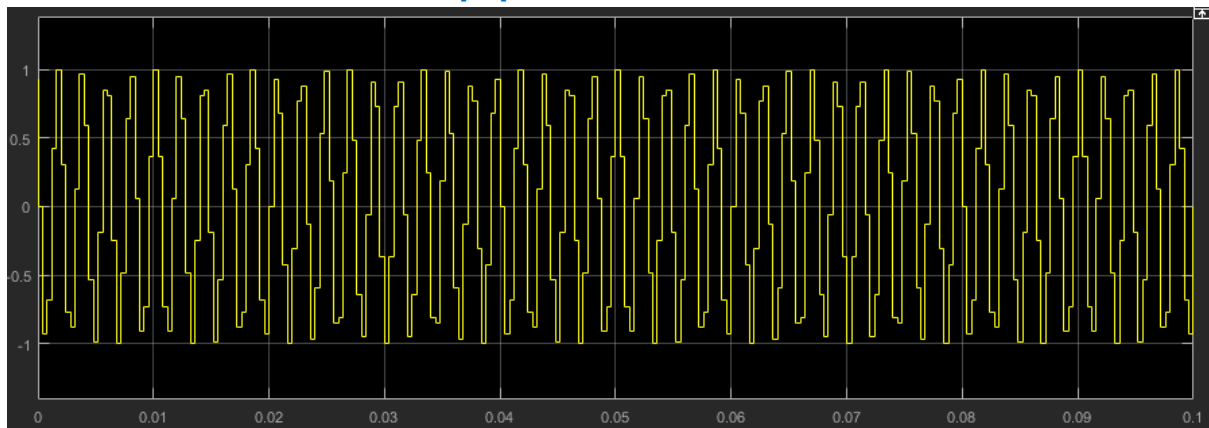


Imagen 48: Respuesta de Banda 3 a una señal de entrada con $f = 475\text{Hz}$

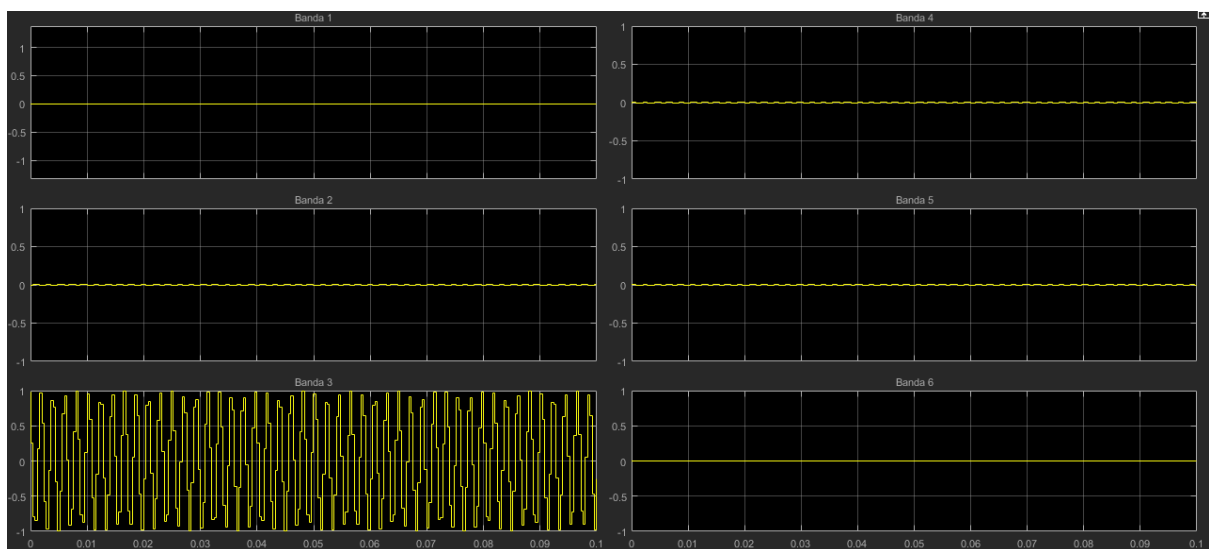


Imagen 49: Respuesta de las 6 Bandas a una señal de entrada con $f = 475\text{Hz}$

Banda 4 (550Hz – 700Hz)

Frecuencia de entrada = 625[Hz]

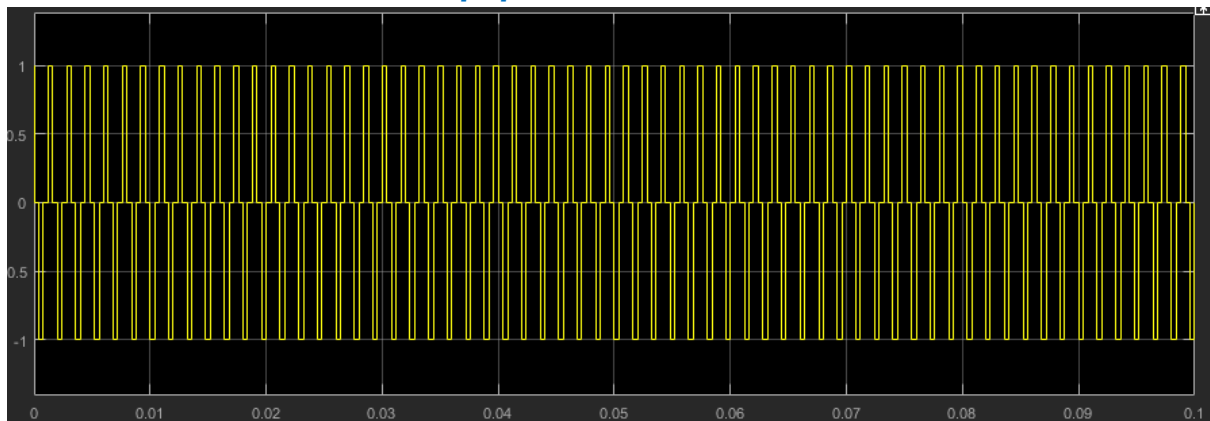


Imagen 50: Respuesta de Banda 4 a una señal de entrada con $f = 625\text{Hz}$

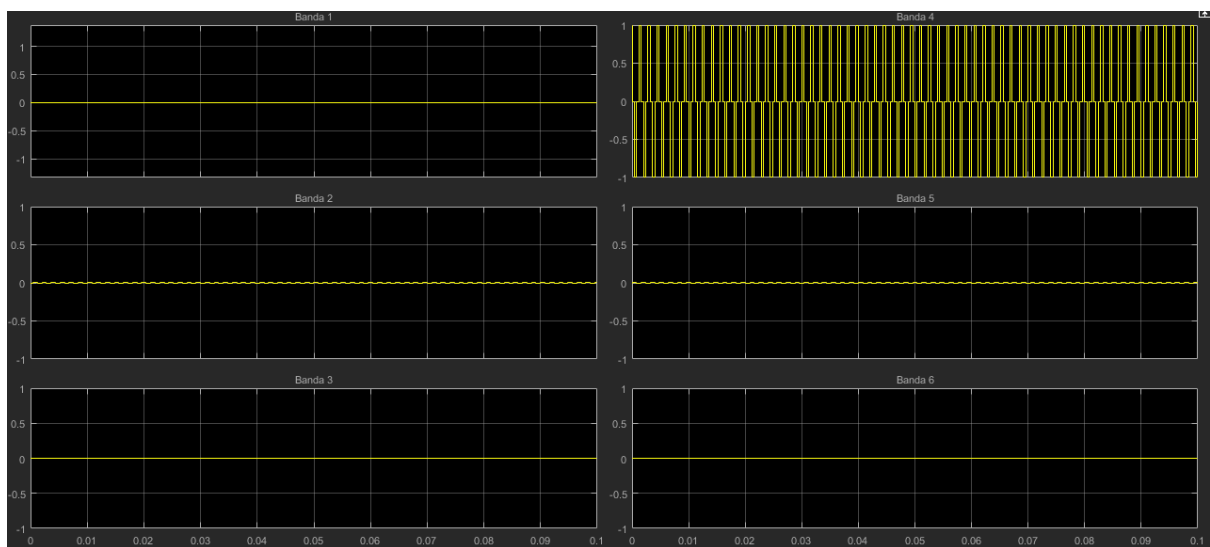


Imagen 51: Respuesta de las 6 Bandas a una señal de entrada con $f = 625\text{Hz}$

Banda 5 (700Hz – 850Hz)

Frecuencia de entrada = 775[Hz]

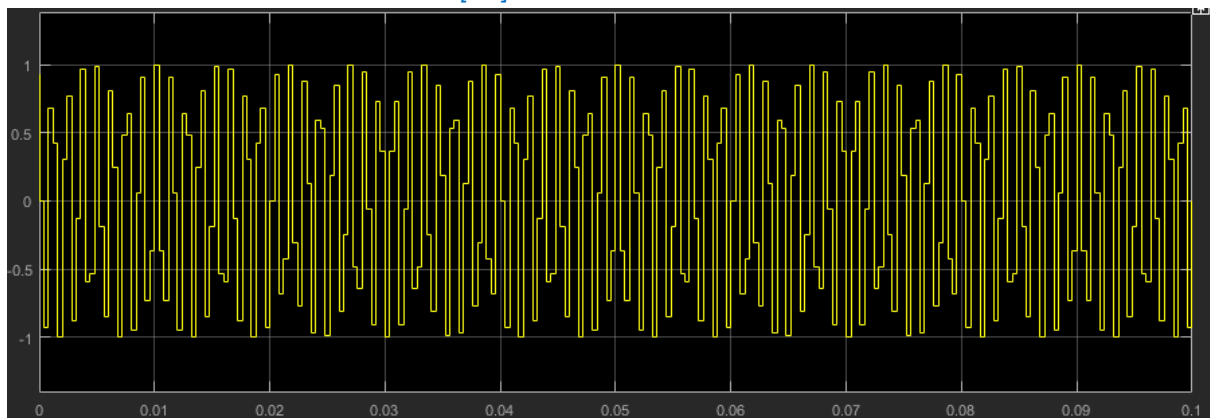


Imagen 52: Respuesta de Banda 5 a una señal de entrada con $f = 775\text{Hz}$

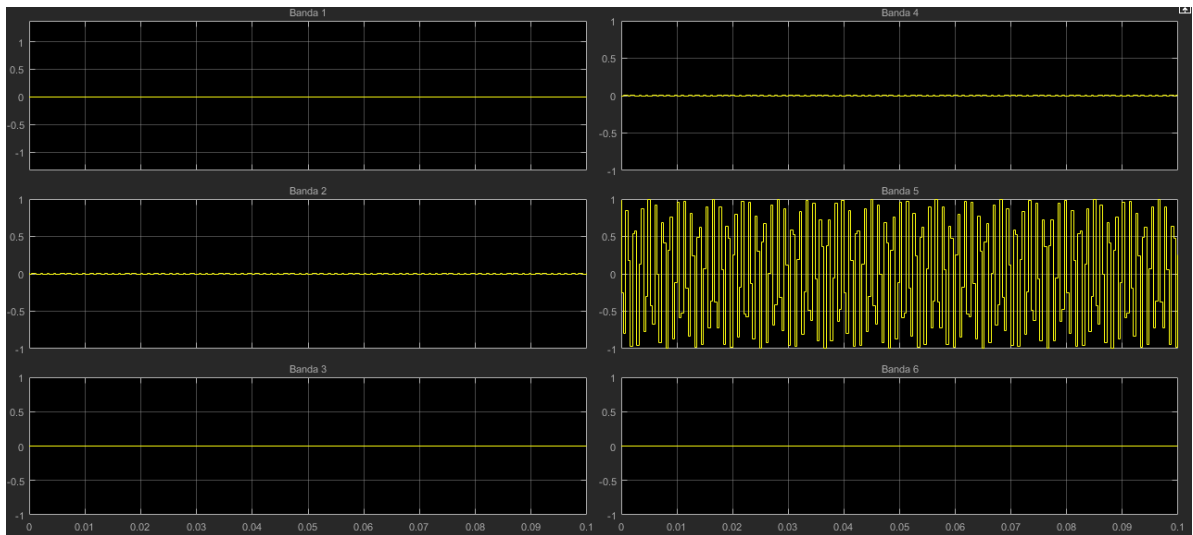


Imagen 53: Respuesta de las 6 Bandas a una señal de entrada con $f = 775\text{Hz}$

Banda 6 (850Hz – 1000Hz)

Frecuencia de entrada = 925[Hz]

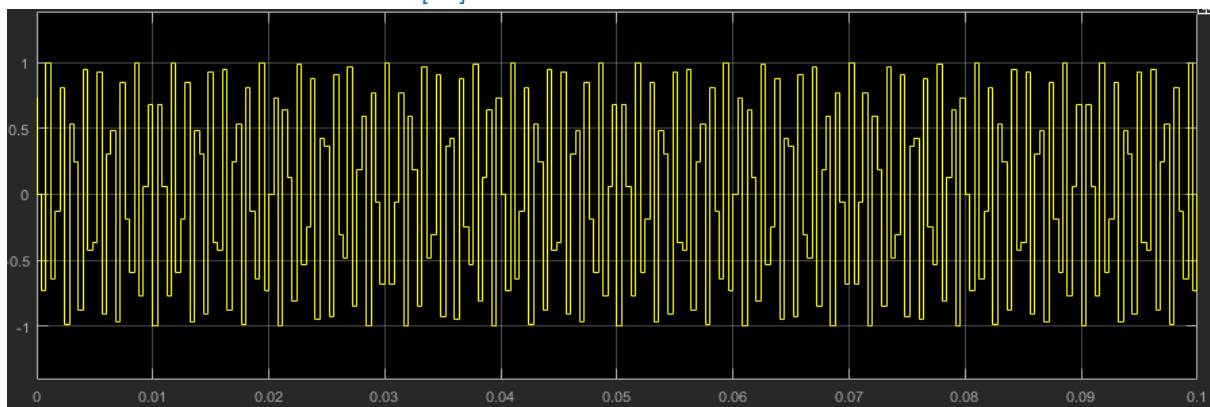


Imagen 54: Respuesta de Banda 6 a una señal de entrada con $f = 925\text{Hz}$

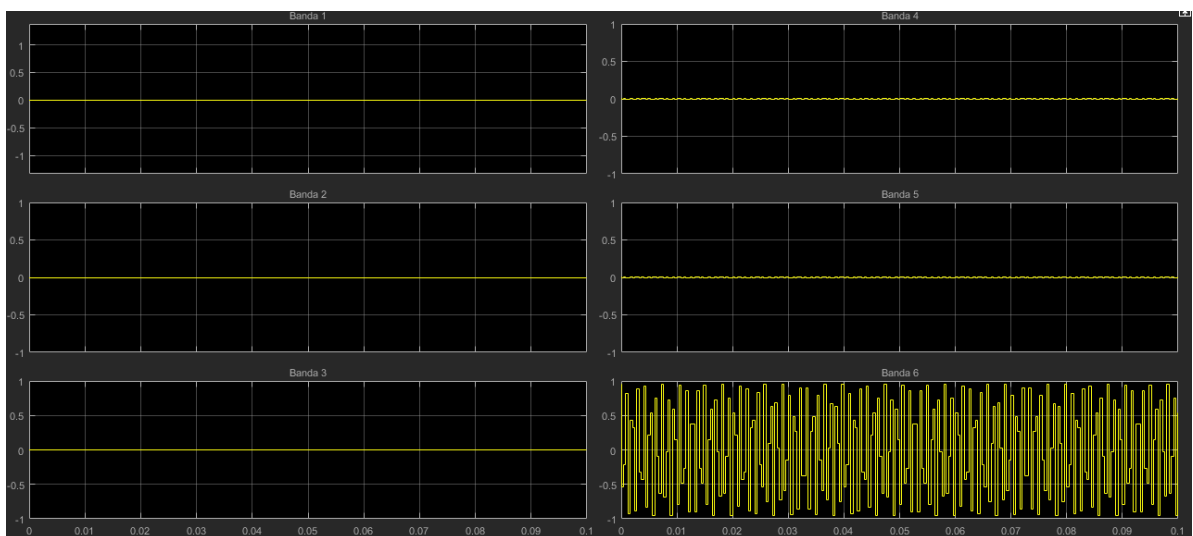


Imagen 55: Respuesta de las 6 Bandas a una señal de entrada con $f = 925\text{Hz}$

Como se pudo observar, cada banda hace una buena atenuación de aquellas señales cuyas frecuencias se encuentran alejadas del espectro que cubre. Ahora, procedemos a analizar su comportamiento con otras frecuencias que no son las centrales:

Prueba con frecuencia intermedia

Frecuencia de entrada = 410[Hz]

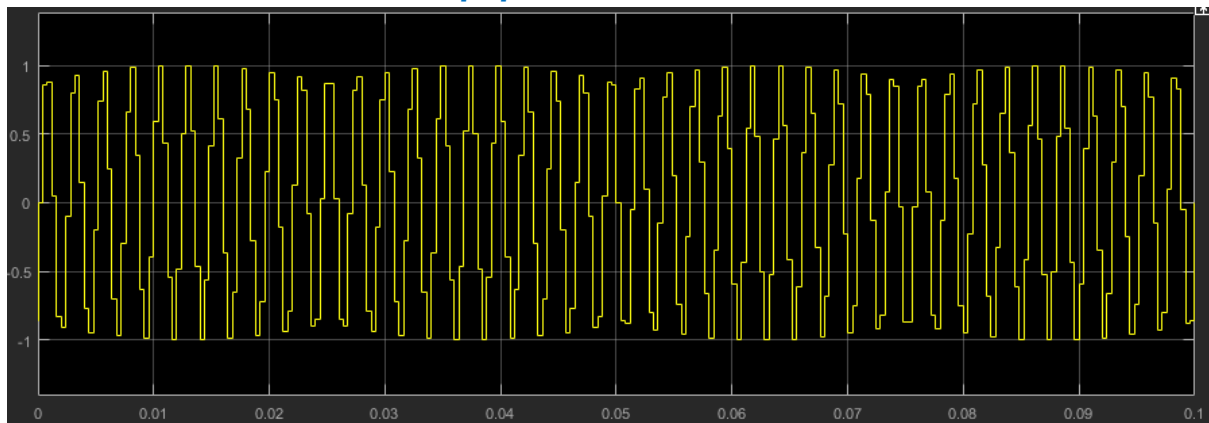


Imagen 56: Señal de entrada con $f = 410\text{Hz}$

Recordemos que los rangos de frecuencia son: Banda 2 [250 – 400] [Hz], Banda 3 [400 – 550] [Hz].

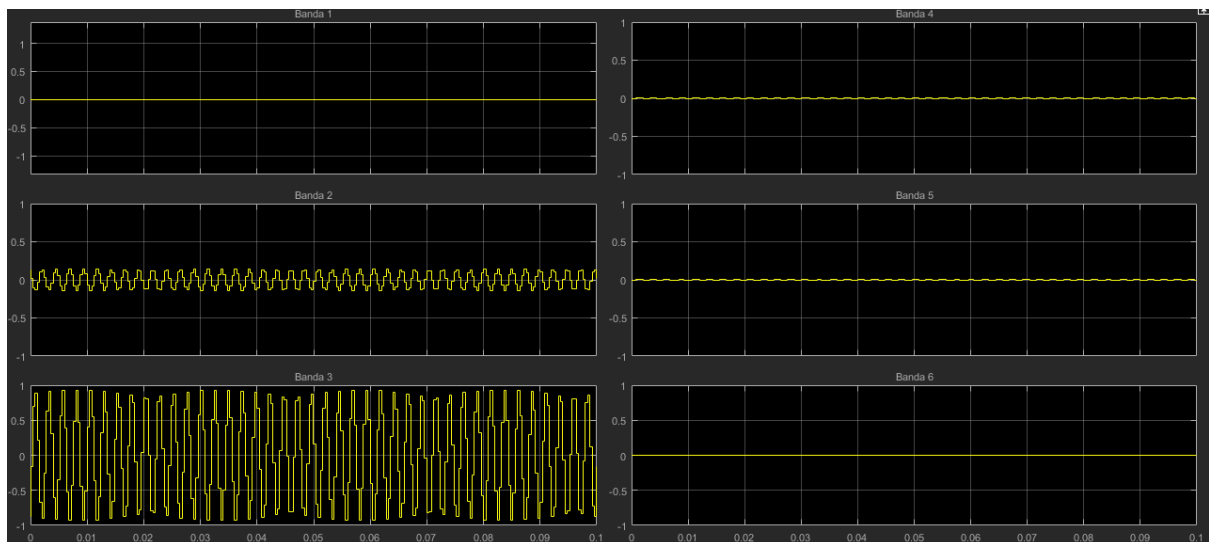


Imagen 57: Respuesta de las 6 Bandas a una señal de entrada con $f = 410\text{Hz}$

Como la frecuencia de la señal de entrada es de 410[Hz], ésta es tomada por el filtro de Banda 3, siendo atenuada casi por completo por el filtro de Banda 2. Esto es demuestra el correcto funcionamiento de los filtros, pero si se desea una mayor atenuación ante frecuencias que se encuentran cercanas a los límites de las bandas, se debería de implementar filtros de mayor orden.

Prueba con frecuencia que no pertenece a ninguna banda

Frecuencia de entrada = 50[Hz]

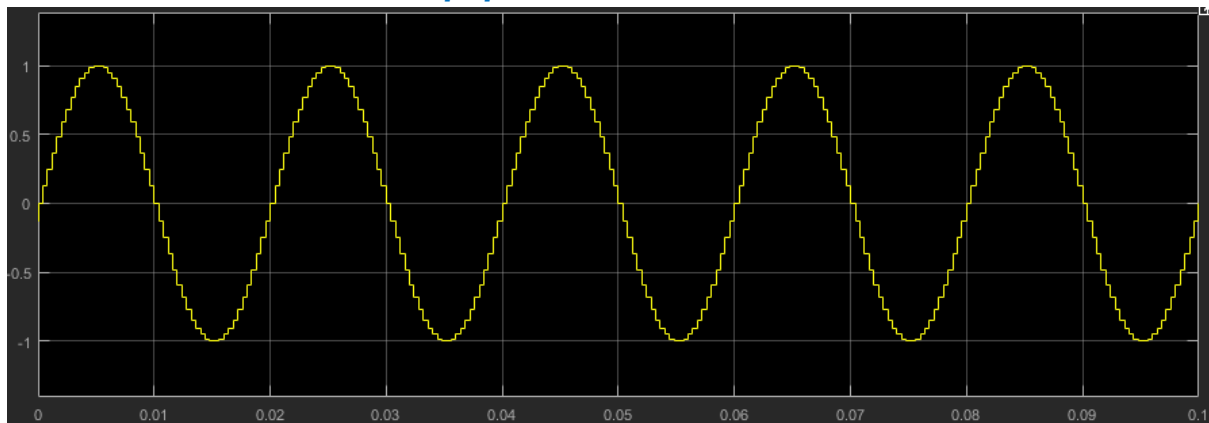


Imagen 58: Señal de entrada con $f = 50\text{Hz}$

Recordemos que el rango de frecuencias que cubren los 6 filtros es de 100[Hz] a 1000[Hz].

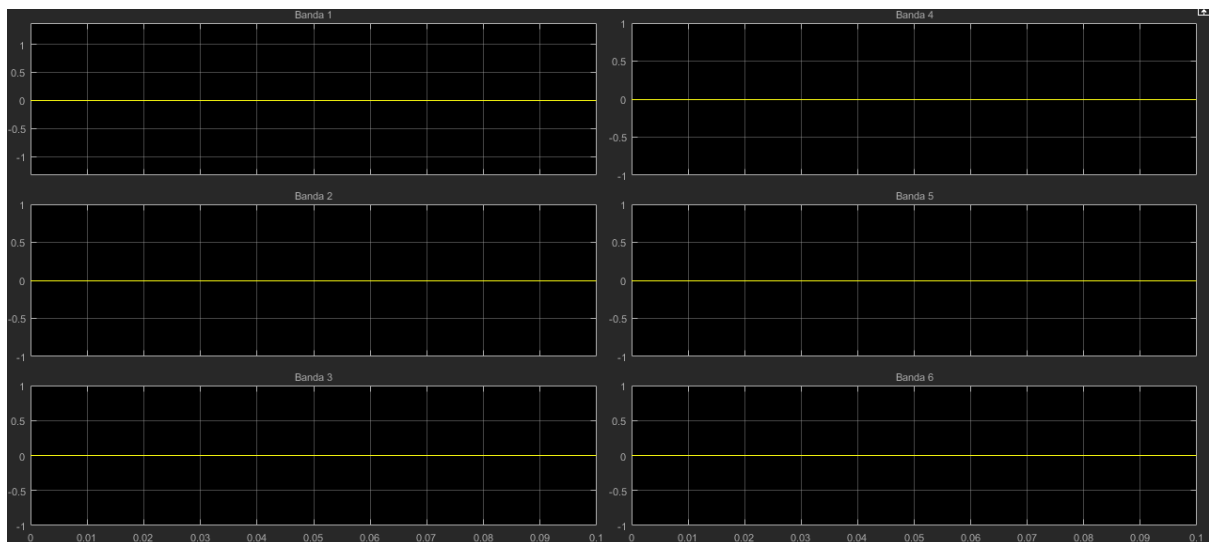


Imagen 59: Respuesta de las 6 Bandas a una señal de entrada con $f = 50\text{Hz}$

Al tratarse de una frecuencia que se encuentra alejada de los rangos admisibles por todas las bandas, genera que la señal de entrada sea atenuada por todos los filtros. Éste es el resultado esperado, pues demuestra el correcto funcionamiento de cada filtro.

7) CONCLUSIONES: INCLUIR SUS APRECIACIONES Y COMENTARIOS SOBRE LOS RESULTADOS OBTENIDOS.

Una vez realizado el diseño, implementación y verificación del banco de filtros digitales para el rango de frecuencias asignado, podemos concluir que el resultado final cumple con las especificaciones requeridas al momento de comenzar este proyecto:

- El banco de filtros presenta respuestas correctas y aceptables para las diferentes señales de entrada permitidas, atenuando aquellas que no se encuentran en el rango de frecuencias de cada filtro y permitiendo su paso sin pérdida para aquellas frecuencias que si se hallan en el rango de cada filtro;
- La atenuación para las frecuencias por fuera de la banda de cada filtro posee un buen grado de atenuación, con una pendiente pronunciada, lo que nos asegura el mínimo error posible a la hora de procesar la información de salida de nuestro banco de filtros de acuerdo al rango de frecuencias deseado para el análisis.

Además de esto, durante la realización del proyecto aprendimos más cosas:

- Hemos desarrollado habilidades que nos permitieron realizar a conciencia este proyecto, tales como el uso de *Matlab* con sus correspondientes herramientas (*Simulink*, *FDATools*, etc.). Estas últimas nos permitieron hacer un diseño y análisis propicio para cada uno de los filtros.
- Se pusieron en práctica todos los conocimientos adquiridos durante el cursado de la materia, los cuales nos proporcionaron bases sólidas para que la realización de este proyecto se ejecute de manera eficiente. Esto, además, nos permitió tomar un el problema propuesto y llevarlo a la práctica simulada pudiendo obtener los resultados más próximos a los reales.

Como conclusión final podemos decir que el presente proyecto significó un desafío para nosotros, pero el mismo fue afrontado gracias a todos los conocimientos tanto teóricos como prácticos adquiridos durante el cursado de la materia, los cuales fueron de gran ayuda para resolver los distintos problemas que se nos fueron planteando en el transcurso del desarrollo del banco de filtros digitales.

BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS

- C. M. Rader and B. Gold, "Digital Filters Design Techniques in the Frequency Domain", IEEE Press 1972, Digital Signal Processing, Edited by Lawrence R. Rabiner & Charles M. Rader, pp 43.)
- A.G. Constantinides, Spectral Transformations for Digital Filters, IEEE Press 1972, Digital Signal Processing, Edited by Lawrence R. Rabiner & Charles M. Rader, pp 110.
- Digital Signal Processing, Proakis & Manolakis
- Digital Signal Processing Using Matlab, Ingle & Proakis
- Theory and Applications of Digital Signal Processing. Rabiner & Gold
- Digital Filters. Analysis, Design and Applications, Andreas Antoniou
- Digital Signal Processing, Poceedings of the IEEE, Rabiner & Rader
- Franklin Kuo, Network Analysis and Synthesis, Chap. 13
- C.Britton Rorabaugh, Digital Filter Designer's Handbook.
- http://es.wikipedia.org/wiki/Transformada_rápida_de_Fourier
- Página del fabricante: <http://www.mathworks.com/products/matlab/>
- Librerías de MATLAB/Simulink.
- Apuntes de clase - Cátedra de Procesamiento Digital de Señales PDS.