

PROCESAMIENTO DIGITAL DE SEÑALES

Filtros digitales en el rango de frecuencias audibles



GRUPO 8

Barcat, Jonás Ezequiel
Coca, Luis Rogelio

Ingenieria en Computacion

Año de cursado: 2021

ÍNDICE

Enunciado	2
Resumen	3
Desarrollo del Tema	4
Filtro Prototipo: Pasa bajo	4
Respuesta temporal del filtro BP. Graficar la respuesta al impulso.	11
Aplicar la FFT para un número de muestras $N=16, 32$, y 64 .	14
Proponer una estructura de realización (canónica) e indicar el tipo.	17
FDATool: filtros correspondientes a cada banda.	18
Gráfico: respuestas de amplitud de los filtros.	34
Simulación computacional en Matlab/Simulink	35
Herramientas Teóricas y Prácticas utilizadas	39
Referencias	40

Enunciado

Se desea construir un banco de filtros digitales en el rango de las frecuencias audibles para el oído humano. Su finalidad es separar los distintos rangos de frecuencias considerando la siguiente distribución:

Infrasonidos < 20 Hz (Inaudible)

Frecuencias graves 20 Hz a 250 Hz

Frecuencias medias 250 a 2.000 Hz

Frecuencias agudas 2.000 a 20.000 Hz

Ultrasonidos > 20.000 Hz (Inaudible)

Considerar que el rango de frecuencias total debe comprender a todas las bandas completas. Los anchos de banda deben coincidir en los puntos de media potencia y la atenuación debe ser suficiente para que no haya solapamientos. La última banda debe ser calculada considerando que la pendiente de atenuación quede comprendida dentro del rango total de frecuencias. A partir de este valor se calculará la frecuencia máxima y la frecuencia de muestreo, con la cual se diseñará un único prototipo para todas las bandas.

Para cada banda, el filtro digital a diseñar deberá tener una transferencia unitaria en la frecuencia central de la banda, igual a la mitad de la frecuencia máxima, y dicha frecuencia deberá ser la especificada para cada rango. Las bandas deben estar limitadas por las frecuencias de media potencia (0.707 del valor de máxima transferencia, o -3 dB). Cada banda debe ser simétrica respecto de la frecuencia central. Especificar el orden del filtro necesario para obtener 20dB de atenuación.

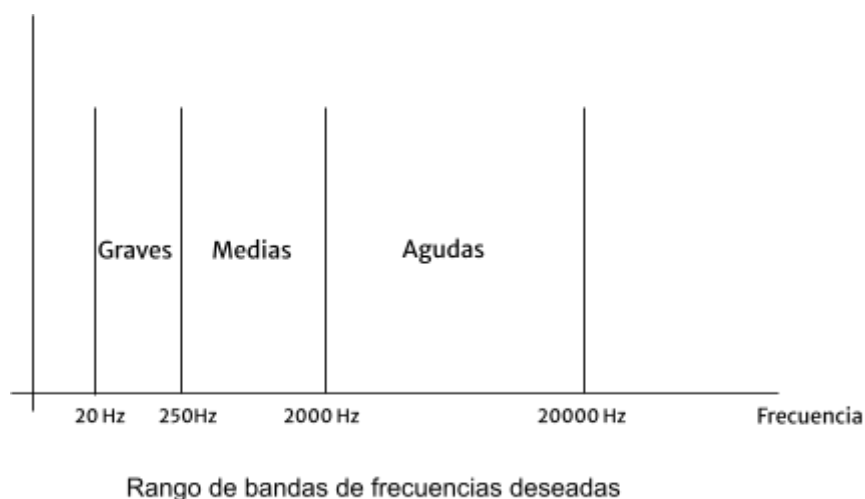
Como prototipo para el diseño utilizar un filtro pasa bajos tipo: Butterworth
Utilizando como técnica de diseño: Método Directo
Desarrollar analíticamente la solución de cada punto, luego usar Matlab para encontrar los resultados numéricos y graficar.

1. Desarrollar analíticamente el procedimiento de diseño del filtro prototipo, graficar su respuesta en frecuencia. Obtener los coeficientes del filtro para la banda de frecuencias medias. Graficar la respuesta en frecuencia.
2. Encontrar la respuesta temporal del filtro BP. Graficar la respuesta al impulso.
3. Aplicar la FFT (usando la respuesta al impulso), para un número de muestras $N=16, 32, \text{ y } 64$. Graficar, comparar los resultados y comentar. Comparar con la respuesta en frecuencia.
4. Proponer una estructura de realización (canónica) e indicar el tipo.
5. Usando el entorno fdatoool de Matlab, obtener los filtros correspondientes a cada banda. Para cada filtro: Graficar la respuesta en frecuencia (amplitud y fase), respuesta al impulso, diagrama de polos y ceros, los coeficientes y realización.
6. Superponer en un mismo gráfico las respuestas de amplitud de los tres filtros. Escribir conclusiones, observaciones y sugerencias sobre los resultados obtenidos.

7. Verificación del diseño: Implementar una simulación computacional en Matlab/Simulink visualizando la salida del sistema, utilizando una señal de excitación sinusoidal en el rango de frecuencias permitidas por el diseño.

Resumen

En principio este trabajo integrador tiene como objetivo el desarrollo de un sistema de filtros digitales o banco de filtros digitales los cuales permiten el paso del rango de frecuencias audibles para el oído del ser humano, es decir desde los 20 [Hz] hasta los 20 [kHz]



Como bien sabemos, un filtro digital, es un filtro que opera sobre señales digitales. Es una operación matemática que toma una secuencia de números (la señal de entrada) y la modifica produciendo otra secuencia de números (la señal de salida) con el objetivo de resaltar o atenuar ciertas características.

Todos los tipos de filtros de selección de frecuencias (pasa alto, pasa banda y suprime banda) pueden diseñarse a partir de filtros pasa bajos. Este primer diseño será el prototipo que vamos a utilizar para llegar al filtro deseado por medio del método directo.

Método Directo

Prototipo: Filtro Digital LP → Filtro Digital LP, HP, BP, o SB

Para ayudarnos con el desarrollo del trabajo vamos a realizar simulaciones en MatLab con el objetivo de visualizar y corroborar los resultados.

Desarrollo del Tema

Antes de realizar el diseño del banco de filtros digitales, es necesario considerar las siguientes especificaciones de diseño:

- El rango de frecuencias total debe comprender a todas las bandas completas.
- Los anchos de banda deben coincidir en los puntos de media potencia y la atenuación debe ser suficiente para que no haya solapamientos.
- La última banda debe ser calculada considerando que la pendiente de atenuación quede comprendida dentro del rango total de frecuencias.
- A partir de este valor se calculará la frecuencia máxima y la frecuencia de muestreo, con la cual se diseñará un único prototipo para todas las bandas.

El banco de filtros digitales debe tener la siguiente respuesta en frecuencia:

- Frecuencias Graves: 20[Hz] – 250[Hz]
- Frecuencias Medias: 250[Hz] – 2[kHz]
- Frecuencias Agudas: 2[kHz] – 20[kHz]

Antes que nada vamos a comenzar trabajando solo con la banda de frecuencias medias, como lo indica el primer apartado de este trabajo, realizando un prototipo de filtro pasa bajos orientado para este rango, es decir de 250 Hz a 2000 Hz. Luego de obtener el prototipo pasaremos a desarrollar el filtro digital continuando con el resto de los apartados.

1. Filtro Prototipo: Pasa bajo

Desarrollar analíticamente el procedimiento de diseño del filtro prototipo, graficar su respuesta en frecuencia. Obtener los coeficientes del filtro para la banda de frecuencias medias. Graficar la respuesta en frecuencia.

Para diseñar el filtro digital de las frecuencias medias, primero partiremos de un filtro prototipo pasa bajos digital, para que por medio de transformaciones de frecuencias obtengamos nuestros filtros pasabanda digitales que cumplan con las especificaciones mencionadas anteriormente.

Para el diseño del filtro prototipo se tomó como frecuencia de corte una de las frecuencias de corte del filtro de frecuencias medias. Tomamos como frecuencia de corte de prototipo:

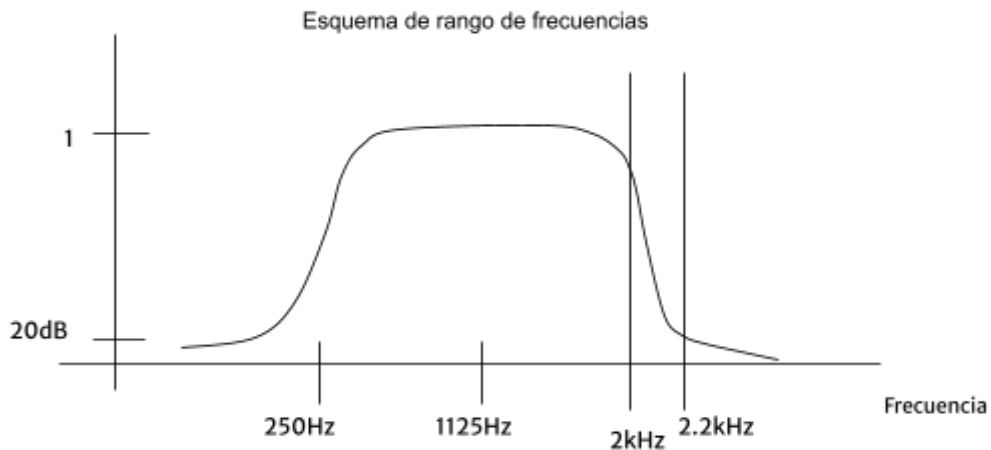
$$f_c = 2[\text{kHz}]$$

$$A_{dB} = 10 \log \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^{2n} \right]$$

n es el orden del filtro

Por cuestiones de diseño vamos a tomar que al 10% de la frecuencia de corte se dará una atenuación de 20 dB. Cuanto más incrementa el orden del filtro, entonces mayor será la atenuación, pero al mismo tiempo incrementa la complejidad del mismo. Entonces:

$$A_{db} = 20 [db] \text{ para el } 10\% \text{ de } 2000 [Hz] \rightarrow \text{Atenuación a } 2200 \text{ Hz}$$



Como último paso antes de diseñar el filtro, observamos que la máxima frecuencia a filtrar es de 20[kHz], sumada a una pequeña franja de frecuencias superiores dada por la pendiente de atenuación. Entonces:

$$f_{max} = 22,5 [\text{kHz}]$$

De acuerdo al criterio de Nyquist, para tener un muestreo correcto de la señal y evitar cualquier pérdida de información, la frecuencia de muestreo debe ser como mínimo el doble de la f_{max} , entonces:

$$f_s = 45 \text{ [kHz]}$$

Procedemos a calcular el orden del filtro y así más tarde verificar el mismo por medio de Matlab.

CÁLCULO DEL FILTRO PROTOTIPO

En la siguiente ecuación procedemos a despejar la frecuencia analógica y haremos uso de los datos antes mencionados para hallar la misma.

$$\frac{\omega_{analógica} * T}{2} = tg\left(\frac{\omega_{digital} T}{2}\right) \quad T = \frac{1}{f_s}$$

$$\omega_{analógica} = \frac{2}{T} tg\left(\frac{\omega_{digital} T}{2}\right)$$

$$\omega_{analógica} = 2 * f_s tg\left(\frac{2\pi f_{digital}}{2f_s}\right)$$

$$\omega_{analógica} = 2 * 45 \text{ [kHz]} tg\left(\frac{2\pi * 2 \text{ [kHz]}}{2 * 45 \text{ [kHz]}}\right)$$

$$\omega_{analógica} = 12649 \text{ [rad/s]}$$

Decidimos tomar una frecuencia de atenuación no tan próxima a la frecuencia de corte para disminuir la complejidad del filtro.

Entonces:

$$f_{atenuación} = 3 \text{ [kHz]}$$

$$\omega_{atenuación} = \frac{2}{T} tg\left(\frac{\omega_{digital} T}{2}\right)$$

$$\omega_{atenuación} = 2 * f_s tg\left(\frac{2\pi f_{digital}}{2f_s}\right)$$

$$\omega_{atenuación} = 2 * 45 \text{ [kHz]} tg\left(\frac{2\pi * 3 \text{ [kHz]}}{2 * 45 \text{ [kHz]}}\right)$$

$$\omega_{atenuación} = 19130 \text{ [rad/s]}$$

Procedemos a calcular el orden del filtro utilizando las frecuencias anteriormente calculadas

$$n = \frac{1}{2} * \frac{\log(10^{\frac{At}{10}} - 1)}{\log(\frac{\omega_{atenuación}}{\omega_{corte}})}$$

$$n = \frac{1}{2} * \frac{\log(10^2 - 1)}{\log(\frac{18919[\text{rad/s}]}{12587[\text{rad/s}]})} = 5,48 = 6$$

Redondeamos el resultado al entero mayor más próximo. De esta manera concluimos que el orden del filtro es $n=6$.

A modo de verificar la atenuación de 20 dB para las frecuencias con las que estamos trabajando, entonces procedemos de la siguiente manera (ya sabemos que el orden del filtro es 6):

$$At_{dB} = 10 * \log(1 + (\frac{\omega_{analógica}}{\omega_{atenuación}})^{2n})$$

$$20 \text{ dB} = 10 * \log(1 + (\frac{12649 [\text{rad/s}]}{\omega_{atenuación}})^{2*6})$$

$$\omega_{atenuación} = 3 \text{ KHz}$$

Desarrollo analítico: Butterworth con Metodo directo

Vamos a proceder con el desarrollo analítico del filtro, como ya hemos mencionado sabemos que a medida que incrementa el orden del filtro entonces también incrementa la complejidad de análisis en cuanto a cálculos. Sabemos que el orden del filtro es $n=6$, pero para demostrar el análisis optamos por tomar un orden menor, $n=2$, de esta manera simplificamos los cálculos.

Considerando los siguientes datos vamos a calcular las coordenadas de los polos de la función transferencia del filtro:

- $f_{corte} = 2 \text{ kHz}$
- $f_s = 4.5 \text{ kHz}$
- $n=2$ y $m=0,1,2,3$

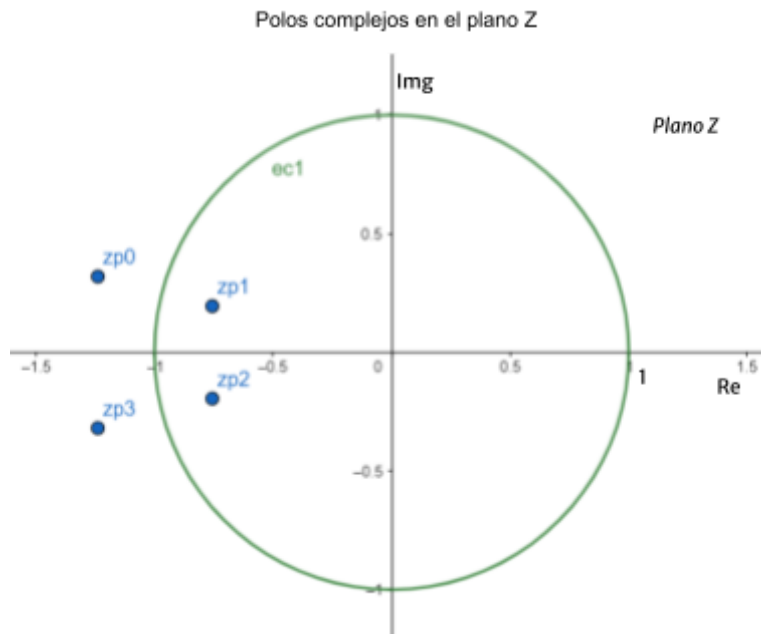
$$u_m = \frac{1 - tg^2(\frac{\omega_c^T}{2})}{1 - 2tg(\frac{\omega_c^T}{2})\cos(\frac{(2m+1)*\pi}{2n}) + tg^2(\frac{\omega_c^T}{2})}$$

$$v_m = \frac{2 * tg(\frac{\omega_c^*T}{2}) * \text{sen}(\frac{2m+1}{2n} * \pi)}{1 - 2 * tg(\frac{\omega_c^*T}{2}) * \cos(\frac{(2m+1)*\pi}{2n}) + tg^2(\frac{\omega_c^*T}{2})}$$

$$\begin{aligned}
u_0 &= -1.2394 & v_m &= 0.3189 & \Rightarrow & 1.2798 \angle 165.57^\circ \\
u_1 &= -0.7567 & v_m &= 0.1947 & \Rightarrow & 0.7813 \angle 165.57^\circ \\
u_2 &= -0.7567 & v_m &= -0.1947 & \Rightarrow & 0.7813 \angle -165.57^\circ \\
u_3 &= -1.2394 & v_m &= -0.3189 & \Rightarrow & 1.2798 \angle -165.57^\circ
\end{aligned}$$

Como sabemos la función de magnitud al cuadrado tiene la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
|H_{(z)}|^2 &= |H_{(z)}| * |H_{(-z)}| \\
|H_{(z)}|^2 &= \frac{(z+1)^4}{(z-z_{p0})^*(z-z_{p1})^*(z-z_{p2})^*(z-z_{p3})}
\end{aligned}$$



Como zp1 y zp2 se encuentran dentro del círculo de radio 1, entonces pertenecen a nuestra función transferencia, la cual se obtiene de la siguiente manera:

$$|H_{(z)}|^2 = \frac{(z+1)^2}{(z-z_{p1})^*(z-z_{p2})} * \frac{(z+1)^2}{(z-z_{p0})(z-z_{p3})}$$

Por lo tanto:

$$H_{(z)} = \frac{(z+1)^2}{(z-z_{p1})^*(z-z_{p2})} \quad H_{(-z)} = \frac{(z+1)^2}{(z-z_{p0})(z-z_{p3})}$$

Como $H(z)$ es realizable y $H(-z)$ no es realizable. Entonces:

$$H_{(z)} = \frac{(z+1)^2}{(z+0.7567-j0.1947)(z+0.7567+j0.1947)}$$

$$H_{(z)} = \frac{z^2 + 2z + 1}{z^2 + 1.5134z + 0.6105}$$

Multiplicando y dividiendo por z^{-2} :

$$H_{(z)} = \frac{1 + 2z^{-1} + z^{-2}}{1 + 1.5134z^{-1} + 0.6105z^{-2}}$$

Una vez que hemos obtenido la forma final de nuestra función transferencia vamos a calcular la frecuencia de atenuación que corresponde a los datos que hemos tomado para hacer el cálculo de $H(z)$. Calcularemos la frecuencia analógica y en conjunto con la atenuación de 20 dB calcularemos la frecuencia de atenuación:

- $f_{corte} = 2 \text{ kHz}$ $f_s = 4.5 \text{ kHz}$ $n = 2$

$$\omega_{analógica} = \frac{2}{T} \operatorname{tg}\left(\frac{\omega_{digital} T}{2}\right)$$

$$\omega_{analógica} = 2 * 4.5 \text{ kHz} * \operatorname{tg}\left(\frac{2 * \pi * 2 \text{ kHz}}{2 * 4.5 \text{ kHz}}\right)$$

$$\omega_{analógica} = 51.0415 \text{ krad/s}$$

Calcularemos la frecuencia de atenuación y en conjunto con la analógica justificamos que de una $f_s = 4500 \text{ KHz}$ obtenemos un orden $n = 2$.

$$\omega_{atenuación} = 2 * f_s \operatorname{tg}\left(\frac{2\pi f_{digital}}{2f_s}\right)$$

$$\omega_{atenuación} = 2 * 4.5 [\text{kHz}] \operatorname{tg}\left(\frac{2\pi * 2.2 [\text{kHz}]}{2 * 4.5 [\text{kHz}]}\right)$$

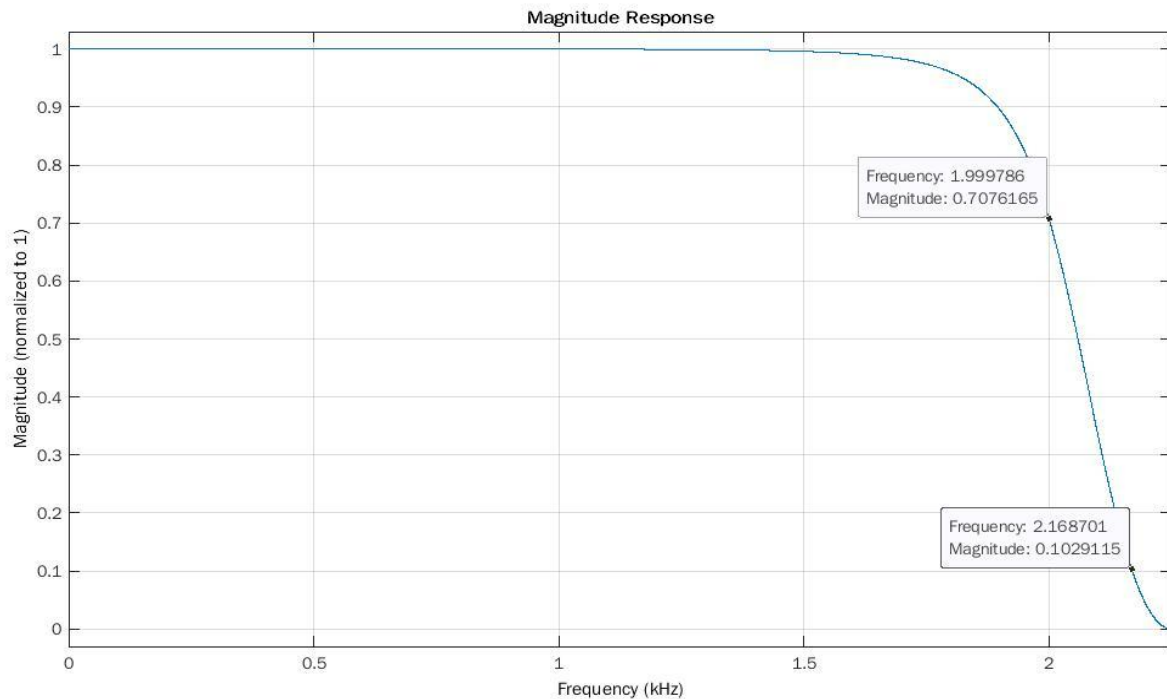
$$\omega_{atenuación} = 257.72 [\text{krad/s}]$$

A continuación de con los resultados anteriores hacemos la verificación:

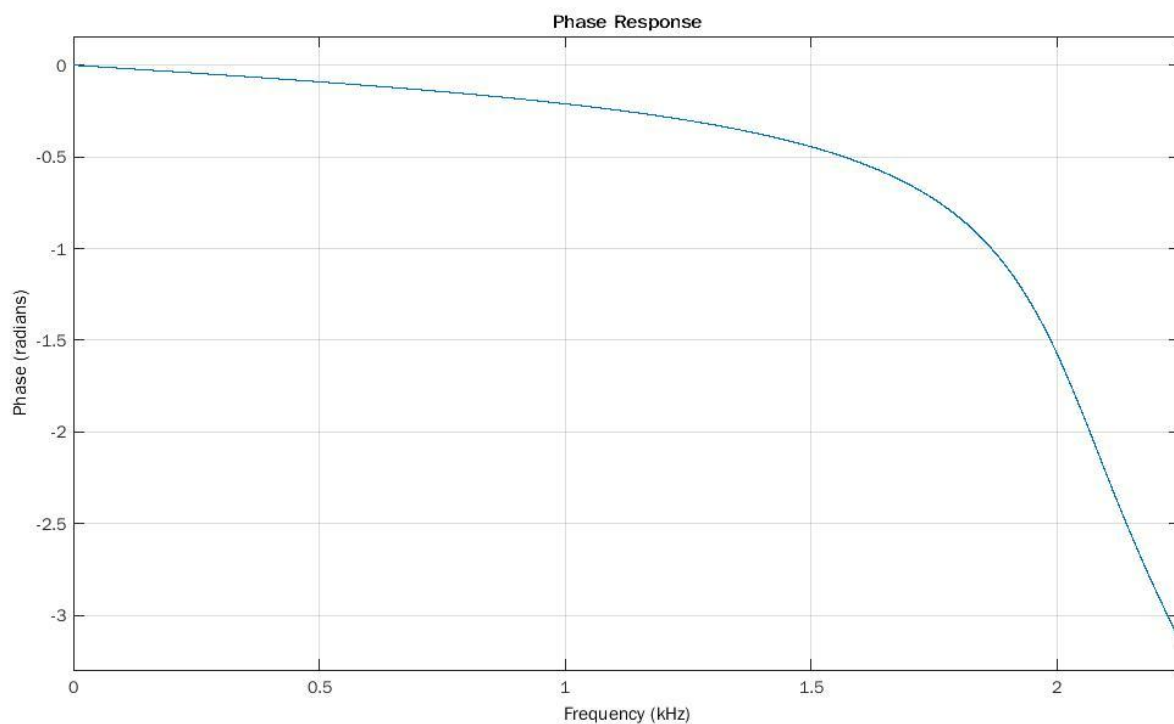
$$n = \frac{1}{2} * \frac{\log(10^{At/10} - 1)}{\log\left(\frac{\omega_{atenuación}}{\omega_{corte}}\right)}$$

$$n = \frac{1}{2} * \frac{\log(10^2 - 1)}{\log\left(\frac{18919 [\text{rad/s}]}{12587 [\text{rad/s}]}\right)} = 1.42 = 2$$

A continuación vemos los resultados obtenidos con la herramienta fvtool de MATLAB, respuesta de magnitud en función de la frecuencia y la fase en respuesta a la frecuencia:



Respuesta normalizada de la magnitud en función de la frecuencia



Respuesta normalizada de la magnitud en función de la frecuencia

En las imágenes anteriores podemos apreciar que la frecuencia de corte 2 kHz produce una disminución en magnitud a 0.707 de la unidad, cumpliendo con lo enunciado, al mismo tiempo se produce una atenuación de 20 dB a 2.17 kHz, lo cual es un valor aproximado al de nuestros cálculos.

Como estamos trabajando con un filtro de respuesta infinita al impulso IIR, vemos en la gráfica de la fase que a medida que varía la frecuencia esta no lo hace de manera lineal, ya que, como sabemos, los filtros IIR no pueden diseñarse para tener fase lineal.

2. Respuesta temporal del filtro BP. Graficar la respuesta al impulso.

Vamos a realizar una serie de procedimientos los cuales nos ayudaran a graficar la respuesta al impulso, para ello comenzamos por este primer paso:

Transformación Pasa Bajos – Pasa Banda:

Dada la función transferencia de pulsos $G(z^{-1})$ de un filtro digital pasa bajos prototipo de frecuencia angular de corte β , la función transferencia de un filtro digital pasa banda que tenga el mismo tipo de característica de amplitud que $G(z^{-1})$, frecuencia central ω_0 , y frecuencias de corte superior e inferior ω_1 y ω_2 , se obtiene substituyendo z^{-1} de $G(z^{-1})$ por la función unitaria:

Para hallar la respuesta temporal del filtro pasa banda vamos a iniciar por

$$z^{-1} = - \frac{\frac{k-1}{k+1} - 2\alpha \frac{k}{k+1} z^{-1} + z^{-2}}{1 - 2\alpha \frac{k}{k+1} z^{-1} + \frac{k-1}{k+1} z^{-2}}$$

donde:

$$\alpha = \frac{\cos[(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2})T]}{\cos[(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2})T]}$$

$$\beta = \omega_c$$

$$k = \cot g[\frac{\omega_2 - \omega_1}{2}T] * \operatorname{tg}(\frac{\beta^*T}{2})$$

Vamos a tener en cuenta los siguientes valores:

$$f_1 = 250 \text{ Hz}, \quad f_2 = 2 \text{ kHz}, \quad f_s = 4.5 \text{ kHz}, \quad f_0 = 1125 \text{ kHz},$$

$$\beta = 2 * \pi * 2 \text{ kHz} = 12.56 \text{ kHz}$$

$$\alpha = \frac{\cos[(\frac{2\pi*250[\text{Hz}]+2*\pi*2[\text{kHz}]}{2*4.5[\text{kHz}]})]}{\cos[(\frac{2\pi*2[\text{kHz}]-2\pi*250[\text{Hz}]}{2*4.5[\text{kHz}]})]} = 0$$

$$k = \cot g[\frac{2\pi*2[\text{kHz}]-2\pi*250[\text{Hz}]}{2*4.5[\text{kHz}]}] * \text{tg}(\frac{2\pi*2[\text{kHz}]}{2*4.5[\text{kHz}]}) = 2,0641$$

Con los valores obtenidos vamos a proceder con el cálculo de z^{-1} y z^{-2}

$$z^{-1} = - \frac{\frac{k-1}{k+1} - 2*a*\frac{k}{k+1}*z^{-1} + z^{-2}}{1 - 2*a*\frac{k}{k+1}*z^{-1} + \frac{k-1}{k+1}*z^{-2}}$$

$$z^{-1} = - \frac{0.3472 + z^{-2}}{1 + 0.3472 * z^{-2}}$$

$$z^{-2} = \frac{0.1206 + 0.6944 * z^{-2} + z^{-4}}{1 + 0.6944 * z^{-2} + 0.1205 * z^{-4}}$$

Hemos obtenido los coeficientes del filtro y como el denominador comienza con la unidad entonces se encuentran normalizados.

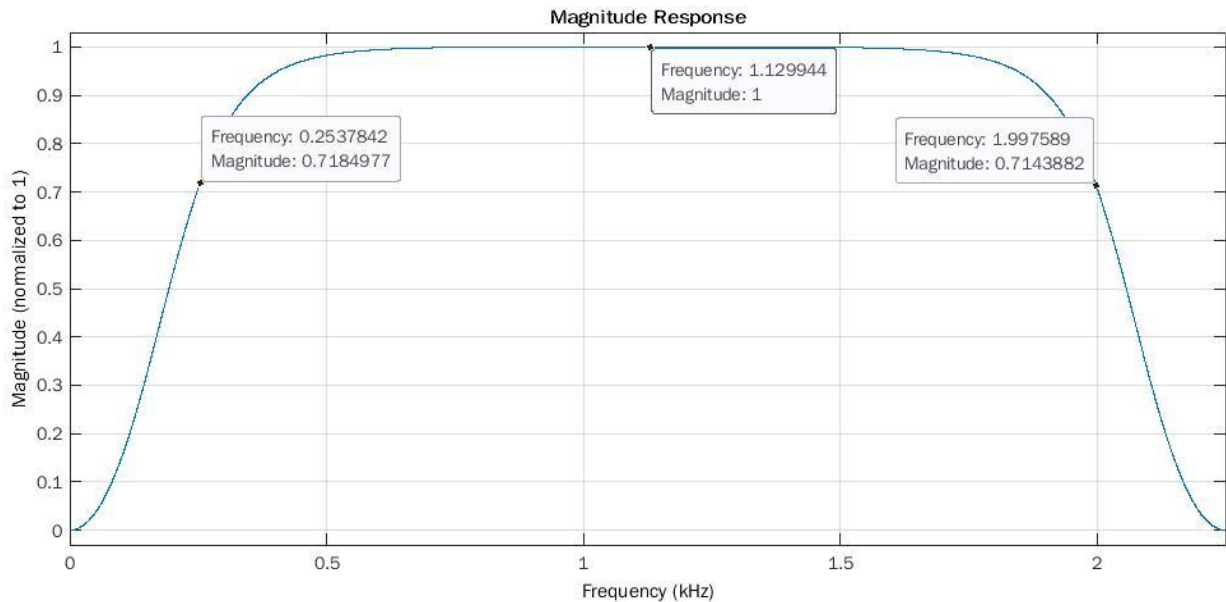
Finalmente obtendremos $H(z)$:

$$H(z) = \frac{(z+1)^2}{z^2 - z * (z_1 + z_2) + z_1 * z_2}$$

$$H(z) = \frac{1 + 2 * z + z^2}{z^2 + 1.5134 * z + 0.6105}$$

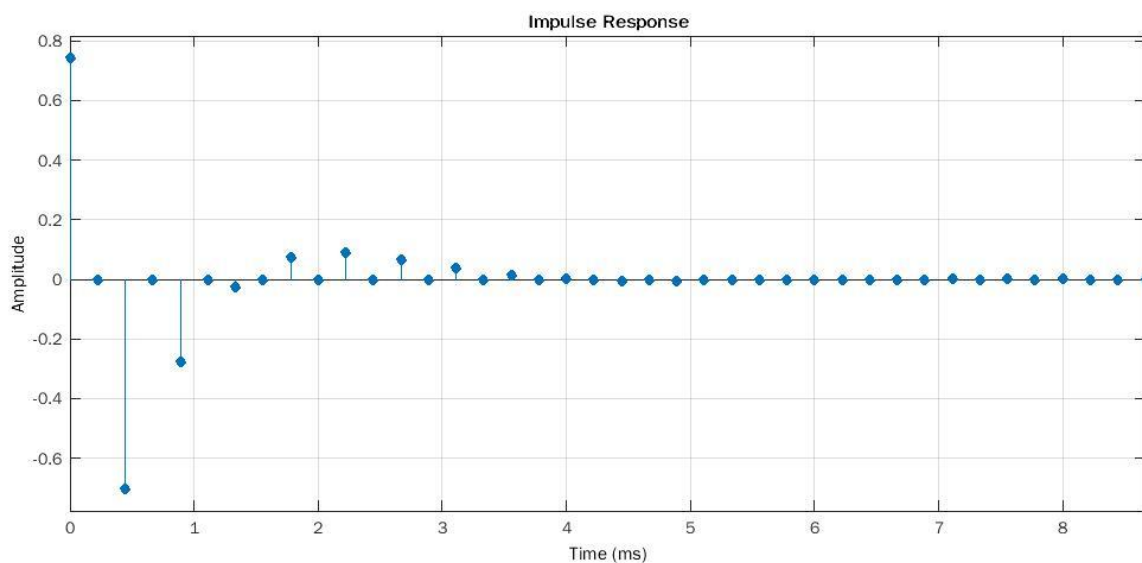
$$H(z) = \frac{1 + 2 * z^{-1} + z^{-2}}{1 + 1.5134 * z^{-1} + 0.6105 * z^{-2}}$$

$$H(z^{-1}) = 0.7774 \frac{1 - 2 * z^{-2} + z^{-4}}{1 - 1.0538 * z^{-2} + 0.3749 * z^{-4}}$$



Respuesta normalizada de la magnitud en función de la frecuencia

Finalmente procedemos a obtener la respuesta temporal al impulso con la herramienta fvtool en matlab:



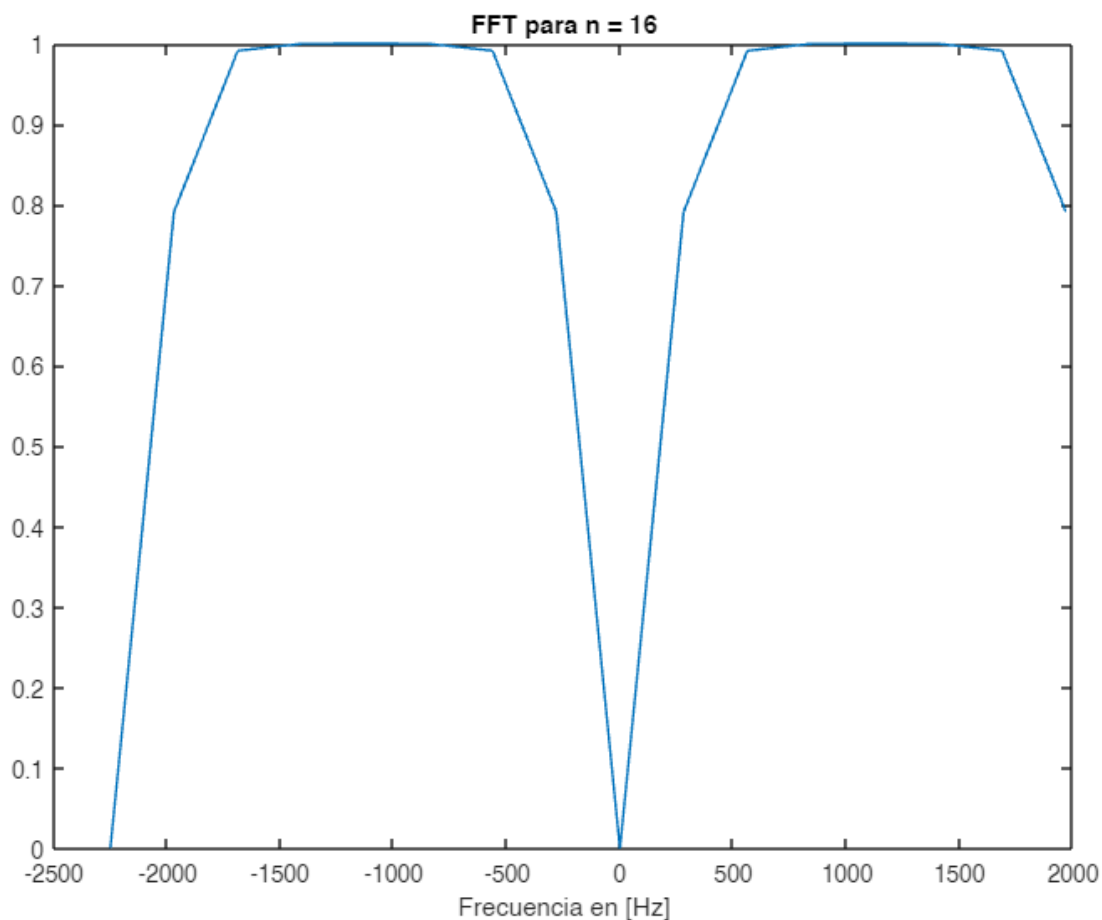
Respuesta temporal del impulso

Vemos que la respuesta al impulso es infinita, es un filtro estable, respuesta al impulso decreciente alternado (alterna entre valores positivos y negativos como vemos en el gráfico obtenido). Es un filtro del tipo IIR.

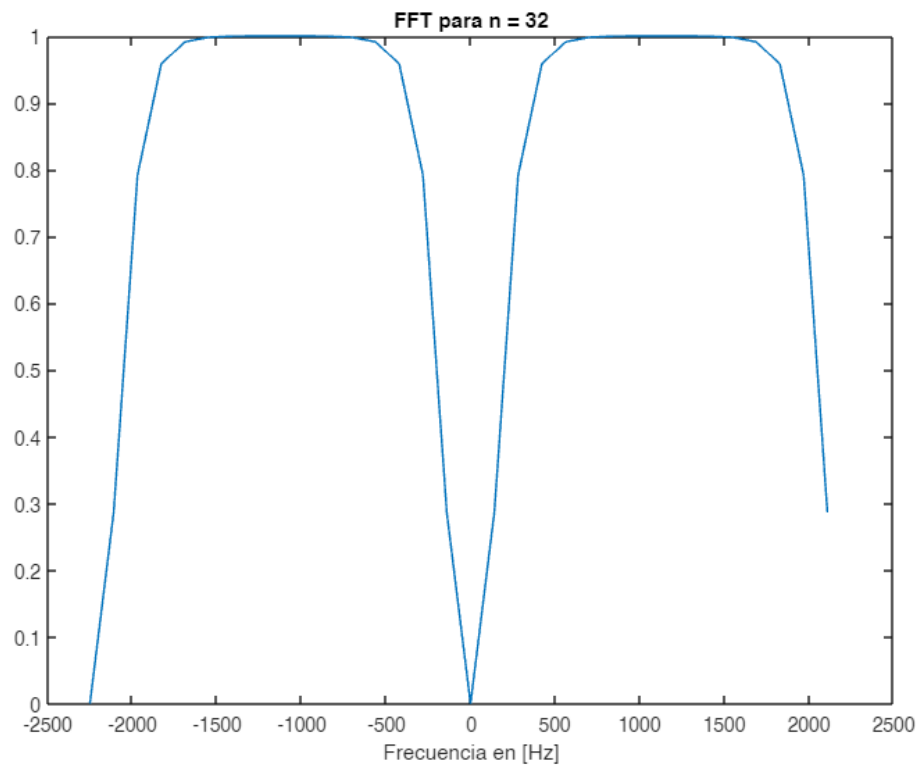
Los resultados de las gráficas se encuentran normalizados pues su máximo valor es la unidad.

3. Aplicar la FFT para un número de muestras N=16, 32, y 64.

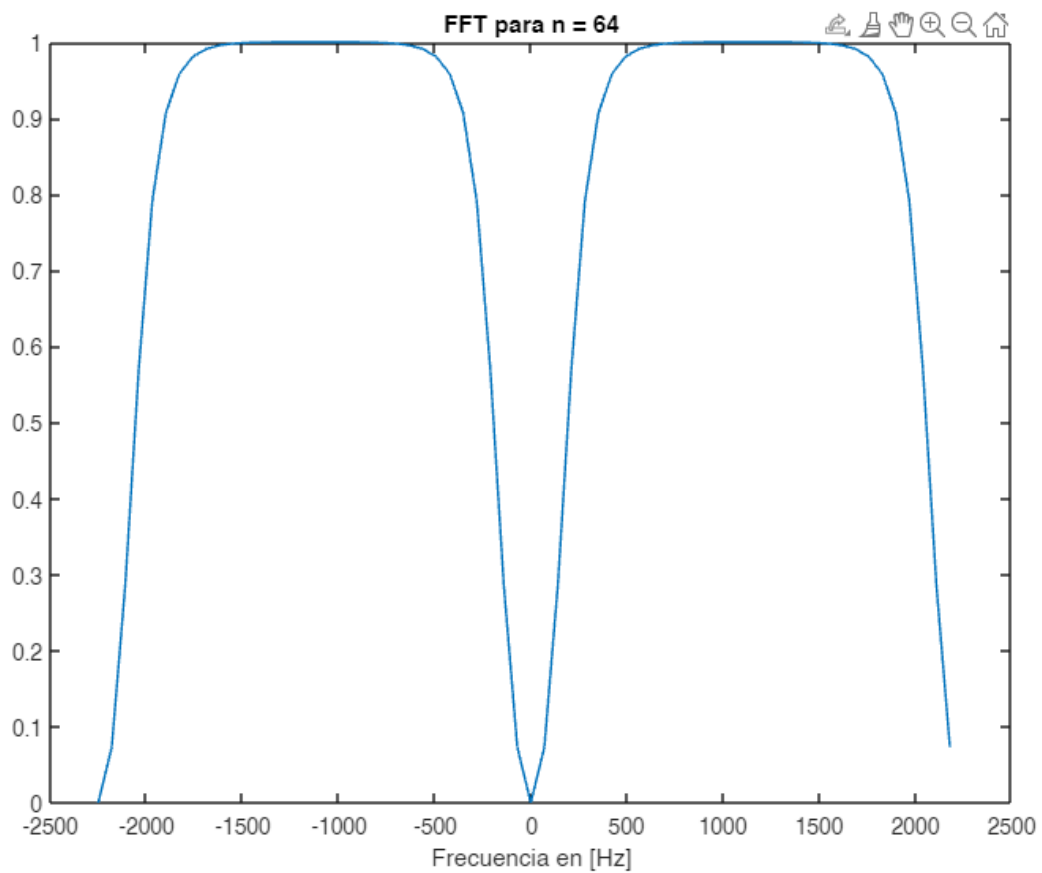
A continuación vamos a aplicar la Transformada Rápida de Fourier y utilizar la respuesta al impulso para diferentes muestras, $n=16$, 32 y 64. Vamos a graficar los resultados y finalmente comparar los mismos. Obtuvimos las siguientes salidas.



Transformada rápida de Fourier para $n=16$.



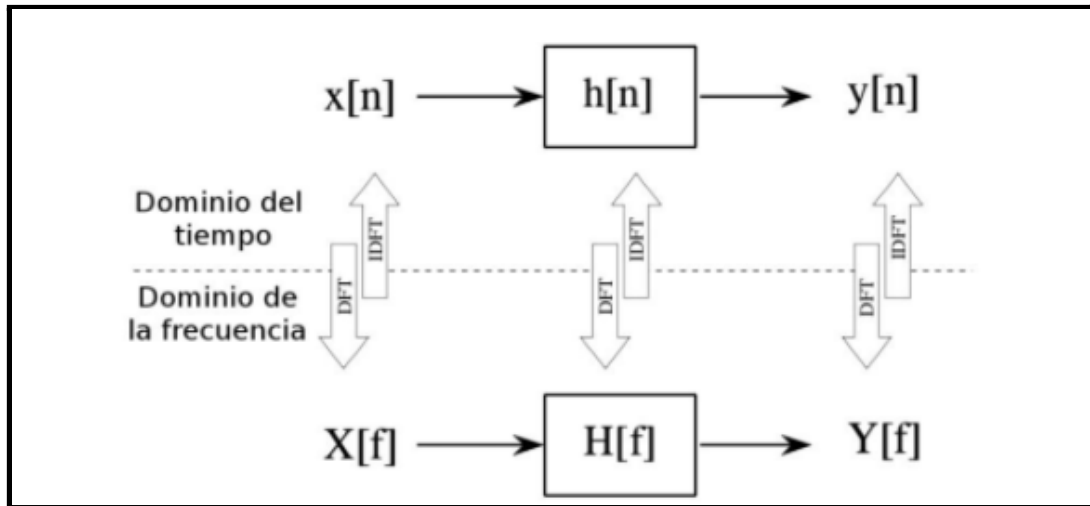
Transformada rápida de Fourier para $n=32$ muestras.



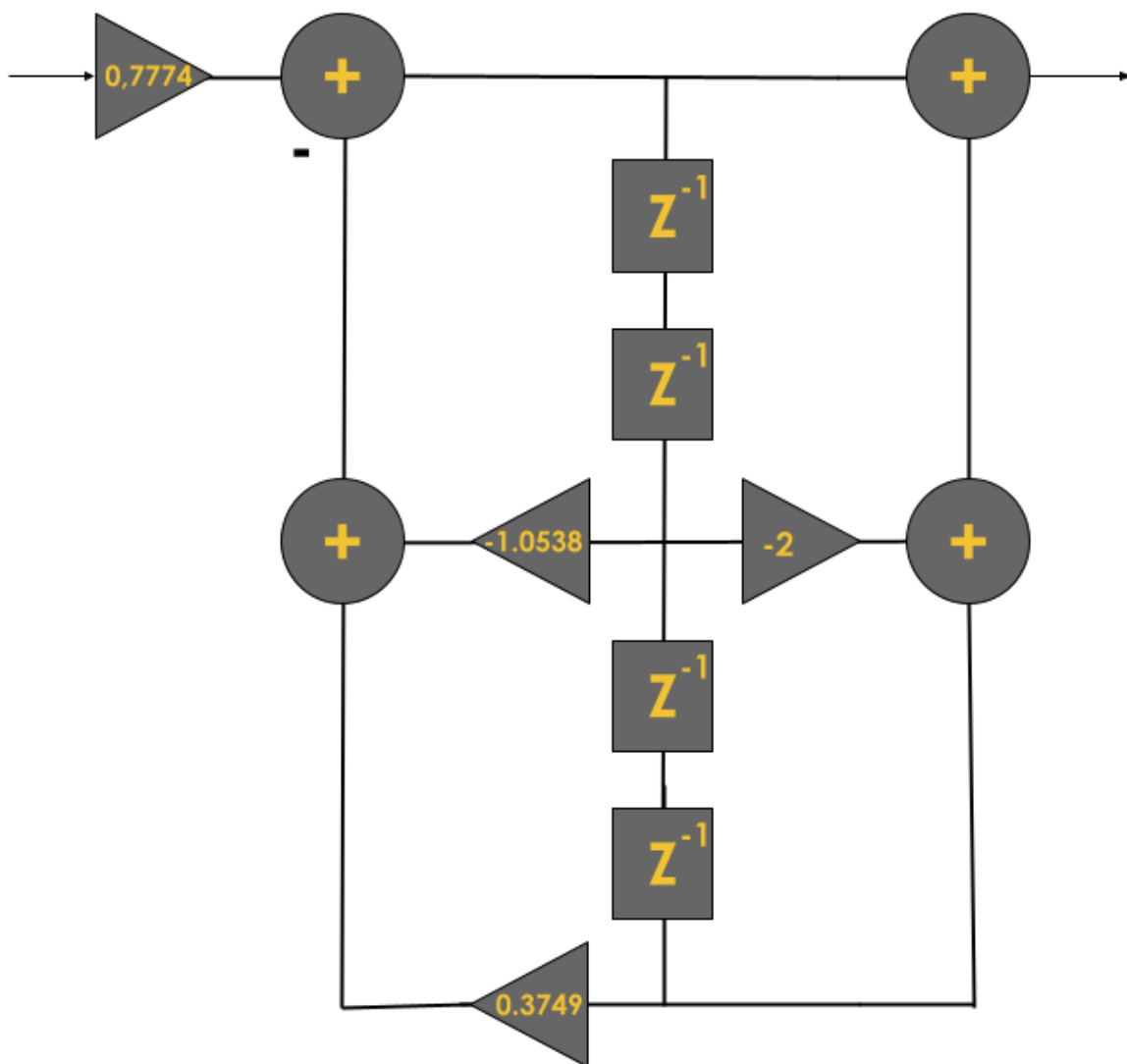
Transformada rápida de Fourier para $n=64$ muestras.

Cuando vamos incrementando el número de muestras tomadas, podemos observar que la curvatura de la gráfica resultante se vuelve más precisa y con una mayor exactitud. Entonces al aumentar el número de muestra el resultado mejor, pero llegamos a cierto valor en el cual deja de percibirse cambio alguno en la salida, es decir que al haber aumentado el número de muestras la variación en la calidad de la salida ya no se percibe. Este es el caso para cuando pasamos de $n=64$ a, pero para $n=16$ y $n=64$.

Vemos que ambos resultados coinciden, en dominio de la frecuencia y el dominio del tiempo, ya que la respuesta en frecuencia es la DFT de la respuesta al impulso, y como que la respuesta al impulso es real (no compleja), la respuesta en frecuencia es simétrica conjugada. Observemos en la siguiente imagen cómo se trabaja de forma tal que se pasa de un dominio al otro (frecuencia-tiempo, tiempo-frecuencia).



4. Proponer una estructura de realización (canónica) e indicar el tipo.



Realización canónica del filtro digital normalizado

Como podemos observar, el filtro es del tipo IIR

$$H(z^{-1}) = 0.7774 \frac{1 - 2 * z^{-2} + z^{-4}}{1 - 1.0538 * z^{-2} + 0.3749 * z^{-4}}$$

5. FDATOOL: filtros correspondientes a cada banda.

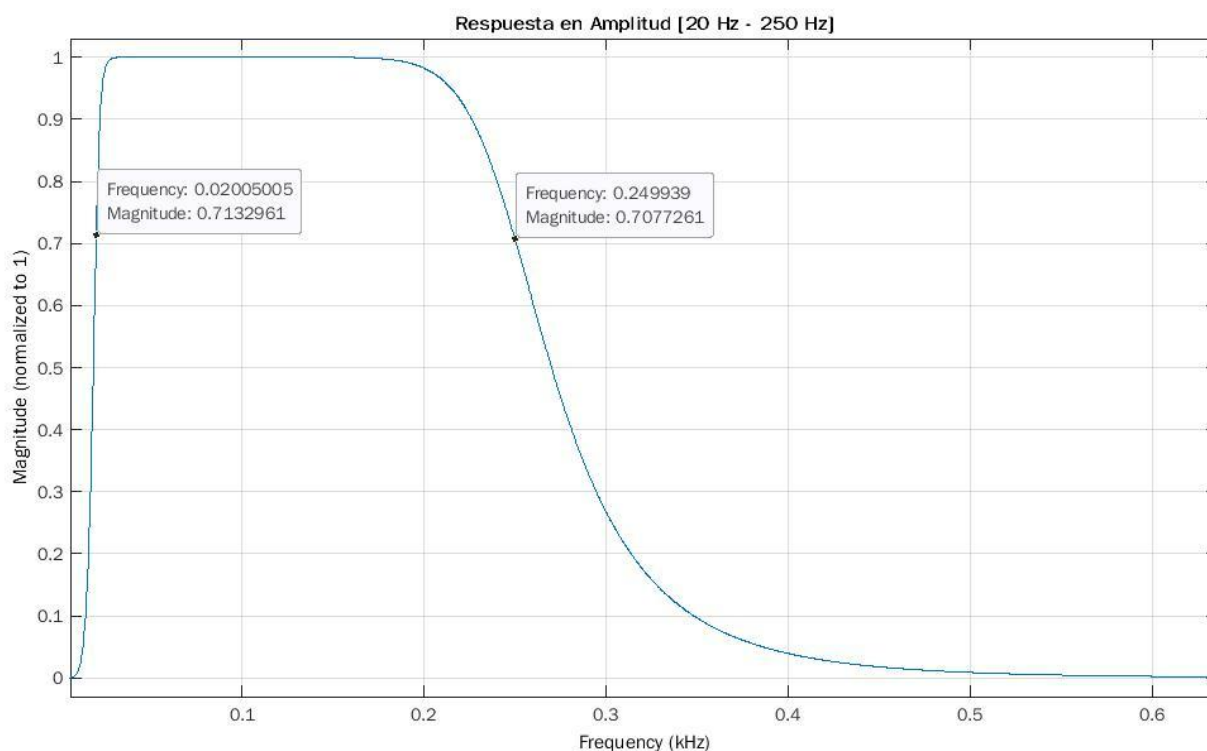
Ya logramos concretar el análisis del filtro prototipo y su paso espectral a pasabanda, ahora procedemos con la herramienta fdatool donde obtendremos los filtros pasabanda correspondientes a cada banda de frecuencias propuestas en este práctico.

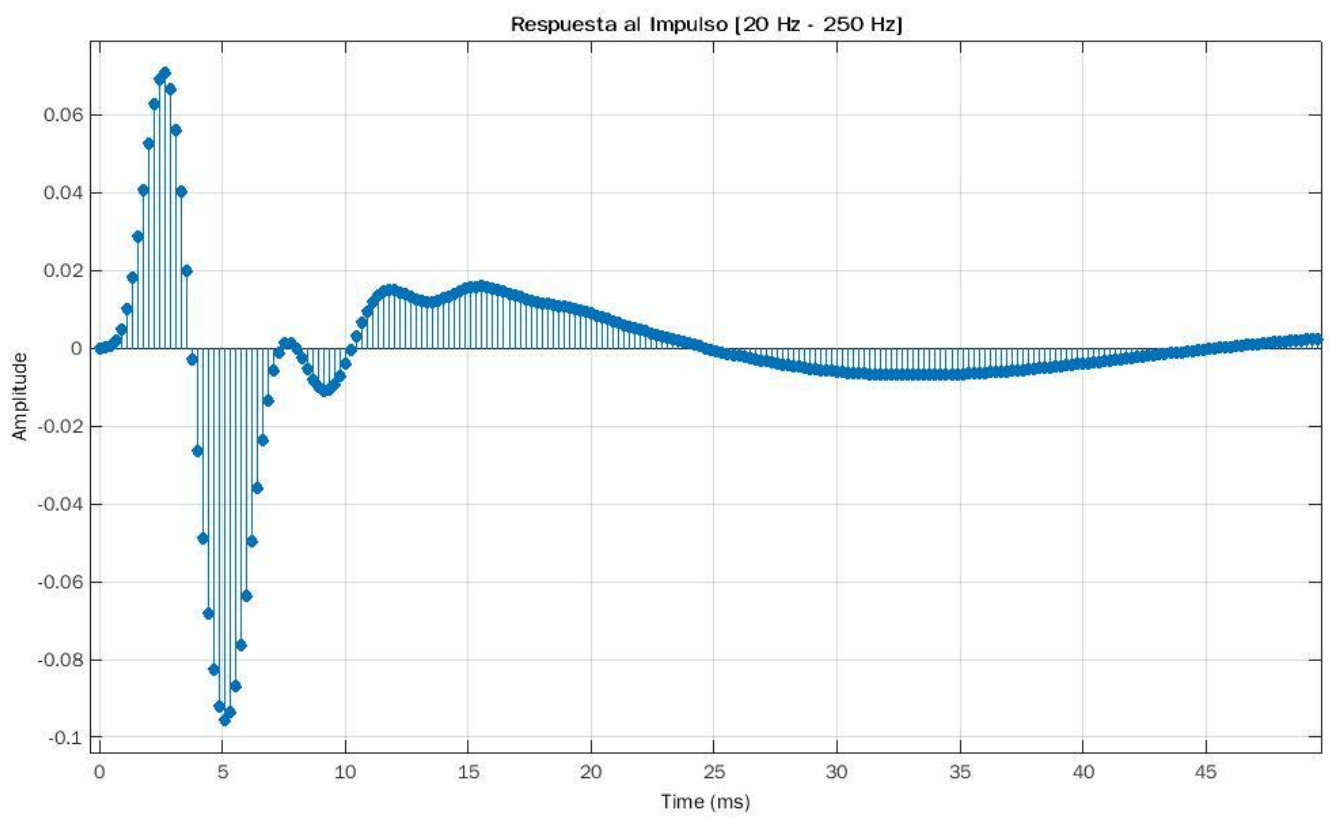
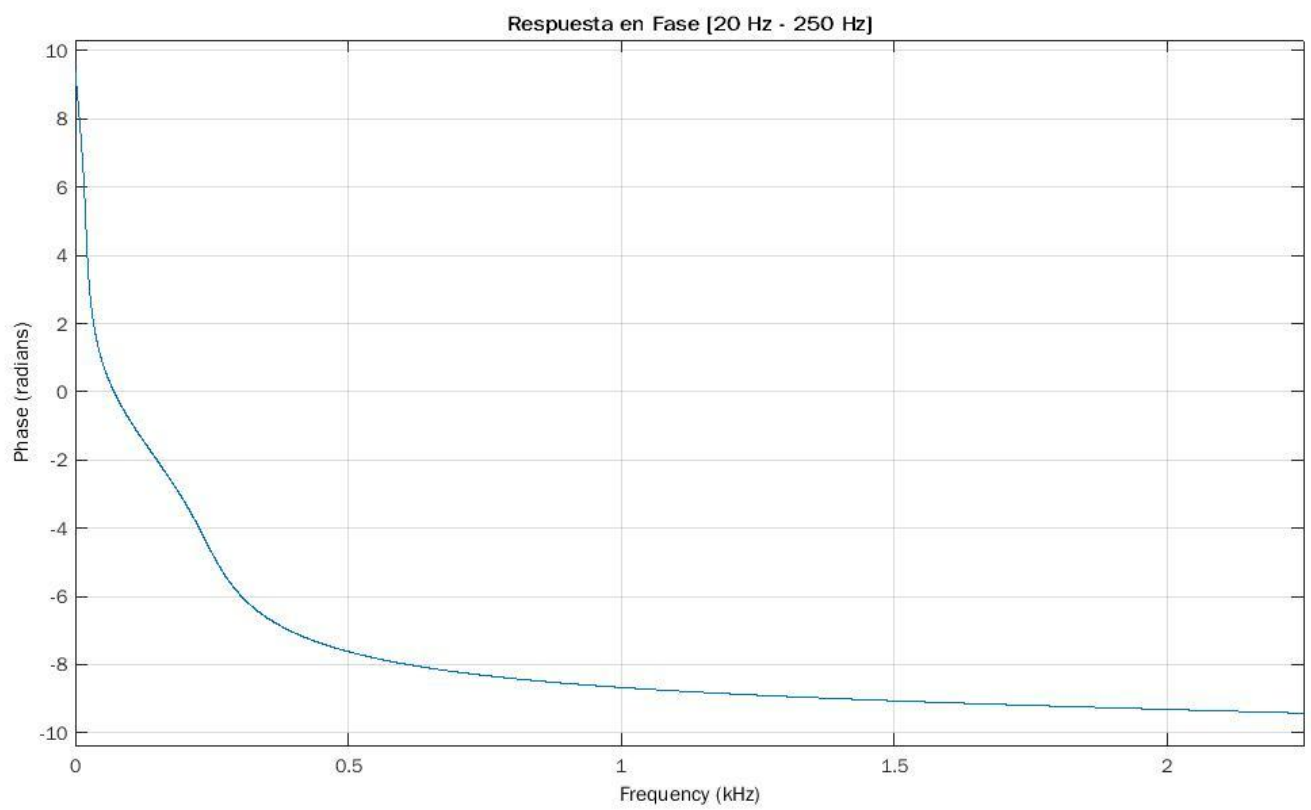
Con fdatool usaremos los siguientes datos:

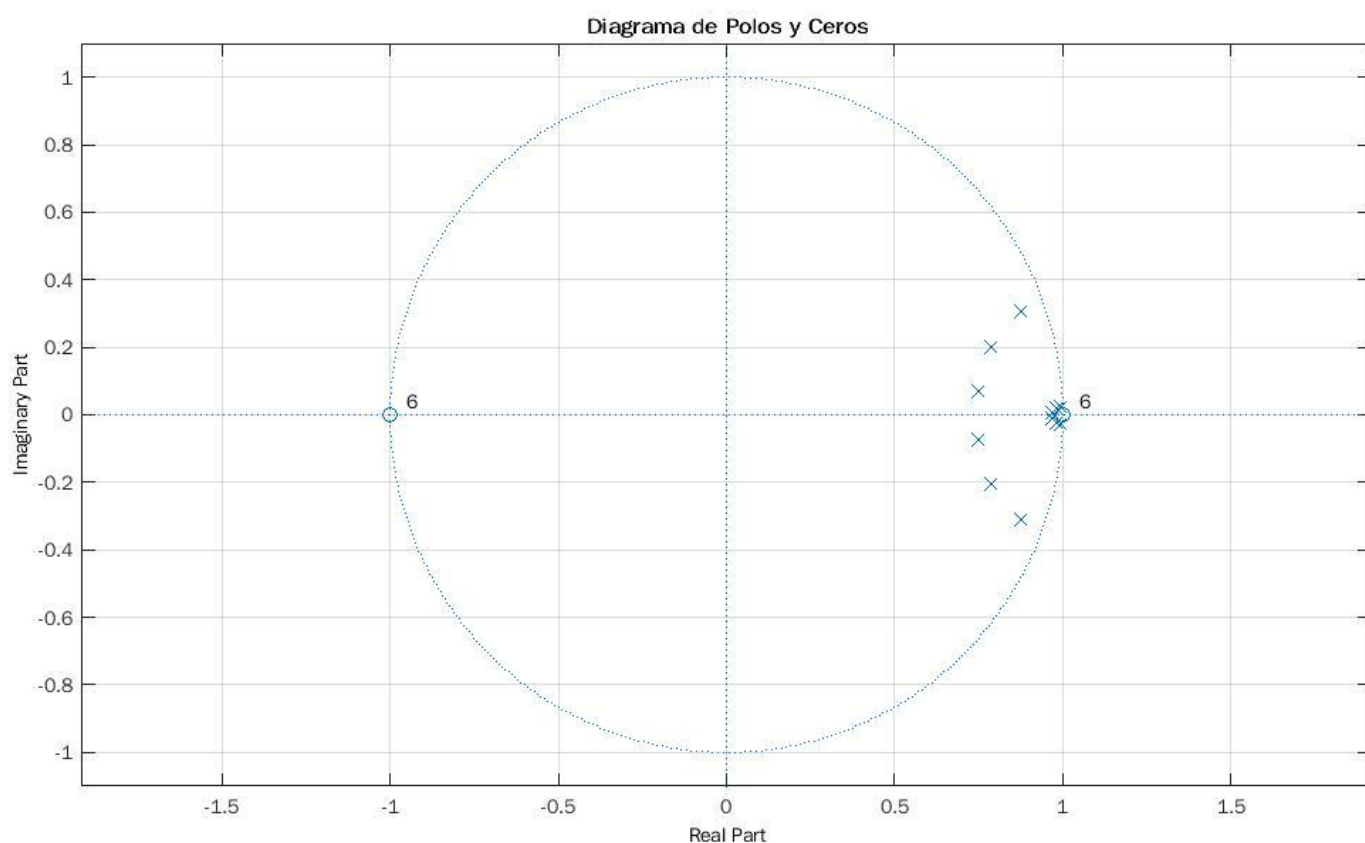
- frecuencias de corte para cada banda (graves, medias y agudas)
- frecuencia de muestreo ($f_s = 45[\text{kHz}]$)
- Orden del filtro

Sabemos que el orden del filtro calculado debía ser 6 por lo cual este se duplicará así que trabajaremos con un orden de 12.

a. Filtro frecuencias bajas(20 a 250 Hz)







En la gráfica de respuesta al impulso podemos ver que se trata de una señal discreta compuesta por una serie de pulsos, la respuesta al impulso es infinita decreciente con el aumento de la frecuencia, característica de un filtro IIR. Podemos observar en el diagrama de polos y ceros que todos los polos se encuentran en el interior del círculo de radio unitario, lo que se corresponde con este filtro.

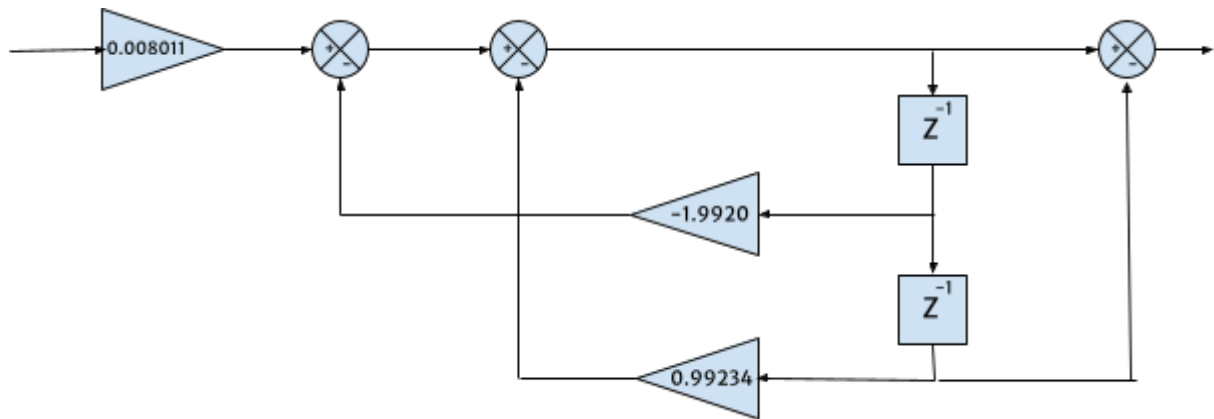
Coeficientes y realización

Sección 1:

N:[1 0 -1]

D:[1 -1.9920 0.99234]

Ganancia: 0.008011

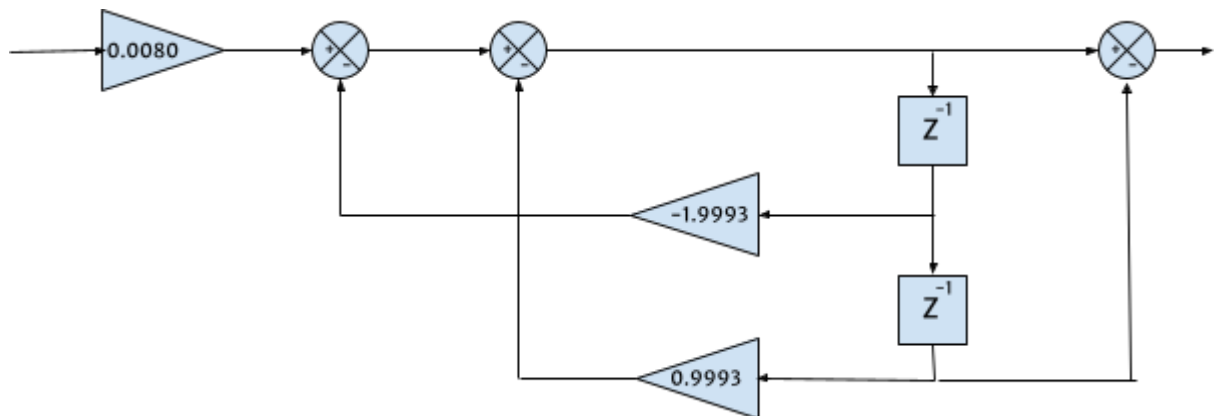


Sección 2:

$$\mathbf{N}: [1 \ 0 \ -1]$$

D: [1 -1.9993 0.9993]

Ganancia: 0.0080

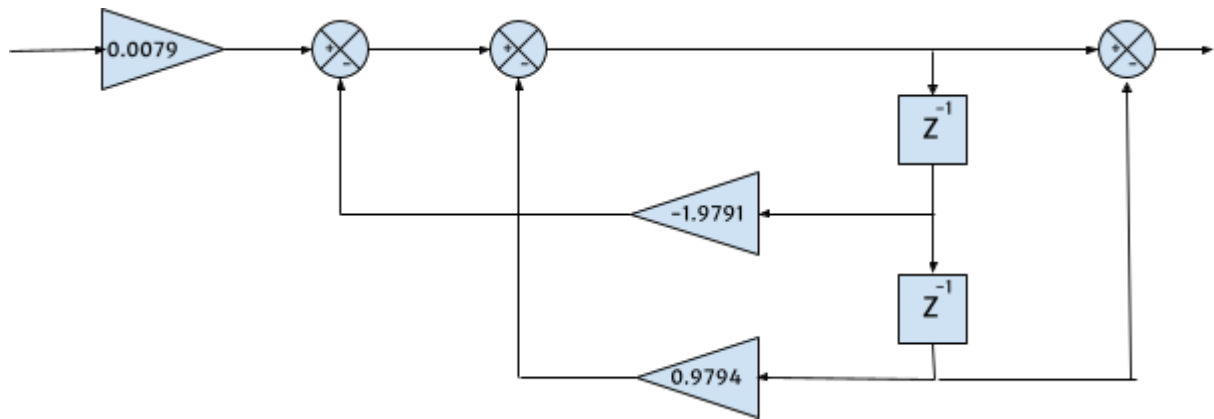


Sección 3:

N:[1 0 -1]

D:[1 -1.9791 0.9794]

Ganancia: 0.0079

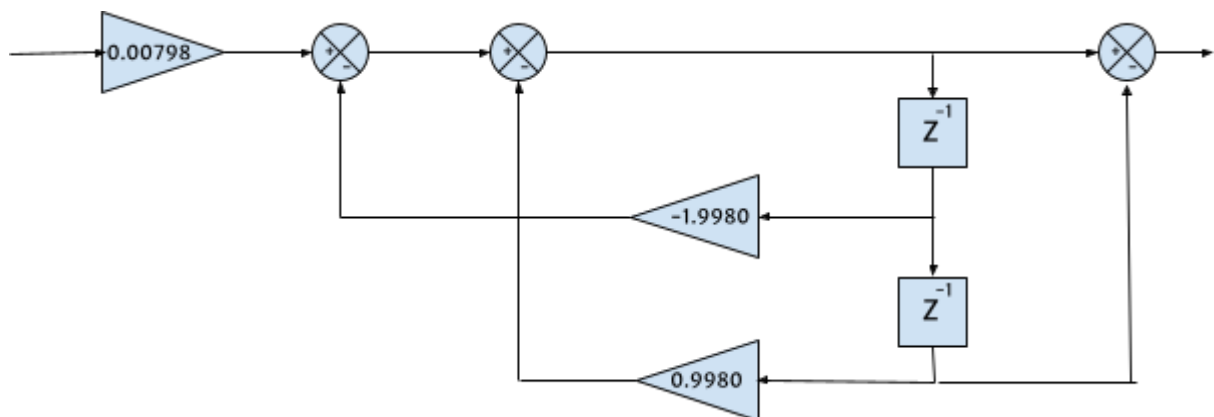


Sección 4:

N:[1 0 -1]

D:[1 -1.9980 0.9980]

Ganancia: 0.00798

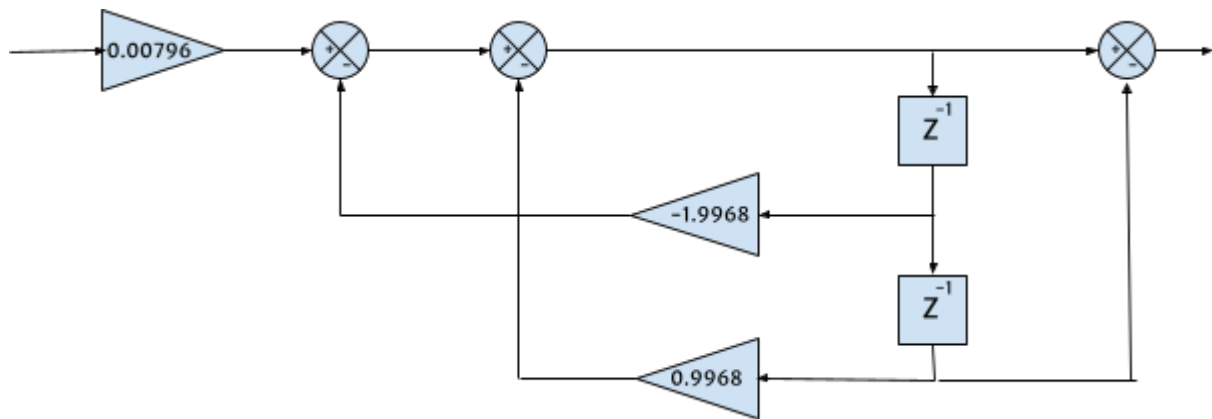


Sección 5:

N:[1 0 -1]

D:[1 -1.9968 0.9968]

Ganancia: 0.00796

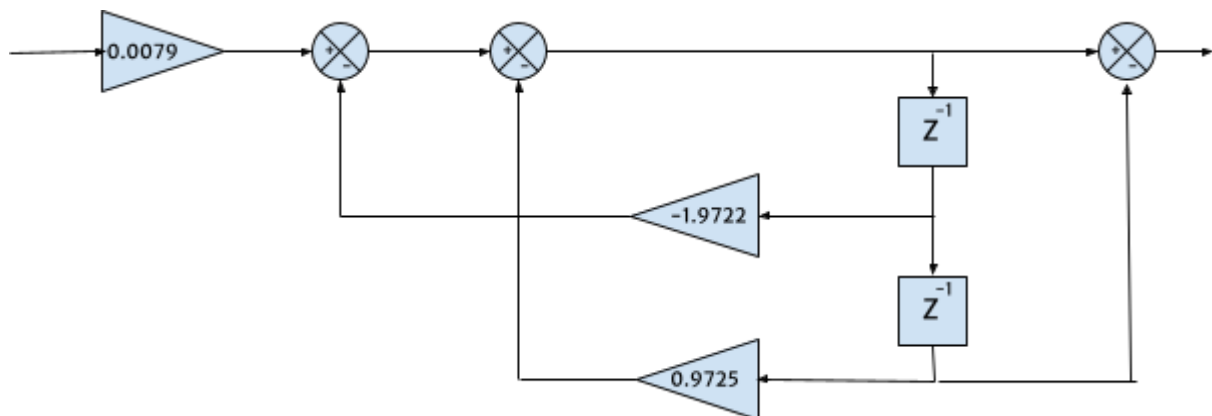


Sección 6:

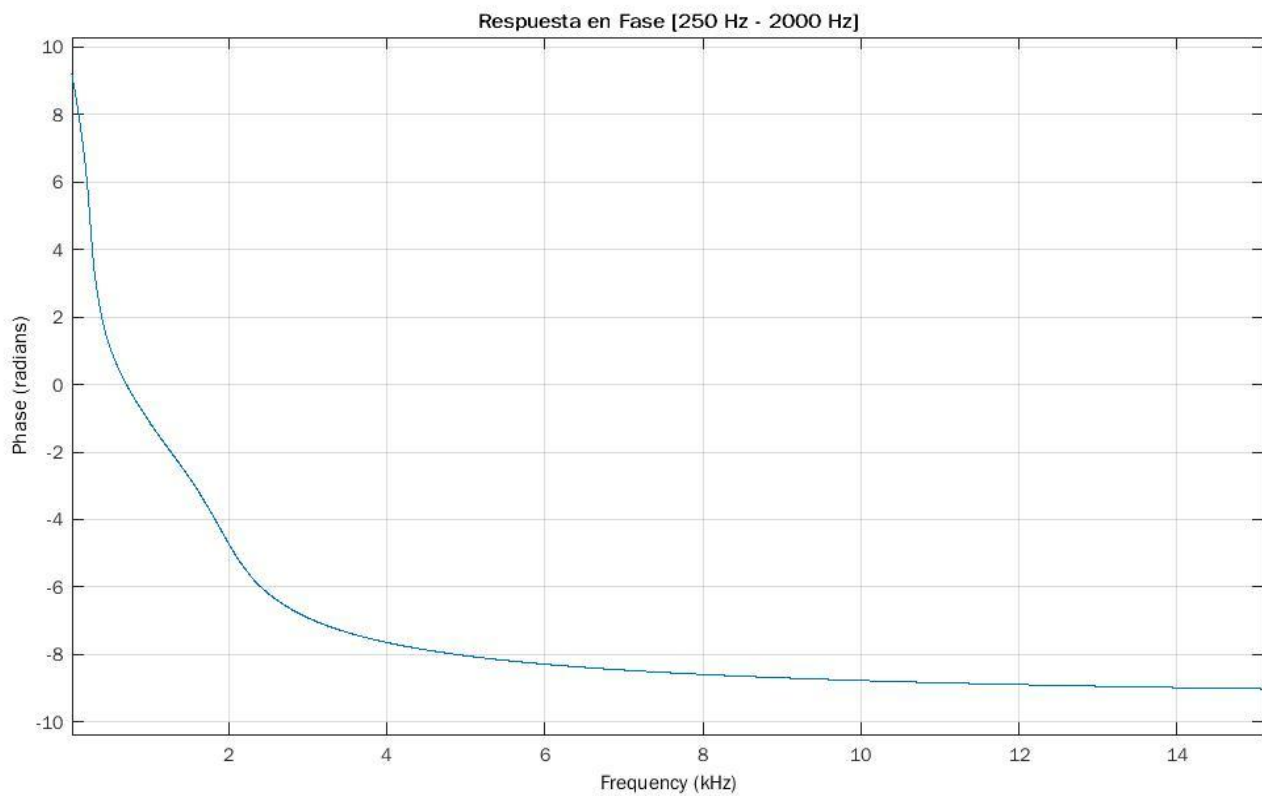
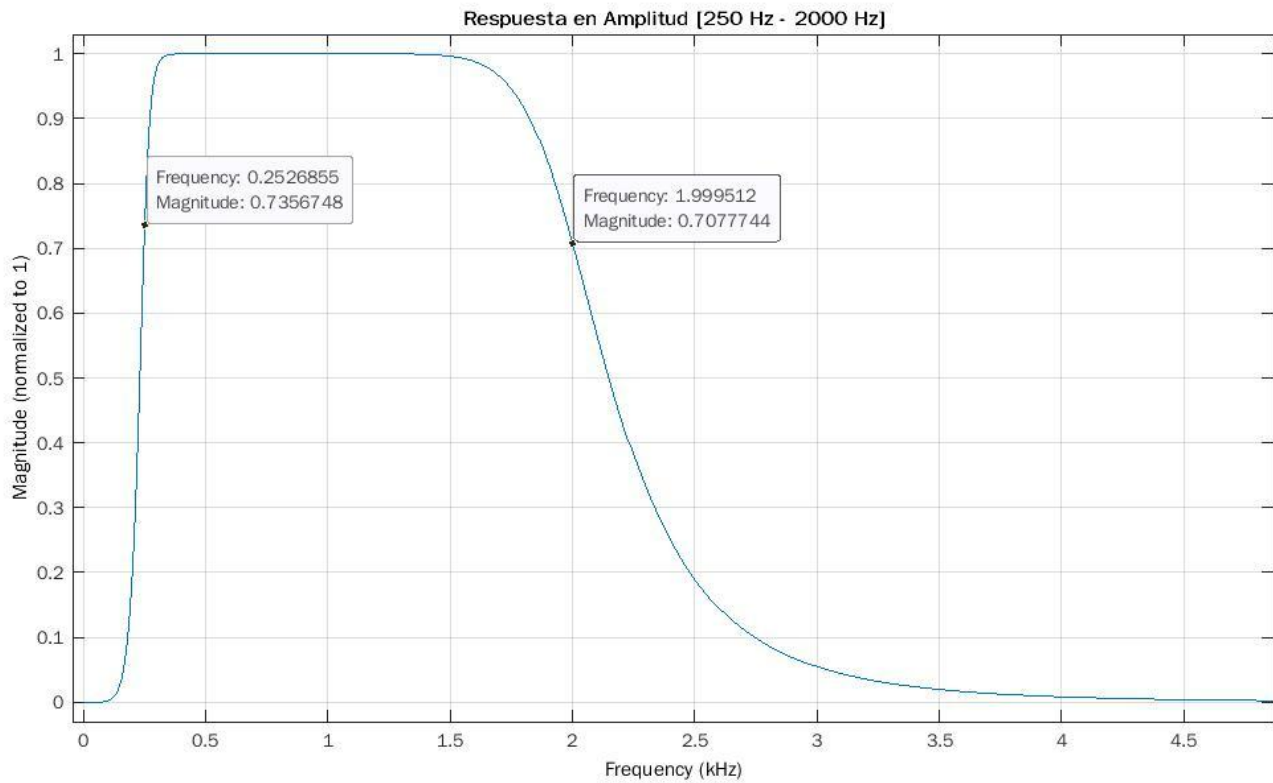
N:[1 0 -1]

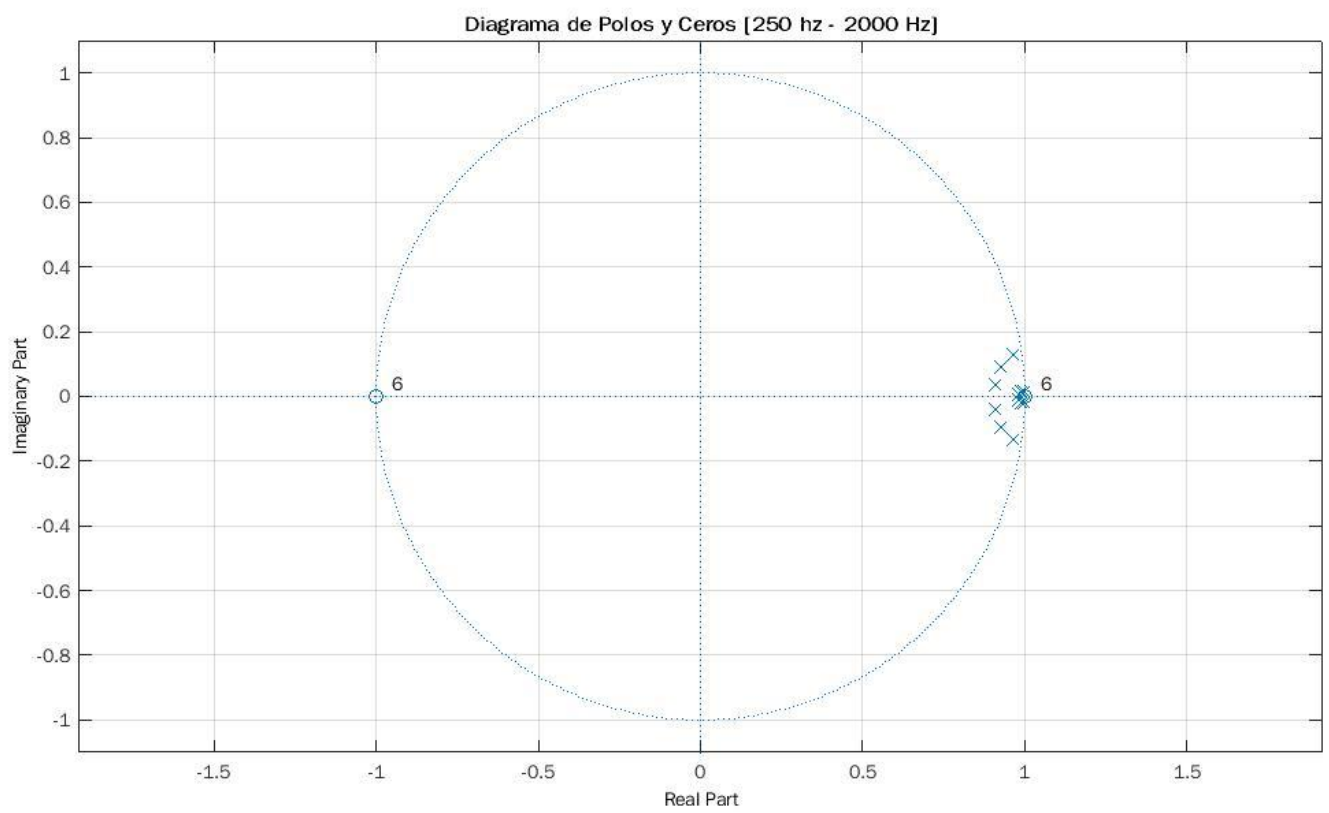
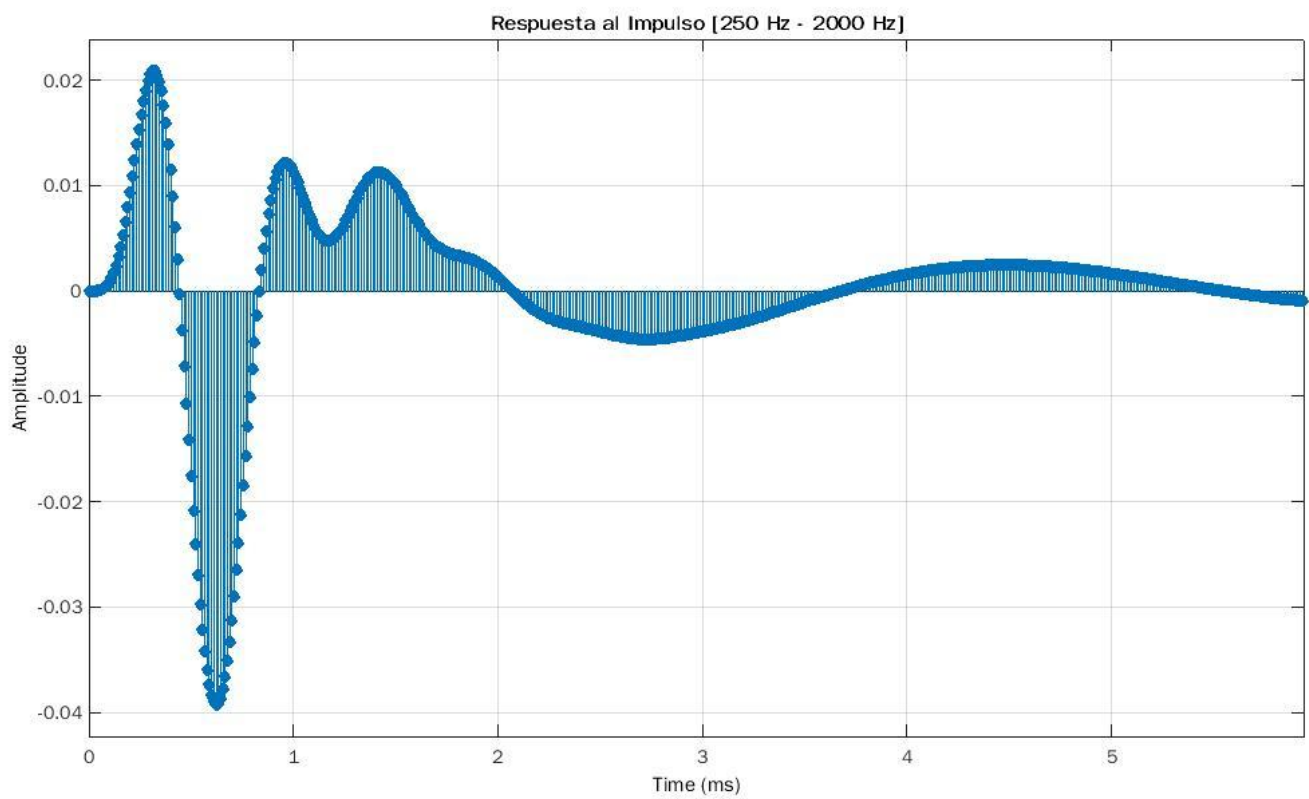
D:[1 -1.9722 0.9725]

Ganancia: 0.0079



b. Filtro frecuencias medias (250 a 2000 Hz)





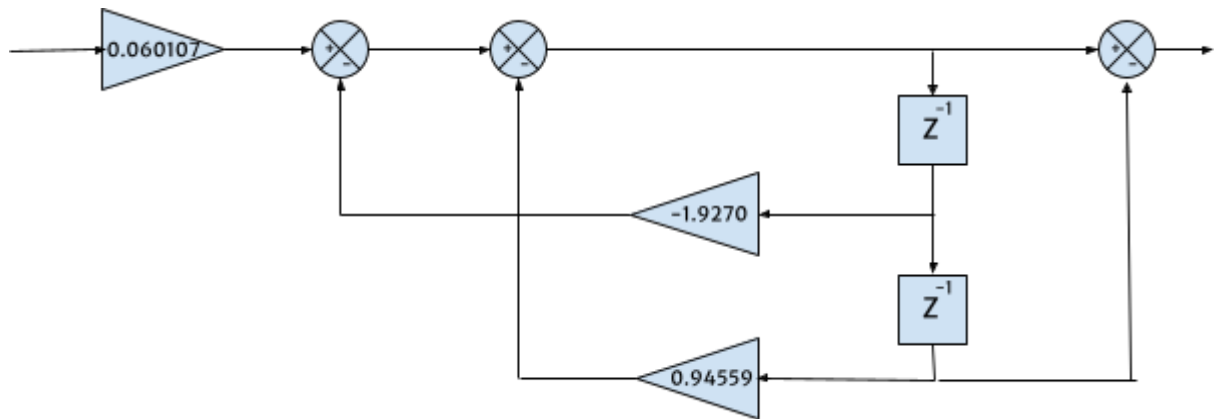
Coeficientes y realización

Seccion 1:

N:[1 0 -1]

D:[1 -1.9270 0.94559]

Ganancia: 0.060107

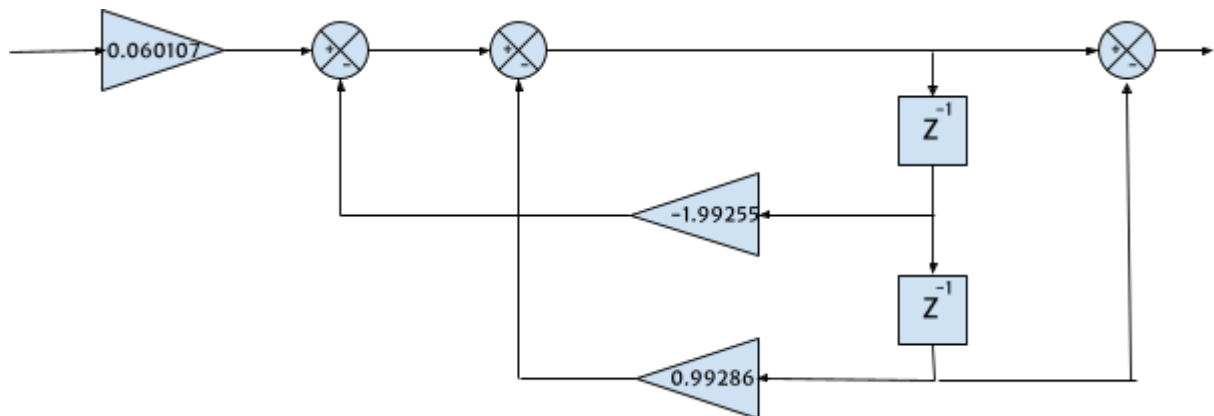


Seccion 2:

N:[1 0 -1]

D:[1 -1.99255 0.99286]

Ganancia: 0.060107

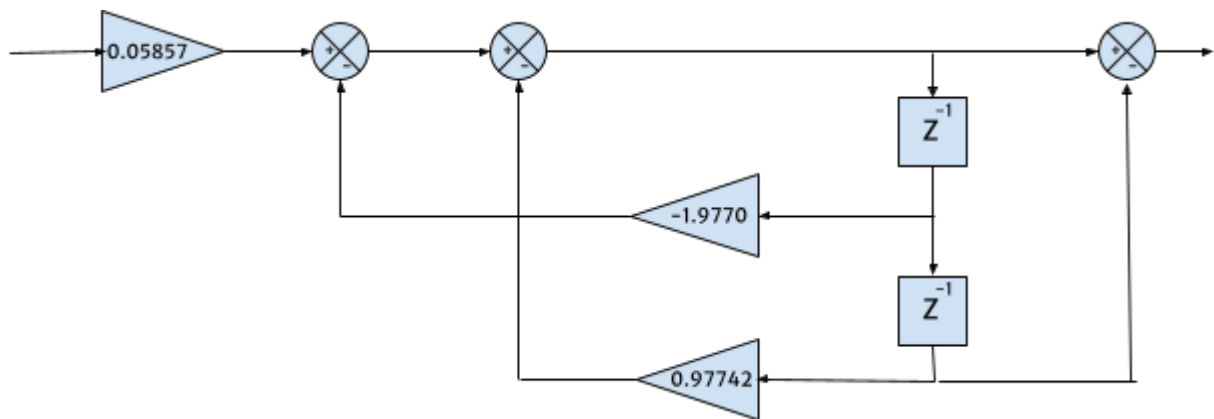


Seccion 3:

N:[1 0 -1]

D:[1 -1.9770 0.97742]

Ganancia: 0.05857

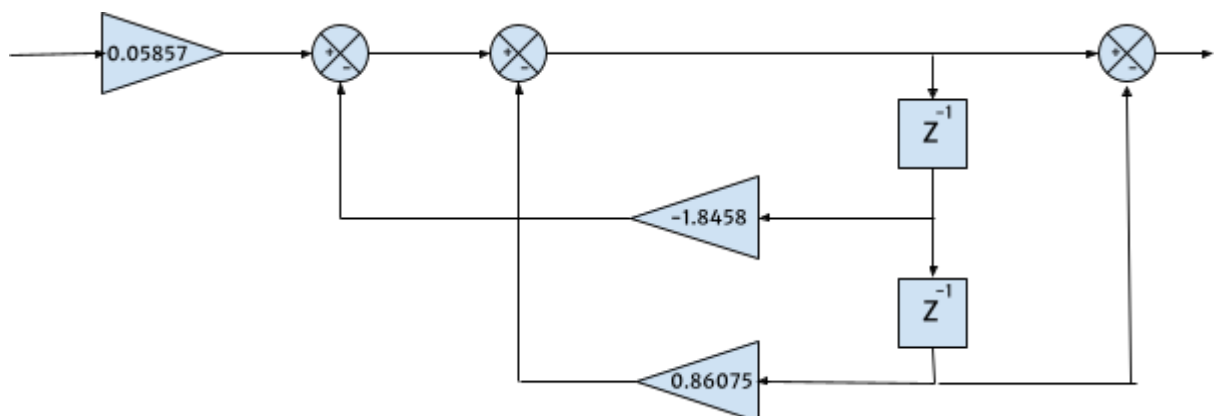


Seccion 4:

N:[1 0 -1]

D:[1 -1.8458 0.86075]

Gain: 0.05857

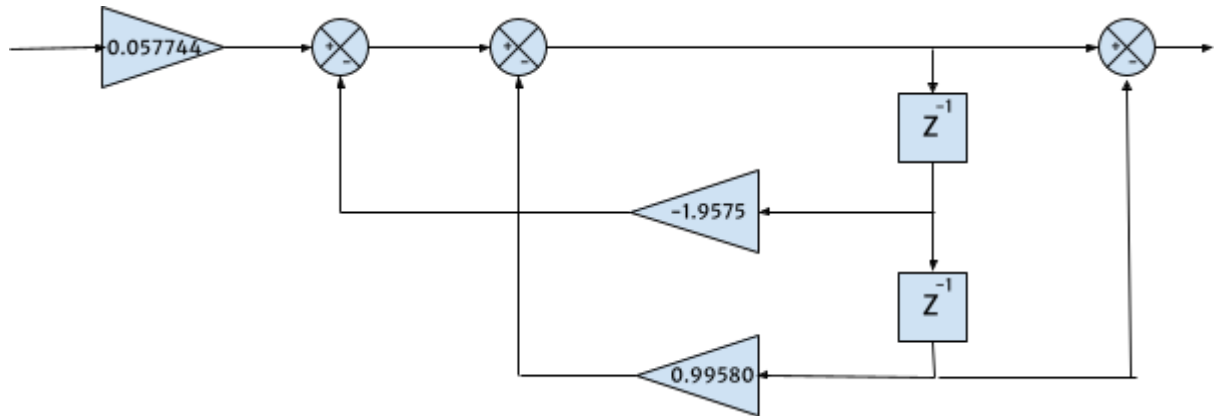


Sección 5:

N:[1 0 -1]

D:[1 -1.9575 0.95804]

Gain: 0.057744

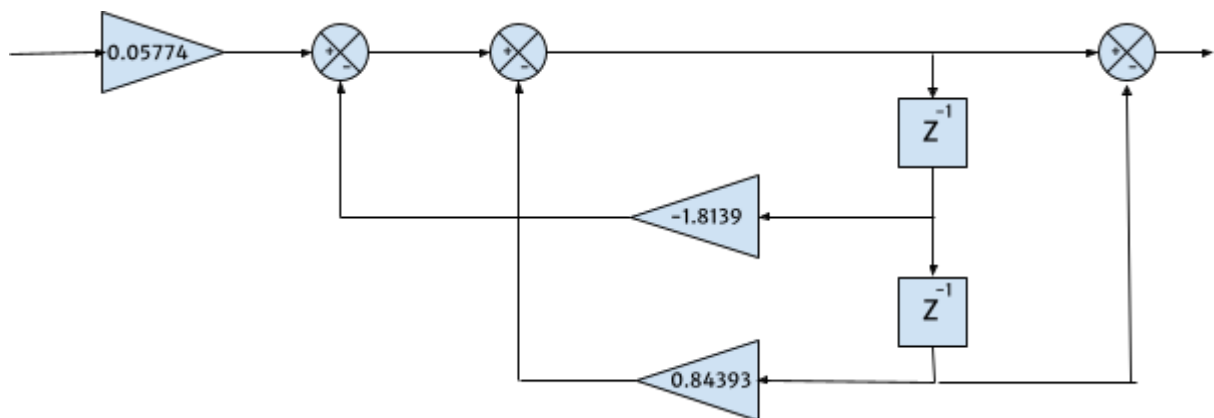


Sección 6:

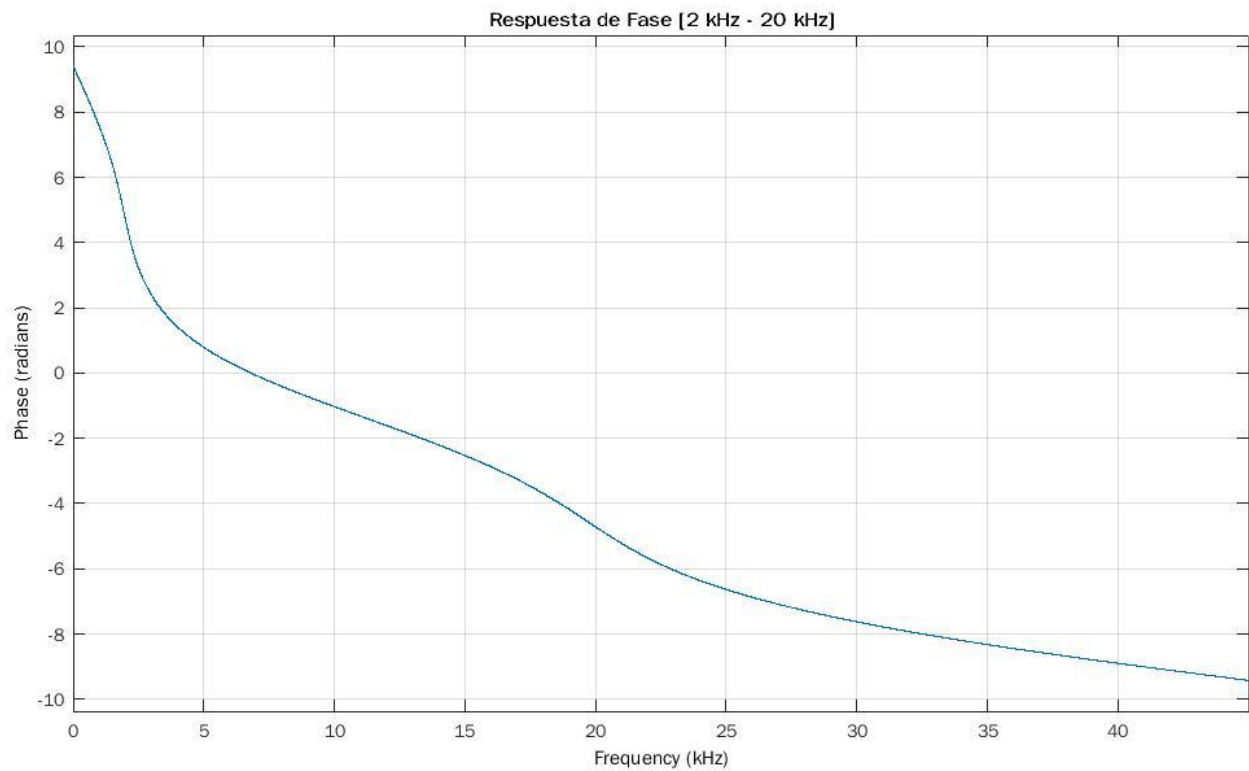
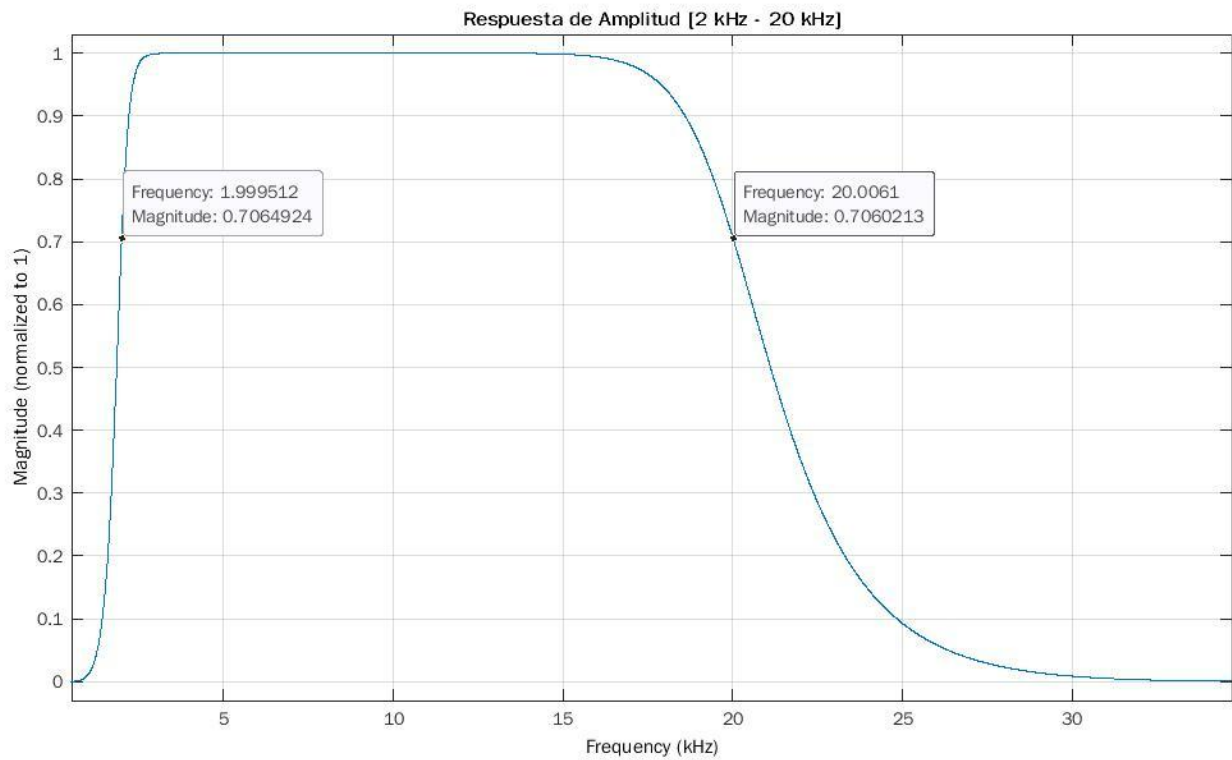
N:[1 0 -1]

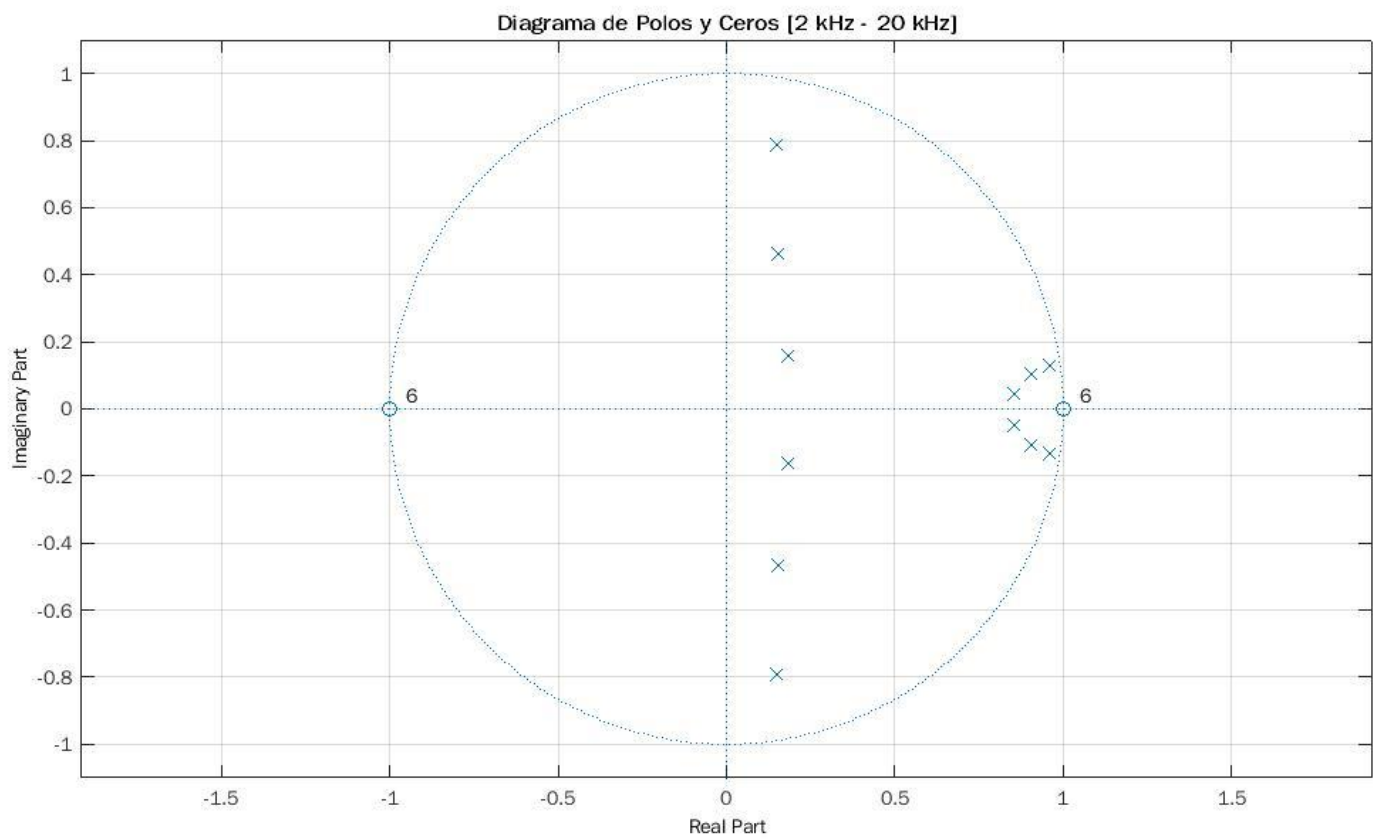
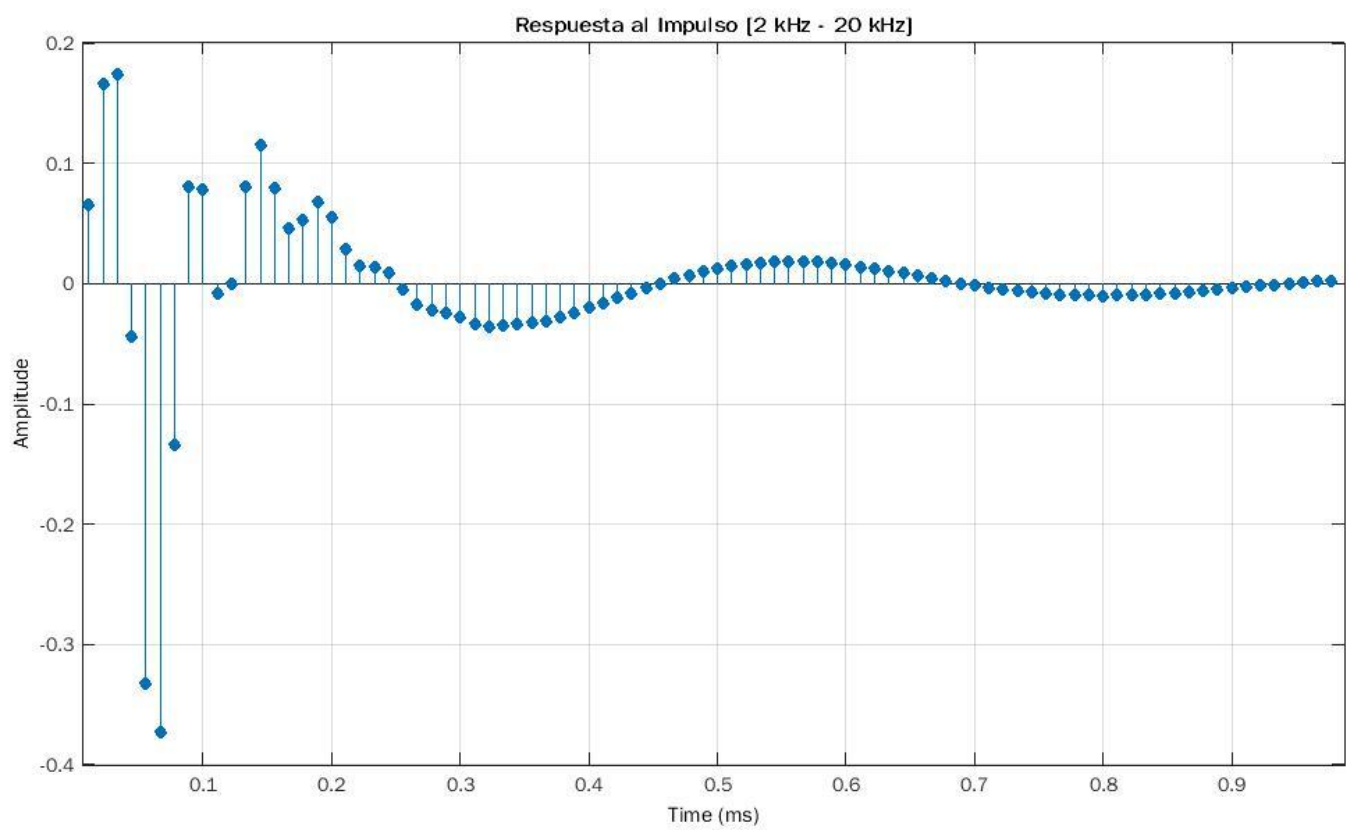
D:[1 -1.8139 0.82393]

Ganancia: 0.057744



c. Filtro frecuencias altas (2000 a 20000 Hz)





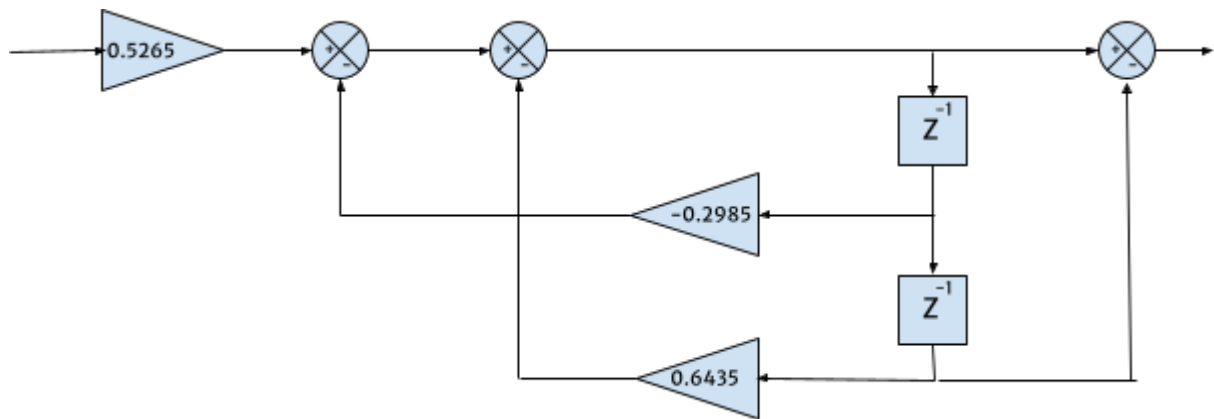
Coeficientes y realización

Sección 1:

N:[1 0 -1]

D:[1 -0.2985 0.6435]

Ganancia: 0.5265

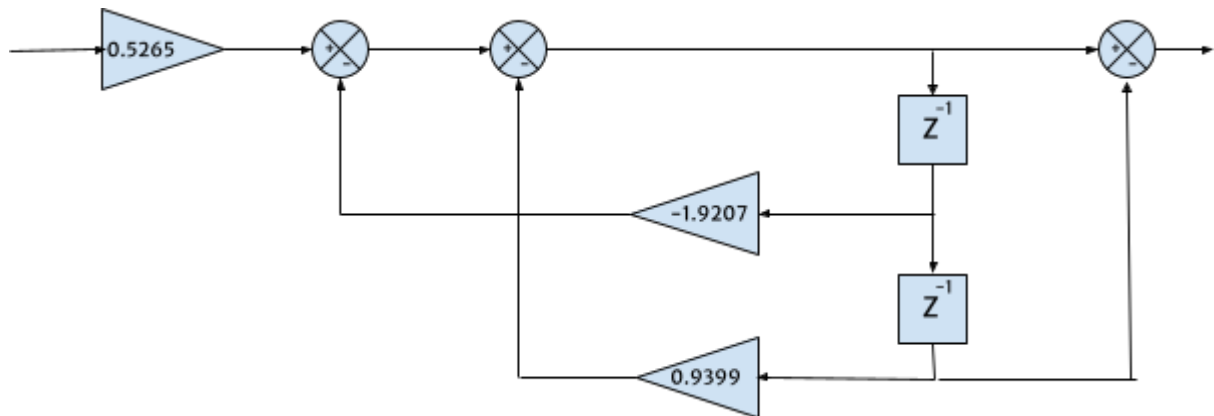


Sección 2:

N:[1 0 -1]

D:[1 -1.9207 0.9399]

Ganancia: 0.5265

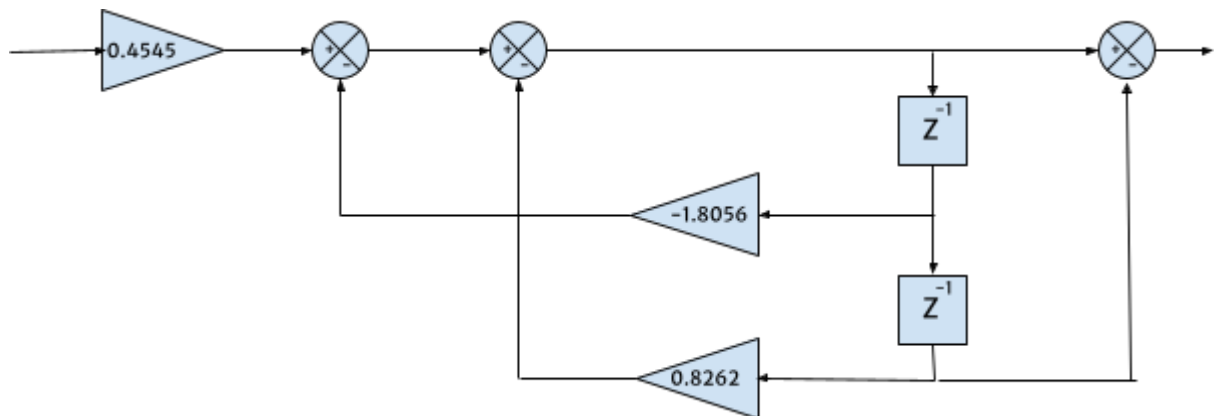


Sección 3:

N:[1 0 -1]

D:[1 -1.8056 0.8262]

Ganancia: 0.4545

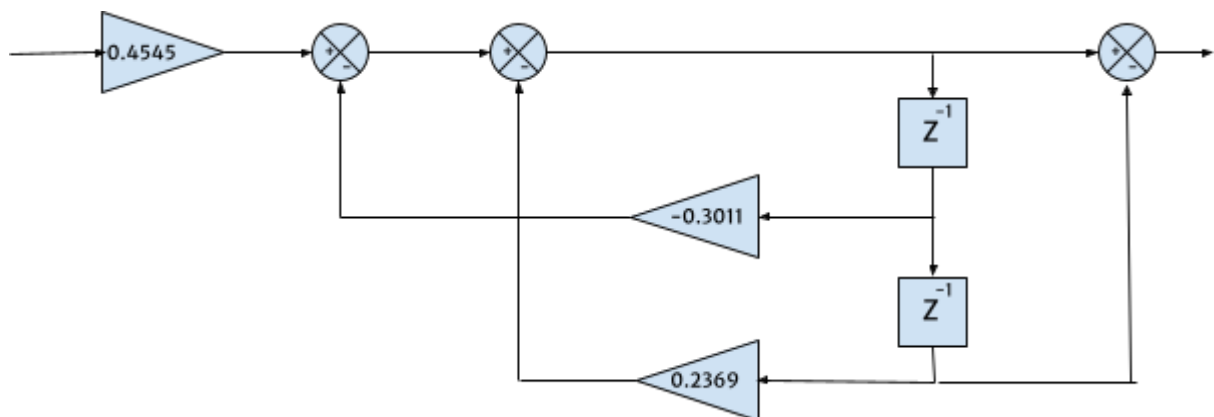


Sección 4:

N:[1 0 -1]

D:[1 -0.3011 0.2369]

Gain: 0.4545

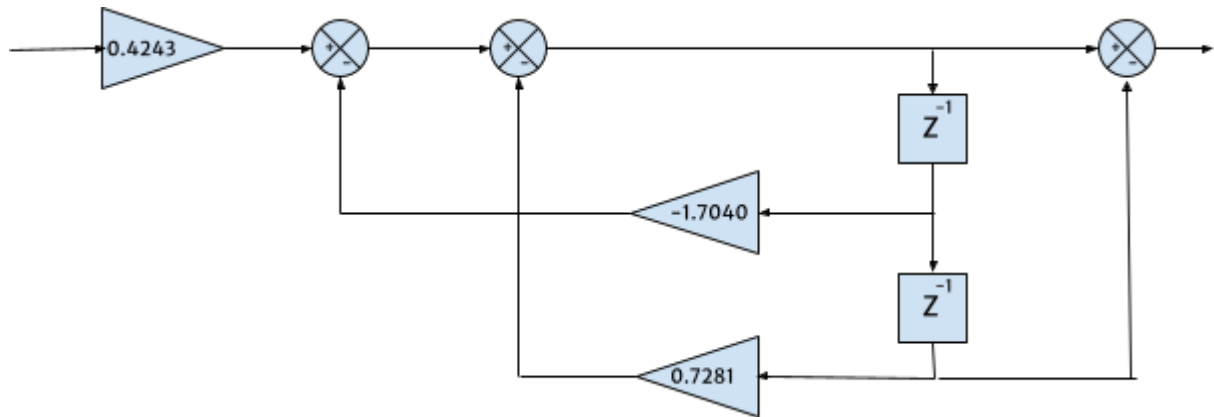


Sección 5:

$N:[1 \ 0 \ -1]$

$D:[1 \ -1.7040 \ 0.7281]$

Gain: 0.4243

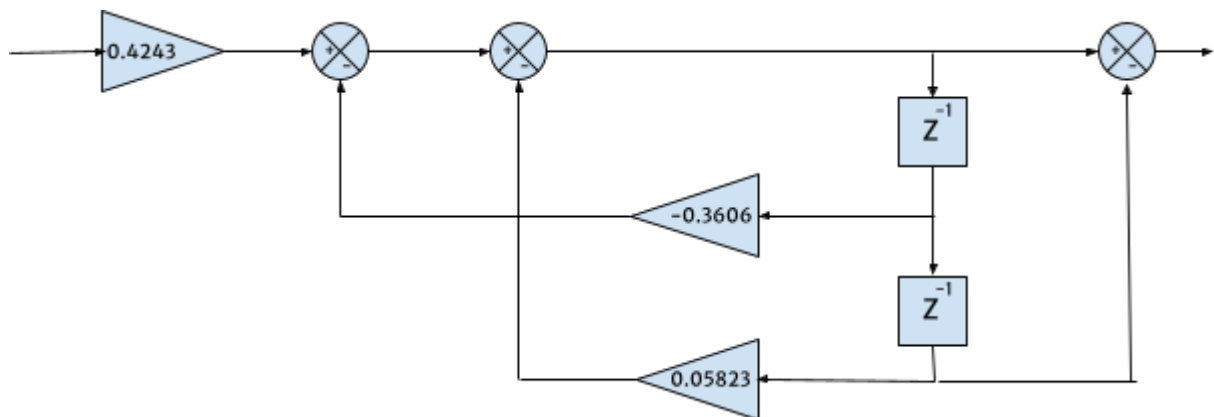


Sección 6:

$N:[1 \ 0 \ -1]$

$D:[1 \ -0.3606 \ 0.05823]$

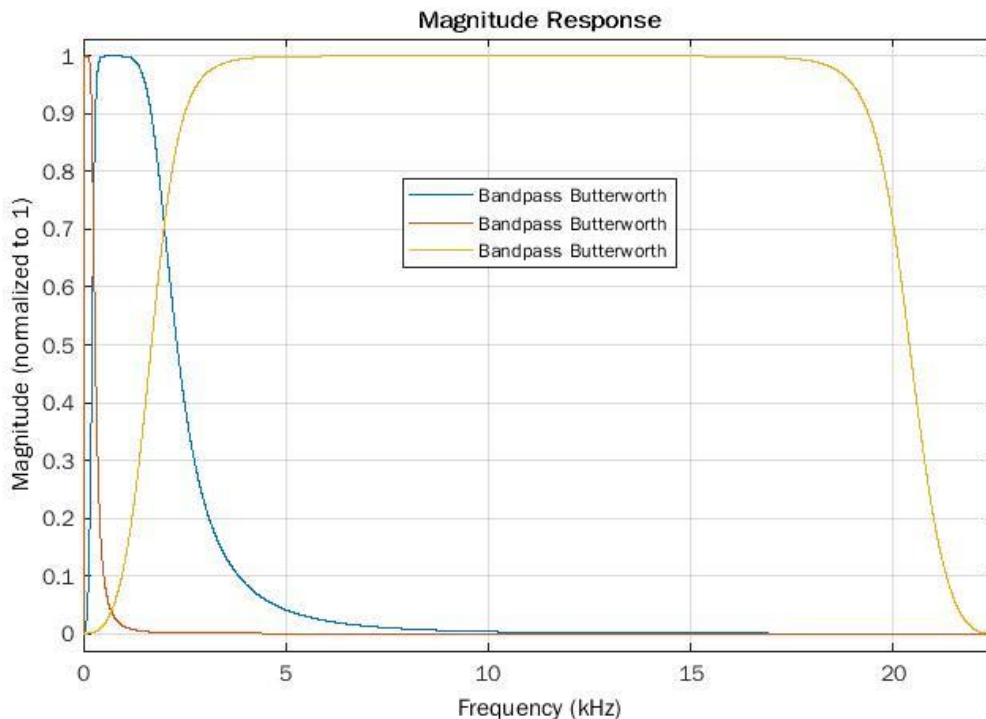
Ganancia: 0.4243



6. Gráfico: respuestas de amplitud de los filtros.

En la siguiente imagen observamos cómo se comporta el banco de frecuencias, mostrando su amplitud en función de la misma. En la misma gráfica se puede apreciar que las frecuencias de corte son las que hemos especificado en este trabajo, también podemos observar que cada filtro tiene una pendiente de atenuación bastante pronunciada, la cual aumentaría si es que incrementamos el orden del filtro. Esto mejoraría el filtrado de forma tal que permitiría pasar a las frecuencias más próximas a las frecuencias de corte, mejorando así la precisión del filtro.

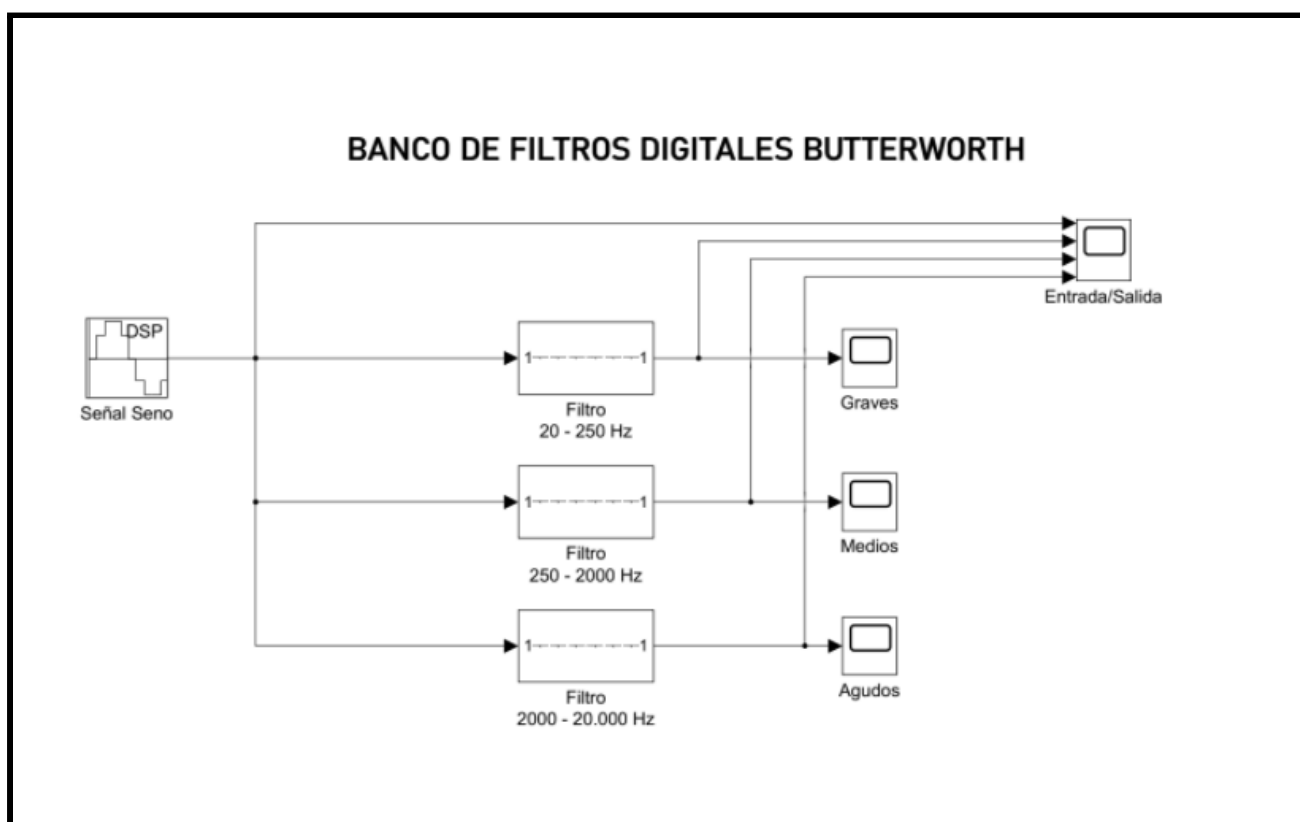
Se cumple que llegamos a una magnitud unitaria cuando nos paramos en alguna frecuencia comprendida entre las frecuencias de corte de cada filtro, es decir, amplitud es 1. De forma resumida el filtro que hemos diseñado cumple al menos con las pautas establecidas en el presente trabajo.



Como la frecuencia de muestreo es de 45 khz entonces las frecuencia máxima es 22,5 khz y las bandas se ven mejor repartidas en todo el rango.

7. Simulación computacional en Matlab/Simulink

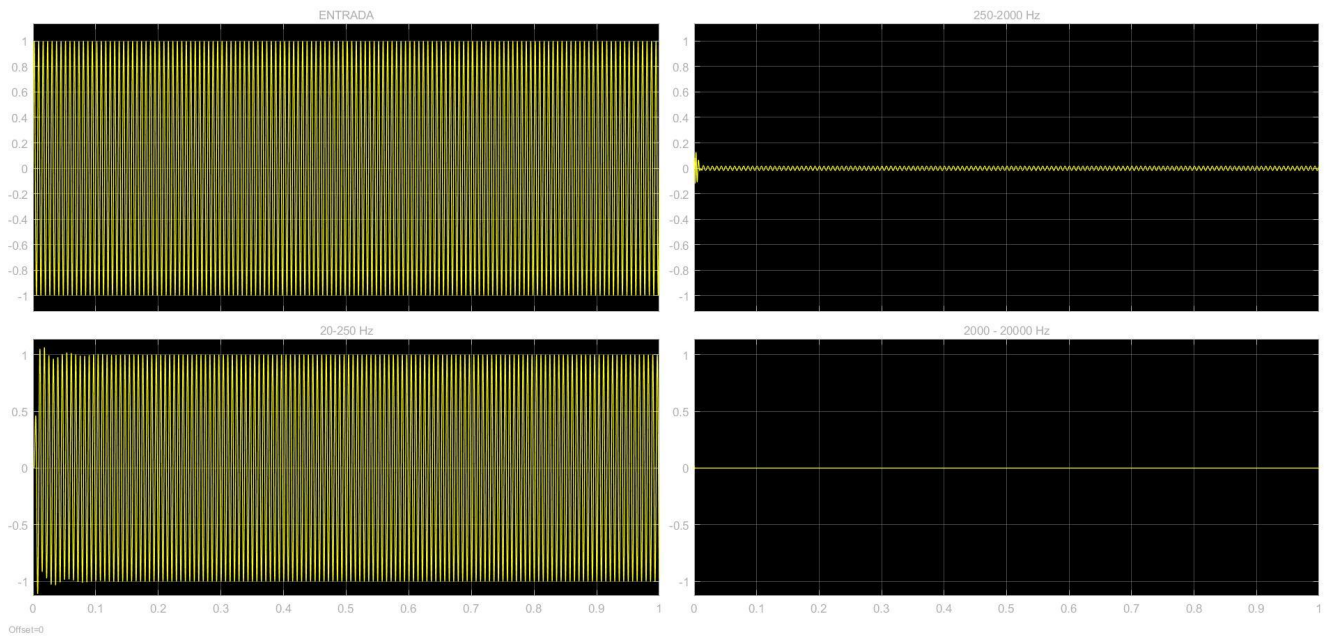
Para iniciar con la simulación vamos a proponer el siguiente sistema compuesto por una señal sinusoidal de entrada la cual dirige al banco de filtro digital variando su frecuencia, la señal será de 1 [V] de amplitud. Compararemos la señal de entrada con la señal después de haber pasado por cada filtro por medio de un osciloscopio en cada salida.



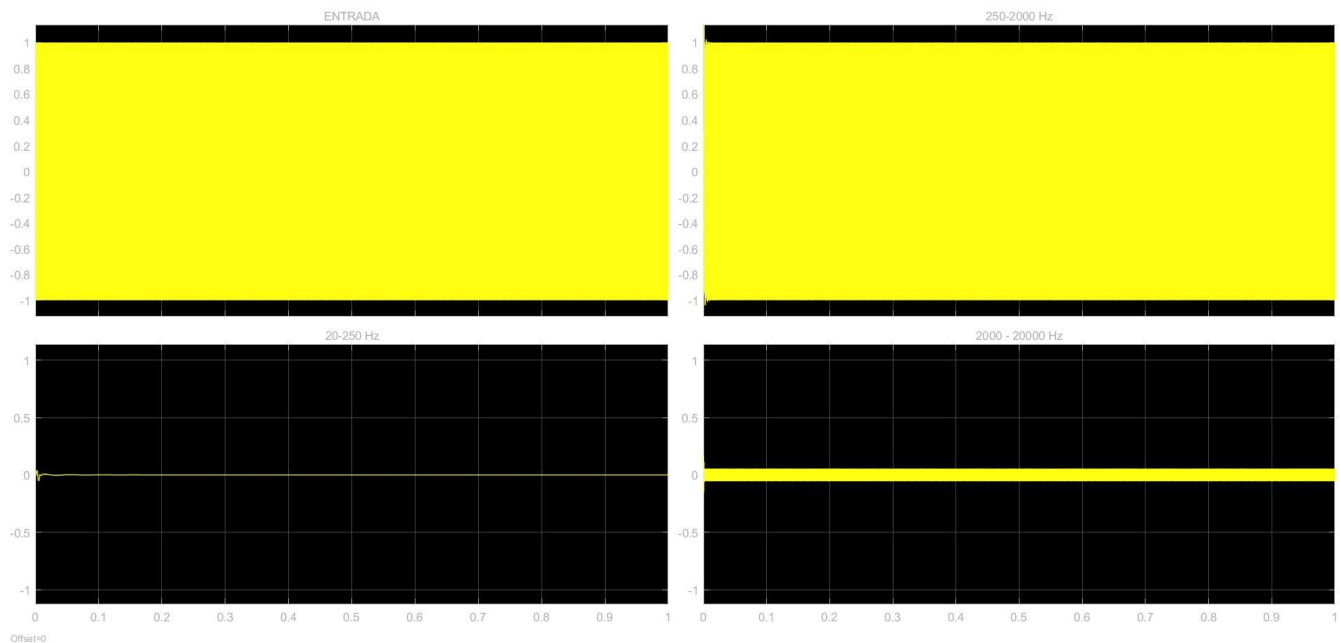
El osciloscopio que posee 4 entradas es el que vamos a utilizar para visualizar las señales en simultáneo, podemos observar que la primera entrada es la señal de input, luego en orden tenemos de entrada las bandas a las cuales colocamos el alias de graves para 20-250 Hz, medias para 250-2000 Hz y agudas para 2000-20000 Hz.

La señal de entrada ira variando en frecuencia, hemos elegido los valores de prueba de 140 Hz, 1300 Hz y 10000 Hz. Vamos a proceder con la simulación y mostrar las salidas.

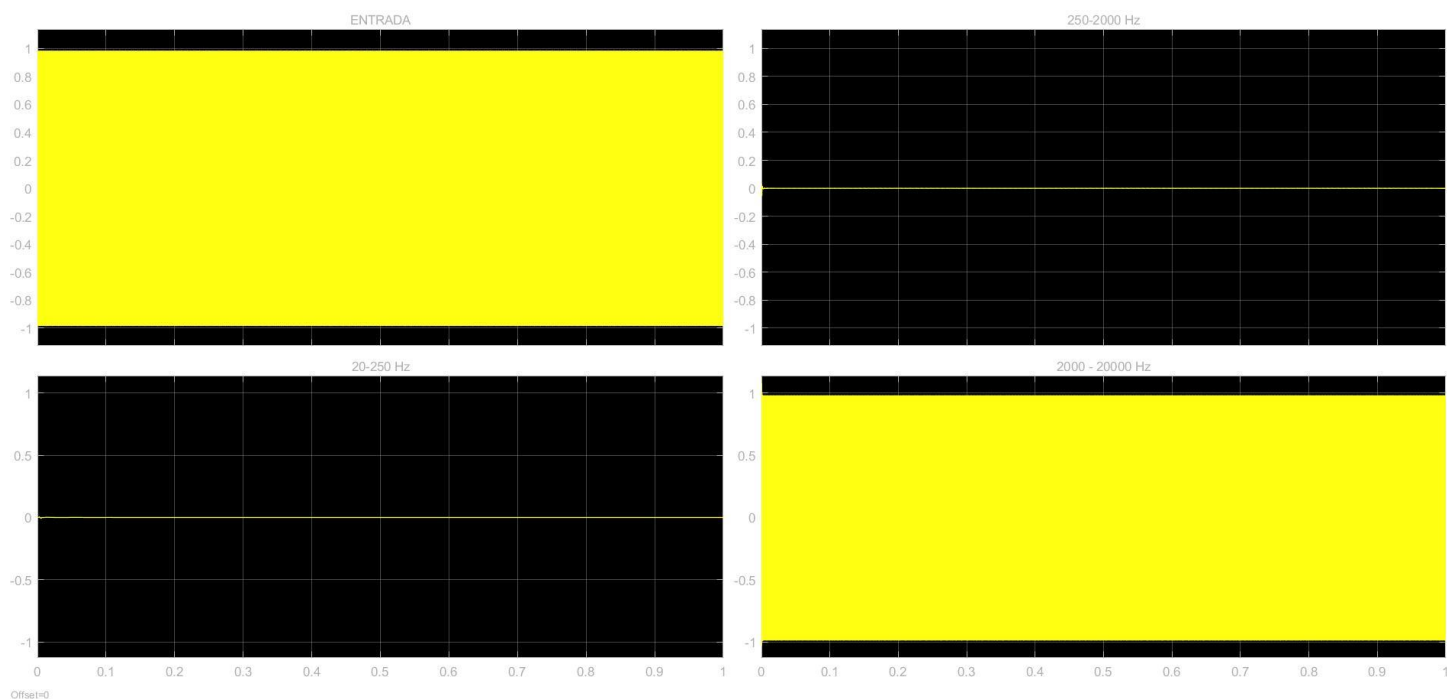
A continuación vamos a mostrar las salidas obtenidas, en la parte superior izquierda de la imagen se puede visualizar la señal entrante la cual es de 140 Hz en la primera imagen, luego vemos las salidas de los filtros para las cuales solo tenemos respuesta en el rango de 20–250 Hz como corresponde.



En la próxima imagen hemos incrementado la frecuencia de la señal a 1300 Hz, es por ello que se visualiza la entrada como una franja amarilla, ya que la frecuencia es mucho más alta que la anterior, vemos que ahora la entrada también es filtrada y solo hay señal por el filtro de 250 a 2000 Hz.



Finalmente en el siguiente gráfico podemos ver que para una señal de entrada de 10.000 Hz de frecuencia se filtra la señal para los rangos de 20-250 Hz y 250-2000 Hz. Solo hay respuesta por el filtro pasa banda de frecuencias agudas.



Para una mejor visualización se pueden abrir las imágenes desde los archivos adjuntos a este trabajo.

CONCLUSIONES

Ahora que hemos desarrollado el banco de filtros digitales para el rango de frecuencias audibles para el oído humano, con su correcta implementación y verificación expuesta anteriormente, se puede concluir que el resultado final cumple con todas las especificaciones que se pidieron en el enunciado del proyecto. El banco de filtros presenta respuestas correctas y aceptables para las diferentes señales de entrada permitidas, atenuando aquellas que no se encuentran en el rango de frecuencias de cada filtro y permitiendo su paso sin pérdida para aquellas frecuencias que si se hallan en el rango de cada filtro.

También, se puede observar que la atenuación por fuera de la banda de cada uno de los filtros tiene una pendiente pronunciada. Esto es bueno, ya que como hemos visto en las simulaciones, el error que se posee es despreciable cuando se procesa la señal de salida del banco de filtros para cada una de las señales de entrada que hemos usado.

Se encuentran adjuntos al siguiente proyecto los gráficos obtenidos y archivos de simulación creados en el simulador Simulink de Matlab, esto involucra bancos de filtros digitales, simulación completa, gráficos de las salidas obtenidas, entre otras cosas.

Herramientas Teóricas y Prácticas utilizadas

- MatLab
- Simulink/Sink
- Librería DSP System Toolbox (Aquí se encuentran las fuentes de señales discretas)

Punto 1: Filtro Prototipo

```
num = [1 2 1];  
den = [1 1.5134 0.6105];  
fvtool(num,den)
```

Punto 2: Filtro Pasabanda

```
num = 0.7774*[1 0 -2 0 1];  
den = [1 0 -1.0538 0 0.3749];  
fvtool(num,den)
```

Punto 3: Cálculo de la FFT

```
num = 0.7774*[1 0 -2 0 1];  
den = [1 0 -1.0538 0 0.3749];  
%x = [1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]; %Se genera la señal impulso para  
n = 16  
%x= [1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0];  
%Se genera la señal impulso para n = 32  
x= [1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0  
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]; %Se genera la  
señal impulso para n = 64  
y = filter(num,den,x); %Se aplica el filtro a la señal x y obtengo la  
señal y  
%n = 16; %número de muestras  
%n = 32; %número de muestras  
n = 64; %número de muestras  
fs = 4500;  
f = [-n/2 : n/2-1]*(fs/n); %Se normaliza el eje para ponerlo en  
frecuencia  
[h] = fft(y); %Se calcula la FFT  
plot(f,abs(h)/max(abs(h)))  
title("FFT para n = 64");
```



```
xlabel('Frecuencia en [Hz]');
```

Referencias

- Apuntes de teoría y práctica provistos por la cátedra de Procesamiento digital de señales
- <https://la.mathworks.com/products/matlab.html> Matlab
- <https://matlab.mathworks.com/> MatLab online
- https://la.mathworks.com/help/?s_tid=mlh_sn_help MatLab manual
- <https://la.mathworks.com/help/simulink/index.html> Simulink manual
- <https://la.mathworks.com/products/dsp-system.html> DSP System Toolbox
(Complemento de Simulink)

Bibliografía recomendada por la cátedra:

- Tratamiento Digital de Señales, John G. Proakis & Dimitris G. Manolakis.
- Digital Signal Processing, Rabiner & Rader. Proceedings of the IEEE Press
- Digital Filters Design Techniques, Rader and Gold.

Wikipedia:

- https://es.wikipedia.org/wiki/Se%C3%B1al_digital
- https://es.wikipedia.org/wiki/Procesador_de_se%C3%B1ales_digitales