

**Universidade de São Paulo
Instituto de Física de São Carlos**

Lucas Assirati

Entropia aplicada ao reconhecimento de padrões em imagens

São Carlos

2014

Lucas Assirati

Entropia aplicada ao reconhecimento de padrões em imagens

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física do Instituto de Física de São Carlos da Universidade de São Paulo, para obtenção do título de Mestre em Ciências.

Área de Concentração: Física Aplicada
Opção: Física Computacional

Orientador: Prof. Dr. Odemir Martinez Bruno

Versão Original

São Carlos
2014

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica elaborada pelo Serviço de Biblioteca e Informação do IFSC,
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Assirati, Lucas
Entropia aplicada ao reconhecimento de padrões em
imagens / Lucas Assirati; orientador Odemir Martinez
Bruno -- São Carlos, 2014.
120 p.

Dissertação (Mestrado - Programa de Pós-Graduação em
Física Aplicada Computacional) -- Instituto de Física
de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2014.

1. Entropia. 2. Reconhecimento de padrões. 3.
Análise de imagens. I. Martinez Bruno, Odemir,
orient. II. Título.

FOLHA DE APROVAÇÃO

Lucas Assirati

Dissertação apresentada ao Instituto de Física de São Carlos da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Mestre em Ciências.
Área de Concentração: Física Aplicada - Opção: Física Computacional.

Aprovado(a) em: 23/07/2014

Comissão Julgadora

Prof(a). Dr(a). Odemir Martinez Bruno

Instituição: IFSC/USP

Prof(a). Dr(a). Alexandre Luis Magalhães Levada

Instituição: UFSCar/São Carlos

Prof(a). Dr(a). Luis Gustavo Nonato

Instituição: ICMC/USP

*Dedico este mestrado a Deus e aos meus
amados pais José Achilles e Eliana.*

AGRADECIMENTOS

A Deus, pelas graças alcançadas e por estar sempre presente em minha vida, me iluminando.

Aos meus amados pais, pelo apoio incondicional.

Ao meu orientador, pela sabedoria transmitida em tantos momentos.

Aos meus amigos, por me darem forças para seguir em frente.

À Universidade de São Paulo (USP) e ao instituto de Física de São Carlos (IFSC), pela estrutura disponibilizada.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pelo apoio financeiro.

"Às vezes a vida vai acertar-lhe na cabeça com um tijolo. Não perca a fé."

Steve Jobs

RESUMO

ASSIRATI, L. **Entropia aplicada ao reconhecimento de padrões em imagens.** 2014. 120 p. Dissertação (Mestrado em Ciências) – Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2014.

Este trabalho faz um estudo do uso da entropia como ferramenta para o reconhecimento de padrões em imagens. A entropia é um conceito utilizado em termodinâmica para medir o grau de organização de um meio. Entretanto, este conceito pode ser ampliado para outras áreas do conhecimento. A adoção do conceito em Teoria da Informação e, por consequência, em reconhecimento de padrões foi introduzida por Shannon no trabalho intitulado "A Mathematical Theory of Communication", publicado no ano de 1948. Neste mestrado, além da entropia clássica de Boltzman-Gibbs-Shannon, são investigadas a entropia generalizada de Tsallis e suas variantes (análise multi-escala, múltiplo índice q e seleção de atributos), aplicadas ao reconhecimento de padrões em imagens. Utilizando bases de dados bem conhecidas na literatura, realizou-se estudos comparativos entre as técnicas. Os resultados mostram que a entropia de Tsallis, através de análise multi-escala e múltiplo índice q , tem grande vantagem sobre a entropia de Boltzman-Gibbs-Shannon. Aplicações práticas deste estudo são propostas com o intuito de demonstrar o potencial do método.

PALAVRAS-CHAVE: Entropia. Reconhecimento de padrões. Análise de imagens.

ABSTRACT

ASSIRATI, L. **Entropy applied to pattern recognition in images.** 2014. 120 p. Dissertação (Mestrado em Ciências) – Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2014.

This work studies the use of entropy as a tool for pattern recognition in images. Entropy is a concept used in thermodynamics to measure the degree of organization of a system. However, this concept can be extended to other areas of knowledge. The adoption of the concept in information theory and, consequently, in pattern recognition was introduced by Shannon in the paper entitled "A Mathematical Theory of Communication", published in 1948. In this master thesis, the classical Boltzmann-Gibbs-Shannon entropy, the generalized Tsallis entropy and its variants (multi-scale analysis, multiple q index, and feature selection) are studied, applied to pattern recognition in images. Using well known databases, we performed comparative studies between the techniques. The results show that the Tsallis entropy, through multi-scale analysis and multiple q index has a great advantage over the classical Boltzmann-Gibbs-Shannon entropy. Practical applications of this study are proposed in order to demonstrate the potential of the method.

KEYWORDS: Entropy. Pattern recognition. Image analysis.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 - Exemplos de reconhecimento de padrões em imagens: a) Identificação de células cancerosas em imagens histológicas, b) Diagnóstico de tumores em imagens de tomografia, c) Controle de atividades agrícolas, desmatamentos e crescimento urbano desordenado através de imagens de satélite urbanas, d) Identificação de derramamentos de petróleo em mares e oceanos por meio de imagens de satélite destes.	25
Figura 2.1 - Lápide do Túmulo de Ludwig Boltzmann.	29
Figura 2.2 - Diagrama esquemático de um sistema de comunicação.	31
Figura 2.3 - Curvas da função logaritmo generalizado para diferentes valores de q . No limite em que $q \rightarrow 1$, a função logarítmica padrão é reobtida.	36
Figura 2.4 - Segmentação entrópica: a) quando o índice $q < 1$ a distribuição em primeiro plano p_A é privilegiada pelo limiar t . b) quando o índice $q = 1$ nenhuma distribuição é privilegiada pelo limiar t . c) Quando o índice $q > 1$ a distribuição em plano de fundo p_B é privilegiada pelo limiar t	38
Figura 3.1 - Imagem em níveis de cinza: Modelagem computacional feita através da mesma matriz do exemplo de cálculo de entropia.	41
Figura 3.2 - Imagem em níveis de cinza e seu histograma $\tilde{p}(x)$	43
Figura 3.3 - Comparação entre imagens com baixa e alta entropia.	43
Figura 3.4 - Imagem colorida e os histogramas $p_k(x)$ referentes a cada canal de cor.	44
Figura 3.5 - Desenho esquemático do procedimento de multi-escala	47
Figura 3.6 - Desenho esquemático do procedimento de múltiplo índice q	48
Figura 3.7 - Desenho esquemático do método proposto para três escalas diferentes.	50
Figura 4.1 - Elementos da base de dados Brodatz	54
Figura 4.2 - Taxa de acerto do classificador Naive-Bayes para base de dados Brodatz no intervalo de 0 até 2	57
Figura 4.3 - Taxa de acerto do classificador Naive-Bayes para três tipos de análise	58

Figura 4.4 - Taxa de acerto do classificador Naive-Bayes para base de dados Brodatz no intervalo de -1 até 3	63
Figura 4.5 - Taxa de acerto do classificador Naive-Bayes para base de dados Brodatz com cálculo da entropia BGS em diferentes escalas	65
Figura 4.6 - Taxa de acerto do classificador Naive-Bayes para três tipos de análise multi-escala com entropia BGS	66
Figura 4.7 - Taxa de acerto do classificador Naive-Bayes comparando técnicas tradicionais com o método proposto	68
Figura 4.8 - Evolução da taxa de acerto mediante aumento do tamanho do vetor de características.	70
Figura 4.9 - Índices que produzem maior variação da taxa de acerto destacados.	72
Figura 4.10 - Taxa de acerto do classificador Naive-Bayes comparando metodologia proposta com e sem atributos selecionados.	74
Figura 4.11 - Comparação entre imagem original e submetida ao ruído gaussiano.	76
Figura 4.12 - Comparação entre imagem original e submetida ao ruído sal e pimenta.	76
Figura 4.13 - Resultados para base de dados Brodatz.	77
Figura 4.14 - Resultados para base de dados Outex.	79
Figura 4.15 - Resultados para base de dados Usptex.	80
Figura 4.16 - Resultados para base de dados Vistex.	81
Figura 5.1 - Imagens obtidas pelo Google Earth de diferentes regiões: (a) Urbanas, (b) Aquáticas, (c) Vegetação.	85
Figura 5.2 - Desenho esquemático da metodologia.	85
Figura 5.3 - Segmentação obtida pela metodologia proposta e evidenciada pelo classificador KNN. Amarelo indica regiões aquáticas, Ciano indica regiões Urbanas e Magenta indica regiões de vegetação.	87
Figura 5.4 - Elementos da base de dados "A Large Binary Image Database".	88
Figura 5.5 - Desenho esquemático da aplicação do método proposto em contornos de imagens.	89

Figura 5.6 - Resultados para base de dados "A Large Binary Image Database", por Benjamin Kimia.	90
Figura 5.7 - Elementos das 6 espécies de sapos estudadas: a) Barking Tree b) Southern Toad c) SouthernLeopard d) Pig Frog e) Southern Cricket f) Little Grass.	92
Figura 5.8 - Exemplos de a) Amostra de áudio e b) Espectrograma.	94
Figura 5.9 - Desenho esquemático para o cálculo de q -entropia dos espectrogramas.	95
Figura 5.10 - Resultados das taxas de acerto dos classificadores KNN, SVM e Naive-Bayes para a base de dados de coaxar de sapos, comparando a entropia clássica BGS e a técnica do múltiplo índice q	96
Figura A.1 - Função LoG com $\sigma = 2.5$	111
Figura A.2 - Laplaciano da Gaussiana <i>versus</i> Diferença de Gaussianas 1D	111
Figura A.3 - Função q -Gaussiana com $\sigma = 0.5$ e diferentes valores de q	113
Figura A.4 - Exemplos de Função q -Gaussiana 2D.	113
Figura A.5 - Algoritmo para detecção de bordas usando filtro DoG com núcleos q -Gaussianos.	114
Figura A.6 - Resultados da detecção de bordas por filtro DoG com diferentes núcleos q -Gaussianos.	116
Figura A.7 - Desenho esquemático da metodologia: Passos necessários para a extração de informação.	118
Figura A.8 - Resultados para o classificador com melhor performance: Naive-Bayes. .	120

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 - Probabilidade de ocorrência do sinal.	40
Tabela 4.1 - Taxa de acerto do classificador Naive-Bayes para base de dados Brodatz no intervalo de 0 até 2	56
Tabela 4.2 - Taxa de acerto do classificador Naive-Bayes para três tipos de análise e seus respectivos números de características	58
Tabela 4.3 - Taxa de acerto do classificador Naive-Bayes para diversos intervalos de aplicação	59
Tabela 4.4 - Taxa de acerto do classificador Naive-Bayes para diversos intervalos de aplicação com diferente número de passos.	61
Tabela 4.5 - Taxa de acerto do classificador Naive-Bayes para base de dados Brodatz no intervalo de -1 até 3	62
Tabela 4.6 - Taxa de acerto do classificador Naive-Bayes para base de dados Brodatz com cálculo da entropia BGS em diferentes escalas	64
Tabela 4.7 - Taxa de acerto do classificador Naive-Bayes para três tipos de análise multi-escala com entropia BGS	66
Tabela 4.8 - Taxa de acerto do classificador Naive-Bayes comparando técnicas tradicionais com o método proposto	67
Tabela 4.9 - Evolução da taxa de acerto mediante aumento do tamanho do vetor de características.	69
Tabela 4.10 - Variação da taxa de acerto de um índice para o seguinte.	71
Tabela 4.11 - Taxa de acerto do classificador Naive-Bayes comparando a técnica do <i>Multi-q</i> com o <i>Multi-q</i> com atributos selecionados.	73
Tabela 4.12 - Taxa de acerto do classificador Naive-Bayes comparando metodologia proposta com e sem atributos selecionados.	73
Tabela 4.13 - Resultados para base de dados Brodatz.	77
Tabela 4.14 - Resultados para base de dados Outex.	78

Tabela 4.15 - Resultados para base de dados Usptex.	80
Tabela 4.16 - Resultados para base de dados Vistex.	81
Tabela 5.1 - Taxas de acerto dos classificadores para aplicação em imagens de satélite .	86
Tabela 5.2 - Resultados para base de dados "A Large Binary Image Database", por Benjamin Kimia.	90
Tabela 5.3 - Resultados das taxas de acerto dos classificadores KNN, SVM e Naive-Bayes para a base de dados de coaxar de sapos, comparando a entropia clássica BGS e a técnica do múltiplo índice q.	96
Tabela A.1 - Resultados para 4 bases de dados de texturas conhecidas na literatura.	119

SUMÁRIO

1	Introdução	25
2	Entropia	27
2.1	Entropia de Boltzmann	27
2.2	Entropia de Gibbs	30
2.3	Entropia de Shannon	30
2.4	Entropia de Boltzmann-Gibbs-Shannon	32
2.5	Outras Entropias	33
2.5.1	Entropia de Rényi	33
2.5.2	Entropia de Kullback–Leibler	33
2.5.3	Entropia de Von Neumann	34
2.5.4	Entropia de Kolmogorov	34
2.6	Entropia de Tsallis	35
2.6.1	Segmentação entrópica	37
3	Entropia aplicada ao reconhecimento de padrões em imagens	39
3.1	Entropia aplicada ao processamento de sinais	39
3.2	Entropia BGS aplicada à histogramas	42
3.3	Entropia de Tsallis aplicada à histogramas	44
3.4	Entropia Multi-Escala	46
3.5	Múltiplo índice q	47
3.6	Método proposto: Criação de um vetor de característica combinando multi-escala e múltiplo índice q	49
3.6.1	Seleção de Atributos	51

4 Estudos da entropia aplicada ao reconhecimento de padrões	53
4.1 Entropia BGS vs Entropia de Tsallis	53
4.2 Múltiplo índice- <i>q</i>	57
4.2.1 Múltiplo índice <i>q</i> auxiliando na escolha do melhor intervalo de aplicação	59
4.3 Entropia Multi-escala	64
4.4 Método proposto: Criação de um vetor de característica combinando multi-escala e múltiplo índice <i>q</i>	67
4.4.1 Seleção de atributos	68
4.5 Aplicação da metodologia em outras bases de dados de textura	75
4.5.1 Resultados para base de dados Brodatz	77
4.5.2 Resultados para base de dados Outex	78
4.5.3 Resultados para base de dados Usptex	80
4.5.4 Resultados para base de dados Vistex	81
5 Estudo de casos em aplicações reais	83
5.1 Segmentação de imagens de satélite	83
5.1.1 Procedendo com imagens de satélite	83
5.1.2 Resultados	86
5.2 Classificação de uma base de dados de formas por meio de extração de contornos	87
5.2.1 Pré-processamento para imagens de formas	88
5.2.2 Resultados	89
5.3 Classificação de espécies de sapos por meio de representação gráfica do coaxar	90
5.3.1 Base de dados	91
5.3.2 Metodologia	92
5.3.2.1 Pré-processamento dos dados de sons	93
5.3.3 Resultados	96
6 Conclusão	99

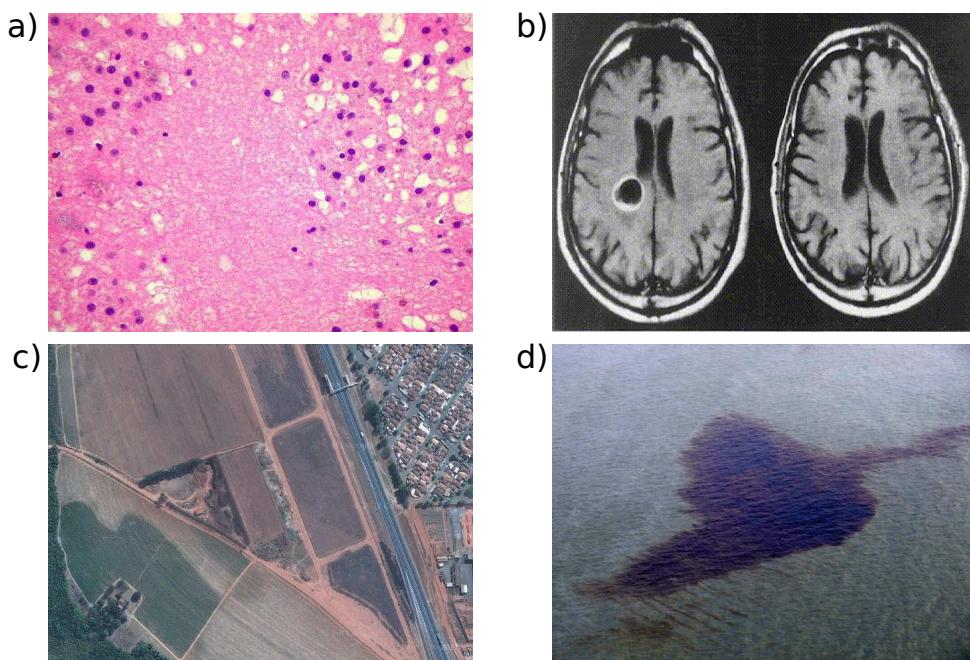
REFERÊNCIAS	101
Apêndice A – Apêndice	109
A.1 Realizando detecção de bordas por diferença de q-Gaussianas	109
A.1.1 Laplaciano da Gaussiana <i>versus</i> Diferença de Gaussianas	110
A.1.2 Distribuição estatística q-Gaussiana	112
A.1.3 Experimentos	114
A.2 Metodologia	116
A.3 Resultados	119
A.3.1 Conclusão	120

CAPÍTULO 1

Introdução

Diversos campos da ciência, tais como a medicina, biologia, geografia, engenharia, entre outros, geram dados na forma de imagem. A Figura 1.1 apresenta quatro exemplos de aplicação de reconhecimento de padrões em imagens. Em imagens histológicas (Figura 1.1 a), reconhecimento de padrões pode ser usado na identificação de células cancerosas. Em imagens de tomografia (Figura 1.1 b), auxilia no diagnóstico de tumores. Para imagens de sensoriamento remoto (imagens de satélite), pode ser aplicado para o controle de atividades agrícolas, desmatamentos e crescimento urbano desordenado (Figura 1.1 c) e, no caso de imagens de mares e oceanos, pode identificar derramamentos de petróleo (Figura 1.1 d).

Figura 1.1 – Exemplos de reconhecimento de padrões em imagens: a) Identificação de células cancerosas em imagens histológicas, b) Diagnóstico de tumores em imagens de tomografia, c) Controle de atividades agrícolas, desmatamentos e crescimento urbano desordenado através de imagens de satélite urbanas, d) Identificação de derramamentos de petróleo em mares e oceanos por meio de imagens de satélite destes.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Para realização de reconhecimento de padrões em imagens, é necessário o uso ferramentas para extração de características e análise de imagens. Neste trabalho a entropia é estudada

para esta finalidade.

Em 1872, Boltzmann (1) estabelece o cálculo da entropia para gases ideais.(2) Mais à frente, baseado nos estudos de Boltzmann, Gibbs reformula a equação da entropia para incluir a probabilidade de ocorrência dos microestados de um sistema.(3) Porém é apenas em 1948 que Shannon estende o conceito de entropia para Teoria da informação (4), estendendo o conceito físico de entropia para outros campos da ciência: Teoria da Informação, Inteligência Artificial, Processamento de Sinais, Reconhecimento de padrões, Análise de Imagens e Visão Computacional. Este trabalho dará um enfoque nos três últimos campos, aplicados à análise de imagens. Em análise de imagens a entropia pode ser definida como um número quantificador da organização desta imagem, ou seja, quanto maior for este número, mais irregular e despadronizada será a imagem analisada.

Em 1988, o físico Constantino Tsallis afirma em seus estudos que "*Sistemas diferentes exigem ferramentas diferentes de análise, adequadas as particularidades contidas no sistema*". (5) Dessa forma, Tsallis elabora sua própria ferramenta informacional, a entropia de Tsallis (ou q-entropia). (6) A propriedade aditiva da entropia clássica permite-nos usá-la em diversas situações apenas somando-se as características contidas em uma imagem , porém a q-entropia proposta é não-aditiva e tem como objetivo estender o escopo de aplicações da física estatística clássica e também podendo ser utilizada em sinais e imagens.

O objetivo do presente trabalho é realizar uma análise comparativa entre as técnicas de entropia em imagens. As técnicas utilizadas foram a entropia clássica de Boltzmann-Gibbs-Shannon e sua conhecida generalização proposta por Constantino Tsallis, além de variantes das mesmas (análise multi-escala (7-9), múltiplo índice q (9-11) e seleção de atributos(11)). Devido a não aditividade da entropia de Tsallis, chama-se a atenção para algumas características que ajudam a qualificar imagens de maneira mais eficiente que a entropia clássica. São apresentadas, três aplicações práticas dos estudos com o intuito de demonstrar o potencial da metodologia proposta. A primeira realiza a segmentação de regiões de interesse em imagens de satélite, a segunda promove a categorização de uma conhecida base de dados de formas por meio de extração do contorno das mesmas e finalmente, a terceira realiza a classificação de espécies de sapos por meio da representação gráfica (espectrograma) do coaxar destes.

CAPÍTULO 2

Entropia

Este capítulo versa sobre a ferramenta informacional utilizada nessa dissertação: A entropia. Inicialmente o capítulo irá tratar do uso da entropia aplicada à termodinâmica proposta por Boltzmann e futuramente corrigida por Gibbs. Após, menciona-se o uso da entropia em teoria da informação proposto por Shannon. O conhecimento proveniente dos estudos dessas três personalidades notórias deu origem a entropia padrão ou entropia clássica de Boltzmann-Gibbs-Shannon. Mais à frente a entropia recebeu novas formulações e aplicações, entre elas a entropia generalizada de Tsallis, cuja aplicação em imagens é investigada neste mestrado.

2.1 Entropia de Boltzmann

Em 1866, Boltzmann publicou um artigo intitulado "*Acerca do significado mecânico da segunda lei da teoria do calor*" onde ele tenta fundamentar a segunda lei da termodinâmica aplicando princípios mecânicos ao movimento das moléculas de um gás. (12)

Porém, a ideia de aplicar a mecânica em um gás de partículas tivera seus precursores. Em 1738 Daniel Bernoulli levantou a hipótese de que propriedades de um gás, como pressão e temperatura, poderiam ser entendidas caso o gás fosse considerado como um grande conjunto de moléculas elásticas que colidiam entre si e com as paredes do recipiente. As ideias de Bernoulli viriam a ser a base para a teoria cinética algumas décadas a frente. Em 1856 Kronig deduz a equação $PV = nRT$, e em 1857 Clausius mostrou que a energia térmica de um gás era a própria energia cinética das moléculas. Em resumo, a primeira lei da termodinâmica nada mais era que uma lei da mecânica aplicada às partículas dos gases. Em 1859, J.C. Maxwell desenvolveu uma teoria para processos de transporte em gases, calculando viscosidade, difusão e transmissão de calor, deduzindo a lei de distribuição de velocidades das moléculas de um gás. O mérito de Clausius e Maxwell foi mostrar que as propriedades de equilíbrio e de transporte seguem da cinética das moléculas.

A segunda lei da termodinâmica baseia-se no conceito de entropia: para todo estado de equilíbrio termodinâmico pode-se definir uma entropia S . Consideremos dois estados z_1 e z_2

quaisquer tais que $S(z_2) > S(z_1)$. Para qualquer transformação termodinâmica reversível que leva de z_1 até z_2 temos que dS ao longo do processo é dado pela razão do calor dQ fornecido ao sistema e a temperatura T na qual isso ocorre: $dS = dQ/T$. A variação da entropia é então $\Delta S_{rev} = [S(z_2) - S(z_1)]_{rev} = \int_{z_1}^{z_2} dQ/T$. Para qualquer processo irreversível que nos leve de z_1 até z_2 a segunda lei diz que $\Delta S_{irrev} > \Delta S_{rev}$, ou seja, a processos irreversíveis está associado um aumento da entropia maior que aquele de processos reversíveis entre os mesmos estados, sendo que a irreversibilidade pode ser entendido no seu sentido mais amplo: há na natureza um sentido preferencial do tempo para a maioria dos processos naturais.

Havia então um "*problema*" na segunda lei: para fundamentar a termodinâmica sobre uma teoria cinética, deve-se ser capaz de explicar a segunda lei em termos cinéticos, sem a necessidade de introdução de hipóteses adicionais, isso quer dizer que a irreversibilidade deve surgir naturalmente das leis da mecânica, mas essas são reversíveis. É nesse ponto que Boltzmann surge com seu trabalho em 1866 e nos mostra que a reversibilidade dos fenômenos naturais na verdade não é impossível, mas sim improvável. Nenhuma lei da Física é violada se os pedaços de um vaso estilhaçado se juntarem novamente. Nunca vimos isso ocorrer pelo simples fato de que a probabilidade dessa ocorrência é inimaginavelmente pequena. A segunda lei é portanto uma lei probabilística. Foi a partir de Boltzmann que a probabilidade entrou como conceito fundamental para a descrição da natureza.

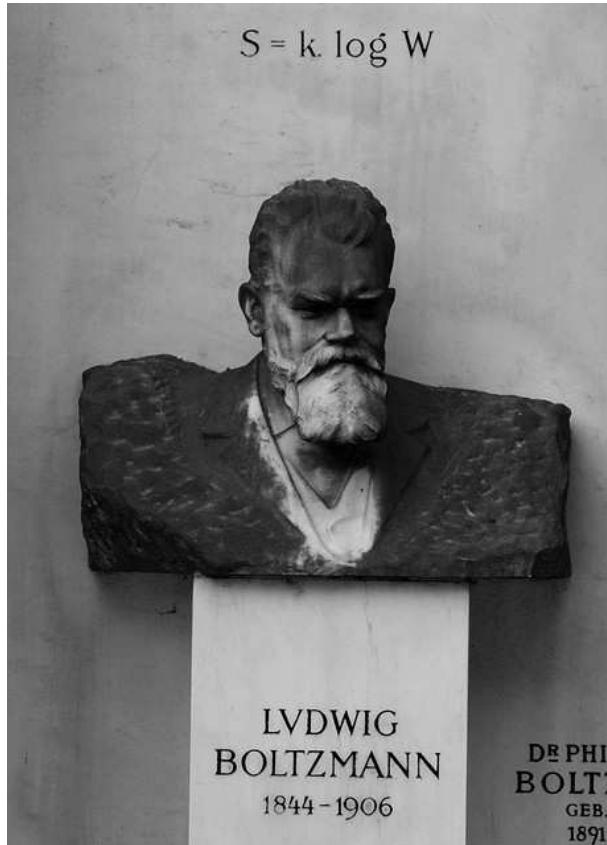
Boltzmann certamente já conhecia os trabalhos de Maxwell pois já o referenciava em seus trabalhos voltados para o problema da distribuição de velocidades das moléculas de um gás, trabalhos estes que deram origem a conhecida distribuição de Maxwell-Boltzmann e fizeram com que ele, em 1872, deduzisse a segunda lei a partir de propriedades de uma equação envolvendo gradientes de temperatura e densidade (equação essa que hoje recebe seu nome). Esta dedução é conhecida como o teorema H . (12)

Mais à frente, em 1877, Boltzmann realiza outro trabalho, que se não é o mais importante, é aquele pelo qual ele é mais lembrado estando inclusive gravado na lápide de seu túmulo no cemitério central de Viena (Figura 2.1), a famosa equação:

$$S = k_b \ln W, \quad (2.1.1)$$

onde k_b é a constante de Boltzmann e W é o número de microestados correspondente a um dado macroestado (W deriva de Wahrscheinlichkeit uma palavra alemã que quer dizer o número de microestados correspondentes a um macroestado do sistema).

Figura 2.1 – Lápide do Túmulo de Ludwig Boltzmann.



Fonte: BOLTZMANN (13).

Neste trabalho, Boltzmann mostrou que a entropia de um estado mede sua probabilidade e a entropia aumenta porque sistemas evoluem de estados menos prováveis para estados mais prováveis.

Sendo a energia total do gás λ_e (λ inteiro), Boltzmann se propõe a determinar o número de maneiras de se distribuir N partículas por entre os níveis energéticos, tal que o nível w_0 tem energia 0, w_1 tem energia e , w_2 tem energia $2e$, e assim por diante até w_p . (14) Um estado específico é compatível com um número P de distribuições de w 's, cujo valor é dado por:

$$P = \frac{N!}{w_0! w_1! \dots w_p!}. \quad (2.1.2)$$

Segundo Boltzmann, este número era proporcional à probabilidade W da distribuição $[w_i]$, em outras palavras,

$$W = \frac{P}{\sum P}, \quad (2.1.3)$$

onde a soma corre sobre todas as distribuições compatíveis com uma energia total fixa e um numero total também fixo de partículas. O passo seguinte foi maximizar P , porem por uma questão técnica (aproximação de Stirling) Boltzmann maximizou $\ln P$. Realizando tais cálculos para gases não interagentes ele viu que essa grandeza era a entropia termodinâmica a menos

de um fator de escala, chegando até a célebre equação: $S = k \ln W$. (14–16)

2.2 Entropia de Gibbs

A entropia de Boltzmann (Eq. 2.1.1), é aplicada aos microestados de um sistema como um todo, ou seja, cada microestado desse sistema era igualmente provável.

Porém, os microestados de um sistema termodinâmico não são igualmente prováveis - por exemplo, estados de maior energia são menos prováveis que estados de menor energia para um sistema termodinâmico mantido à temperatura fixa por meio de contato com um reservatório térmico.

Fundamentado neste fato, Gibbs em 1902 (3), generaliza a eq. 2.1.1 para microestados que não tem igual probabilidade de ocorrência. Esta aproximação é conhecida como Entropia de Gibbs:

$$S = -k_b \sum_i p_i \ln p_i, \quad (2.2.1)$$

com k_b sendo a constante de Boltzmann, e p_i a probabilidade de ocorrência do microestado i durante as flutuações do sistema. Nota-se que se as probabilidades p_i forem iguais, retomamos a eq. 2.1.1.

Foi mostrado ainda, que a entropia de Gibbs é numericamente igual a entropia experimental dada por $dS = dQ/T$. (17)

2.3 Entropia de Shannon

Se antes o cálculo da entropia era empregado apenas em termodinâmica, Shannon, baseado em princípios elaborados por Boltzmann e Gibbs, estende o conceito de entropia para outra área do conhecimento: a Teoria de Informação.

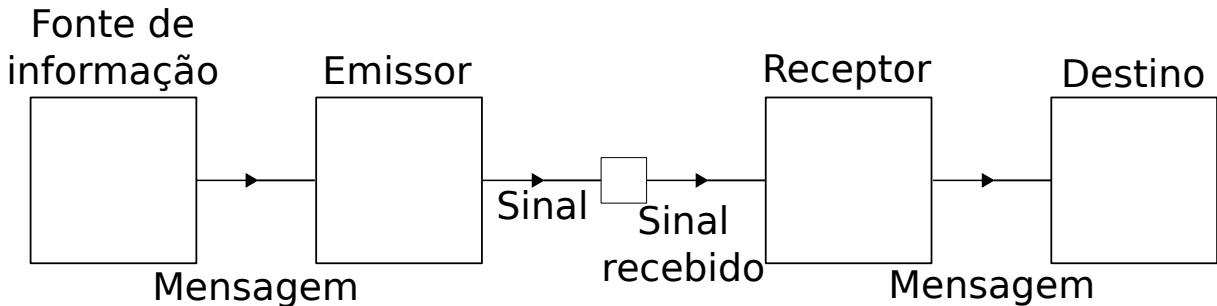
Da mesma maneira onde considerava-se os microestados referentes a um macroestado para a entropia termodinâmica, Shannon propõe a transformação de sinais contínuos em discretos, dividindo o *continuum* de sinais num número grande, mas finito, de pequenas regiões às quais se aplicariam os mesmos cálculos de sinais contínuos.

A teoria da comunicação lida com sistemas de comunicações, transmissão de dados, codi-

ficação, ruídos, etc. O marco que estabeleceu tal teoria foi o trabalho publicado por Shannon em 1948, intitulado "A Mathematical Theory of Communication"(4) (que posteriormente tornou-se um livro nomeado "The Mathematical Theory of Communication"(18) onde Shannon em co-autoria com Warren Weaver, reescreve os estudos contidos no artigo de 1948 de forma acessível também para não-especialistas o que fez com que os conceitos fossem popularizados).

No manuscrito de 1948, Shannon descreve o processo de comunicação incluindo agentes (emissor e receptor), recursos (o canal de comunicação) e métodos (codificação das mensagens em símbolos). O emissor valendo-se de um canal de comunicação, envia ao receptor uma mensagem codificada por um processo conhecido por ambos os agentes. O processo de codificação envolve a tradução da informação em símbolos discretos, retirados de um repertório de símbolos previamente acordado.(18) A Figura 2.2 apresenta um desenho esquemático de um sistema de comunicação.

Figura 2.2 – Diagrama esquemático de um sistema de comunicação.



Fonte: Elaborada pelo autor.

A quantidade de informação deve ser entendida como a entropia da mecânica estatística estudada por Boltzmann e Gibbs. Neste caso à medida que a ocorrência de um grupo de símbolos se torna mais provável que a dos outros sinais do repertório, a entropia decresce. A entropia máxima é atingida apenas quando a ocorrência de todos os símbolos é equiprovável, não havendo tendência de concentração de probabilidades em algum grupo de símbolos. Quando existe certeza sobre a transmissão de um símbolo a entropia tende a zero. Nesse contexto, Shannon define a entropia para sistemas de comunicação:

$$H(x) = - \sum_{x \in \mathbb{X}} p(x) \log p(x), \quad (2.3.1)$$

com $p(x)$ sendo a probabilidade de ocorrência do símbolo x pertencente ao conjunto de símbolos \mathbb{X} .

Em síntese, a informação contida em uma mensagem pode ser mensurada por uma quanti-

dade, a entropia, que está relacionada com a frequência dos símbolos transmitidos, atentando ao fato que a informação contida em uma mensagem independe do seu significado. Como consequência da abordagem estatística adotada, obtém-se entropia zero quando existe a certeza da transmissão de um único símbolo e, caso contrário, a entropia máxima é obtida quando a frequência dos símbolos é equiprovável.(19)

A partir dos trabalhos de Shannon, vieram à tona conceitos como a entropia da informação, capacidade de transmissão de dados de um canal, o *bit* (uma nova forma de enxergar a unidade fundamental da informação) e a Teoria da Informação passou a ser a base matemática para diversas outras áreas como por exemplo Inteligência Artificial, Processamento de Sinais, Reconhecimento de Padrões, Análise de Imagens e Visão Computacional.

2.4 Entropia de Boltzmann-Gibbs-Shannon

A partir deste momento, e baseado nas eqs. 2.1.1, 2.2.1 e 2.3.1, todas as vezes que nos referirmos à entropia clássica nessa dissertação vamos trata-la como sendo a *Entropia de Boltzmann-Gibbs-Shannon*, ou de maneira resumida *Entropia BGS*, fazendo alusão as três personalidades que realizaram importantes estudos sobre entropia em suas respectivas áreas. A equação da Entropia BGS é:

$$H_{BGS}(p) = - \sum p(x) \ln(p(x)) = \sum p(x) \ln\left(\frac{1}{p(x)}\right), \quad (2.4.1)$$

com $p(x)$ sendo a probabilidade de ocorrência de um evento x de nosso interesse.

A Entropia BGS é aditiva no sentido em que a entropia do sistema como um todo (entropia da soma) coincide com a soma das entropias das partes. Consideremos dois micro-estados A e B do macroestado global, a entropia do macroestado (A+B) é igual a soma das entropias dos microestados A e B:

$$H_{BGS}(A + B) = H_{BGS}(A) + H_{BGS}(B). \quad (2.4.2)$$

2.5 Outras Entropias

Os estudos e hipóteses desenvolvidos por Boltzmann, Gibbs e Shannon tiveram notável sucesso para uma variedade de sistemas, especialmente aqueles nos quais dominam interações

de curto alcance espacial ou temporal. Entretanto, para outros tipos de sistemas, muitas vezes considerados como sistemas complexos, existem limitações relativas ao formalismo da entropia BGS. Exemplos típicos incluem sistemas não lineares no limiar do caos, turbulências e interações de longo alcance, como as gravitacionais. A necessidade de meios alternativos para descrever a estatística desses sistemas motivaram diversos outros estudos e deram origem a uma gama de outras entropias citadas a seguir.

2.5.1 Entropia de Rényi

Em teoria da informação, a entropia de Rényi é usada como medida quantificadora(20) da diversidade ou aleatoriedade de um sistema. É importante em ecologia em estatísticas como índices de diversidade. (8, 21) Também é utilizada no campo de informação quântica, como medida de emaranhamento. (22–24)

A entropia de Rényi H_α é definida por:

$$H_\alpha = \frac{1}{1-\alpha} \log \left(\sum_{i=1}^n p_i^\alpha \right), \alpha \geq 0, \alpha \neq 1, \quad (2.5.1)$$

onde o índice α representa a ordem da entropia, e p_i é a probabilidade de ocorrência de uma evento do sistema. No limite que $\alpha \rightarrow 1$, a entropia BGS é reobtida. (24)

2.5.2 Entropia de Kullback–Leibler

Em teoria da informação e teoria das probabilidades, a entropia de Kullback–Leibler é uma medida não-simétrica de diferença entre duas distribuições de probabilidade.(25) Em computação é utilizada em aplicações relativas à diferenciação e compressão de dados. (26) Dita também métricas no campo de informação quântica. (27–29)

Para duas distribuições de probabilidade P e Q , a entropia de Kullback–Leibler H_{KL} de P relativo a Q é dada por:

$$H_{KL}(P||Q) = \sum_{i=1}^n \ln \left(\frac{P(i)}{Q(i)} \right) P(i), \quad (2.5.2)$$

H_{KL} é portanto, a expectativa da diferença logarítmica entre as probabilidades P e Q .

(29)

2.5.3 Entropia de Von Neumann

Em mecânica estatística quântica, a entropia de Von Neumann é uma extensão dos conceitos da entropia padrão BGS para o campo de mecânica quântica. Para a matriz de densidade ρ (descrição matemática de um subsistema quântico no espaço de Hilbert) temos a entropia de Von Neumann H_{VN} dada por:

$$H_{VN} = -\text{tr}(\rho \ln \rho), \quad (2.5.3)$$

onde tr denota o traço da matriz. Se ρ for escrito em função dos autovetores $|1\rangle, |2\rangle, \dots$ tem-se:

$$\rho = \sum_{i=1}^n \eta_i |i\rangle \langle i|, \quad (2.5.4)$$

então a entropia de Von Neumann H_{VN} é reescrita da seguinte forma:

$$H_{VN} = - \sum_{i=1}^n \eta_i \ln \eta_i. \quad (2.5.5)$$

A entropia de von Neumann (30) vem sendo amplamente utilizado em diferentes formas (entropias condicionais, entropias relativas, entre outras) no âmbito da teoria da informação quântica. (31–33)

2.5.4 Entropia de Kolmogorov

Em teoria informacional de algoritmos (um sub-campo de ciência da computação) a entropia de Kolmogorov, é uma medida de recursos de máquina necessários para especificar um objeto, por exemplo um pedaço de texto (string). A medida de complexidade de um pedaço de texto refere-se ao menor tamanho possível para se descrição esse texto em um universo (linguagem) de tamanho fixo. A entropia de Kolmogorov (34) é definida como:

$$H_K = - \sum_{i=1}^n P_i \ln P_i, \quad (2.5.6)$$

com i sendo um caractere que compõe um pedaço de texto de tamanho N , e P_i a sua probabilidade de ocorrência no universo de tamanho fixo. (35–37)

2.6 Entropia de Tsallis

É Importante ressaltar o pioneirismo dos trabalhos de Boltzmann, Gibbs e Shannon, porém, mais à frente, estruturas multifractal adquiriram rapidamente importância em muitas áreas de pesquisa, seja devido a sua utilidade bem como sua elegância. A entropia BGS carecia de recursos para abordar esses problemas. À luz desses fatos, em 1988, Constantino Tsallis propôs uma generalização, que tem como intuito aumentar o escopo de aplicações no contexto de mecânica estatística e que fosse capaz de lidar com esses conceitos emergentes.

Em seus estudos Tsallis afirma que "*Sistemas diferentes exigem ferramentas diferentes de análise, adequadas às particularidades contidas no sistema*". (5)

Baseado nesses preceitos, Tsallis deriva de sua estatística generalizada sua própria ferramenta informacional denominada Entropia de Tsallis (ou q-entropia) e definida por (6):

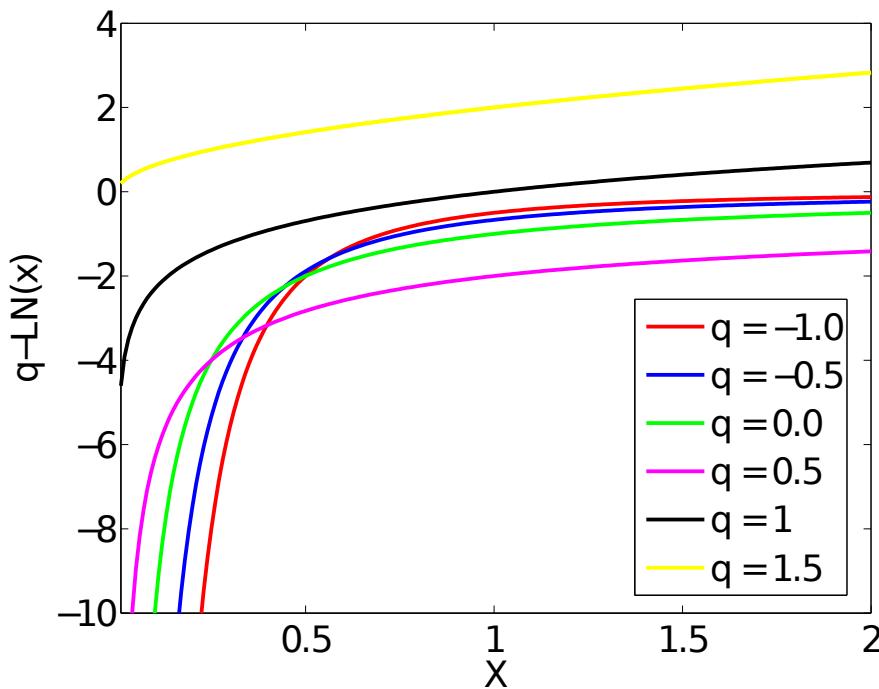
$$S_q = - \sum p(x) \ln_q p(x) = \sum p(x) \ln_q \left(\frac{1}{p(x)} \right), \quad (2.6.1)$$

com $p(x)$ sendo a probabilidade de ocorrência de um evento x de nosso interesse e \ln_q é a função logaritmo generalizado dado por:

$$\ln_q(x) = \frac{(x^{q-1} - 1)}{(q - 1)}, \quad (2.6.2)$$

sendo q o índice entrópico que caracteriza a generalização. Este índice é real e pode ser livremente escolhido. Quando tomamos o limite $q \rightarrow 1$, o logaritmo padrão é reobtido e consequentemente a Entropia BGS também. (38) Curvas da função logaritmo generalizado para diferentes valores de q são mostradas na Figura 2.3

Figura 2.3 – Curvas da função logaritmo generalizado para diferentes valores de q . No limite em que $q \rightarrow 1$, a função logarítmica padrão é reobtida.



Fonte: Elaborada pelo autor.

A entropia generalizada de Tsallis mantém o caráter de irreversibilidade, formulado por Boltzmann no teorema H . (12) Porém, diferentemente da Entropia BGS, a entropia de Tsallis é não-aditiva. Uma vez que (39):

$$\ln_q(x_1 x_2) = \ln_q(x_1) + \ln_q(x_2) + (1 - q) \ln_q(x_1) \ln_q(x_2), \quad (2.6.3)$$

então:

$$S_q(A + B) = S_q(A) + S_q(B) + (1 - q) S_q(A) S_q(B), \quad (2.6.4)$$

para $q \neq 1$, a entropia do universo não é apenas a simples soma das entropias dos microestados. É evidente, porém, que o caso $q = 1$ recupera a aditividade. A entropia de Tsallis mostra-se uma boa candidata a descrever sistemas com interações de longo alcance, memória de longa duração ou espaço de fases com estrutura fractal. (40)

No entanto é possível estabelecer distribuições canônicas e microcanônicas, bem como muitas outras propriedades termodinâmicas.

Podem ser citados como exemplos do uso da entropia de Tsallis o movimento de átomos frios em redes ópticas dissipativas (previsto em 2003 (41), observado em 2006 (42)), cálculos da flutuações do campo magnético do vento solar (43), cálculo da distribuição de velocida-

des no plasma (44), generalização da relaxação vidro de spin (spin glass) (45), estudos do comportamento das interações de íons aprisionados (46), dentre outros.

No formalismo de Tsallis, outras relações além da entropia são generalizadas(47–49), isso porque as operações básicas da *q*-álgebra (álgebra generalizada) aparecem naturalmente na mecânica não extensiva proposta em 1988. A partir da função logaritmo generalizado pode-se definir relações como *q-soma*, *q-produto*, dentre outras. Em todas essas relações, o índice inferior *q* representará a generalização e *q* = 1 denotará a variável usual. Já $(1 - q)$ dá a medida da não-aditividade: Se *q* < 1 o sistema é super-aditivo e se *q* > 1, o sistema é sub-aditivo. (49)

As relações da *q*-álgebra são compactas, simples e úteis em uma série de aplicações, dentro da categoria de sistemas complexos. São bem ajustadas por *q-exponenciais* ou funções que pertencem a sua família. (39)

2.6.1 Segmentação entrópica

Combinando as equações 2.6.1 e 2.6.2, pode-se reescrever a entropia de Tsallis da seguinte forma:

$$S_q = \frac{1 - \sum_{x=1}^k p(x)^q}{q - 1}, \quad (2.6.5)$$

com $p(x)$ a probabilidade de ocorrência de dado evento x de interesse.

A partir dessa distribuição $p(x) = p(1), p(2), \dots, p(k)$ de probabilidade pode-se obter duas novas distribuições de probabilidade, uma relativa à um primeiro plano (foreground) e outra relativa à um plano de fundo (background).

As respectivas distribuições de probabilidades p_A e p_B , do primeiro plano e do plano de fundo são definidas por:

$$p_A : \frac{p(1)}{p_A}, \frac{p(2)}{p_A}, \dots, \frac{p(t)}{p_A}. \quad (2.6.6)$$

$$p_B : \frac{p(t+1)}{p_B}, \frac{p(t+2)}{p_B}, \dots, \frac{p(k)}{p_B}. \quad (2.6.7)$$

com $p_A = \sum_{x=1}^t p(x)$ e $p_B = \sum_{x=t+1}^k p(x)$.

A entropia de Tsallis *a priori* para cada uma das distribuições é definida como:

$$S_q^A(x) = \frac{1 - \sum_{x=1}^t \left(\frac{p(x)}{p_A}\right)^q}{q - 1}, \quad (2.6.8)$$

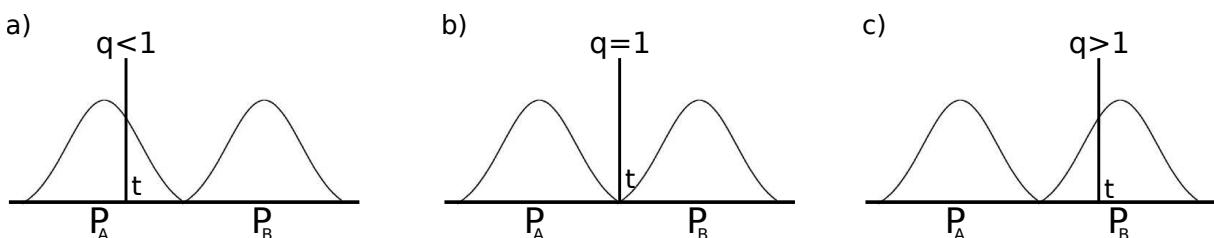
$$S_q^B(x) = \frac{1 - \sum_{x=t+1}^k \left(\frac{p(x)}{p_B}\right)^q}{q - 1}. \quad (2.6.9)$$

A entropia de Tsallis $S_q(x)$ é portanto, parametricamente dependente do valor limiar t tanto para o primeiro plano quanto para o fundo. Utilizando a propriedade pseudo-aditiva da q -entropia tem-se:

$$S_q(x) = S_q^A(x) + S_q^B(x) + (1 - q).S_q^A(x).S_q^B(x). \quad (2.6.10)$$

Através desta formulação por meio da propriedade pseudo-aditiva obtém-se o caráter de segmentação.(50) Isso porque quando $q < 1$, o limiar t é deslocado em direção ao primeiro plano, privilegiando portanto a distribuição p_A . Analogamente, se $q > 1$, o limiar t é deslocado em direção ao plano de fundo, privilegiando a distribuição p_B . A Figura 2.4 mostra um desenho esquemático da alteração do limiar t de acordo com alterações promovidas no índice entrópico q e as distribuições (representadas por picos Gaussianos) privilegiadas em cada caso (51):

Figura 2.4 – Segmentação entrópica: a) quando o índice $q < 1$ a distribuição em primeiro plano p_A é privilegiada pelo limiar t . b) quando o índice $q = 1$ nenhuma distribuição é privilegiada pelo limiar t . c) Quando o índice $q > 1$ a distribuição em plano de fundo p_B é privilegiada pelo limiar t .



Fonte: Elaborada pelo autor.

CAPÍTULO 3

Entropia aplicada ao reconhecimento de padrões em imagens

Este capítulo descreve a relação entre entropia e imagens: como aplicar a entropia clássica BGS, a generalização de Tsallis e suas variantes (Análise multi-escala, técnica do múltiplo índice q e seleção de atributos) e quais informações são extraídas por meio de tais ferramentas. Ao término do capítulo um método que combina a utilização das técnicas é apresentado.

3.1 Entropia aplicada ao processamento de sinais

Teoria da informação provê as ferramentas básicas para manipulação de sinais. Baseado na primícia que a quantidade de informação de um sinal pode ser modelada como um processo probabilístico, desenvolve-se um modelo estatístico para processamento de sinais.

Quando a informação é transferida por meio de um sinal de uma fonte emissora para um usuário, estando o par emissora-usuário conectados por um canal de comunicação (uma linha telefônica, uma propagação de onda eletromagnética, um cabo de rede de computador, entre outros), é possível assumir que a fonte gera uma sequência aleatória de símbolos de um conjunto finito de possibilidades de símbolos.

Os elementos a_j do conjunto de símbolos $[a_1, a_2, \dots, a_J]$ tem uma probabilidade $P(a_j)$ de serem gerados pela fonte emissora e:

$$\sum_{j=1}^J P(a_j) = 1, \quad (3.1.1)$$

A informação gerada pela produção de um símbolo a_j da fonte é definido como sendo:

$$I(a_j) = -\ln P(a_j). \quad (3.1.2)$$

Se k símbolos são gerados, para um número suficientemente grande de k , tem-se que o

símbolo a_j irá ser criado em média $kP(a_j)$ vezes. Assim, a informação média obtida após k emissões será:

$$\langle i \rangle = -kP(a_1) \ln P(a_1) - kP(a_2) \ln P(a_2) - \dots - kP(a_j) \ln P(a_j), \quad (3.1.3)$$

$$\langle i \rangle = -k \sum_{j=1}^J P(a_j) \ln P(a_j). \quad (3.1.4)$$

Trocando a notação de informação média de $\langle i \rangle$ para H , a equação 3.1.4 torna-se:

$$H = -k \sum_{j=1}^J P(a_j) \ln P(a_j). \quad (3.1.5)$$

Essa quantidade é denominada entropia do sinal emitindo pela fonte emissora e denota a média da informação contida em um sinal emitido por esta fonte e recebido por um usuário. Quanto maior a magnitude dessa quantidade, maior é a informação associada a fonte. (52)

A maneira mais simples de se extrair a entropia de um sinal é exemplificada: Consideremos um sinal representado pela matriz de dados a seguir contendo 32 elementos:

$$\begin{pmatrix} 21 & 21 & 21 & 95 & 169 & 243 & 243 & 243 \\ 21 & 21 & 21 & 95 & 169 & 243 & 243 & 243 \\ 21 & 21 & 21 & 95 & 169 & 243 & 243 & 243 \\ 21 & 21 & 21 & 95 & 169 & 243 & 243 & 243 \end{pmatrix}$$

Pode-se construir a Tabela 3.1:

Tabela 3.1 – Probabilidade de ocorrência do sinal.

Valor	Contagem	Probabilidade
21	12	$12/32 = 3/8$
95	4	$4/32 = 1/8$
169	4	$4/32 = 1/8$
243	12	$12/32 = 3/8$

Fonte: Elaborada pelo autor.

Sabendo-se o valor das probabilidades, é possível fazer o cálculo da entropia desse sinal:

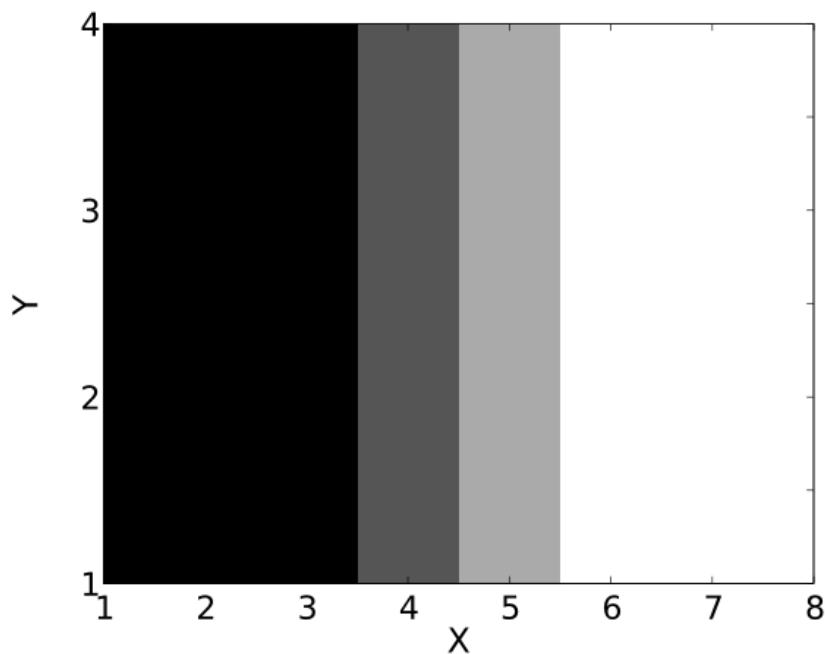
$$H = -3/8 * \ln(3/8) - 1/8 * \ln(1/8) - 1/8 * \ln(1/8) - 3/8 * \ln(3/8), \quad (3.1.6)$$

$$H = 0.3678 + 0.2599 + 0.2599 + 0.3678, \quad (3.1.7)$$

$$H = 1.2554. \quad (3.1.8)$$

Esse sinal pode ser proveniente de diversas fontes, inclusive de uma imagem em níveis de cinza (Figura 3.1), cuja modelagem computacional é feita através da mesma matriz do exemplo acima.

Figura 3.1 – Imagem em níveis de cinza: Modelagem computacional feita através da mesma matriz do exemplo de cálculo de entropia.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Essa matriz porém modelaria uma imagem de apenas 4×8 pixels. Na prática, ao lidar com imagens utiliza-se matrizes muitos maiores, dotadas de milhares de pixels. Nesses casos porém, é conveniente construir um histograma do número de pixels com uma dada intensidade.

Para imagens em níveis de cinza, há 256 níveis de intensidade possíveis (o espectro indo do preto, 0, até o branco, 255). O histograma terá portanto 256 caixas. Deve-se contar o número de pixels com uma determinada intensidade e incrementar o valor da caixa correspondente à essa intensidade com essa contagem. Normalizando o histograma pelo número total de pixels, tem-se não mais o histograma de contagem, mas agora, o histograma de probabilidades para as intensidades.

Uma vez que obteve-se as probabilidades esta-se apto a calcular a entropia do histograma. Mais detalhes sobre esse cálculo serão dados no momento apropriado desta dissertação.

A entropia passa portanto a ser amplamente utilizada no processamento de sinais, e em

alguns casos, é associada a outros métodos com o intuito de fortalecer e melhorar os mesmos. Na literatura, encontram-se exemplos de entropia associada à wavelets(53), onde a entropia é usada para mensurar a informação relativa às representações wavelet dos sinais, auxiliando na escolha do melhor nível de resolução da aplicação. Em transformadas de Fourier(54) o cálculo de entropia auxilia na investigação de operadores que serão submetidos à transformada de Fourier e aplicados em estudos sobre a teoria das integrais singulares. Cita-se também análises entrópicas de estimativas para dimensão fractal(55), onde uma vez obtida as assinaturas fractais, calcula-se a entropia destas com o intuito mensurar a informação intrínseca à essas assinaturas.(56) Em comum à todos esses exemplos é o fato de que o método de análise principal não é o cálculo da entropia.

Entretanto nesse trabalho, utiliza-se unicamente a entropia aplicada à histogramas como ferramenta para o processamento de sinais de nosso interesse (imagens). A razão para tal procedimento é que ao levantar um histograma de probabilidades de uma imagem e aplicar diretamente o cálculo de entropia, simplifica as tarefas necessárias para a extração de informações relativas às imagens favorecendo a análise de desempenho da entropia.

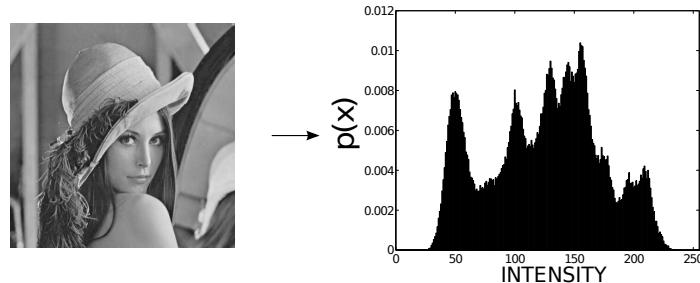
Além disso, é simples estender essa aplicação para outras ferramentas. Caso obtenha-se bons resultados utilizando essa abordagem considerada simples, ao combina-la com outros métodos (wavelets, transformadas de Fourier, estimativa da dimensão fractal entre outras) há a perspectiva de uma melhora dessas técnicas.

3.2 Entropia BGS aplicada à histogramas

Nesse momento discute-se com detalhes como realizar a extração da entropia BGS em imagens. Serão discutidos o método de aplicação, bem como as razões que permitem que a entropia seja utilizada em análise de imagens e reconhecimento de padrões.

Primeiramente consideremos uma imagem em níveis de cinza de dimensões $L_x \times L_y$ pixels. Os inteiros $i \in [1, L_x]$ e $j \in [1, L_y]$ percorrem as direções \hat{x} e \hat{y} , respectivamente. Seja o inteiro $\tilde{p}_{i,j} \in [0, 255]$ o valor da intensidade do nível de cinza referente ao pixel (i, j) . Os histogramas $\tilde{p}(x)$ de níveis de cinza de uma imagem são obtidos por meio de contagem do número de pixels com uma determinada intensidade $\tilde{p}_{i,j}$.

A Figura 3.2 mostra uma imagem em níveis de cinza e o histograma $\tilde{p}_{i,j}$ produzido por esta imagem:

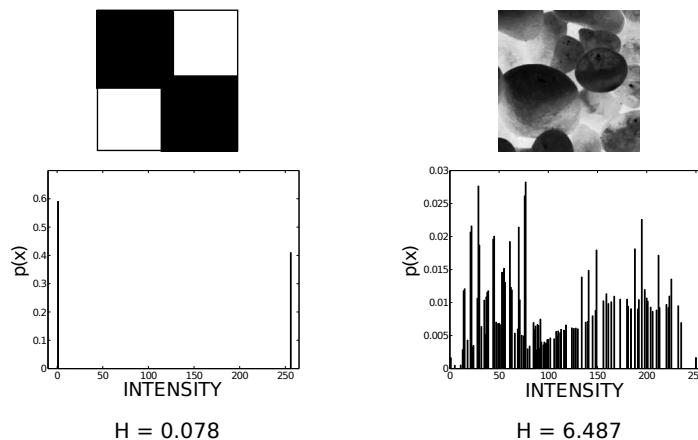
Figura 3.2 – Imagem em níveis de cinza e seu histograma $\tilde{p}(x)$ 

Fonte: Elaborada pelo autor.

Para usar adequadamente índices entrópicos, deve-se normalizar o histograma : $p(x) = \tilde{p}(x)/(L_x \times L_y)$, assim a condição de normalização $\sum_{x=0}^{255} p(x) = 1$ é satisfeita. O cálculo da entropia BGS para essa imagem é:

$$H_{BGS} = - \sum_{x=0}^{255} p(x) \ln p(x) = \sum_{x=0}^{255} p(x) \ln(1/p(x)). \quad (3.2.1)$$

Imagens com poucos detalhes produzem histogramas *vazios* e geram uma baixa entropia enquanto imagens ricas em detalhes produzem histogramas melhor preenchidos, gerando altos valores de entropia. A Figura 3.3 ilustra essa comparação:

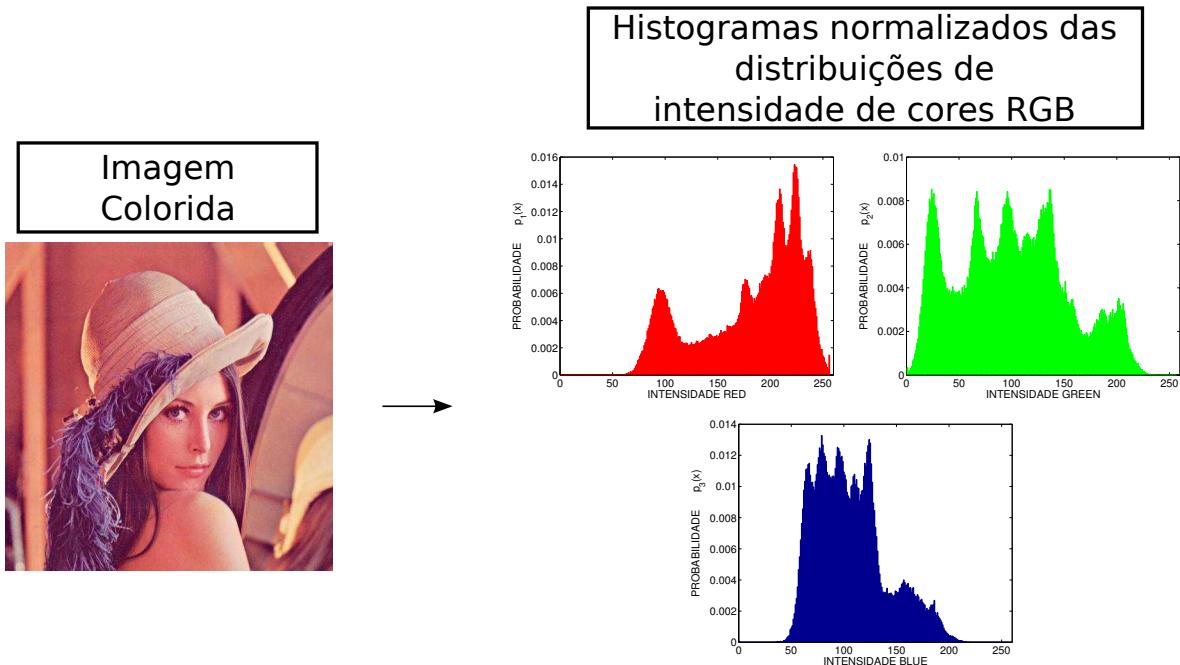
Figura 3.3 – Comparação entre imagens com baixa e alta entropia.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Para imagens coloridas, cada pixel tem três componentes: vermelho ($k = 1$), verde ($k = 2$) e azul ($k = 3$), e o valor inteiro de intensidade correspondente a cada uma dessas três cores é dado por $\tilde{p}_{i,j,k} \in [0, 255]$, com $k = 1, 2, 3$. Isso leva à diferentes histogramas para cada canal de cor: $p_k(x)$, e consequentemente diferentes entropias para cada canal de cor: H_k ,

com $k = 1, 2, 3$. A Figura 3.4 mostra uma imagem colorida e os histogramas $p_k(x)$ produzido por cada componente de cor desta imagem:

Figura 3.4 – Imagem colorida e os histogramas $p_k(x)$ referentes a cada canal de cor.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Se na imagem em níveis de cinza extraí-se o valor de entropia H_{BGS} , na imagem colorida tem-se o vetor de entropia $\vec{H}_{BGS} = [H_1, H_2, H_3]$, composto pelas entropias dos três canais de cores da imagem. Para duas imagens A e B , é valida a propriedade aditiva onde a entropia de uma composição das imagens é a entropia da uma imagem somada a entropia da outra $H_k(A + B) = H_k(A) + H_k(B)$. A equação geral para a entropia BGS em imagens coloridas é:

$$H_k = \sum_{x=0}^{255} p_k(x) \ln \left(\frac{1}{p_k(x)} \right), k = 1, 2, 3. \quad (3.2.2)$$

3.3 Entropia de Tsallis aplicada à histogramas

Após os estudos apresentados por Tsallis, a q -entropia passou a ser aplicado em uma série de problemas dos mais diversos campos da ciência. Porém, o interesse deste mestrado é a aplicação da entropia de Tsallis em análise de imagens. Podemos citar como exemplos de aplicação da q -entropia: criação de filtros multi-níveis para imagens(57), reconhecimento de expressões faciais (58), Detecção e classificação de calcificações mamográficas (59), análise

da dinâmica cortical (60), dentre outros. (11)

Todos esses exemplos de análise de imagens poderiam ser feitos utilizando métricas tradicionais, mas ao se valerem do uso da entropia de Tsallis, tiveram seus resultados potencializados. Isso motivou o uso da entropia de Tsallis nos estudos deste mestrado, porém, de maneira análoga a entropia BGS, a entropia de Tsallis foi aplicada à histogramas por ser um ferramental simples e de fácil compreensão quanto estudado. Porém não deixa de ser robusto e novamente, caso obtenha-se bons resultados por meio desse ferramental considerado simples, gera-se uma perspectiva para resultados ainda melhores quando no futuro, for combinada a entropia de Tsallis com métodos mais complexos.

Para cálculo da Entropia de Tsallis aplicada aos histogramas de imagens, deve-se proceder de maneira análoga à entropia BGS, até o momento do cálculo da entropia, isto é: Ler a imagem da amostra; Criar o histograma $\tilde{p}(x)$ de níveis de cinza de uma imagem, obtido por meio de contagem do número de pixels com uma determinada intensidade $\tilde{p}_{i,j}$; Normalizar o histograma para trabalhar com o novo histograma $p(x)$ de probabilidade de ocorrência das intensidades para finalmente poder realizar o cálculo da entropia de Tsallis por meio da seguinte equação:

$$S_q = \sum_{x=0}^{255} p(x) \ln_q(1/p(x)), \quad (3.3.1)$$

sendo \ln_q a função logaritmo generalizado dada por $\ln_q(x) = (x^{q-1} - 1)/(q - 1)$.

É valido lembrar que o índice entrópico q é um parâmetro real e pode ser livremente escolhido. Quando $q \rightarrow 1$, reobtem-se a função logarítmica padrão e consequentemente a entropia padrão BGS. Note a riqueza introduzida por esse índice entrópico q : se antes estávamos restritos ao cálculo de um único valor (Entropia BGS) para quantificar a informação contida em uma imagem, agora podemos nos valer de infinitos quantificadores (ex: $S_{q=-1}, S_{q=0.5}, S_{q=2}$,etc) pois $q \in \mathbb{R} \setminus [-\infty \leq x \leq \infty]$.

Para imagens coloridas, procede-se como anteriormente, calcula-se a entropia para cada canal de cor considerando o mesmo índice entrópico para os três canais. Para cada componente k a entropia é:

$$S_q(k) = \sum_{x=0}^{255} p_k(x) \ln_q \left(\frac{1}{p_k(x)} \right), \quad (3.3.2)$$

com $k = 1, 2, 3$.

Uma vez que $\ln_q(x_1 x_2) = \ln_q(x_1) + \ln_q(x_2) + (1 - q) \ln_q(x_1) \ln_q(x_2)$, $S_q(k)$ é não-aditiva, o que leva a resultados interessantes quando trabalha-se com a composição de duas imagens A

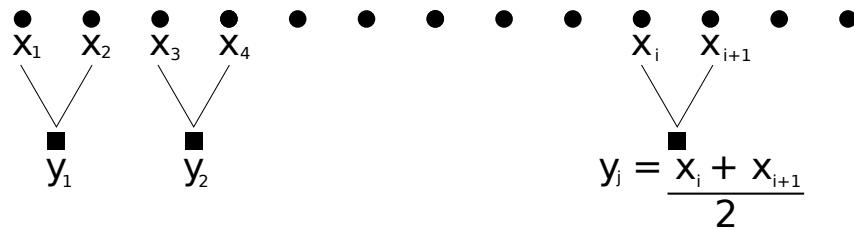
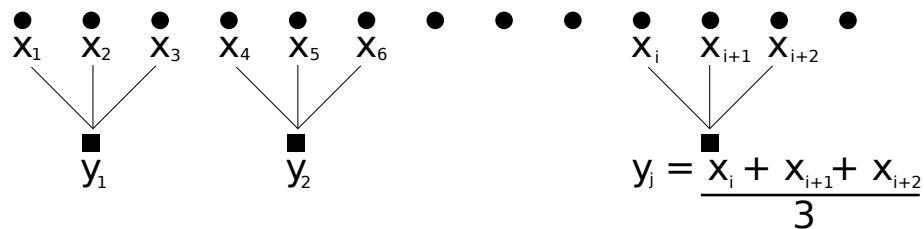
e B pois agora a entropia da composição é dada por: $S_{q,k}(A+B) = S_{q,k}(A) + S_{q,k}(B) + (1-q)S_{q,k}(A)S_{q,k}(B)$, o que para $q \neq 1$ não é a simples somatória de dois valores de entropia. Tem-se como consequência dessa propriedade a obtenção de diferentes valores entrópicos dependendo de como é particionada uma imagem. A entropia da imagem como um todo não é a soma das partições que compõem essa imagem, mas depende do tamanho de tais partições.

3.4 Entropia Multi-Escala

Em 2002, Madelena Costa e colaboradores, observaram que as tradicionais estimativas de entropia em escala única tendem a produzir menor entropia em séries temporais de dados fisiológicos. (7) Madelena afirma que isso acontece porque, em muitos casos, os dados em escala original são considerados irregulares e de difícil previsão, ocultando padrões importantes deste sinal. Ao migrar a análise para outras escalas, é possível que haja a evidenciação de padrões que antes estavam ocultos na escala original. (8)

A entropia multi-escala é um procedimento que pode ser usado associado tanto à entropia BGS quanto à entropia de Tsallis. Em ambos os casos deve-se obter o histograma normalizado $p(x)$ realizando os processos já descritos nas sessões anteriores. É nesse momento, antes de realizar o cálculo da entropia BGS ou de Tsallis, que aplicamos o método da multi-escala descrito à seguir:

Dado um vetor de dados unidimensional $[x_1, \dots, x_i, \dots, x_N]$ (em nosso caso tal vetor é o histograma $p(x)$), constrói-se um novo vetor $[y^{(\tau)}]$, correspondente ao fator de escala τ . Primeiramente, divide-se o vetor de dados original em janelas de intervalo τ que não se sobreponham. Após, calcula-se a média dos pontos contidos em cada janela como mostrado na Figura 3.5:

Figura 3.5 – Desenho esquemático do procedimento de multi-escala**Escala 2****Escala 3***Fonte: Elaborada pelo autor.*

Cada elemento do novo vetor de dados é dado por:

$$y_j^{(\tau)} = \frac{1}{\tau} \sum_{i=(j-1)\tau+1}^{j\tau} x_i, 1 \leq j \leq N/\tau. \quad (3.4.1)$$

Para a escala um, o vetor $[y^{(1)}]$ é simplesmente o próprio vetor original. O tamanho dos vetores criados são iguais ao tamanho do vetor original dividido pelo fator de escala τ .

Finalmente, em posse no novo vetor (no caso de imagens o histograma $p(x)^{(\tau)}$ reescalado pelo fator τ), calcula-se a entropia BGS (3.2.2) ou a entropia de Tsallis (3.3.2).

3.5 Múltiplo índice q

Tradicionalmente em análise de imagens, costuma-se caracterizar uma amostra por mais de uma característica criando o que é conhecido como um vetor de características. É notável os ganhos obtidos ao se utilizar um vetor de características pois utilizando apenas uma característica, muitas vezes não conseguimos uma representação adequada da amostra analisada. Porém ao utilizar o vetor de características, aumentamos o montante de informação relativas a amostra e consequentemente obtemos melhores resultados.

Diversas métricas são utilizadas para compor um vetor de características: média, mediana, desvio padrão, entropia BGS, dentre outros.

Porém certos trabalhos propõem a criação do vetor de dados usando a entropia de Tsallis.(9–11) Uma vez que pode-se escolher livremente o índice q , que é um número real, pode-se também obter infinitos valores de entropia S_q associada a esse índice. Portanto é simples compor um vetor de características tão grande quanto se queira, utilizando apenas a q -entropia.

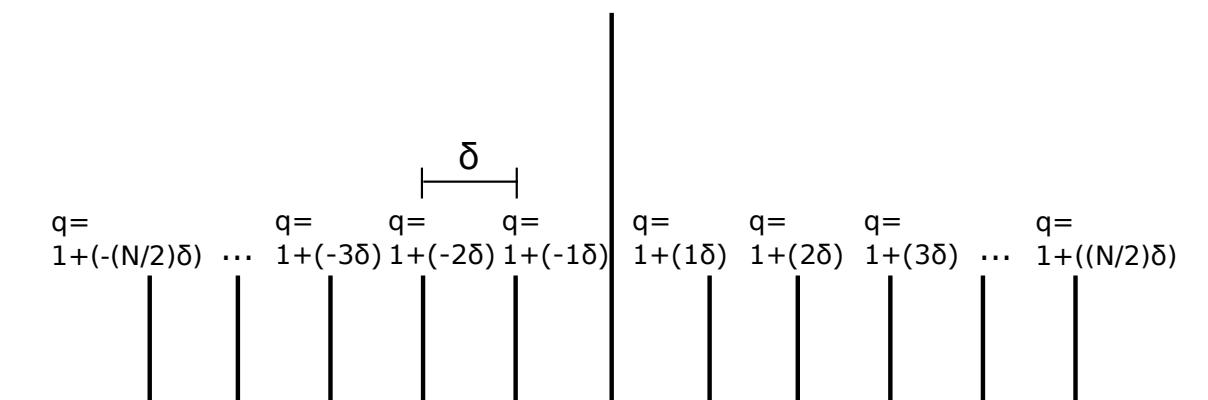
Obviamente a técnica do múltiplo índice q é exclusiva para a entropia de Tsallis, uma vez que o formalismo da entropia BGS permite apenas a extração de um único valor de entropia intrínseco à amostra.

Deve-se portanto compor um vetor de características contendo certos valores de q -entropia extraídos das imagens: $\vec{S}_q = (S_{q_1}(1); S_{q_1}(2); S_{q_1}(3); \dots; S_{q_n}(1); S_{q_n}(2); S_{q_n}(3))$.

Os índices q escolhidos para criação do vetor de características podem ser escolhidos livremente, desde que sejam N valores simétricos ao índice $q = 1$ (que corresponde ao índice que remete à entropia clássica BGS). Dado um passo de tamanho δ , deve-se escolher índices $q = 1 + (k\delta)$, $-N/2 \leq k \leq N/2$. A Figura 3.6 ilustra a escolha de índices q adequados ao método:

Figura 3.6 – Desenho esquemático do procedimento de múltiplo índice q

$q=1$ (Entropia BGS)



Fonte: Elaborada pelo autor.

É válido frisar que a razão para se utilizar a técnica do múltiplo índice q é que um vetor de características provê um montante maior e mais rico de informação que um único valor de q -entropia. A escolha correta de índices q dá enfase a certas características e provê melhores classificações.

3.6 Método proposto: Criação de um vetor de característica combinando multi-escala e múltiplo índice q

Após diversos testes que serão descritos nos capítulos posteriores, estabeleceu-se uma metodologia que combina as técnicas da multi-escala com o múltiplo índice q .

O método composto consiste em aplicar a técnica do múltiplo índice que nas várias escalas que podemos criar a partir do método de multi-escala.

A ideia por trás do método combinado é a de obter informações mais ricas e relevantes valendo-se do melhor que cada técnica individual pode oferecer. Recorre-se aos conceitos da entropia multi-escala de maneira a tentar evidenciar padrões por meio de escalas não convencionais, porém, ao invés de extrair um único valor de entropia referente a cada nova escala, decidiu-se utilizar o advento da técnica do múltiplo índice q e extrair um vetor de características.

Para cada amostra de $L_x \times L_y$ pixels, os inteiros $i \in [1, L_x]$ e $j \in [1, L_y]$ devem percorrer as direções \hat{x} e \hat{y} contando o número de pixels com diferentes intensidades inteiras $\tilde{p}_{i,j} \in [0, 255]$. A partir daí é possível criar o histograma $\tilde{p}(x)$ de contagem de número de pixels. Para realização do cálculo de entropia, deve-se lembrar de normalizar o histograma :

$$p(x) = \tilde{p}(x)/(L_x \times L_y). \quad (3.6.1)$$

Após a extração do histograma de probabilidades $p(x)$, aplica-se o método da entropia multi-escala. Tem-se o histograma como sendo o vetor de dados unidimensional:

$$p(x) = [p(0), p(1), p(2), \dots, p(255)], \quad (3.6.2)$$

constrói-se um novos vetores $p(x)^{(\tau)}$, correspondente ao fator de escala τ , dividindo-se o vetor de dados original $p(x)$ em janelas de tamanho τ que não se sobreponham. Após, calcula-se a média dos pontos contidos em cada janela:

$$p(x)^{(\tau)} = \frac{1}{\tau} \sum_{i=(j-1)\tau+1}^{j\tau} p(x), 1 \leq j \leq 256/\tau, \quad (3.6.3)$$

e Aplica-se a entropia de Tsallis para cada histograma reescalado:

$$S_q = \sum_{x=0}^{255} p(x)^{(\tau)} \ln_q(1/p(x)^{(\tau)}), \quad (3.6.4)$$

A seguir tem-se os vetores de características $\vec{S}_q^{(\tau)}$ resultado da aplicação de nos diversos histogramas $p(x)^{(\tau)}$:

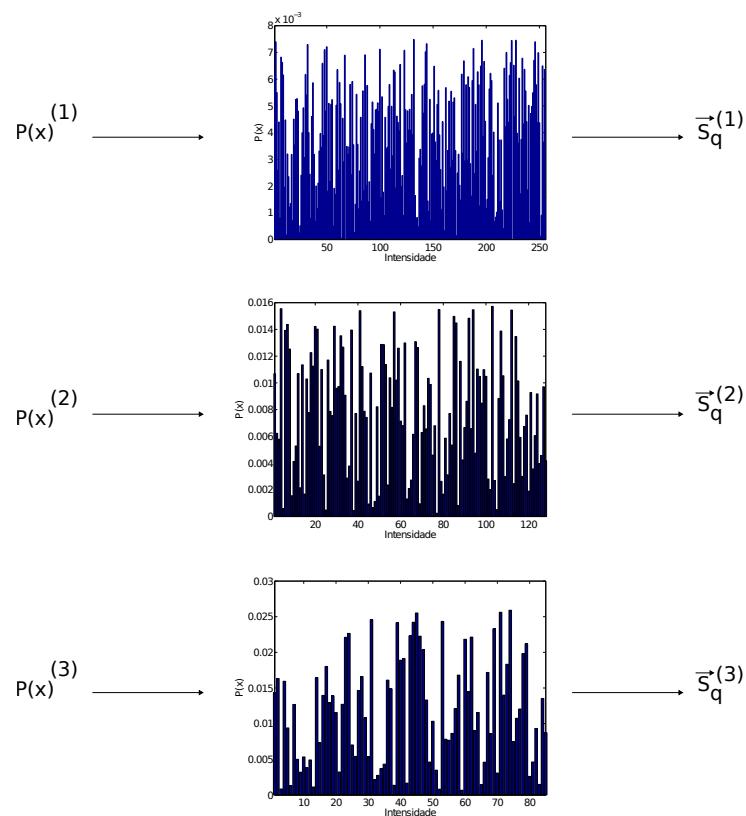
$$[\vec{S}_q^{(1)}, \vec{S}_q^{(2)}, \vec{S}_q^{(3)}, \dots, \vec{S}_q^{(N)}], \quad (3.6.5)$$

Ao fim de todo o processo concatena-se todos os vetores $\vec{S}_q^{(\tau)}$ e cria-se um único vetor de características que será utilizado para posterior classificação:

$$\vec{C} = \sum_{\tau=1}^N \vec{S}_q^{(\tau)}. \quad (3.6.6)$$

A Figura 3.7 apresenta três histogramas reescalados (escalas $\tau = 1$, $\tau = 2$ e $\tau = 3$) de uma imagem em níveis.

Figura 3.7 – Desenho esquemático do método proposto para três escalas diferentes.



Fonte: Elaborada pelo autor.

3.6.1 Seleção de Atributos

Ao mesmo tempo que a criação de um vetor de características provê um montante maior e mais rico de informação, também traz um aumento de informação redundante. Nesse contexto, realizar a seleção de atributos é importante afim de eliminar tal redundância.

O mesmo trabalho que comprova que o uso de um vetor de características composto por diversos índices q levanta uma questão interessante: - *Seriam todos os elementos do vetor de características (todos os valores de q -entropias) relevantes para a distinção e classificação das amostras?*

Afim de responder tal indagação, novos experimentos foram realizados e concluiu-se que os melhores resultados são obtidos ao realizar a seleção de índices q que apresentam maior contribuição informacional para a análise proposta. (9)

Mais detalhes acerca da metodologia utilizada serão dados nos capítulos que se seguem. Neste momento é importante frisar que no processo de eliminação de redundância, certas características são suprimidas uma vez que a informação proveniente destas pode ser igualmente obtida através de uma outra característica que provê, alem da informação da primeira, mais informações relevantes à aplicação. Nota-se que ao realizar tal procedimento, obtêm-se taxas de acerto melhores nos classificadores utilizando um vetor de características de tamanho reduzido.

CAPÍTULO 4

Estudos da entropia aplicada ao reconhecimento de padrões

Neste capítulo estudos são realizados afim de desenvolver um padrão para a aplicação dos métodos de entropia em imagens descritos no 3. Estudos comparativos entre a entropia BGS e a generalização proposta por Tsallis foram realizados, e por meio destes concluiu-se que a entropia de Tsallis tem vantagem sobre a entropia clássica, assim, os testes seguintes foram feitos de forma a descobrir a melhor maneira de extrair características por meio da q-entropia como qual o melhor intervalo para aplicação da técnica do múltiplo índice q, quais as vantagens de combina-lo com a técnica da entropia multi-escala, e que benefícios recebemos ao eliminar redundâncias por meio da seleção de atributos.

A razão para realização de tais estudos comparativos é o fato de que a entropia clássica BGS e a generalização de Tsallis são as ferramentas entrópicas mais utilizadas na literatura da área. Assim, estudos relativos à essas entropias premite-nos ter ciência de quanto uma metodologia pode fornecer melhores informações em relação a outra. Além disso os demais métodos citados no capítulo 3, deram origem ao método proposto, e este tem por intuíto prover uma nova e mais robusta ferramenta entrópica para análise de imagens.

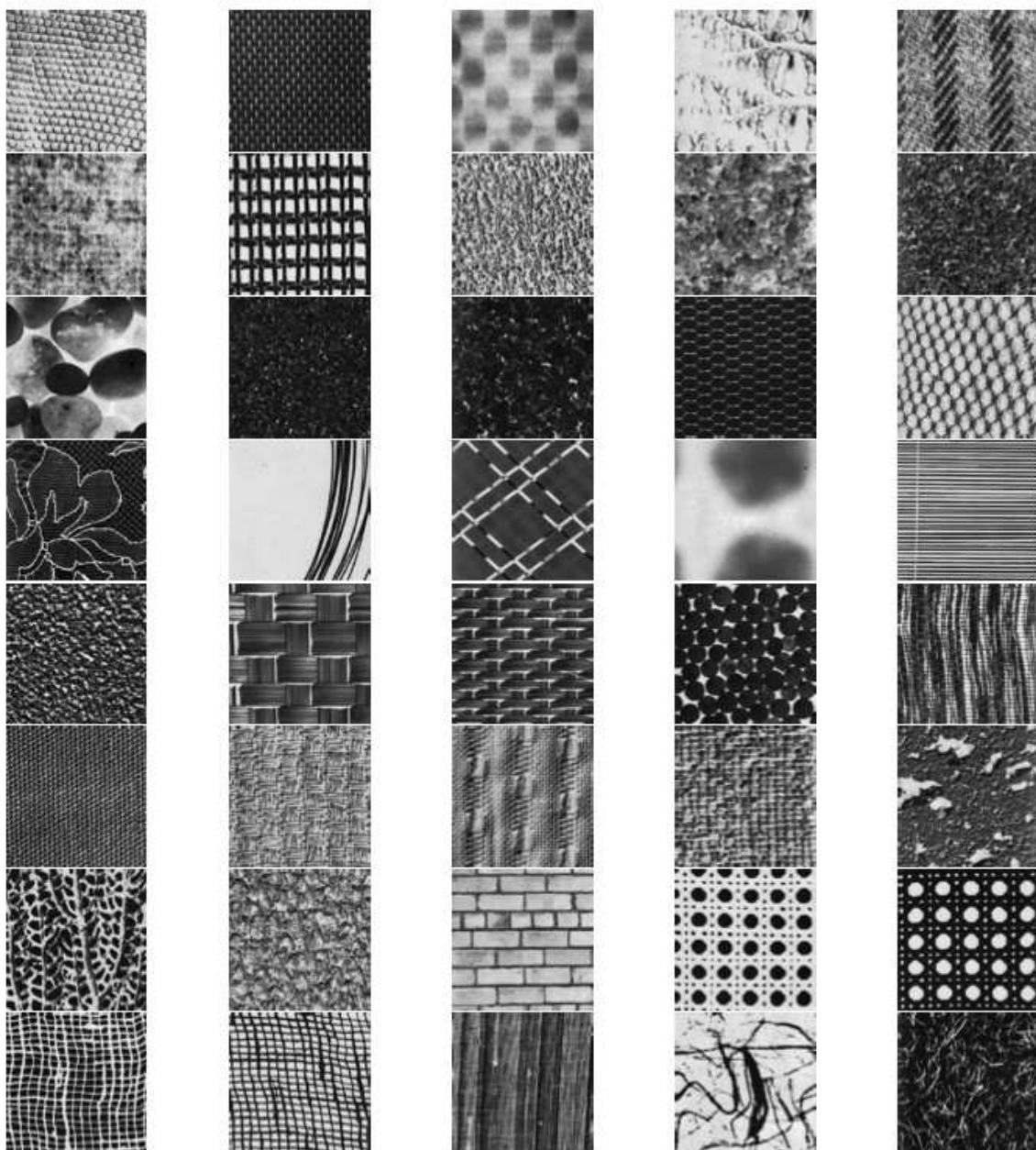
4.1 Entropia BGS vs Entropia de Tsallis

Como dito no capítulo 3, o uso da entropia generalizada de Tsallis em imagens eleva o reconhecimento de padrões nas mesmas, pois simples alterações (valores escolhidos para o índice entrópico q) na equação 3.3.2 fazem com que certas características sejam evidenciadas ou suprimidas em uma imagem. Dessa forma mostra-se uma ferramenta informacional mais rica que a entropia padrão BGS (3.2.2).

Mas quanto uma ferramenta é melhor que a outra ? Para responder esse tipo de pergunta a realização de certos experimentos torna-se necessária. Deste modo, foi escolhida uma base de dados de imagens de texturas popular na literatura, a base de dados Brodatz. (61) A

Base de dados Brodatz é uma base composta por 111 classes contendo 16 amostras em cada classe, que foi extraída de um livro de arquitetura onde o artista fotografou texturas presentes no cotidiano. Todas as imagens tem dimensão 128×128 pixels. Algumas classes podem ser observadas na Figura 4.1:

Figura 4.1 – Elementos da base de dados Brodatz



Fonte: Elaborada pelo autor.

Em posso da base de dados, segue-se o protocolo padrão de extração de dados de entropia por meio de histograma:

- Ler a amostra da base de dados;
- Construir o histograma $\tilde{p}(x)$ contando o número de pixels como uma dada intensidade que pode variar de 0 até 255;
- Normalizar o histograma afim de obter $p(x)$ (Histograma de probabilidades de ocorrência dos níveis de intensidade da imagem);
- Realizar cálculo da Entropia de Tsallis por meio da equação 3.3.1.

Os valores de q -entropia extraídos de cada uma das imagens da base de dados foram feitos respeitando a condição de uso da Entropia de Tsallis (usar valores para q simétricos com relação ao valor $q = 1$, o qual corresponde à entropia BGS). O intervalo de aplicação do método foi de 0 até 2 em intervalos de 0.1, de maneira análoga ao experimento feito em outro trabalho de reconhecimento de padrões com entropia não-aditiva. (9)

O uso do intervalo adequado de aplicação é suficiente para realização de estudos comparativos entre a entropia BGS e a q -entropia, uma vez que, ao respeitar o intervalo correto de aplicação, a entropia BGS ($q = 1$) também é calculada.

Após ter a informação extraída referente a cada uma das imagens, mensurou-se a taxa de acerto por meio do classificador supervisionado Naive-Bayes, referente a cada um dos valores de q .

Um classificador supervisionado é treinado através de um conjunto de amostras conhecidas *a priori*. Após, o classificador é então validado por um segundo conjunto de amostras desconhecidas, o qual ele tenta classificar baseado nos padrões aprendidos relativos ao conjunto de treinamento. Essa metodologia pode ser utilizada tanto em reconhecimento de padrões quanto em modelagem matemática e difere dos classificadores não-supervisionados uma vez que estes não são treinados previamente.

E escolha pelo classificador supervisionado Naive-Bayes se deu por este ser o classificador bayesiano mais simples possível utilizando uma abordagem probabilística. Além disso, o método Naive-Bayes é robusto à configuração de parâmetros, com isso, evita que os resultados possam ser influenciados pela configuração do classificador. (62) Esta escolha valoriza a metodologia analisada pois caso obtenha-se bons resultados de classificação por meio deste classificador considerado simples, significa que os dados usados por este classificador são ricos e contém muita informação intrínseca as classes. Isso só é possível caso o método de extração de dados seja bem implementado.

Foi utilizada validação cruzada na classificação com 10 grupos (folds). A validação cruzada

consiste em dividir o conjunto de dados em N grupos (folds) de tamanhos iguais. O primeiro grupo é utilizado como treinamento, os outros N-1 folds são utilizados como conjunto de validação. É chamada validação cruzada pois a classificação é feita N vezes, sendo a primeira utilizando o conjunto 1 como treinamento e os demais como validação; a segunda vez, o conjunto 2 como treinamento e os demais como validação; e assim por diante até utilizar o conjunto N como treinamento e os demais como validação.

O resultado obtido como taxa de acerto do classificador é uma média das N vezes que o classificador foi executado.

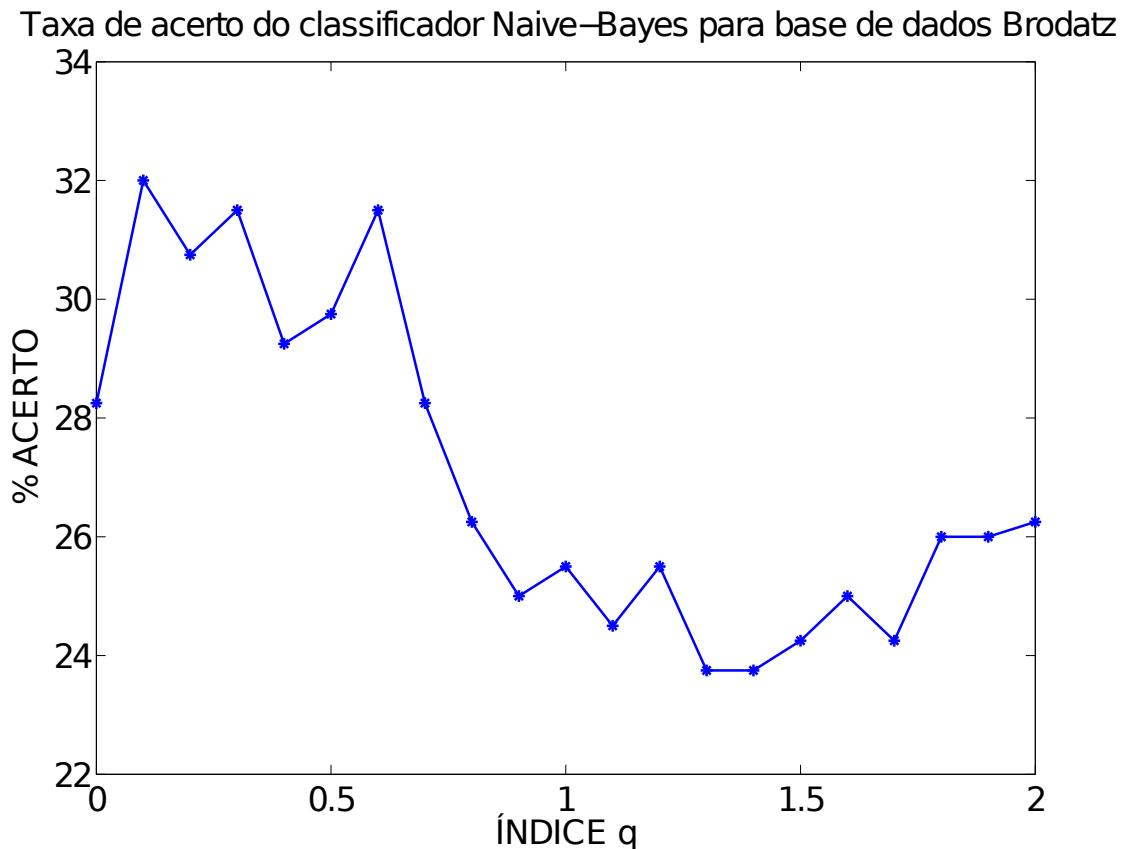
Os resultados para taxas de acerto do classificador supervisionado Naive-Bayes com validação cruzada utilizando 10 folds são expressos na Tabela 4.1 e na Figura 4.2:

Tabela 4.1 – Taxa de acerto do classificador Naive-Bayes para base de dados Brodatz no intervalo de 0 até 2

Índice q	% de acerto do classificador
0.0	28.25 ± 0.27
0.1	32.00 ± 1.08
0.2	30.75 ± 0.81
0.3	31.50 ± 0.97
0.4	29.25 ± 0.48
0.5	29.75 ± 0.59
0.6	31.50 ± 0.97
0.7	28.25 ± 0.27
0.8	26.25 ± 0.16
0.9	25.00 ± 0.43
1.0	25.50 ± 0.32
1.1	24.50 ± 0.54
1.2	25.50 ± 0.32
1.3	23.75 ± 0.71
1.4	23.75 ± 0.71
1.5	24.25 ± 0.60
1.6	25.00 ± 0.43
1.7	24.25 ± 0.60
1.8	26.00 ± 0.22
1.9	26.00 ± 0.22
2.0	26.25 ± 0.16

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 4.2 – Taxa de acerto do classificador Naive-Bayes para base de dados Brodatz no intervalo de 0 até 2



Fonte: Elaborada pelo autor.

A partir do resultado deste experimento foi obtida a primeira constatação: É possível obter taxas de acerto mais elevadas utilizando a entropia de Tsallis (com índices q adequados) ao invés do uso da entropia clássica BGS. Neste experimento o índice $q = 0.1$ provedu uma taxa de acerto de 32%, enquanto a entropia clássica BGS ($q = 1$) provê apenas 25.5% de taxa de acerto. Isso ocorre devido ao caráter discriminativo intrínseco à entropia de Tsallis, ou seja, a escolha de índices q adequados privilegia certas características do histograma da imagem, o que em muitos casos, pode levar a extração de informações mais relevantes para a análise.

4.2 Múltiplo índice- q

Segundo a abordagem anterior, o fato de usar certos índices q adequados aumenta a taxa de acerto para a base de dados Brodatz. Porém, as análises foram feitas valendo-se apenas de uma única característica: o valor de q -entropia extraído da imagem. Na literatura (63)

há diversos exemplos de que ao utilizar um vetor de características em análise de imagens obtem-se resultados muito mais expressivos do que utilizar apenas uma única característica como ferramenta informacional. (9–11, 64)

Baseado nesses princípios, utilizando os valores de q -entropia obtidos no experimento anterior e listados na Tabela 4.1, construiu-se um vetor de características \vec{S}_q . Tal vetor continha 21 elementos (q -entropias no intervalo de 0.0 até 2.0 em passos de 0.1).

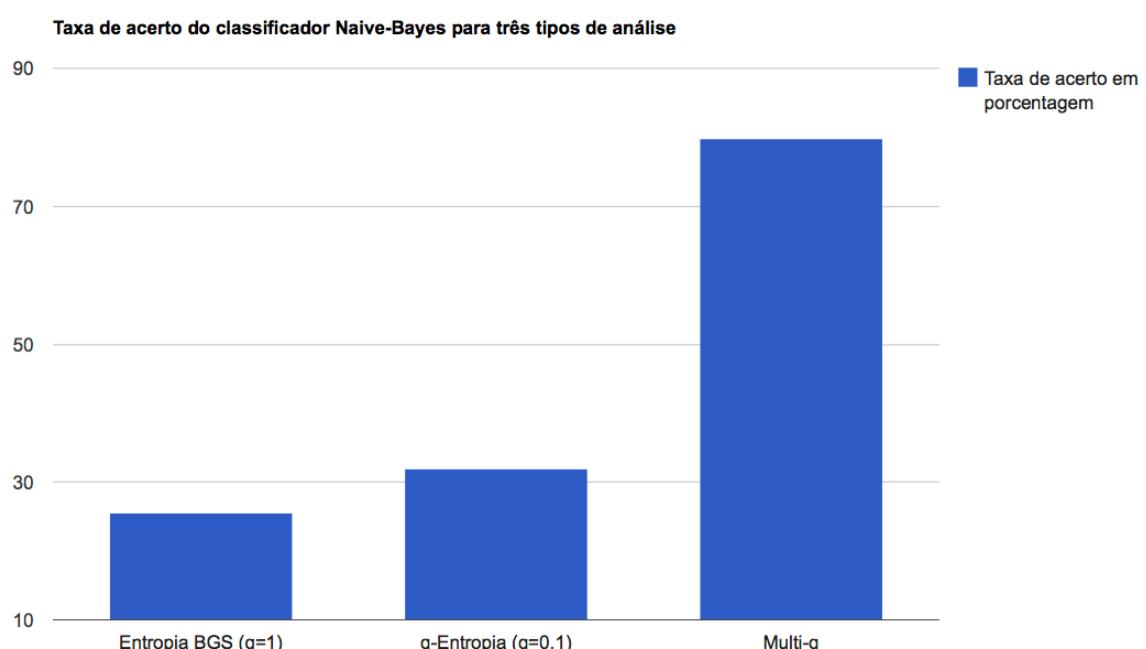
O uso do vetor contendo 21 características elevou vertiginosamente a taxa de acerto do classificador para 79.75%. Um aumento de taxa de acerto de aproximadamente 3 vezes comparado ao valor da entropia BGS. A Tabela 4.2 juntamente com a Figura 4.3 apresentam valores para taxas de acerto e números de características envolvidos nas análises:

Tabela 4.2 – Taxa de acerto do classificador Naive-Bayes para três tipos de análise e seus respectivos números de características

Método	% de acerto do classificador	# de características
Entropia BGS (q=1)	25.50 ± 0.32	1
q-Entropia (q=0.1)	32.00 ± 0.31	1
Multi-q	79.75 ± 0.34	21

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 4.3 – Taxa de acerto do classificador Naive-Bayes para três tipos de análise



Fonte: Elaborada pelo autor.

Tais resultados levaram a segunda constatação: A utilização de um vetor de dados, construído através da técnica do múltiplo índice q , eleva a taxa de classificação do classificador. Desde ponto em diante fica claro que é melhor trabalhar com vários valores de q -entropia para caracterizar as imagens do que apenas alguns valores puntuais.

4.2.1 Múltiplo índice q auxiliando na escolha do melhor intervalo de aplicação

Ao aplicar o método do múltiplo índice q na base Brodatz, ficou claro que a utilização de um número maior de características implicou diretamente no aumento da taxa de acerto do classificador. Porém, uma dúvida que permeava era a da escolha do intervalo de aplicação adequado ao método, bem como o tamanho do passo.

Segundo a literatura onde a técnica do *Multi-q* é aplicada pela primeira vez em sinais (9), o intervalo de aplicação foi o mesmo que utilizamos em nossos testes na base Brodatz: Intervalo de 0 até 2 em passos de 0.1. Porém, como visto no capítulo 3, a única restrição para aplicação do método, é que o intervalo seja simétrico com relação ao valor da entropia BGS ($q = 1$). Portanto intervalos como 0 .. 2, -1 .. 3, ..., (1-N) .. (1+N) são igualmente válidos, diferindo apenas pela quantidade de características que são envolvidas na análise das imagens.

Realizou-se portanto um estudo comparativo entre vários intervalos diferentes e as taxas de acerto que eram obtidas. Os intervalos estudados, as respectivas taxas de acerto do classificador e o número de características levados em conta na análise, são expresso na Tabela 4.3. O passo utilizado foi fixado em 0.1:

Tabela 4.3 – Taxa de acerto do classificador Naive-Bayes para diversos intervalos de aplicação

Intervalo	% taxa de acerto	# de características
0..2	79.75 ± 1.90	21
-1..3	80.50 ± 2.18	41
-2..4	77.50 ± 1.05	61
-3..5	74.75 ± 0.01	81
-4..6	73.25 ± 0.55	101
-5..7	70.25 ± 1.68	121
-6..8	67.00 ± 2.01	141

Fonte: Elaborada pelo autor.

Por meio deste estudo verificou-se que nos procedimentos anteriores trabalhou-se com um dos intervalos que provê melhores resultados (de 0 até 2), porém, outros intervalos também têm excelentes resultados, sendo o Intervalo de -1 até 3 o mais efetivo de todos.

Respondida a questão com relação ao melhor intervalo, vamos agora estudar o tamanho do passo. Inicialmente todos os intervalos estudados acima foram feitos com passos de 0.1, seguindo a métrica aplicada em outros trabalhos (11). Adaptou-se então o experimento para serem utilizados passos de 0.05, 0.15, 0.20 e 0.25 além do passo de 0.1. Aplicando essa mudança aos 4 melhores resultados da Tabela 4.3, verificou-se por exemplo que a redução do número de características (passos menores que 0.1) ou o aumento de tal número (passos maiores que 0.1) não trouxeram necessariamente uma melhora na taxa de acerto. Apenas foi útil de maneira à verificar que a utilização do passo 0.1 é a mais indicada. Os resultados são apresentados na Tabela 4.4, sendo as melhores taxas de acerto para cada caso indicadas por um asterisco (*):

Tabela 4.4 – Taxa de acerto do classificador Naive-Bayes para diversos intervalos de aplicação com diferente número de passos.

Intervalo	passo	% taxa de acerto	# de características
0..2	0.05	78.50 ± 0.21	41
0..2	0.10	79.75 ± 0.34	21(*)
0..2	0.15	79.15 ± 0.07	14
0..2	0.20	79.00 ± 0.03	11
0..2	0.25	78.50 ± 0.21	9
-1..3	0.05	79.75 ± 0.22	81
-1..3	0.10	80.50 ± 0.55	41(*)
-1..3	0.15	79.00 ± 0.11	27
-1..3	0.20	78.50 ± 0.33	21
-1..3	0.25	78.50 ± 0.33	17
-2..4	0.05	78.25 ± 0.51	121(*)
-2..4	0.10	77.50 ± 0.17	61
-2..4	0.15	77.50 ± 0.17	41
-2..4	0.20	76.00 ± 0.40	31
-2..4	0.25	76.25 ± 0.38	25
-3..5	0.05	74.50 ± 0.02	161
-3..5	0.10	74.75 ± 0.13	81(*)
-3..5	0.15	74.25 ± 0.08	54
-3..5	0.20	74.50 ± 0.02	41
-3..5	0.25	74.25 ± 0.08	33

Fonte: *Elaborada pelo autor.*

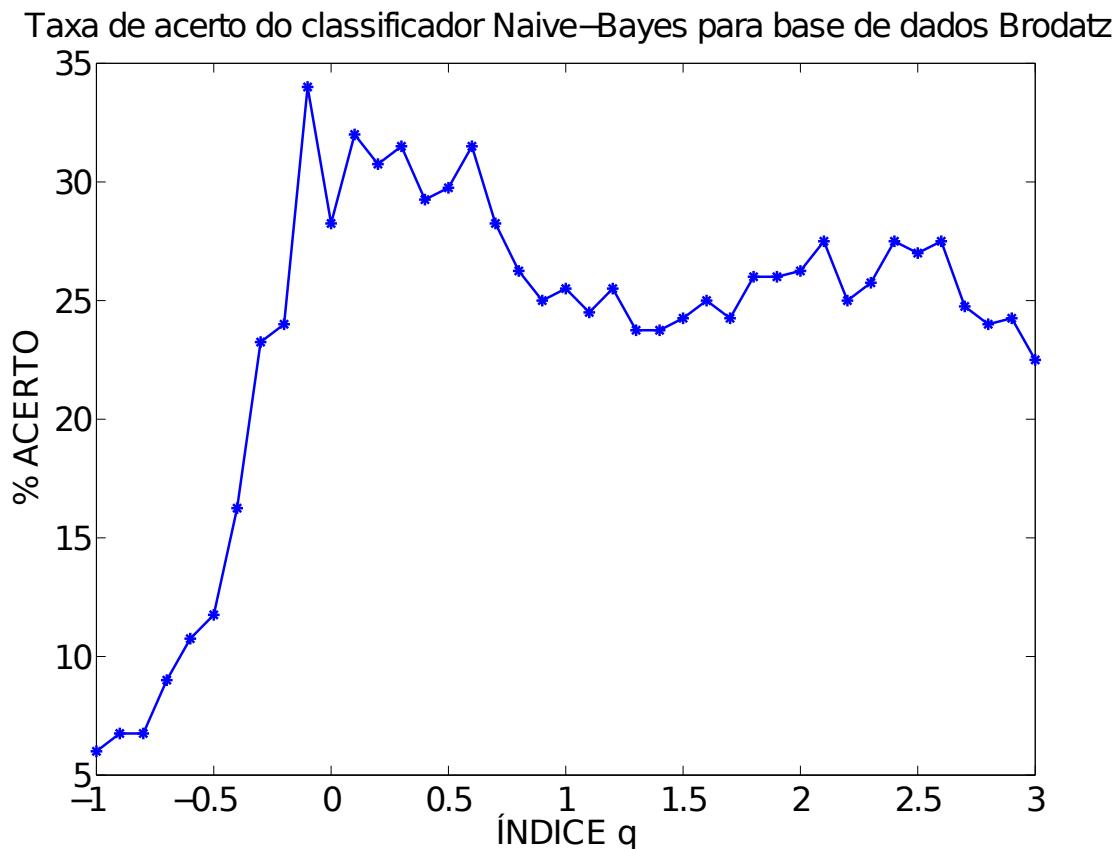
Através dos experimentos realizados, obtem-se na terceira constatação: O melhor intervalo de aplicação é de -1 até 3 com passos de 0.1. Ao refazer a taxa de acerto individual para os elementos contidos nesse intervalo vemos que a escolha é de fato acertada pois o índice $q = -0.1$ tem uma taxa de acerto de 34%. Esse índice é encontrado apenas no novo intervalo de aplicação, no antigo (de 0 até 2) a melhor taxa de acerto era 32% para o índice $q = 0.1$. A Tabela 4.5 e a Figura 4.4 expressam esses resultados individuais.

Tabela 4.5 – Taxa de acerto do classificador Naive-Bayes para base de dados Brodatz no intervalo de -1 até 3

q	% taxa de acerto	q	% taxa de acerto
-1.0	6.00 ± 3.05	1.1	24.50 ± 0.15
-0.9	6.75 ± 3.05	1.2	25.50 ± 0.08
-0.8	6.75 ± 7.46	1.3	23.75 ± 0.23
-0.7	9.00 ± 3.05	1.4	23.75 ± 0.08
-0.6	10.75 ± 7.46	1.5	24.25 ± 0.35
-0.5	11.75 ± 2.59	1.6	25.00 ± 0.35
-0.4	16.25 ± 2.33	1.7	24.25 ± 0.27
-0.3	23.25 ± 2.18	1.8	26.00 ± 0.15
-0.2	24.00 ± 1.49	1.9	26.00 ± 0.27
-0.1	34.00 ± 0.42	2.0	26.25 ± 0.07
0	28.25 ± 0.31	2.1	27.50 ± 0.03
0.1	32.00 ± 1.21	2.2	25.00 ± 0.22
0.2	30.75 ± 0.33	2.3	25.75 ± 0.15
0.3	31.50 ± 0.90	2.4	27.50 ± 0.04
0.4	29.25 ± 0.71	2.5	27.00 ± 0.22
0.5	29.75 ± 0.83	2.6	27.50 ± 0.14
0.6	31.50 ± 0.48	2.7	24.75 ± 0.22
0.7	28.25 ± 0.56	2.8	24.00 ± 0.19
0.8	26.25 ± 0.83	2.9	24.25 ± 0.31
0.9	25.00 ± 0.33	3.0	22.50 ± 0.27
1.0	25.50 ± 0.03		

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 4.4 – Taxa de acerto do classificador Naive-Bayes para base de dados Brodatz no intervalo de -1 até 3



Fonte: Elaborada pelo autor.

Os dois últimos experimentos feitos (testes para determinação do melhor intervalo de aplicação e testes para determinação do tamanho do passo) foram frutos de um trabalho minucioso e detalhado afim de explorar os parâmetros fundamentais para propiciar o melhor cenário possível para a extração de características das imagens.

O método do multi- q já havia sido utilizado em trabalhos da área(9–11), porém aplicado sempre no mesmo intervalo e com mesmo número de passos. Uma análise detalhada fez-se necessária aqui, pois a metodologia aplicada após a extração das q -entropias era diferente da literatura. Sendo assim era necessário um ajuste fino dos parâmetros para adequá-los a aplicação atual.

4.3 Entropia Multi-escala

Análise multi-escala é um recurso muito utilizado em reconhecimento de padrões em imagens com ferramentas informacionais tradicionais. No entanto, a utilização desta abordagem para caracterização por meio de entropia é recente. (8) Investigou-se como alteração da escala poderia influenciar os resultados para realização do cálculo de entropia BGS nas imagens de textura de Brodatz.

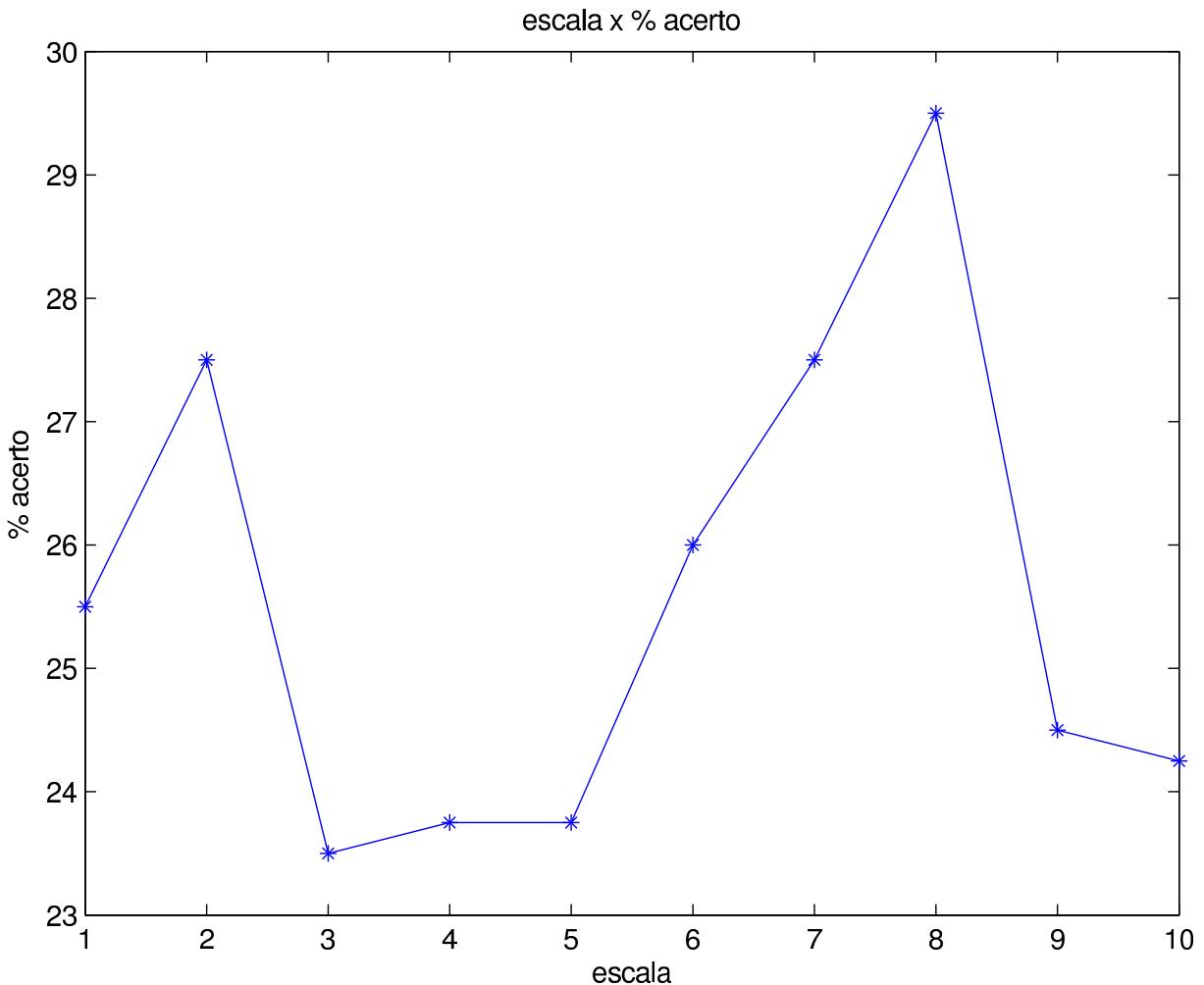
Para realização de tal experimento procedeu-se como descrito no capítulo 3: Após percorrer a imagem e construir o histograma $p(x)$, foi-se reescalando o mesmo, seguido de cálculo da entropia BGS. Na escala 1 o histograma tinha 256 caixas, na escala 2 tinha 128 caixas, e assim por diante até a escala 10. Os resultados da taxa de acerto do classificador Naive-Bayes para cada escala são expressos na Tabela 4.6 e Figura 4.5 :

Tabela 4.6 – Taxa de acerto do classificador Naive-Bayes para base de dados Brodatz com cálculo da entropia BGS em diferentes escalas

escala	% taxa de acerto
1	25.50 ± 0.02
2	27.50 ± 0.60
3	23.50 ± 0.65
4	23.75 ± 0.57
5	23.75 ± 0.57
6	26.00 ± 0.13
7	27.50 ± 0.60
8	29.50 ± 1.24
9	24.50 ± 0.33
10	24.25 ± 0.41

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 4.5 – Taxa de acerto do classificador Naive-Bayes para base de dados Brodatz com cálculo da entropia BGS em diferentes escalas



Fonte: Elaborada pelo autor.

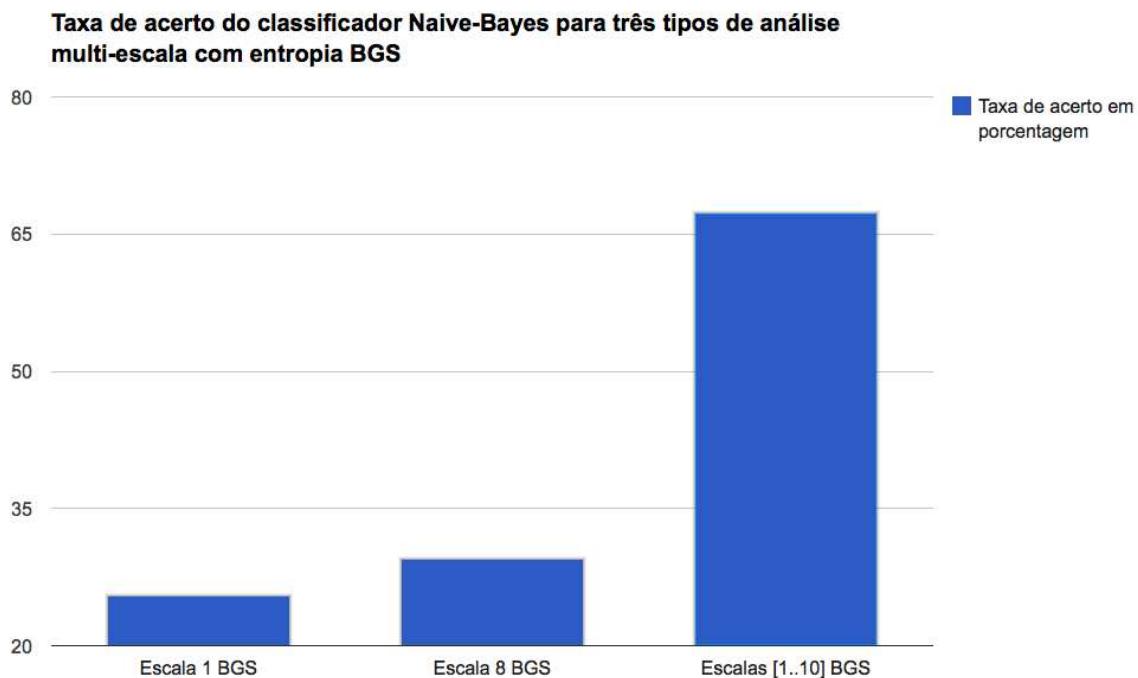
Verificou-se que a utilização de histogramas $p(x)$ reescalados pode produzir melhorias na taxa de acerto do classificador. É o caso da escala 8, que produziu uma taxa de acerto de 29.5% superior aos 25.5% da escala original. Porém, as taxas de acerto referem-se a apenas uma característica, a entropia BGS da respectiva escala. De maneira análoga à técnica do *múltiplo índice q*, construiu-se um vetor de dados utilizando todas as escalas de aplicação, dessa forma passou-se a utilizar 10 características (entropia BGS das 10 escalas) ao invés de apenas uma. Os resultados são mostrados na Tabela 4.7 e Figura 4.6 :

Tabela 4.7 – Taxa de acerto do classificador Naive-Bayes para três tipos de análise multi-escala com entropia BGS

escala	% taxa de acerto	# características
1	25.50 ± 0.32	1
8	29.50 ± 0.28	1
(1..10)	67.25 ± 0.35	10

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 4.6 – Taxa de acerto do classificador Naive-Bayes para três tipos de análise multi-escala com entropia BGS



Fonte: Elaborada pelo autor.

Analogamente ao caso do *Múltiplo índice q*, ao se utilizar um vetor de características obteve-se maiores taxas de acerto para o classificador. No caso da utilização de um vetor de dados com as 10 escalas para entropia BGS, a taxa de acerto foi elevada em aproximadamente 2.6 vezes.

4.4 Método proposto: Criação de um vetor de característica combinando multi-escala e múltiplo índice q

Após experimentos realizados analisando a técnica do Múltiplo índice q e a entropia multi-escala, concluiu-se que em ambas as situações era possível obter-se de taxas de acerto maiores para o classificador. Baseado nisso pensou-se em um método que combinasse a utilização dessas técnicas com o intuito de melhorar ainda mais os resultados obtidos. Surge a metodologia proposta neste mestrado, onde utiliza-se a técnica do múltiplo índice q associada à cada uma das escalas obtidas pela técnica da multi-escala.

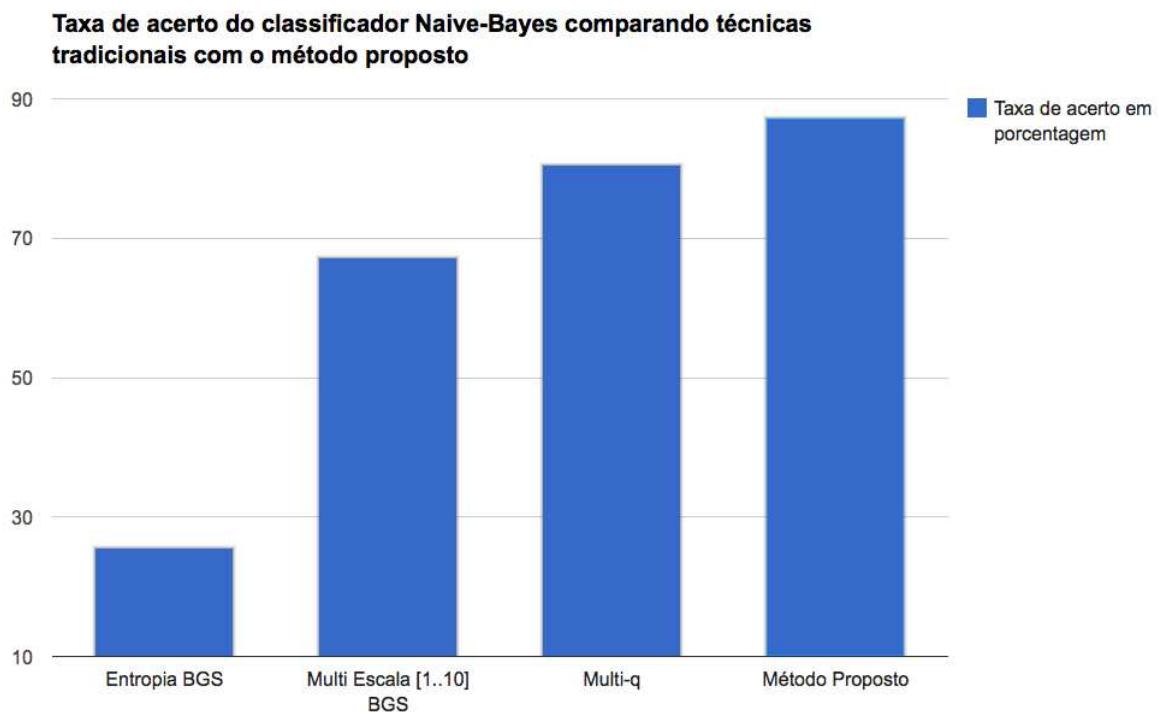
Para cada elemento da base de dados Brodatz, foi criado o vetor de dados $\vec{S}_q^{(\tau)}$ baseado no padrão estabelecido por meio dos experimentos anteriores, ou seja, o índice q variando de -1 até 3 em passos de 0.1 e a escala τ indo de 1 até 10. Após, concatenou-se os vetores de dados obtidos, compondo um único vetor de dados dispondendo de 410 características (41 valores de q -entropia para cada uma das 10 escalas). Valores das taxas de acerto do classificador Naive-Bayes para as técnicas individuais e para o método proposto são exibidas na Tabela 4.8 e na Figura 4.7 :

Tabela 4.8 – Taxa de acerto do classificador Naive-Bayes comparando técnicas tradicionais com o método proposto

Método	% taxa de acerto	# características
Entropia BGS	25.50 ± 0.32	1
Multi Escala (1..10)	67.25 ± 0.35	10
Múlti- q	80.50 ± 0.55	41
Método Proposto	87.25 ± 0.52	410

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 4.7 – Taxa de acerto do classificador Naive-Bayes comparando técnicas tradicionais com o método proposto



Fonte: Elaborada pelo autor.

4.4.1 Seleção de atributos

A metodologia proposta mostrou-se efetiva uma vez que elevou em aproximadamente 3.4 vezes a taxa de acerto do classificador quando comparado com a abordagem tradicional da entropia BGS. Porém ao mesmo tempo que a taxa de acerto foi elevada, também foi elevado o número de características envolvidas na análise e consequentemente o tamanho do vetor de dados.

Nos experimentos anteriores foi observado que a construção de um vetor de dados é mais efetiva do que o uso de um único valor como ferramenta informacional. Entretanto é importante atentar ao fato de que um montante maior de características acarreta em redundância de informação. Desejou-se saber então, o quanto o tamanho de um vetor de dados influenciava no aumento da taxa de acerto. Para isso, utilizando os resultados das taxas de acerto da Tabela 4.5, procedeu-se da seguinte forma: Classificou-se a base de dados valendo-se do primeiro elemento do vetor de características; após classificou-se utilizando o primeiro e o segundo; em seguida o primeiro, o segundo e o terceiro; e assim por diante até o momento que utilizou-se

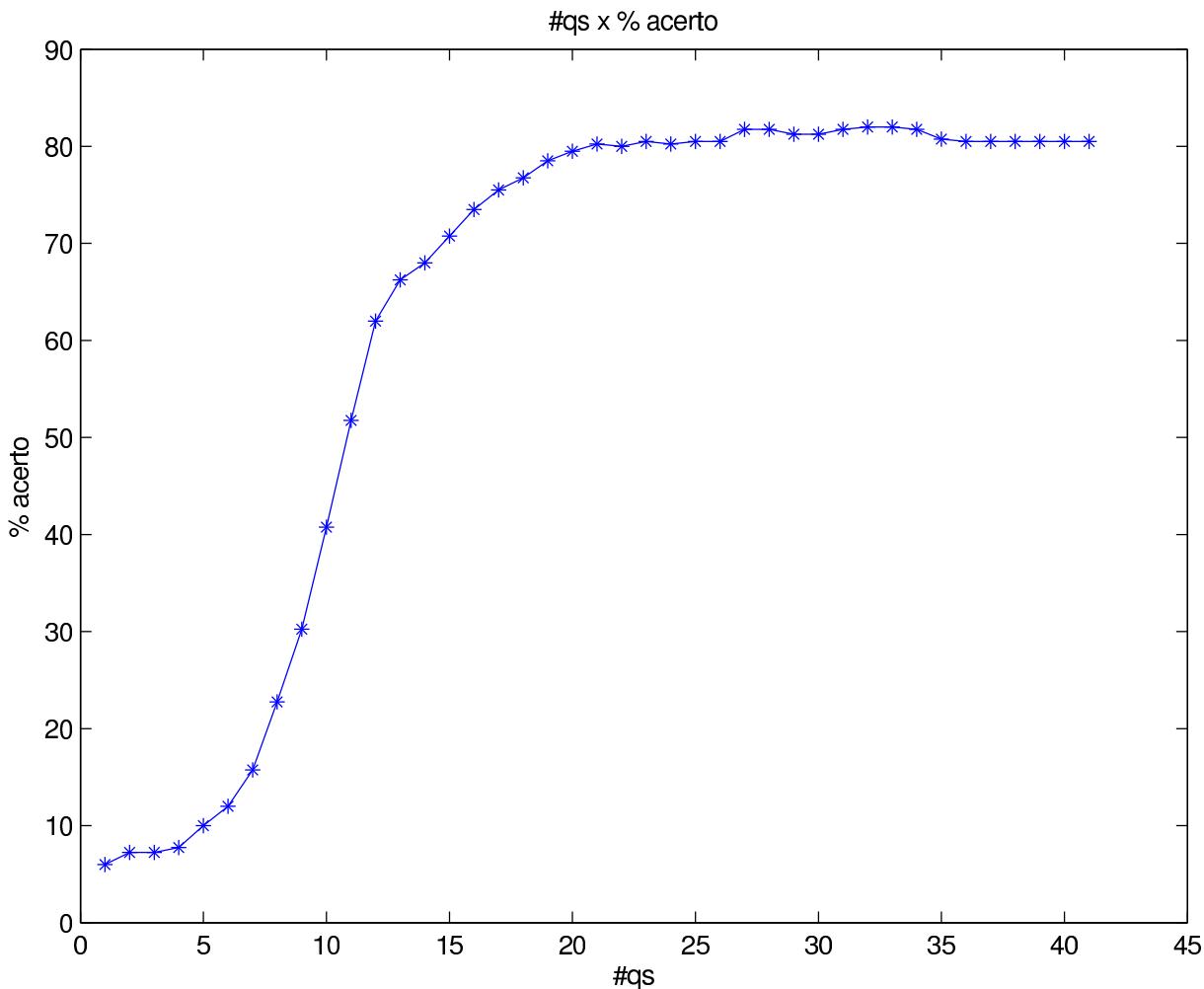
o vetor todo. Dessa forma acompanha-se como a taxa de acerto se comporta a medida que vamos aumentando o número de características envolvidas na análise. A Tabela 4.9 e a Figura 4.9 apresentam essa evolução:

Tabela 4.9 – Evolução da taxa de acerto mediante aumento do tamanho do vetor de características.

# características	% acerto	# características	% acerto
1	6.00 ± 8.63	22	80.00 ± 7.32
2	7.25 ± 8.36	23	80.50 ± 7.24
3	7.25 ± 8.36	24	80.25 ± 7.24
4	7.75 ± 8.26	25	80.50 ± 7.24
5	10.00 ± 7.78	26	80.50 ± 7.24
6	12.00 ± 7.35	27	80.75 ± 7.36
7	15.75 ± 6.55	28	81.75 ± 6.41
8	22.75 ± 5.06	29	81.25 ± 6.41
9	30.25 ± 3.46	30	81.25 ± 6.40
10	40.75 ± 1.22	31	81.75 ± 6.41
11	51.75 ± 1.11	32	82.00 ± 6.52
12	62.00 ± 3.30	33	82.00 ± 6.52
13	66.25 ± 4.20	34	81.75 ± 6.41
14	68.00 ± 4.58	35	80.75 ± 7.24
15	70.75 ± 5.17	36	80.50 ± 7.24
16	73.50 ± 5.75	37	80.50 ± 7.24
17	75.50 ± 6.18	38	80.50 ± 7.24
18	76.75 ± 6.44	39	80.50 ± 7.24
19	78.50 ± 6.82	40	80.50 ± 7.24
20	79.50 ± 7.03	41	80.50 ± 7.24
21	80.25 ± 7.24		

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 4.8 – Evolução da taxa de acerto mediante aumento do tamanho do vetor de características.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Por meio desses resultados é possível notar que a criação de um vetor de características realmente melhora as taxas de acerto, porém quando ela atinge um limite, a taxa de acerto fica estagnada e assume um comportamento linear, não apresentando mais sinais de melhora evidentes. No caso da base Brodatz analisada, a taxa de acerto foi gradativamente aumentando a medida que o número de características também crescia, porém ao atingir 22 características a taxa de acerto permanece em 80.5%, tendo uma leve flutuação quando usa-se um número maior de características, porém nada que justificasse esse tamanho excedente para o vetor. Ou seja obtém-se praticamente a mesma taxa de acerto utilizando 22 ou 41 características, o que evidencia a redundância de informação intrínseca ao método.

Para lidar com esse problema de eliminação da redundância, é proposto a realização da técnica de seleção de atributos.

Existem diversos algoritmos para seleção de atributos. (65) Porém neste trabalho utilizou-

se uma estratégia simples para deixar claro a influencia que diferentes índices q têm no processo de classificação. A ideia principal, em resumo, é a de utilizar apenas valores de q -entropia que apresentem contribuição significativa para o processo de classificação.

Uma vez aquisicionado o vetor de características, é feita a seguinte análise: quais características são fundamentais para elevar ou reduzir a taxa de acerto de maneira drástica? Usando os valores da Tabela 4.5 construiu-se a Tabela 4.10 referente aos valores de variação de taxa de acerto de um índice para o seguinte:

Tabela 4.10 – Variação da taxa de acerto de um índice para o seguinte.

índices	variação da taxa de acerto	índices	variação da taxa de acerto
-1.0 → -0.9	0.75 ± 0.05	1.0 → 1.1	-1.00 ± 0.22
-0.9 → -0.8	0.00 ± 0.06	1.1 → 1.2	1.00 ± 0.09
-0.8 → -0.7	2.25 ± 0.29	1.2 → 1.3	-1.75 ± 0.34
-0.7 → -0.6	1.75 ± 0.21	1.3 → 1.4	0.00 ± 0.06
-0.6 → -0.5	1.00 ± 0.09	1.4 → 1.5	0.50 ± 0.01
-0.5 → -0.4	4.50 ± 0.65	1.5 → 1.6	0.75 ± 0.05
-0.4 → -0.3	7.00 ± 1.05	1.6 → 1.7	-0.75 ± 0.18
-0.3 → -0.2	0.75 ± 0.05	1.7 → 1.8	1.75 ± 0.21
-0.2 → -0.1	10.00 ± 1.53	1.8 → 1.9	0.00 ± 0.06
-0.1 → 0.0	-5.75 ± 0.98	1.9 → 2.0	0.25 ± 0.46
0.0 → 0.1	3.75 ± 0.53	2.1 → 2.2	-2.50 ± 0.05
0.1 → 0.2	-1.25 ± 0.26	2.2 → 2.3	0.75 ± 0.21
0.2 → 0.3	0.75 ± 0.05	2.3 → 2.4	1.75 ± 0.14
0.3 → 0.4	-2.25 ± 0.42	2.4 → 2.5	-0.50 ± 0.01
0.4 → 0.5	0.50 ± 0.01	2.5 → 2.6	0.50 ± 0.50
0.5 → 0.6	1.75 ± 0.21	2.6 → 2.7	-2.75 ± 0.18
0.6 → 0.7	-3.25 ± 0.58	2.7 → 2.8	-0.75 ± 0.02
0.7 → 0.8	-2.00 ± 0.38	2.8 → 2.9	0.25 ± 0.34
0.8 → 0.9	-1.25 ± 0.26	2.9 → 3.0	-1.75 ± 0.26
0.9 → 1.0	0.50 ± 0.01		

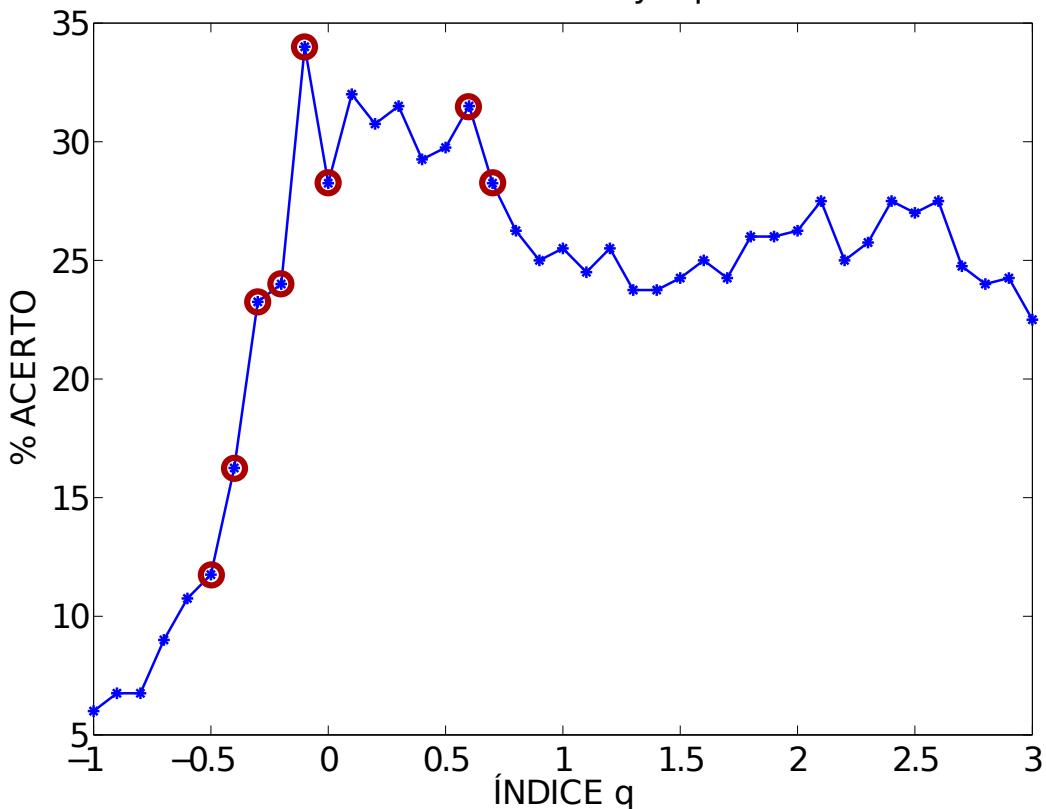
Fonte: Elaborada pelo autor.

Nota-se que certos pares de índices produzem uma variação em módulo elevada da taxa de acerto. Considera-se portanto que esses pares de índices são relevantes uma vez que obtém-se uma quantidade maior de informação através dos mesmos. Por exemplo, caso deseja-se selecionar os quatro melhores atributos, estes seriam -0.1, -0.3, 0.0 e 0.7, pois as

respectivas taxas de variação em módulo desses pontos associados ao seu par anterior foram: 10%, 7%, 5.75%, 3.25%. A Figura destaca os pares de pontos que produziram tais variações:

Figura 4.9 – Índices que produzem maior variação da taxa de acerto destacados.

Taxa de acerto do classificador Naive–Bayes para base de dados Brodatz



Fonte: Elaborada pelo autor.

Por se tratar de um método simples e com grande apelo visual, optou-se pela utilização desse método de seleção de atributos. Tais características tornam o método didático pois é simples observar quais características são selecionadas, bem como a razão da escolha.

Após definição do padrão de seleção de atributos, valendo-se da técnica descrita, selecionou-se os melhores atributos dos 41 iniciais da técnica do *Multi-q*. Após o processo, utilizando apenas 9 características, elevou-se a taxa de acerto para 86.75%:

Tabela 4.11 – Taxa de acerto do classificador Naive-Bayes comparando a técnica do *Multi-q* com o *Multi-q* com atributos selecionados.

Método	% taxa de acerto	# características
Entropia BGS	25.50 ± 0.32	1
Múlti- <i>q</i>	80.50 ± 0.55	41
Múlti- <i>q</i> com seleção de atributos	86.75 ± 0.60	9

Fonte: *Elaborada pelo autor.*

O resultado obtido é muito satisfatório uma vez que elevou-se a taxa de acerto de 80.5 para 86.75 utilizando um vetor de dados de tamanho 9 ao invés de um de tamanho 41. Isso se justifica pelo fato da redundância ter sido eliminada, sobrando apenas os atributos com maior quantidade de informação intrínseca.

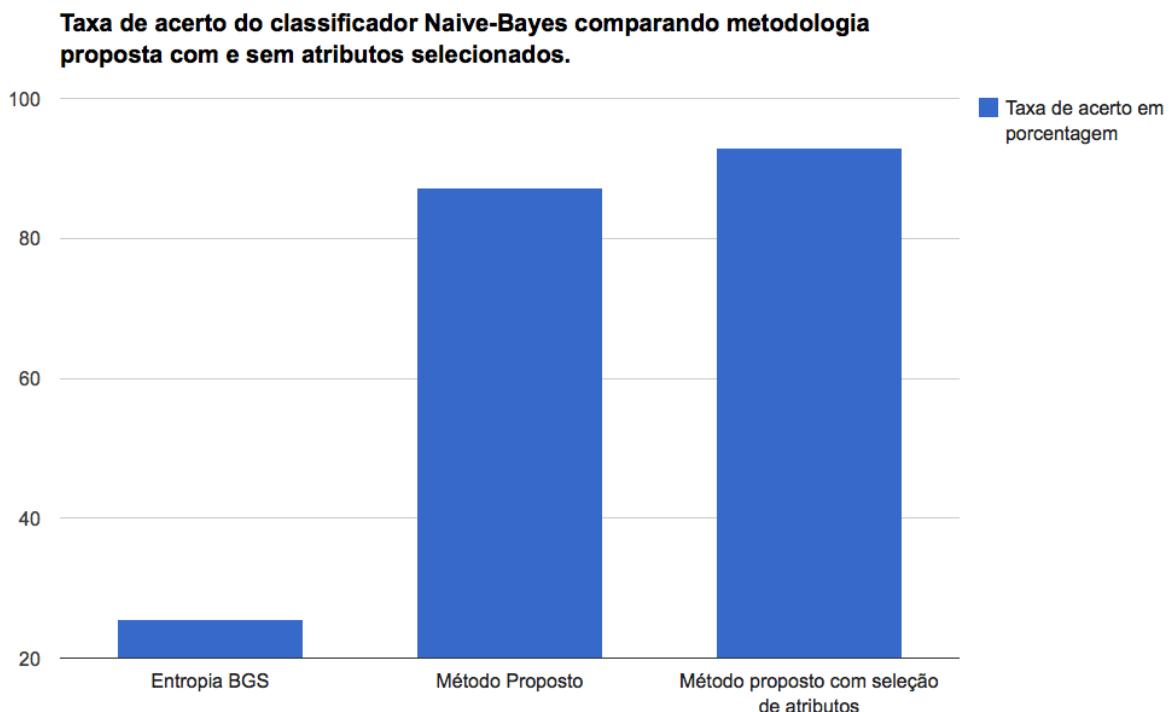
O passo imediato foi aplicar a técnica da seleção de atributos à metodologia proposta neste mestrado. Na metodologia proposta, combinando as técnicas *Multi-q* e *Entropia Multi-Escala*, foi criado um vetor de características com 410 elementos e através do mesmo, obteve-se uma taxa de acerto de 87.25%. Ao aplicar a técnica da seleção de atributos, passa-se de 410 elementos para apenas 32, enquanto isso a taxa de acerto é elevada para 93%, o que é deveras significativo pois apresenta um aumento de 5.75% na taxa de acerto utilizando menos de 1 decimo do número de características original. A Tabela 4.12 e a Figura 4.10 sumarizam esses resultados:

Tabela 4.12 – Taxa de acerto do classificador Naive-Bayes comparando metodologia proposta com e sem atributos selecionados.

Método	% taxa de acerto	# características
Entropia BGS	25.50 ± 0.32	1
Método proposto	87.25 ± 0.52	410
Método proposto com seleção de atributos	93.00 ± 0.48	32

Fonte: *Elaborada pelo autor.*

Figura 4.10 – Taxa de acerto do classificador Naive-Bayes comparando metodologia proposta com e sem atributos selecionados.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Por meio da metodologia sugerida (Multi-Escala + Multi-q + Seleção de atributos) aumenta-se em aproximadamente 3.6 vezes a taxa de acerto do que a abordagem tradicional para esse tipo de problema (entropia BGS).

Assim é concluída a determinação do padrão de aplicação da metodologia proposta, sumarizada segundo os itens:

- Percorrer a imagem nas dimensões $L_x \times L_y$, fazendo a contagem dos pixels com uma dada intensidade $\tilde{p}_{i,j}$, com o intuito de construir o histograma normalizado $p(x)$;
- Em posse do histograma aplicar a técnica da Multi-Escala com o objetivo de obter novos histogramas $p(x)^{(\tau)}$, com τ indo de 1 até 10;
- Para cada histograma $p(x)^{(\tau)}$, com o objetivo de obter os vetores de dados $\vec{S}_q^{(\tau)}$, aplicar a técnica do *Múltiplo índice q* com q variando no intervalo de -1 até 3 em passos de 0.1;
- Concatenar os vetores $\vec{S}_q^{(\tau)}$ afim de obter um único vetor de dados;
- Realizar a seleção de atributos do vetor concatenado;
- Aplicar um ou mais classificadores para análise dos dados.

4.5 Aplicação da metodologia em outras bases de dados de textura

Após a elaboração de um padrão para aplicação da metodologia proposta nesse mestrado, são apresentados os resultados obtidos em diferentes bases de dados de texturas. Os resultados serão relativos as bases de dados originais, mas também são apresentadas análises referentes a inserção de ruído nas mesmas.

As bases de dados utilizadas são, além da base de dados Brodatz (61), já aplicada anteriormente com o intuito de realizar estudos para obtenção das melhores condições para a metodologia, as bases Outex (66), Usptex(67) e Vistex.(68) A base Brodatz é composta por 111 classes contendo 16 amostras em cada classe, Outex por 68 classes com 20 amostras em cada classe, Usptex 332 classes com 12 amostras em cada classe e finalmente Vistex com 54 classes com 16 amostras em cada classes. Todas os elementos das quatro bases de dados de texturas possuem dimensões de 128×128 pixels.

A base Brodatz foi extraída de um famoso livro de arquitetura, Outex foi elaborada na University of Oulu - Finlândia, Usptex na Universidade de São Paulo USP - Brasil (69) e Vistex no Massachusetts Institute of Technology - MIT - Cambridge, MA, Estados Unidos.

A metodologia, além de ser aplicada nas bases de dados originais, foi aplicada nas mesmas contendo também dois tipos de ruído: o ruído gaussiano e o ruído sal e pimenta.

O ruído gaussiano consiste em um bloqueio nas altas frequências da imagem, o que implica em arestas borradas e detalhes da imagem suprimidos. Neste estudo foi utilizado ruído gaussiano suprimindo 10% das frequências mais altas da imagem. A Figura 4.11 apresenta uma comparação entre uma imagem original e outra sujeita a aplicação do ruído.

Figura 4.11 – Comparação entre imagem original e submetida ao ruído gaussiano.

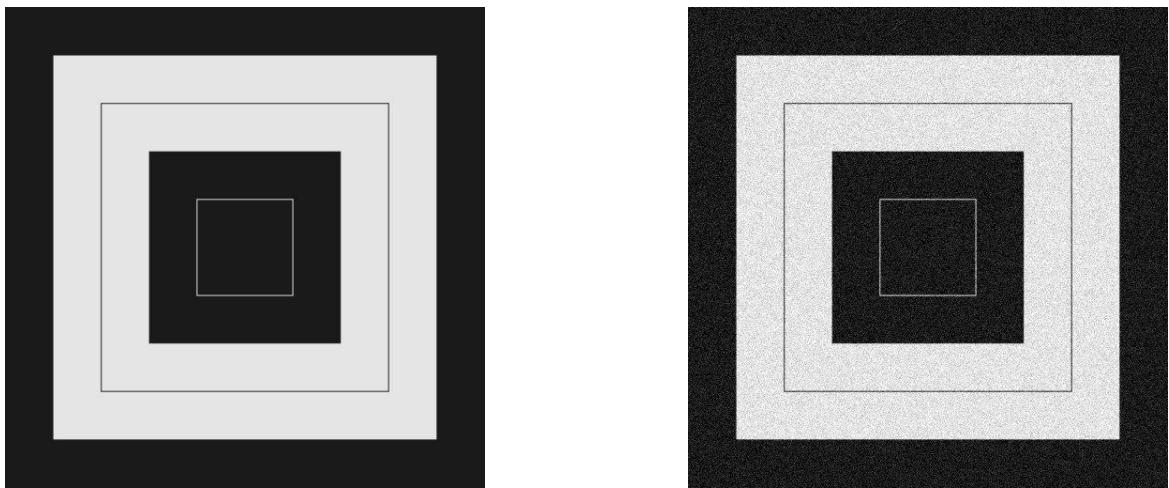


Imagen original

Imagen com reuído gaussiano

Fonte: Elaborada pelo autor.

O Ruido sal e pimenta é caracterizado pela presença de uma quantidade aleatoriamente esparsa de pixels em preto e branco em uma imagem. Neste estudo foi utilizado uma densidade de 25% dos pixels da imagem com este efeito de *ON/OFF*. A Figura 4.12 apresenta a comparação entre a imagem original e a sujeira a aplicação do ruído.

Figura 4.12 – Comparação entre imagem original e submetida ao ruído sal e pimenta.

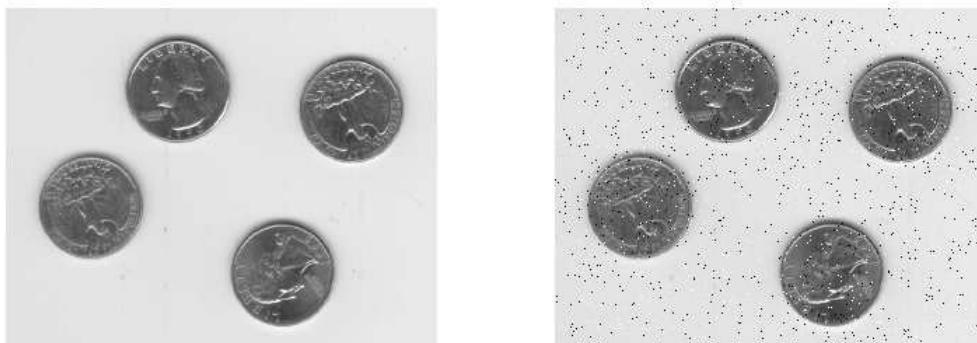


Imagen original

Imagen com ruído
sal e pimenta

Fonte: Elaborada pelo autor.

Além disso, além do classificador Naive Bayes já utilizado no 4, usou-se também o classificador KNN (Sigla para a expressão inglesa K-nearest neighbours, ou K-Vizinhos próximos), com K=3 vizinhos próximos.

4.5.1 Resultados para base de dados Brodatz

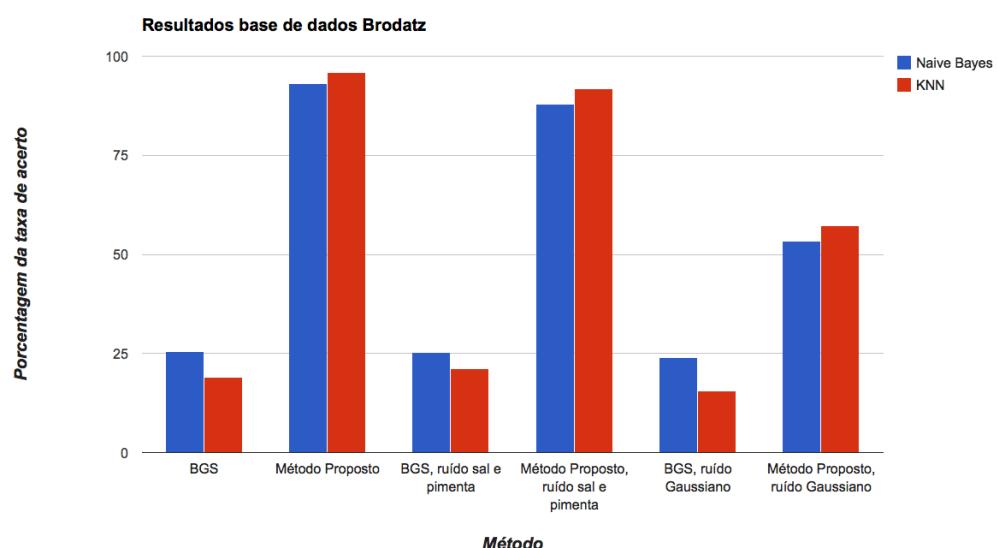
A primeira base utilizada é a base Brodatz. No capítulo 4 ela foi de fundamental importância nos testes que estabeleceram o padrão de aplicação da metodologia proposta, portanto muitos resultados presentes nessa seção em particular já foram citados anteriormente. Os novos resultados referem-se as taxas de acerto de mais um classificador (KNN com $k=3$ vizinhos próximos) além da aplicação da técnica tradicional (entropia BGS) e da metodologia proposta para as bases com ruídos Gaussiano e Sal & Pimenta. A Tabela 4.13 e a Figura 4.13 apresentam esses resultados.

Tabela 4.13 – Resultados para base de dados Brodatz.

Método	Classificador	Naive Bayes	KNN	# de c.
BGS		25.50 ± 1.53	19.00 ± 1.12	1
BGS com ruído Sal e Pimenta		25.25 ± 1.42	21.25 ± 1.20	1
BGS com ruído Gaussiano		24.00 ± 0.91	15.50 ± 1.55	1
Método Proposto		93.00 ± 0.40	96.00 ± 0.90	32
Método Proposto com ruído S. e P.		88.00 ± 1.09	91.75 ± 1.21	32
Método Proposto com ruído G.		53.25 ± 0.41	57.25 ± 0.41	32

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 4.13 – Resultados para base de dados Brodatz.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Os resultados são satisfatórios, para a base de dados original a metodologia proposta eleva as taxas de acerto em aproximadamente 5 vezes. Para a base de dados com ruído, os resultados são igualmente bons, a metodologia proposta eleva a taxa de acerto da base com ruído Sal e Pimenta em aproximadamente 4.3 vezes, e em aproximadamente 3.6 vezes para a base com ruído Gaussiano.

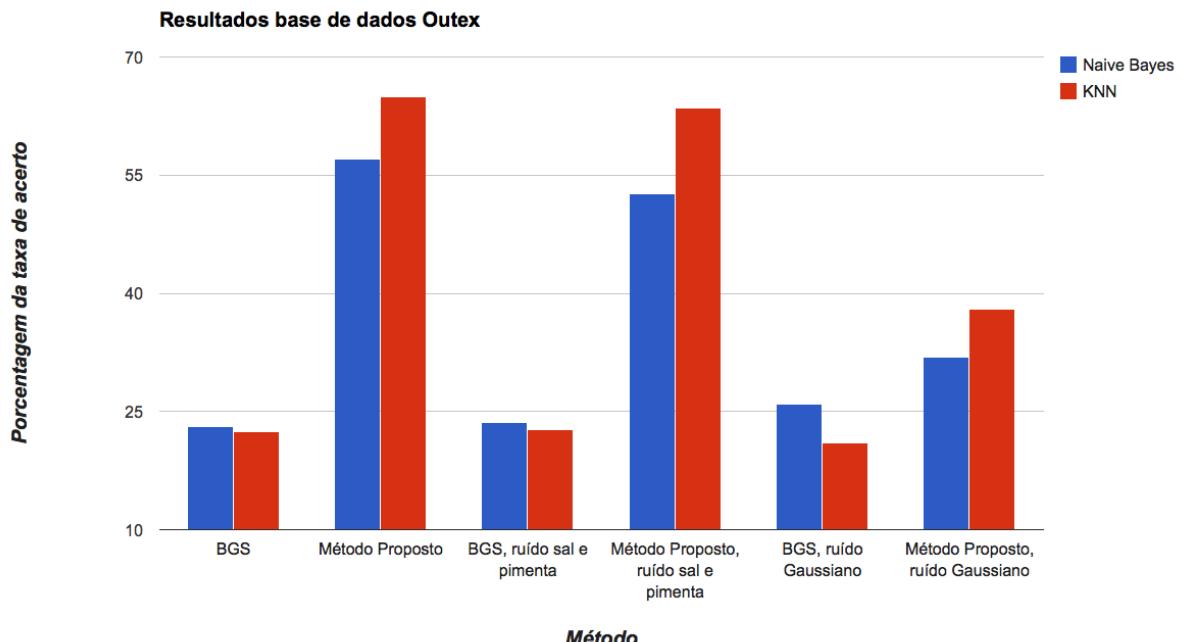
4.5.2 Resultados para base de dados Outex

A base utilizada agora é a base Outex, elaborada na University of Oulu - Finlândia. Seu uso assim como o das bases seguintes é justificado pelo fato de serem bases bem conhecidas na literatura. A base Outex foi submetida aos mesmos testes da base Brodatz utilizando os mesmos parâmetros de aplicação. Novamente, a Tabela 4.14 e a Figura 4.14 apresentam esses resultados.

Tabela 4.14 – Resultados para base de dados Outex.

Método	Classificador	Naive Bayes	KNN	# de c.
BGS		23.13 ± 0.01	22.5 ± 0.27	1
BGS com ruído Sal e Pimenta		23.63 ± 0.18	22.75 ± 0.17	1
BGS com ruído Gaussiano		26.00 ± 0.15	21.00 ± 0.18	1
Método Proposto		57.00 ± 1.26	65.00 ± 1.73	32
Método Proposto com ruído S. e P.		52.63 ± 1.45	63.50 ± 1.98	32
Método Proposto com ruído G.		31.88 ± 0.16	38.00 ± 0.16	32

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 4.14 – Resultados para base de dados Outex.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Para base Outex os resultados também são bons sendo que para a base de dados original a metodologia proposta aumenta a taxa de acerto em aproximadamente 2.8 vezes, com ruído Sal e Pimenta o aumento é de aproximadamente 2.7 vezes e para o ruído Gaussiano o aumento foi de aproximadamente 1.8 vezes.

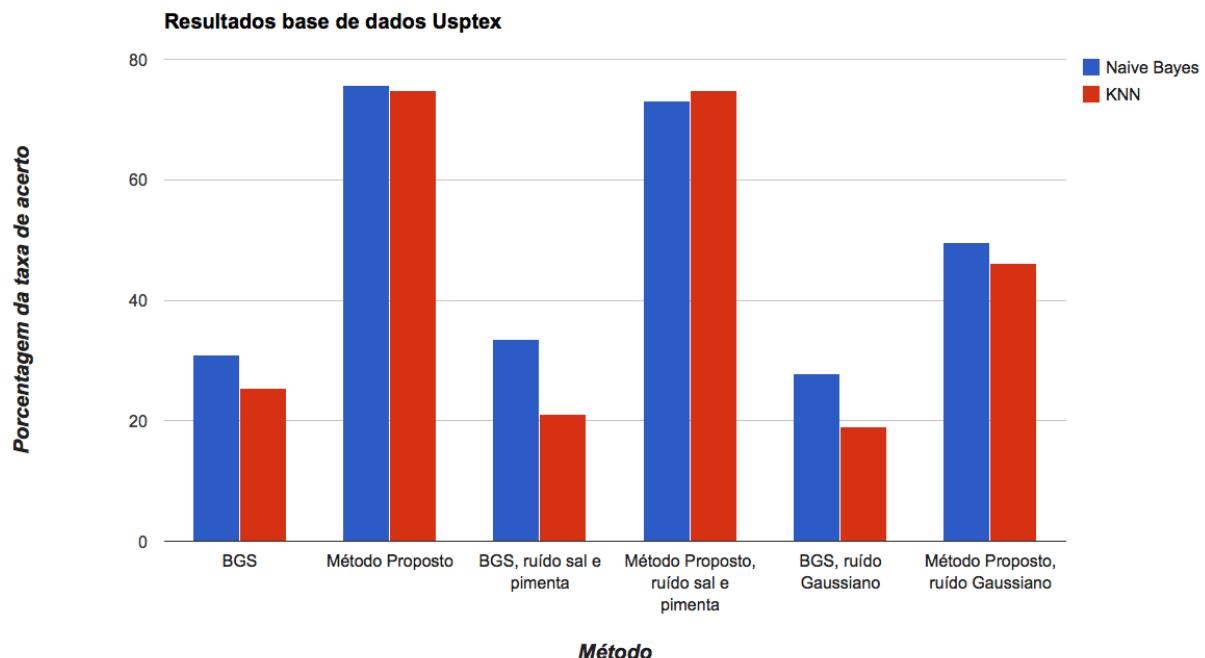
4.5.3 Resultados para base de dados Usptex

A terceira base utilizada foi a Usptex, formulada pela Universidade de São Paulo USP - Brasil. Essa base apresenta enorme desafio à metodologia pois envolve o maior número de classes dentre as quatro bases utilizadas nesse mestrado. Os resultados são expressos na Tabela 4.15 e Figura 4.15 .

Tabela 4.15 – Resultados para base de dados Usptex.

Método	Classificador	Naive Bayes	KNN	# de c.
BGS		30.86 ± 0.86	25.44 ± 0.34	1
BGS com ruído Sal e Pimenta		33.50 ± 0.94	21.03 ± 0.84	1
BGS com ruído Gaussiano		27.86 ± 0.64	19.05 ± 0.95	1
Método Proposto		75.65 ± 0.54	74.78 ± 0.41	32
Método Proposto com ruído S. e P.		73.01 ± 0.47	74.80 ± 0.12	32
Método Proposto com ruído G.		49.57 ± 1.23	46.07 ± 1.23	32

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 4.15 – Resultados para base de dados Usptex.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Embora essa base fosse a que tivesse o maior número de classes o método novamente mostrou-se adequado elevando a taxa de acerto nos três cenários abordados: Base original, aumento de aproximadamente 2.9 vezes; ruído Sal e Pimenta 3.5 vezes; ruído Gaussiano 2.4 vezes.

4.5.4 Resultados para base de dados Vistex

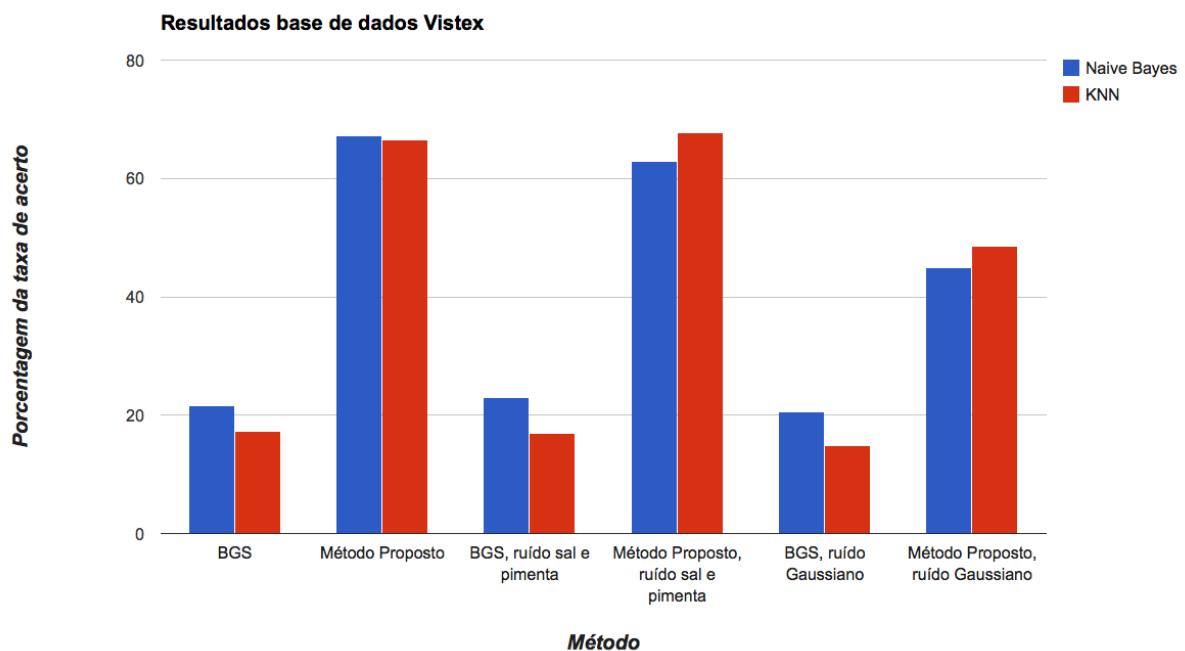
Finalmente, a última base de dados de texturas utilizada é a base Vistex, elaborada no Massachusetts Institute of Technology - Cambridge, MA, Estados Unidos. os mesmos testes e condições das três bases anteriores atestam os bons resultados da metodologia e são exibidos na Tabela 4.16 e Figura 4.16 .

Tabela 4.16 – Resultados para base de dados Vistex.

Método	Classificador	Naive Bayes	KNN	# de c.
BGS		21.56 ± 1.02	17.34 ± 0.70	1
BGS com ruído Sal e Pimenta		22.97 ± 1.09	17.00 ± 0.83	1
BGS com ruído Gaussiano		20.63 ± 0.64	14.84± 0.72	1
Método Proposto		67.18 ± 0.54	66.56 ± 0.23	32
Método Proposto com ruído S. e P.		62.81 ± 0.64	67.81 ± 0.86	32
Método Proposto com ruído G.		44.84 ± 0.56	48.59 ± 0.57	32

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 4.16 – Resultados para base de dados Vistex.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Para a base de dados Vistex a tendência de bons resultados repete-se e a nova metodologia

consegue elevar a taxa de acerto referente a base original em aproximadamente 3.8 vezes, a base com ruído Sal e Pimenta em 3.9 vezes e a base com ruído Gaussiano em 3.2 vezes.

CAPÍTULO 5

Estudo de casos em aplicações reais

Após o estabelecimento dos padrões de aplicação do método e o sucesso dos resultados obtidos no capítulo 4, propõe-se no capítulo atual a implementação três aplicações práticas:

- Segmentação de imagens de satélite por meio de entropia;
- Classificação de uma base de dados de formas por meio de extração de contornos;
- Classificação de espécies de sapos por meio de representação gráfica do coaxar.

A primeira aplicação foi laureada com o prêmio *Yvonne Primerano Mascarenhas* como melhor trabalho de mestrado no ano de 2013 durante o evento *III Semana Integrada do Instituto de Física de São Carlos - São Carlos, São Paulo, Brasil*.

A terceira aplicação foi desenvolvida durante um período de estágio no *Florida Institute of Technology - Melbourne, Flórida, Estados Unidos*.

5.1 Segmentação de imagens de satélite

5.1.1 Procedendo com imagens de satélite

O objetivo do reconhecimento de padrões em imagens é classificar uma dada amostra de acordo com um conjunto de classes de uma base de dados. Na classificação supervisionada, as classes são pré-determinadas, a tarefa do classificador portanto consiste em procurar por padrões e classificar uma amostra como sendo um elemento de uma das classes da base de dados.

Para poder aplicar a metodologia proposta nesse mestrado em imagens de satélite, alguns procedimentos devem ser desenvolvidos. O primeiro deles é a obtenção das imagens de diversas localidades através do software Google Earth (Figura 5.1). Para realização desta tarefa,

escolhe-se um conjunto de pares de pontos aleatórios para longitude e latitude. A combinação destes pares dois a dois, sem repetições, provê locais únicos do globo terrestre. Usando esses parâmetros, captura-se um conjunto de imagens de dimensão 1280×1280 pixels referentes a essas localidades distintas.

Em posso das imagens, deve-se partitionar as mesmas em janelas de tamanho 16×16 pixels. A divisão da imagem em múltiplas regiões tem o objetivo de simplificar a representação desta imagem afim de facilitar a sua análise. O resultado do partitionamento é um conjunto de regiões, sendo que os pixels em uma mesma região podem ser considerados similares com relação à sua intensidade (e por conseguinte à sua entropia). Sendo que regiões adjacentes, devem possuir diferenças significativas com respeito a essas mesmas características.

Feito isso, deve-se obter o vetor de características para cada uma das partições, para isso cria-se histogramas dos canais de cores R,G e B e aplica-se a metodologia proposta para cada um dos histogramas.

Por fim, através dos classificadores Naive Bayes e KNN, identifica-se as partições de acordo com uma das três classes possíveis para essas imagens: Regiões urbanas, aquáticas e de vegetação.

Por fim é exibida uma imagem com as partições coloridas de acordo com sua classificação: Região aquática = amarelo, região urbana = ciano, região de vegetação = magenta.

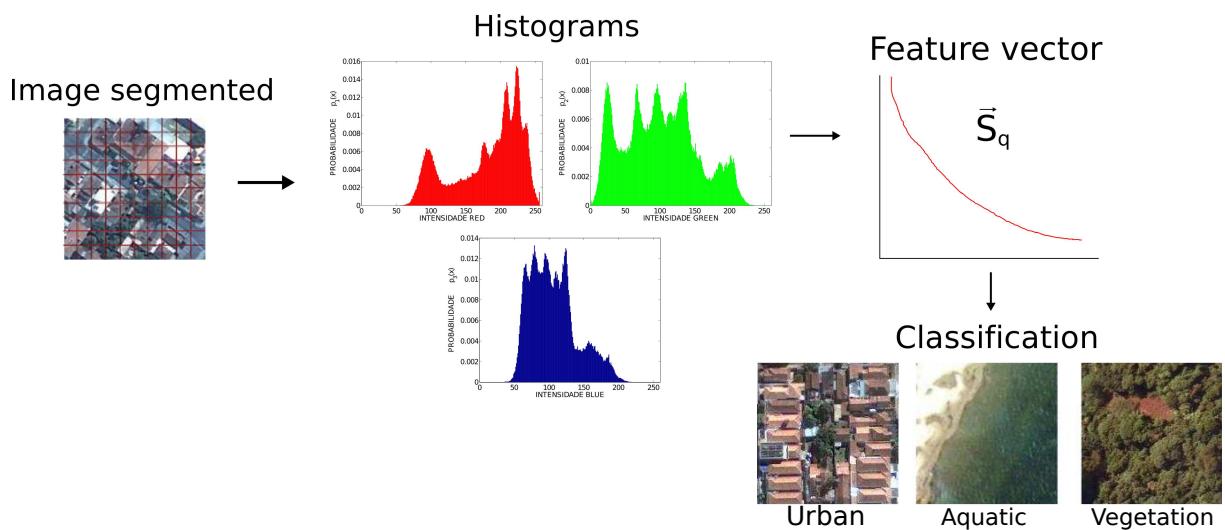
Figura 5.1 – Imagens obtidas pelo Google Earth de diferentes regiões: (a) Urbanas, (b) Aquáticas, (c) Vegetação.



Fonte: Elaborada pelo autor.

A Figura 5.2 descreve os passos do método apresentados:

Figura 5.2 – Desenho esquemático da metodologia.



Fonte: Elaborada pelo autor.

5.1.2 Resultados

A Tabela 5.1 apresenta a porcentagem das taxas de acerto para três classificadores, comparando a abordagem tradicional (Entropia BGS) com a metodologia proposta nessa dissertação. Os classificadores escolhidos foram Naive Bayes e KNN , com N=1 e N=3 vizinhos próximos. Os números entre parenteses ao lado dos métodos indicam o número de características utilizadas.

Tabela 5.1 – Taxas de acerto dos classificadores para aplicação em imagens de satélite .

Classificador	Métodos	BGS (3)	Método Proposto (8)
Naive Bayes		64.30 ± 1.13	68.41 ± 0.54
KNN (K=1 vizinho próximo)		63.04 ± 1.64	69.76 ± 1.09
KNN (K=3 vizinhos próximos)		64.00 ± 1.25	72.96 ± 1.40

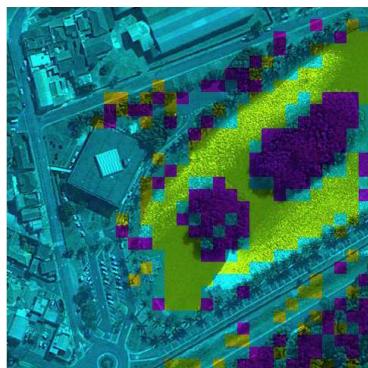
Fonte: Elaborada pelo autor.

A Figura exibe a imagem de saída da aplicação com as partições evidenciadas por meio do classificador KNN.

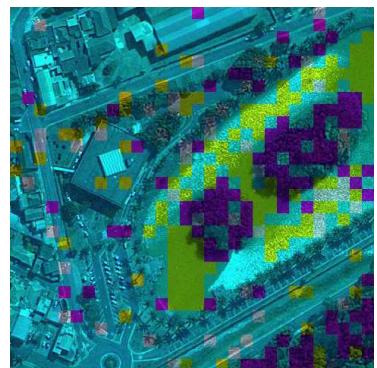
Figura 5.3 – Segmentação obtida pela metodologia proposta e evidenciada pelo classificador KNN. Amarelo indica regiões aquáticas, Ciano indica regiões Urbanas e Magenta indica regiões de vegetação.



(a) Imagem Original



(a) KNN com 1 vizinho próximo



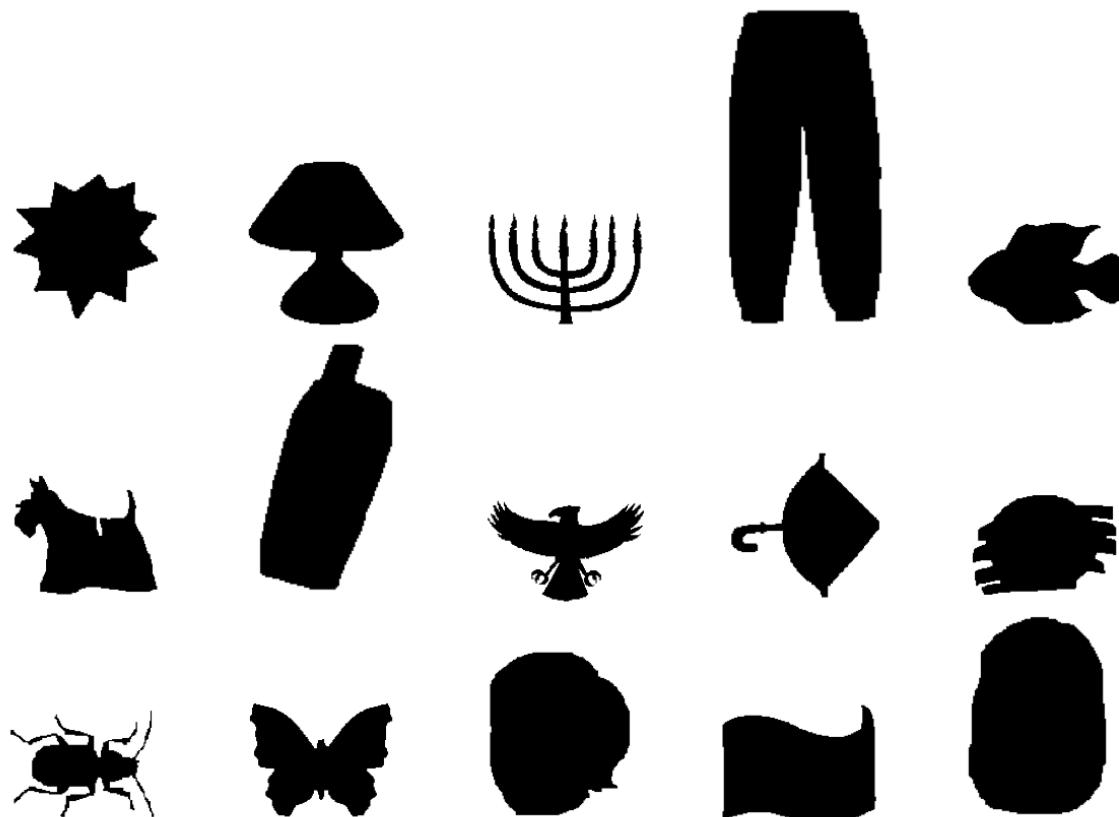
(b) KNN com 3 vizinhos próximos

Fonte: Elaborada pelo autor.

5.2 Classificação de uma base de dados de formas por meio de extração de contornos

Para aplicação do método desenvolvido em uma base de dados de formas utilizou-se a base de formas "A Large Binary Image Database" por Benjamin B. Kimia (70), outra conhecida base de dados da literatura. Essa base consiste em diversas formas binárias que possuem contornos fechados. Foi obtido no grupo de visão de LEMS da universidade de Brown sob orientação do professor Bejamin. O banco de dados é composto por 15 classes com 15 elementos em cada uma das classes. A dimensão das imagens é de 128×128 pixels. A Figura exibe um elemento de cada uma das 15 classes:

Figura 5.4 – Elementos da base de dados "A Large Binary Image Database".



Fonte: Elaborada pelo autor.

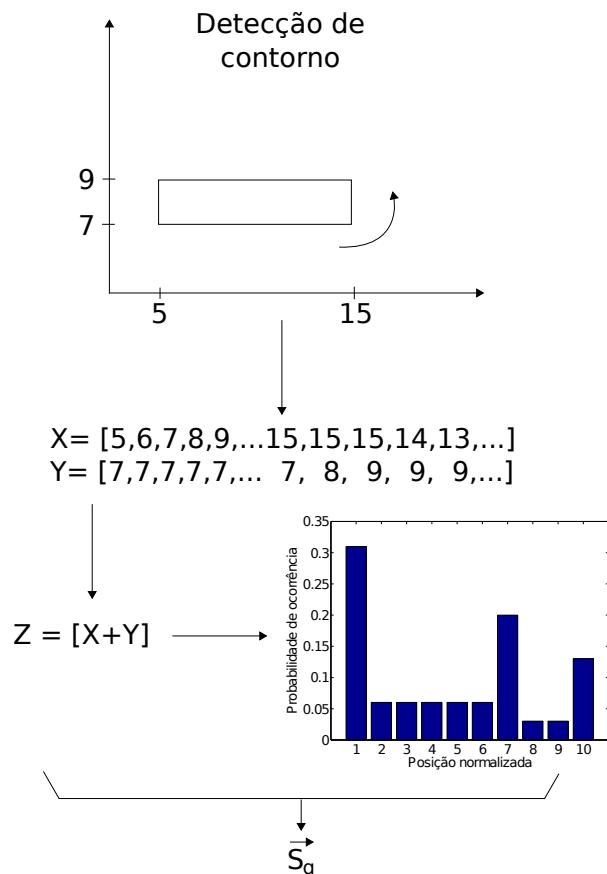
5.2.1 Pré-processamento para imagens de formas

De maneira à aplicar a metodologia proposta neste mestrado nessa base de dados de formas, alguns procedimentos foram necessários. Se antes, em imagens de escala de cinza, construía-se histogramas $p(x)$ relativos a contagem do número de pixels com uma determinada intensidade $\tilde{p}_{i,j}$, neste caso uma nova abordagem é necessária, pois essas imagens binárias possuem apenas dois níveis : 0, relativo aos pixels na cor preta (forma) e 255, relativo aos pixels na cor branca (fundo).

A solução encontrada foi construir um histograma que represente a probabilidade de ocorrência das coordenadas do contorno. Para tal, utilizando um algoritmo de extração de contorno, obtém-se dois vetores contendo as posições x e y dos pontos que compõem o contorno da imagem. Após, concatena-se esses dois vetores, subtraí-se o mínimo valor dentre todos os elementos e divide-se todos os elementos pelo valor máximo. Por meio dessas ações, tornamos

o vetor invariante à transformadas de translação e escala. Agora estamos aptos a construir o histograma $p(x)$ relativo à probabilidade de ocorrência das posições das formas. A Figura ilustra os passos até a obtenção do histograma e posterior cálculos de q-entropias:

Figura 5.5 – Desenho esquemático da aplicação do método proposto em contornos de imagens.



Fonte: Elaborada pelo autor.

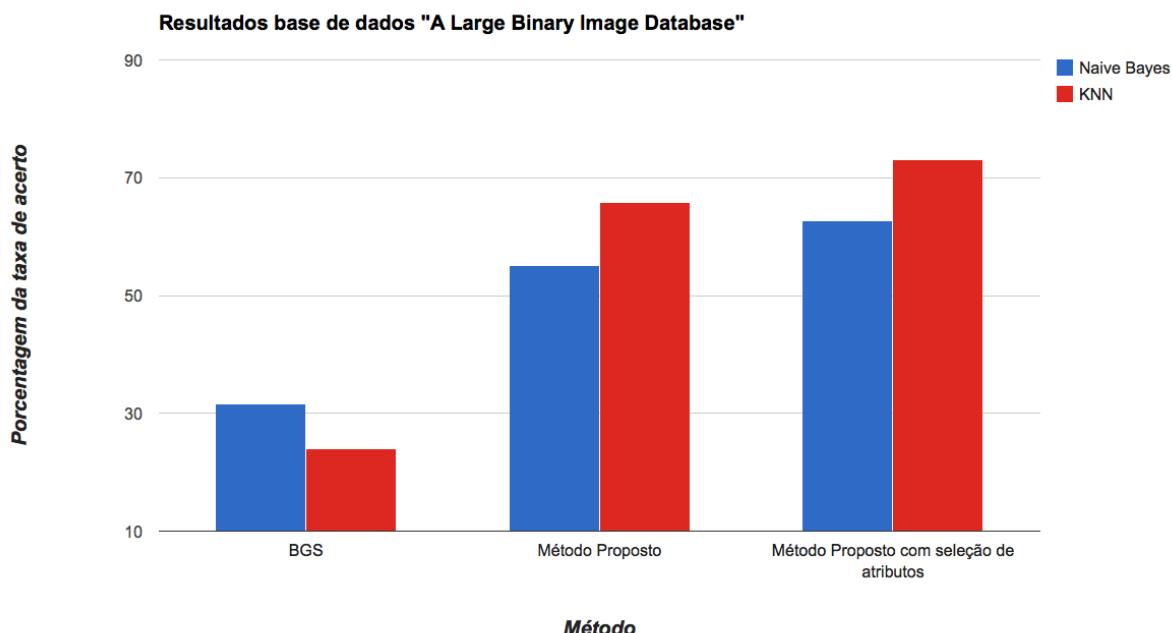
5.2.2 Resultados

De maneira muito satisfatória, também obtive-se bons resultados para a base de dados de formas. O método proposto para texturas, mesmo adaptado, também foi capaz de potencializar a abordagem tradicional da entropia BGS e teve taxas de acertos aumentadas em ambos os classificadores testados (KNN e Naive Bayes), especialmente ao realizar a seleção de atributos, que foi capaz de prover aumentos fazendo uso de apenas 20 características frente às 410 iniciais. A Tabela 5.2 e Figura A.3 apresentam os resultados:

Tabela 5.2 – Resultados para base de dados "A Large Binary Image Database", por Benjamin Kimia.

Método	Classificador	Naive Bayes	KNN	# de c.
BGS		31.55 ± 0.36	24.00 ± 0.44	1
Método Proposto		55.11 ± 0.25	65.77 ± 0.60	410
Método Proposto com selec atrib		62.66 ± 0.33	73.11 ± 0.68	20

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 5.6 – Resultados para base de dados "A Large Binary Image Database", por Benjamin Kimia.

Fonte: Elaborada pelo autor.

5.3 Classificação de espécies de sapos por meio de representação gráfica do coaxar

Estudos relacionados ao levantamento da fauna de um ecossistema tem por objetivo catalogar espécies existentes em uma certa região, juntamente com um estudo comportamental desses animais, em relação à sobrevivência, reprodução, migração para outro habitat, detecção de problemas que desencadeiam o desequilíbrio ecológico, dentre outros. Para a obtenção de resultados positivos é preciso métodos eficientes que possam distinguir com eficiência as espécies de um local específico.

Diversos estudos propõe-se a classificar as espécies de animais por meio do som que estes emitem. Nesta aplicação, o foco é voltado para espécies de sapos. A razão que motiva o estudo é que esses anfíbios têm uma relação próxima com mudanças climáticas. Sapos tendem a coaxar por mais tempo e mais alto do que o normal quando há um mau tempo no horizonte. Quando nota-se o aumento de volume, pode-se assumir que uma tempestade está se formando.

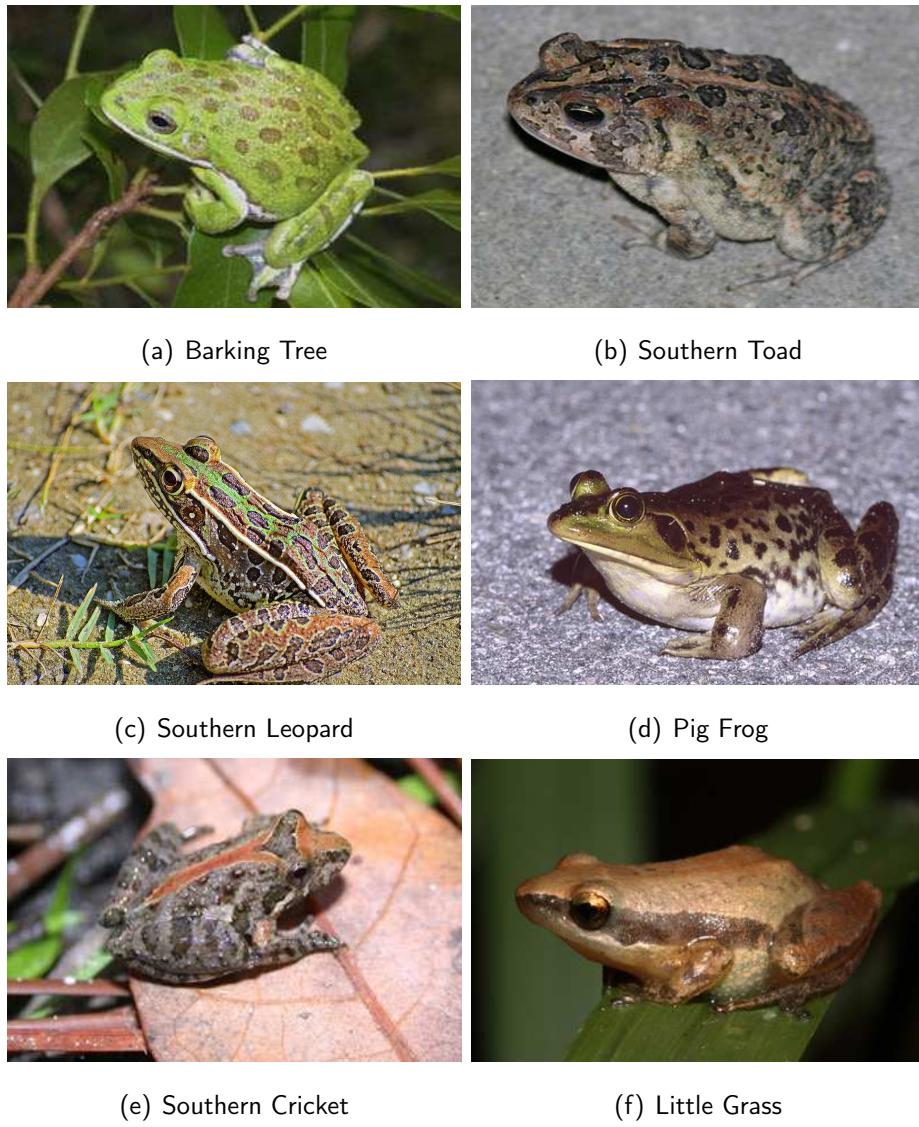
Além disso, anfíbios são animais que possuem uma grande importância ambiental devido à sua sensibilidade às mudanças no seu habitat. Desta forma esses animais servem como bioindicadores de qualidade pois qualquer mudança, seja oriunda de poluição ou desmatamento acarreta um déficit populacional, o qual é tratado com extrema importância pelos biólogos. Por possuírem respiração cutânea, locais degradados tendem a ter menor diversidade de espécies. Assim uma análise das espécies de um habitat pode trazer informações relevantes sobre a qualidade do mesmo.

O objetivo da metodologia é portanto conseguir classificar as espécies de sapos por meio do seu coaxar para, em trabalhos futuros, realizar estudos referentes à relação entre o aumento da intensidade do coaxar e mudanças climáticas e ambientais.

5.3.1 Base de dados

A base de dados foi construída capturando o som em único canal (mono) de 5 amostras de 6 espécies de sapos (Barking Tree, Southern Toad, Southern Leopard, Pig Frog, Southern Cricket e Little Grass) totalizando 30 arquivos de áudio. A Figura 5.7 apresenta um representante de cada uma das espécies:

Figura 5.7 – Elementos das 6 espécies de sapos estudadas: a) Barking Tree b) Southern Toad c) Southern Leopard d) Pig Frog e) Southern Cricket f) Little Grass.



Fonte: Elaborada pelo autor.

5.3.2 Metodologia

A metodologia desse estudo consiste em aplicar uma abordagem estatística com o objetivo de classificar as espécies de sapos por meio de seus sons. Com o intuito de realizar essa tarefa, ferramentas informacionais são necessárias. Seguindo a linha de pesquisa desse mestrado, as entropias BGS e de Tsallis são utilizadas e comparadas.

5.3.2.1 Pré-processamento dos dados de sons

Para realizar a extração de entropias dos arquivos de áudio (Figura 5.8(a)), é necessário ler a amostra de som e obter o seu espectrograma (Figura 5.8(b)). Espectrogramas são representações gráficas dos sons que analisam dinamicamente a densidade espectral de energia. Os valores são indicados no plano tempo \times frequência e podem ser traçados através de um gráfico de superfície. Porém a forma mais usual para o espectrograma é planar: diferentes cores para indicar a intensidade da densidade espectral de energia.

Espectrogramas são geralmente criados de duas maneiras: utilizando um conjunto de filtros passa banda (processo analógico) ou calculado através de transformada rápida de Fourier (processo digital). Como as amostras de áudio são digitais, o processo utilizando transformadas rápidas de Fourier foi aplicado para criar a representação gráfica do som dos sapos.

Assim, o espectrograma $ESPEC(t, w)$ do sinal de áudio $s(t)$ foi estimado computando a magnitude ao quadrado da transformada de Fourier de curto tempo (STFT, do inglês short-time Fourier transform), do sinal $s(t)$:

$$ESPEC(t, w) = |STFT[s(t)]|^2, \quad (5.3.1)$$

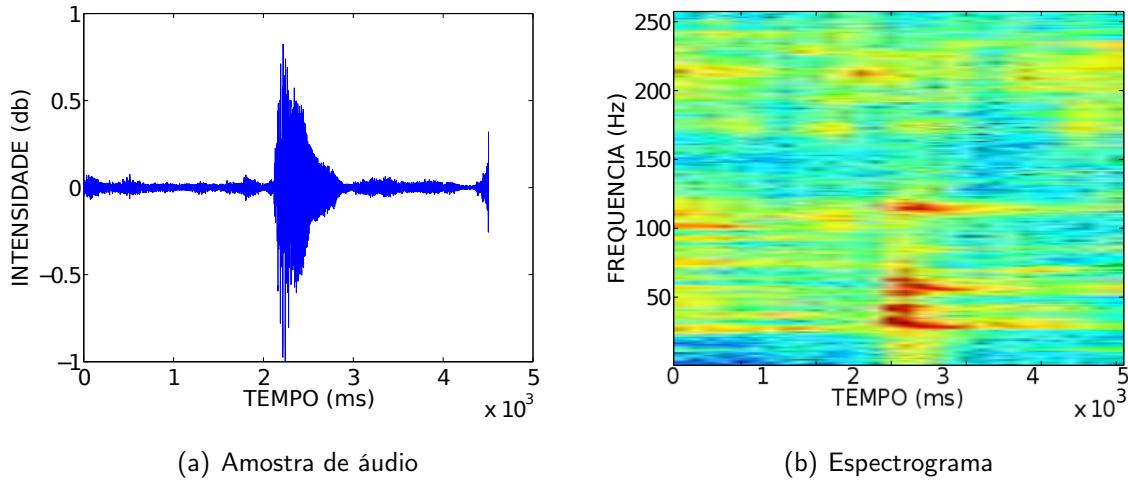
onde a função $STFT$ dada por:

$$STFT[s(t)](\tau, w) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)w(t - \tau) \exp^{-j\omega t} dt, \quad (5.3.2)$$

sendo que $w(t)$ é uma janela deslizante, onde deve-se proceder o cálculo da transformada de Fourier dentro da mesma.

Diferente da transformada de Fourier convencional, que deve ser aplicada à sinais com espectro de frequências fixos, a transformada de Fourier de curto tempo (STFT) pode ser aplicada à sinais com espectro de frequências que mudam com o tempo, uma vez que para que isso seja possível, a STFT vale-se das janelas $w(t)$, particionando o sinal $s(t)$ em intervalos menores, de forma que o espectro possa ser considerado constante no interior de cada um deles, assim, o cálculo da transformada de Fourier convencional pode ser realizado dentro dessa janela temporal.

Figura 5.8 – Exemplos de a) Amostra de áudio e b) Espectrograma.



(a) Amostra de áudio

(b) Espectrograma

Fonte: Elaborada pelo autor.

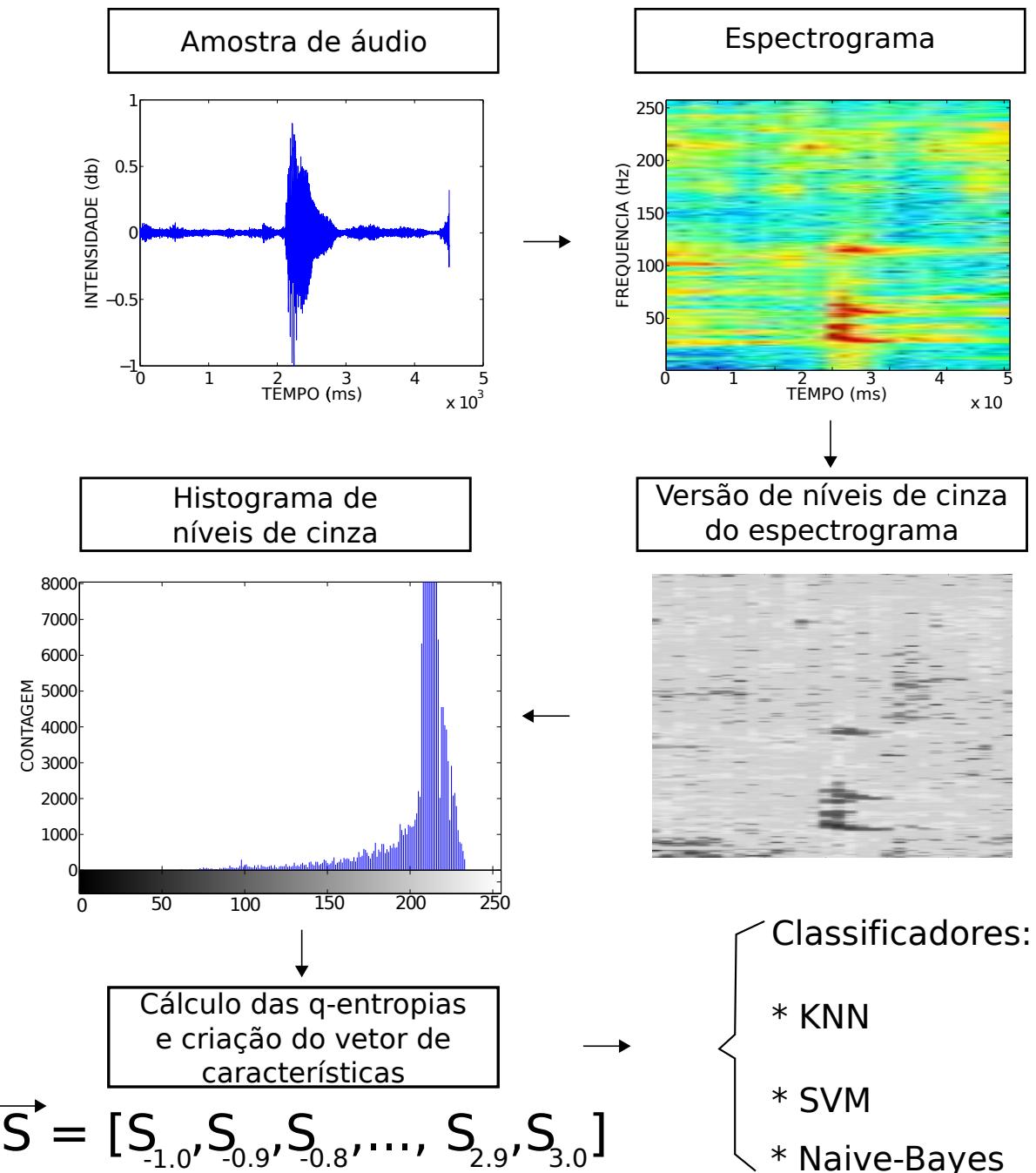
Examinando as imagens dos espectrogramas, nota-se que esse tipo de imagem pode ser considerado uma imagem de textura. Imagens de textura são caracterizadas pela presença de padrões espaciais ou estatísticos não necessariamente periódicos. Este é exatamente o tipo de imagem que obtém-se por meio dos espectrogramas dos arquivos de áudio.

Para poder dar um tratamento análogo ao dado no capítulo 4 para as bases Brodatz, Outex, Usptex e Vistex, foi necessário converter os espectrogramas para níveis de cinza. A partir daí, seguimos passos já usados nessa dissertação:

- Percorrer a versão em níveis de cinza dos espectrogramas nas dimensões $L_x \times L_y$, fazendo a contagem dos pixels com uma dada intensidade $\tilde{p}_{i,j}$ que pode variar de 0 até 255, construindo assim o histograma normalizado $\tilde{p}(x)$;
- Normalizar o histograma $\tilde{p}(x)$ afim de obter $p(x)$ que é o histograma de probabilidades de ocorrência dos níveis de intensidade da imagem;
- Realizar cálculo da Entropia de Tsallis por meio da equação 3.3.1, para índices que variando em passos de 0.1 dentro do intervalo de -1 até 3;
- Criar o vetor de características \vec{S} contendo as q -entropias extraídas no item anterior;
- Aplicar os classificadores k-vizinhos próximos (KNN, do inglês: k-nearest neighbors) com $k=1$ vizinho próximo, Máquina de vetores de suporte (SVM, do inglês: support vector machine) e Naive-Bayes para análise dos dados.

A Figura 5.9 sumariza os itens descritos acima em um desenho esquemático:

Figura 5.9 – Desenho esquemático para o cálculo de q -entropia dos spectrogramas.



Fonte: Elaborada pelo autor.

5.3.3 Resultados

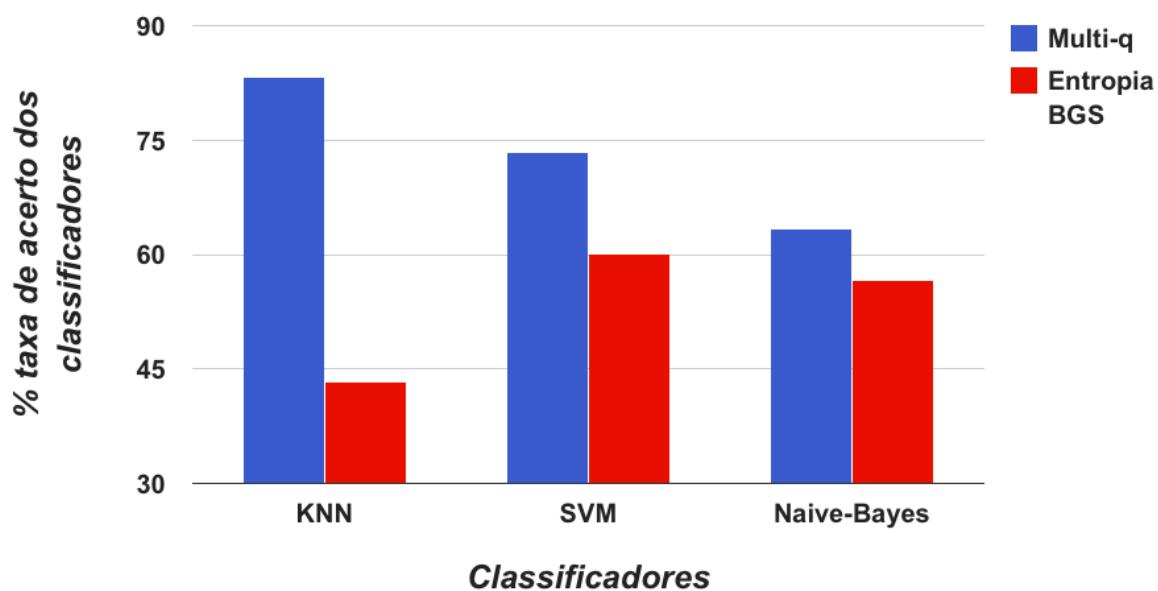
Após a extração das q -entropias e a criação do vetor de características \vec{S} , aplicamos três classificadores: KNN (com $k=1$ vizinho próximo), SVM e Naive-Bayes. Os resultados da porcentagem da taxa de acerto destes classificadores para a entropia clássica BGS e para a técnica do múltiplo índice q (com vetor de características contendo 41 valores de q -entropias) são expressos na Tabela 5.3 e na Figura 5.10:

Tabela 5.3 – Resultados das taxas de acerto dos classificadores KNN, SVM e Naive-Bayes para a base de dados de coaxar de sapos, comparando a entropia clássica BGS e a técnica do múltiplo índice q .

Classificador \ Método	Multi-q	Entropia BGS
Classificador		
KNN	83.33 ± 0.16	43.33 ± 0.13
SVM	73.33 ± 0.18	60.03 ± 0.34
Naive-Bayes	63.33 ± 0.20	56.66 ± 0.72

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 5.10 – Resultados das taxas de acerto dos classificadores KNN, SVM e Naive-Bayes para a base de dados de coaxar de sapos, comparando a entropia clássica BGS e a técnica do múltiplo índice q .



Fonte: Elaborada pelo autor.

Os resultados expressos acima atestam que o método no múltiplo índice q consegue melho-

rar os resultados obtidos pela entropia clássica BGS. A criação do vetor de características provê ao método um ambiente propício a correta classificação. Para o classificador KNN obteve-se uma taxa de acerto de 83.33%. Valor este apreciável, pois um humano treinado consegue uma taxa de acerto de aproximadamente 70% classificando sons das espécies de sapos.

CAPÍTULO 6

Conclusão

O trabalho realizado nesse mestrado teve como propósito o estudo da utilização da entropia como ferramenta informacional para a análise de texturas. Os detalhes e a complexidade de imagens tem uma relação estreita com entropia. Imagens simples e pouco detalhadas possuem um histograma de probabilidade de intensidades homogêneo. Ao realizar o cálculo de entropia baseado neste histograma, devido a homogeneidade do mesmo, obtém-se valores baixos de entropia. Por outro lado, imagens complexas e detalhadas são caracterizadas por histogramas inhomogêneos, o que leva à obtenção de valores de entropia elevados.

Porém essa relação foi inicialmente definida para a entropia clássica BGS. Conta-se no entanto, com muitas outras formulações para entropia, em particular, a entropia generalizada de Tsallis. Experimentos constataram que o uso da entropia de Tsallis não só reobtém a relação detalhes/entropia das imagens como também provê melhores resultados que a entropia clássica BGS. Isso porque a entropia de Tsallis tem um caráter discriminante intrínseco. Por ser uma medida adaptativa, está pode revelar certas características através do ajuste fino promovido pela escolha adequada de certos índices entrópicos q . Quando $q < 1$ a propriedade pseudo-aditiva da entropia de Tsallis garante que a parte inicial da distribuição de probabilidades (histograma da imagem) seja privilegiada, enquanto que quando $q > 1$ é a parte final que fica em evidencia.

Além disso, os estudos desse trabalho mostram que os resultados podem ser melhorados ainda mais quando combina-se a entropia de Tsallis com outras técnicas tais como análise multi escala e múltiplo índice q . O uso de diferentes escalas combinado com a criação de um vetor de características contendo diversos valores de q -entropia provê aos classificadores um montante maior e mais rico de informações. Com assinaturas das imagens mais bem definidas, os classificadores produzem taxas de acerto mais altas do que quanto apenas um valor de entropia BGS era usado como ferramenta informacional referente à imagem analisada. O uso de ferramentas combinadas deu origem à nova metodologia proposta neste mestrado.

À luz desse conhecimento, realizou-se experimentos com bases de dados clássicas da literatura. Os resultados em todas as bases de dados de texturas (Brodatz, Outex, Usptex e Vistex) foram potencialmente aumentados quando fez-se uso da nova metodologia, frente a

abordagem tradicional recebida. Isso atesta a eficiência do método, uma vez que foi aplicado em 4 bases de texturas populares na literatura de análise de texturas. Além disso, embora as taxas de acerto para os casos ruidosos não sejam tão altas quando comparadas com as bases originais, o método também mostrou-se tolerante a esse tipo de problema.

Os resultados expressivos obtidos nessas bases de dados de texturas levaram à elaboração de três aplicações práticas reais.

Na primeira aplicação, *Segmentação de imagens de satélite*, os estudos indicaram que a metodologia proposta pode ser aplicada com sucesso em imagens de satélite coloridas. A entropia generalizada de Tsallis permite a criação de vetores de características com um montante maior de informação, mostrando-se como uma alternativa melhor ao caso padrão ($q=1$), uma vez que o parâmetro entrópico q , permite uma maior exploração da imagem. (38)

Na segunda aplicação, *Classificação de uma base de dados de formas por meio de extração de contornos*, os resultados obtidos foram satisfatórios na medida que a metodologia proposta com seleção de atributos consegue elevar as taxas de acerto em na base de dados (formas) utilizada. Base de dados esta, diferente das testadas anteriormente, apresentando boa perspectiva sobre a metodologia, uma vez que a adaptação promovida no método para utilização com essa base podem, futuramente, ser utilizada para sinais unidimensionais como por exemplo em trabalhos que realizam análise de sons (71) e espectros. (72)

Finalmente, na terceira aplicação, *Classificação de espécies de sapos por meio de representação gráfica do coaxar*, reforça a robustez do método, de maneira que, ao adaptarmos os dados de entrada para serem processados como texturas o método continua a prover bons resultados. No caso desta aplicação a adaptação necessária ocorreu no momento em que, ao invés de utilizar o arquivo de áudio para classificar os anfíbios, usou-se a representação gráfica desse arquivos sonoros (espectrograma) convertidos para escalas de cinza. Uma vez adaptados os dados de entrada, a metodologia padrão de extração de q -entropias e composição de um vetor de características é aplicada e obtém bons resultados, repetindo a tendência observada nos demais testes e aplicações. Além disso, traz boa perspectiva para outras análises em diferentes campos da ciência.

Por se tratar de uma técnica simples e com passos bem estruturados, o método empregado nesse trabalho pode ser facilmente adaptado para outras ferramentas de análise de imagens. Em análises espectrais, pode-se combinar a metodologia com filtros de Fourier, Gabor e decomposição de bandas (wavelet). Além disso mostra-se excelente candidata para o caso de análises baseadas em modelos, onde a metodologia pode ser usada conjuntamente com cálculos de estimativa de dimensão fractal em modelos baseados no limiar do caos determinístico.

REFERÊNCIAS

- 1 BOLTZMANN, L. *Weitere studien über das wärmegleichgewicht unter gasmolekülen*. Cambridge: Cambridge University Press, 1872.
- 2 BOLTZMANN, L. Further studies on the thermal equilibrium of gas molecules. (*Weitere studien über das wärmegleichgewicht unter gasmolekülen*). *Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften*, v. 1, n. 66, p. 275, 1872.
- 3 GIBBS, J. *Elementary principles in statistical mechanics*: developed with especial reference to the rational foundations of thermodynamics. New York: Charles Scribner's Sons, 1902.
- 4 SHANNON, C. E. A mathematical theory of communication. *The Bell System Technical Journal*, v. 27, p. 379–423, July 1948.
- 5 TSALLIS, C. Possible generalization of boltzmann-gibbs statistics. *Journal of Statistical Physics*, v. 52, n. 1/2, p. 479–487, 1988.
- 6 TSALLIS, C. The nonadditive entropy sq and its applications in physics and elsewhere: some remarks. *Entropy*, v. 13, n. 12, p. 1765–1804, 2011.
- 7 COSTA, M.; GOLDBERGER, A.; PENG, C.-K. Multiscale entropy analysis of complex physiologic time series. *Physical Review Letters*, v. 89, n. 6, p. 068102, 2002.
- 8 COSTA, M.; GOLDBERGER, A.; PENG, C.-K. Multiscale entropy analysis of biological signals. *Physical Review E*, v. 71, n. 2, p. 021906, Feb. 2005.
- 9 FABBRI, R.; GONCALVES, W. N.; LOPES, F. J. P.; BRUNO, O. M. *Multi-q analysis of image patterns*. *arXiv ID 1112.6371*, 2011, Disponível em: <<http://arxiv.org/abs/1112.6371>>. Acesso em: 23 jun. 2014.
- 10 FABBRI, R.; BASTOS, I. N.; MOURA NETO, F. D. M.; LOPES, F. J. P.; GONCALVES, W. N.; BRUNO, O. M. Multi-q pattern classification of polarization curves. *arXiv ID 1305.2876*, p. 12, 2013, Disponível em: <<http://arxiv.org/abs/1305.2876>>. Acesso em: 23 jun. 2014.
- 11 FABBRI, R.; GONCALVES, W. N.; LOPES, F. J.; BRUNO, O. M. Multi-q pattern analysis: a case study in image classification. *Physica A: statistical mechanics and its applications*, v. 391, n. 19, p. 4487–4496, 2012.

- 12 BOLTZMANN, L. *Über die mechanische bedeutung des zweiten hauptsatzes der wärmetheorie:* vorgelegt in der sitzung am 8. februar 1866. Staatsdruckerei: Springer Verlag, 1866.
- 13 BOLTZMANN tombstone src. Disponivel em: <<http://blog.agilebits.com/2013/03/09/guess-why-were-moving-to-256-bit-aes-keys/boltzmann/>>. Acesso em: 24 jun. 2014.
- 14 KLEIN, M. The development of boltzmann's statistical ideas. In: COHEN, E.; THIRRING, W. (Eds.) *The Boltzmann equation*. Vienna: Springer Verlag, 1973. p. 53–106.
- 15 BOLTZMANN, L.; HASENÖHRL, F. *Wissenschaftliche abhandlungen*. Leipzig: Johann Ambrosius Barth, 1895, v.2.
- 16 DAHMEN, S. A.-L. R. A obra de boltzmann em física. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 28, n. 3, p. 281 – 295, 2006.
- 17 JAYNES, A. Gibbs vs boltzmann entropies. *American Journal of Physics*, v. 33, n. 5, p. 391–398, 1965.
- 18 SHANNON, C.; WEAVER, W. *The mathematical theory of communication*. Champaign: University of Illinois Press, 1949.
- 19 PINEDA, J. O. C. *A entropia segundo claude shannon:* o desenvolvimento do conceito fundamental da teoria da informação. 2006. p. 124. Dissertação (Mestrado em Ciências) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2006.
- 20 JOST, L. Entropy and diversity. *Oikos*, v. 113, n. 2, p. 363–375, May 2006.
- 21 GIANCARLO, R.; SCATURRO, D.; UTRO, F. Textual data compression in computational biology: a synopsis. *Bioinformatics*, v. 25, n. 13, p. 1575–1586, 2009.
- 22 HASTINGS, M. B.; GONZÁLEZ, I.; KALLIN, A. B.; MELKO, R. G. Measuring renyi entanglement entropy in quantum Monte Carlo simulations. *Physical Review Letters*, v.104, p. 157201, Apr. 2010. 101.110/PhysRevLett.104.157201.
- 23 JAEGER, G. *Quantum Information:* an overview. New York: Springer Verlag, 2007. p. 81–89.
- 24 RéNYI, A. *On measures of entropy and information*. Berkeley, California: University of California Press, 1961.
- 25 PUGLISI, A.; BENEDETTO, D.; CAGLIOTI, E.; LORETO, V.; VULPIANI, A. Data compression and learning in time sequences analysis. *Physica D: nonlinear phenomena*, v. 180, n. 1–2, p. 92 – 107, 2003.

- 26 BUCCIGROSSI, R. W.; SIMONCELLI, E. P. Image compression via joint statistical characterization in the wavelet domain. *Transactions on Image Processing*, v. 8, n. 12, p. 1688–1701, Dec. 1999.
- 27 ABE, S.; RAJAGOPAL, A. K. Quantum entanglement inferred by the principle of maximum nonadditive entropy. *Physical Review A*, v. 60, p. 3461–3466, Nov 1999.
- 28 DEHESA, J. S.; MARTINEZ-FINKELSHTDEIN, A.; SANCHEZ-RUIZ, J. Quantum information entropies and orthogonal polynomials. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, v. 133, n. 1–2, p. 23 – 46, 2001.
- 29 KULLBACK, S.; LEIBLER, R. A. On information and sufficiency. *The Annals of Mathematical Statistics*, v. 22, n. 1, p. 79–86, 03 1951.
- 30 VON NEUMANN, J. *Mathematische grundlagen der quantenmechanik. (German) [Mathematical foundations of quantum mechanics]*. Berlin: Springer Verlag, 1932.v.38.
- 31 CERF, N. J.; ADAMI, C. Negative entropy and information in quantum mechanics. *Physical Review Letters*, v. 79, p. 5194–5197, Dec. 1997.
- 32 ADAMI, C.; CERF, N. J. Von neumann capacity of noisy quantum channels. *Physical Review A*, v. 56, n. 5, p. 3470–3483, Nov. 1997.
- 33 KOPP, A.; JIA, X.; CHAKRAVARTY, S. Replacing energy by von neumann entropy in quantum phase transitions. *Annals of Physics*, v. 322, n. 6, p. 1466 – 1476, 2007.
- 34 KOLMOGOROV, A. N. On tables of random numbers. *Theoretical Computer Science*, v. 207, n. 2, p. 387–395, 1998.
- 35 GRASSBERGER, P.; PROCACCIA, I. Estimation of the kolmogorov entropy from a chaotic signal. *Physical Review A*, v. 28, p. 2591–2593, Oct. 1983.
- 36 COHEN, A.; PROCACCIA, I. Computing the kolmogorov entropy from time signals of dissipative and conservative dynamical systems. *Physical Review A*, v. 31, p. 1872–1882, Mar. 1985.
- 37 CASARTELLI, M.; DIANA, E.; GALGANI, L.; SCOTTI, A. Numerical computations on a stochastic parameter related to the kolmogorov entropy. *Physical Review A*, v. 13, p. 1921–1925, May 1976.
- 38 ASSIRATI, L.; MARTINEZ, A. S.; BRUNO, O. M. Satellite classification and segmentation using non-additive entropy. *Journal of Physics: conference series*, v. 490, n. 1, p. 012086, 2014.

- 39 BORGES, E. P. A possible deformed algebra and calculus inspired in nonextensive thermostatistics. *Physica A: statistical mechanics and its applications*, v. 340, n. 1-3, p. 95–101, Sept. 2004.
- 40 BORGES, E. P. Irreversibilidade, desordem e incerteza: três visões da generalização do conceito de entropia. *Physica A: statistical mechanics and its applications*, v. 21, n. 4, p. 453, 1999.
- 41 LUTZ, E. Anomalous diffusion and tsallis statistics in an optical lattice. *Physical Review A*, v. 67, p. 051402, May 2003. doi 10.1103/PhysRevA.67.051402.
- 42 DOUGLAS, P.; BERGAMINI, S.; RENZONI, F. Tunable tsallis distributions in dissipative optical lattices. *Physical Review Letters*, v. 96, p. 110601, Mar. 2006.
- 43 BURLAGA, L.; VIÑAS, A. Triangle for the entropic index q of non-extensive statistical mechanics observed by voyager 1 in the distant heliosphere. *Physica A: statistical mechanics and its applications*, v. 356, n. 2–4, p. 375 – 384, 2005.
- 44 LIU, B.; GOREE, J. Superdiffusion and non-gaussian statistics in a driven-dissipative 2d dusty plasma. *Physical Review Letters*, v. 100, p. 055003, Feb. 2008.
- 45 PICKUP, R. M.; CYWINSKI, R.; PAPPAS, C.; FARAGO, B.; FOUQUET, P. Generalized spin-glass relaxation. *Physical Review Letters*, v. 102, p. 097202, Mar. 2009.
- 46 DEVOE, R. G. Power-law distributions for a trapped ion interacting with a classical buffer gas. *Physical Review Letters*, v. 102, p. 063001, Feb. 2009.
- 47 DUQUE, J. J. *Avaliação da q-transformada de fourier como ferramenta não linear de estudos de sinais biomédicos*. Tese (Doutorado em Física) - Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Ribeirão Preto, Universidade de São Paulo, Ribeirão Preto 2012.
- 48 ASSIRATI, L.; SILVA, N. R.; BERTON, L.; LOPES, A. A.; BRUNO, O. M. Performing edge detection by difference of gaussians using q-gaussian kernels. *Journal of Physics: Conference Series*, v. 490, n. 1, p. 012020, 2014.
- 49 SOARES, I. J. A. *Desenvolvimento de uma base de funções paramétricas para interpolação de imagens médicas*. 2013. Tese (Doutorado em Física) - Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Ribeirão Preto, Universidade de São Paulo, Ribeirão Preto, 2013.
- 50 RODRIGUES, P. S.; GIRALDI, G. A. Improving the non-extensive medical image segmentation based on tsallis entropy. *Pattern Analysis and Applications*, v. 14, n. 4, p. 369–379, 2011.
- 51 ALBUQUERQUE, M. P.; ESQUEF, I. A.; DA ROCHA GESUALDI, A. Image thresholding using tsallis entropy. *Pattern Recognition Letters*, v. 25, n. 9, p. 1059 – 1065, 2004.

- 52 GONZALEZ, R.; WOODS, R. *Digital image processing*. New Jersey, USA: Pearson Education Pearson/Prentice Hall, 2008.
- 53 ROSSO, O. A.; BLANCO, S.; YORDANOVA, J.; KOLEV, V.; FIGLIOLA, A.; SCHURMANN, M.; BASAR, E. Wavelet entropy: a new tool for analysis of short duration brain electrical signals . *Journal of Neuroscience Methods*, v. 105, n. 1, p. 65 – 75, 2001.
- 54 FEFFERMAN, R. A. A theory of entropy in Fourier analysis. *Advances in Mathematics* , v. 30, n. 3, p. 171 – 201, 1978. .
- 55 INOUE, K.; MATSUOKA, T.; OHYA, M. Entropy and fractal dimension of a state for a gaussian measure. *Open systems & Information Dynamics*, v.7, n.1, p.41-53, 2000.
- 56 FLORINDO, J. B.; SIKORA, M. S.; PEREIRA, E. C.; BRUNO, O. M. Characterization of nanostructured material images using fractal descriptors. *Physica A: statistical mechanics and its applications*, v. 392, n. 7, p. 1694 – 1701, 2013.
- 57 SARKAR, S.; DAS, S.; CHAUDHURI, S. Multilevel image thresholding based on tsallis entropy and differential evolution. In: PANIGRANI, B.; DAS, S.; SUGANTHAN, P.; NANDA, P. (Eds.) *Swarm, evolutionary, and memetic computing*. Berlin: Springer Verlag, 2012. p.17-24. (Lecture Notes in Computer Science, v. 7677).
- 58 LIAO, S.; FAN, W.; CHUNG, A. C. S.; YAN YEUNG, D. Facial expression recognition using advanced local binary patterns, tsallis entropies and global appearance features, In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON IMAGE PROCESSING, ICIP, 2006, Atlanta,USA. *Proceedings*. Georgia: IEEE,2006.
- 59 SHEN, L.; RANGAYYAN, R. M.; DESAUTELS, J. L. Detection and classification of mammographic calcifications. *International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence*, v. 07, n. 06, p. 1403–1416, 1993.
- 60 CAPURRO, A.; DIAMBRA, L.; LORENZO, D.; MACADAR, O.; MARTIN, M.; MOSTACCIO, C.; PLASTINO, A.; ROFMAN, E.; TORRES, M.; VELLUTI, J. Tsallis entropy and cortical dynamics: the analysis of {EEG} signals. *Physica A: statistical mechanics and its applications*, v. 257, n. 1–4, p. 149 – 155, 1998.
- 61 BRODATZ Textures. Disponível em: <<http://www.ux.uis.no/~tranden/brodatz.html>>. Acesso em: 16 abr. 2014.
- 62 AMANCIO, D. R.; COMIN, C. H.; CASANOVA, D.; TRAVIESO, G.; BRUNO, O. M.; RODRIGUES, F. A.; DA FONTOURA COSTA, L. A systematic comparison of supervised classifiers. *PLoS One*, v. 9, n. 4, p. e94137, 2014.
- 63 GONÇALVES, W. N. *Análise de texturas estáticas e dinâmicas e suas aplicações em biologia e nanotecnologia*. 2013. Tese (Doutorado em Física) - Instituto de Física, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2013.

- 64 FLORINDO, J. B. *Descritores fractais aplicados à análise de texturas*. 2013. Tese (Doutorado em Física) - Instituto de Física, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2013.
- 65 MOLINA, L.; BELANCHE, L.; NEBOT, A. Feature selection algorithms: a survey and experimental evaluation. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON DATA MINING, ICDM, 2002, Japan. *Proceedings*. Los Alamitos, CA: IEEE Computer Society, 2003. p.306-313.
- 66 OUTEX Texture Database. Disponível em: <<http://www.outex.oulu.fi>>. Acesso em: 07 mar. 2013.
- 67 USPTex Dataset. Disponível em: <<http://fractal.ifsc.usp.br/dataset/USPtex.php>>. Acesso em: 07 mar. 2013.
- 68 VISION Texture Database. Disponível em: <<http://vismod.media.mit.edu/vismod/imagery/VisionTexture/vistex.html>>. Acesso em: 16 abr. 2014.
- 69 BACKES, A. R.; CASANOVA, D.; BRUNO, O. M. Color texture analysis based on fractal descriptors. *Pattern Recognition*, v. 45, n. 5, p. 1984–1992, 2012.
- 70 AL LARGE Binary Image Database. Disponível em: <<http://www.lems.brown.edu/~dmc/>>. Acesso em: 16 abr. 2014.
- 71 ACEVEDO, M. A.; CORRADA-BRAVO, C. J.; BRAVO, H. C.; VILLANUEVA-RIVERA, L. J.; AIDE, T. M. Automated classification of bird and amphibian calls using machine learning: A comparison of methods. *Ecological Informatics*, v. 4, n. 4, p. 206–214, 2009.
- 72 HAN, N. C.; MUNIANDY, S. V.; DAYOU, J. Acoustic classification of Australian anurans based on hybrid spectral-entropy approach. *Applied Acoustics*, v. 72, n. 9, p. 639–645, Sept. 2011.
- 73 GUDMUNDSSON, M.; EL-KWAE, E.; KABUKA, M. Edge detection in medical images using a genetic algorithm. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, v. 17, n. 3, p. 469–474, 1998.
- 74 AUGUSTO, G.; GOLTZ, M.; DEMÍSIO, J. Detecção de bordas em imagens aéreas e de satélite com uso de redes neurais artificiais. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMATICA APLICADA E COMPUTACIONAL,32, CNMAC, 2009, Cuiaba,MT. *Anais*. Cuiaba:2009. p.1044-1045. p. 1044–1045.
- 75 JAIN, R.; KASTURI, R.; SCHUNCK, B. *Machine vision*. New York, McGraw-Hill, 1995.
- 76 KILIC, I.; KAYACAN, O. Generalized {ICM} for image segmentation based on tsallis statistics. *Physica A: statistical mechanics and its applications*, v. 391, n. 20, p. 4899 – 4908, 2012.

- 77 SATHYA, P. D.; KAYALVIZHI, R. Pso-based tsallis thresholding selection procedure for image segmentation. *Pattern Recognition Letters*, v. 5, n. 4, p. 39 – 46, 2010.

APÊNDICE A

Apêndice

A.1 Realizando detecção de bordas por diferença de q-Gaussianas

Visão computacional é um campo da ciência que envolve a identificação e subsequente classificação de certos objetos em uma dada imagem. Detecção de bordas é uma ferramenta amplamente utilizada nessa área uma vez que ao realizar tal detecção, há uma redução do montante de informação para ser processada pois a informação redundante (considerada menos relevante) pode ser desconsiderada.

Segmentação por detecção de bordas é baseada em dois importantes conceitos: similaridade e descontinuidade. Assim, os algoritmos procuram por pontos (ou curvas e contornos) de uma imagem digital onde a intensidade muda abruptamente. Essa mudança repentina na intensidade pode se dar por diversos fatores, por exemplo, descontinuidade de orientação em uma superfície ou mudanças no brilho e iluminação em uma cena. Aplicações para detecção de bordas são encontradas em diversas áreas, por exemplo: Medicina (73), engenharia e imagens de satélite (74) ou robótica e visão de máquina. (75)

Existem diversos métodos para detecção de bordas como: Canny, Sobel, Prewitt, e baseados em máscaras Gaussianas (núcleos), como Laplaciano da Gaussiana (LoG, sigla inglesa para Laplacian of Gaussian) e Diferença de Gaussianas (DoG, sigla inglesa para Difference of Gaussians). (52) O método DoG geralmente utiliza Gaussianas clássicas em sua abordagem. Porém, neste trabalho utilizou-se núcleos q-Gaussianos na sua composição das máscaras que serão aplicadas em imagens que terão as bordas extraídas.

A distribuição de probabilidades q-Gaussiana é derivada da entropia não aditiva (q-entropia) advinda da "q-estatística" introduzida por Tsallis. Alguns trabalhos da literatura utilizam com sucesso a q-entropia em processamento de imagens(51, 76) e análise de imagens. (9–11, 38, 77) Além disso há trabalhos onde o núcleo q-Gaussiano é utilizado como suavizador e redutor de ruídos. (49)

Neste trabalho, apresenta-se como proposta a composição do filtro DoG usando núcleos

q-Gaussianos. O potencial da nova proposta é demonstrado comparando-se com a abordagem tradicional dos filtros DoG. Nota-se que por possuir um parâmetro ajustável q é possível realizar extração de bordas de maneira mais flexível ao utilizar o filtro DoG com a distribuição estatística q-Gaussiana.

Após, será feito um estudo comparativo entre o uso de kernels Gaussianos e q-Gaussianos, e a qualidade de informação extraída por ambos será mensurada por meio de classificadores aplicados à bases de dados de texturas.

A.1.1 Laplaciano da Gaussiana *versus* Diferença de Gaussianas

Consideremos a distribuição Gaussiana unidimensional: $f(x, \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$, com $-\infty < x < \infty$, e $\sigma > 0$, onde μ é a média, σ é o desvio padrão e σ^2 a variância.

Tomando-se a derivada segunda da Gaussiana unidimensional, considerando $\mu = 0$, obtém-se a função Ricker wavelet: $\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \frac{1}{\sigma^4} (x^2 - \sigma^2) \exp\frac{-x^2}{2\sigma^2}$.

Para a distribuição Gaussiana bidimensional temos:

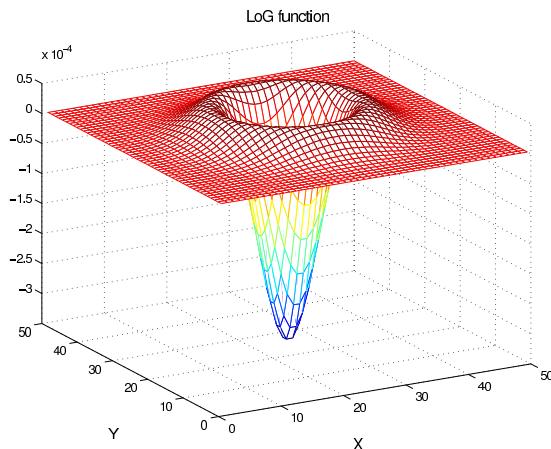
$$f(x, y, \sigma) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{(x^2 + y^2)}{2\sigma^2}\right), \quad (\text{A.1.1})$$

onde $-\infty < x, y < \infty, \sigma > 0$

O Laplaciano da Gaussiana (LoG) é a generalização multidimensional da função Ricker wavelet. Para obtê-la necessita-se realizar o Laplaciano da distribuição Gaussiana bidimensional:

$$\text{LoG}(x, y) = -\frac{1}{\pi\sigma^4} \left[1 - \frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2} \right] \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right) \quad (\text{A.1.2})$$

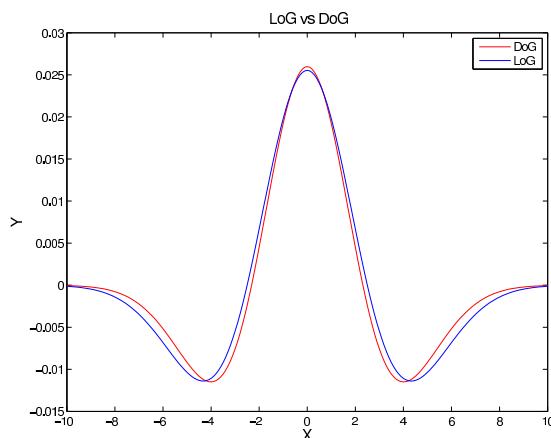
A Figura A.1 mostra um exemplo da função LoG com $\sigma = 2.5$:

Figura A.1 – Função LoG com $\sigma = 2.5$.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Entretanto, na prática o Laplaciano da Gaussiana (LoG), Figura A.1, é aproximado pela função Diferença de Gaussianas (DoG), visto que a DoG reduz os custos computacionais para duas ou mais dimensões. A função DoG é obtida fazendo a subtração de dois núcleos Gaussianos, sendo que um dos núcleos deve ter um desvio padrão σ , ligeiramente menor que seu anterior. Uma vez que a função DoG envolve apenas subtração dos núcleos, torna-se menos custosa que a função LoG que envolve a realização do cálculo de derivadas.

A Figura A.2 compara a função LoG para $\sigma = 2.5$ com a função DoG usando núcleos com $\sigma_1 = 2.5$ e $\sigma_2 = 2.15$. Ambas as curvas tem um perfil próximo e portanto o uso da função DoG é justificado devido ao menor custo computacional. A convolução de filtro DoG com a imagem de entrada produz a detecção de bordas desejada nesse estudo.

Figura A.2 – Laplaciano da Gaussiana versus Diferença de Gaussianas 1D .

Fonte: Elaborada pelo autor.

A.1.2 Distribuição estatística q-Gaussiana

Em 1988, ao propor a mecânica estatística não aditiva intitulada "q-estatística", Tsallis sugere que diferentes sistemas exigem diferentes ferramentas de análise, apropriadas as particularidades do sistema. (5) A ferramenta informacional entropia, aplicada à teoria da informação de Shannon (4) é definida como: $S(x) = -\sum_{x=0}^W p(x) \log p(x)$, onde $p(x)$ é a probabilidade de ocorrência, e W é o numero total de probabilidades do sistema analisado.

A generalização de Tsallis dá-nos a definição da q-entropia: $S_q(x) = \frac{1}{q-1} \left(1 - \sum_{x=0}^W p^q(x) \right)$, com $p(x)$ a probabilidade de ocorrência, W é o numero total de probabilidades do sistema analisado e q um parâmetro livremente ajustável. A escolha de parâmetros q adequados permite a evidenciação de características importantes do sistema. Quando $q \rightarrow 1$, recaímos na entropia tradicional. Todos esses conceitos foram discutidos nessa dissertação nos capítulos 2 e 3.

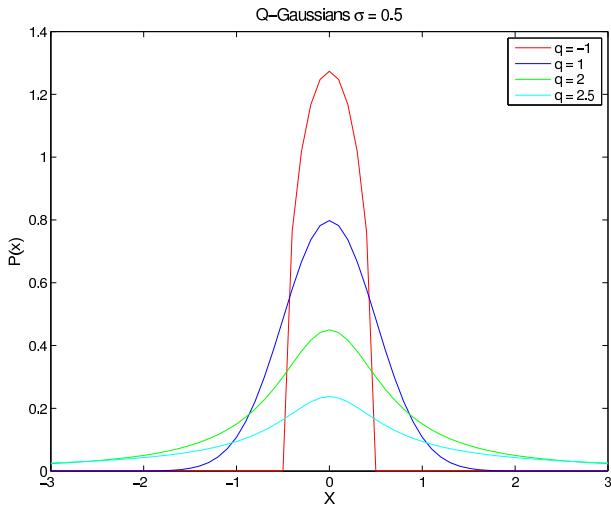
Realizando a maximização da entropia de Tsallis sob restrições apropriadas, é possível derivar a distribuição de probabilidades q-Gaussiana (6, 49), que é definida como:

$$G_q(x) = \frac{1}{C_q \sqrt{2\sigma^2}} \exp_q \frac{-x^2}{2\sigma^2} \quad (\text{A.1.3})$$

$$\text{com } \exp_q(x) = [1 + (1-q)x]^{\frac{1}{1-q}}$$

$$C_q = \begin{cases} \frac{2\sqrt{\pi}\Gamma(\frac{1}{1-q})}{(3-q)\sqrt{1-q}\Gamma(\frac{3-q}{2(1-q)})} & \text{se } -\infty < q < 1 \\ \sqrt{\pi} & \text{se } q = 1 \\ \frac{\sqrt{\pi}\Gamma(\frac{3-q}{2(q-1)})}{\sqrt{q-1}\Gamma(\frac{1}{q-1})} & \text{se } 1 < q < 3 \end{cases}$$

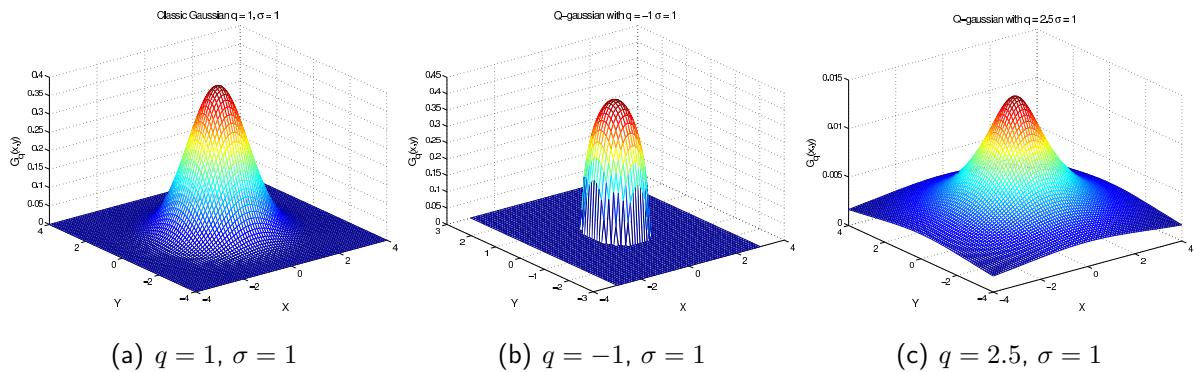
Assim como na q-entropia, o índice q é ajustável, porém devido as restrições para obtenção da nova distribuição, há um limite superior (q deve ser menor que 3). Quando $q \rightarrow 1$ a distribuição Gaussiana tradicional também é reobtida. A Figura mostra algumas curvas geradas pela equação q-Gaussiana, comparadas com a Gaussiana clássica ($q=1$):

Figura A.3 – Função q-Gaussiana com $\sigma = 0.5$ e diferentes valores de q .

Fonte: Elaborada pelo autor.

É importante notar que todas as curvas tem o mesmo parâmetro $\sigma = 0.5$, porém através da generalização proposta por Tsallis, ganha-se um segundo parâmetro de ajuste, q . Mudanças nesse parâmetro são capazes de promover mudanças no formato da Gaussiana Tradicional, adequando a mesma às particularidades do problema no qual será aplicada. Quando $q \rightarrow -\infty$, a função q-Gaussiana unidimensional tende à função Delta de Dirac. Além disso, o formato da função q-Gaussiana tende à uma linha reta $P(x) = 0$ quando q aproxima-se do valor 3.

Da mesma maneira que a Gaussiana clássica possui uma versão Bidimensional, pode-se derivar a versão multidimensional para a q-Gaussiana. A função q-Gaussiana bidimensional é definida por: $G_q(x, y) = \frac{\exp_q -(x^2+y^2)/(2\sigma^2)}{2C_q^2\sigma^2}$. Novamente, é válido frisar que curvas com o mesmo parâmetro σ podem ter sua forma ajustada por meio do parâmetro q , adaptando a função às peculiaridades do problema no qual será empregada. A Figura A.4 mostra alguns elementos da família das q-Gaussianas 2D:

Figura A.4 – Exemplos de Função q-Gaussiana 2D.

(a) $q = 1, \sigma = 1$

(b) $q = -1, \sigma = 1$

(c) $q = 2.5, \sigma = 1$

Fonte: Elaborada pelo autor.

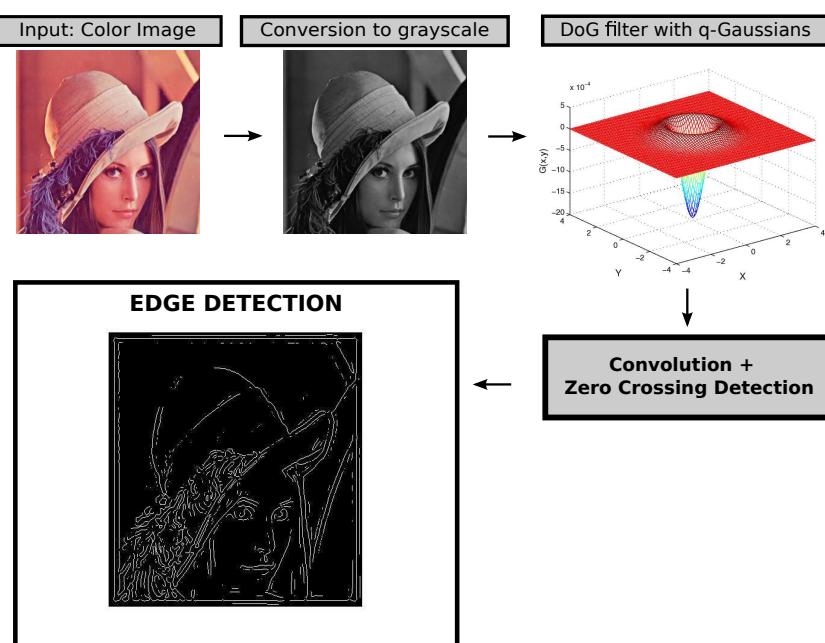
A.1.3 Experimentos

O experimento a seguir propõe o uso do método DoG usando núcleos q-Gaussianos como alternativa ao uso tradicional de Kernels Gaussianos. Seguindo a métrica usual do filtro DoG procedeu-se de acordo com os seguintes passos:

- Conversão da imagem o qual deseja extrair bordas para níveis de cinza, para que a convolução com o filtro possa acontecer;
- Criação do filtro DoG utilizando núcleos q-Gaussianos com desvios padrão σ_1 e σ_2 definidos de maneira que σ_2 seja ligeiramente menor que σ_1 ;
- Convolução da imagem em escalas de cinza com o filtro DoG criado;
- Após a convolução, identificar as bordas por meio do detector *Zero Cross*.

A Figura A.5 sumariza os passos descritos:

Figura A.5 – Algoritmo para detecção de bordas usando filtro DoG com núcleos q-Gaussianos.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Os resultados para detecção de bordas usando o método DoG com núcleos q-Gaussianos mostrou-se rico em detalhes quando comparado ao método DoG com núcleos Gaussianos clássicos. Isso ocorre devido ao fato de a distribuição q-Gaussianiana possuir o parâmetro ajustável

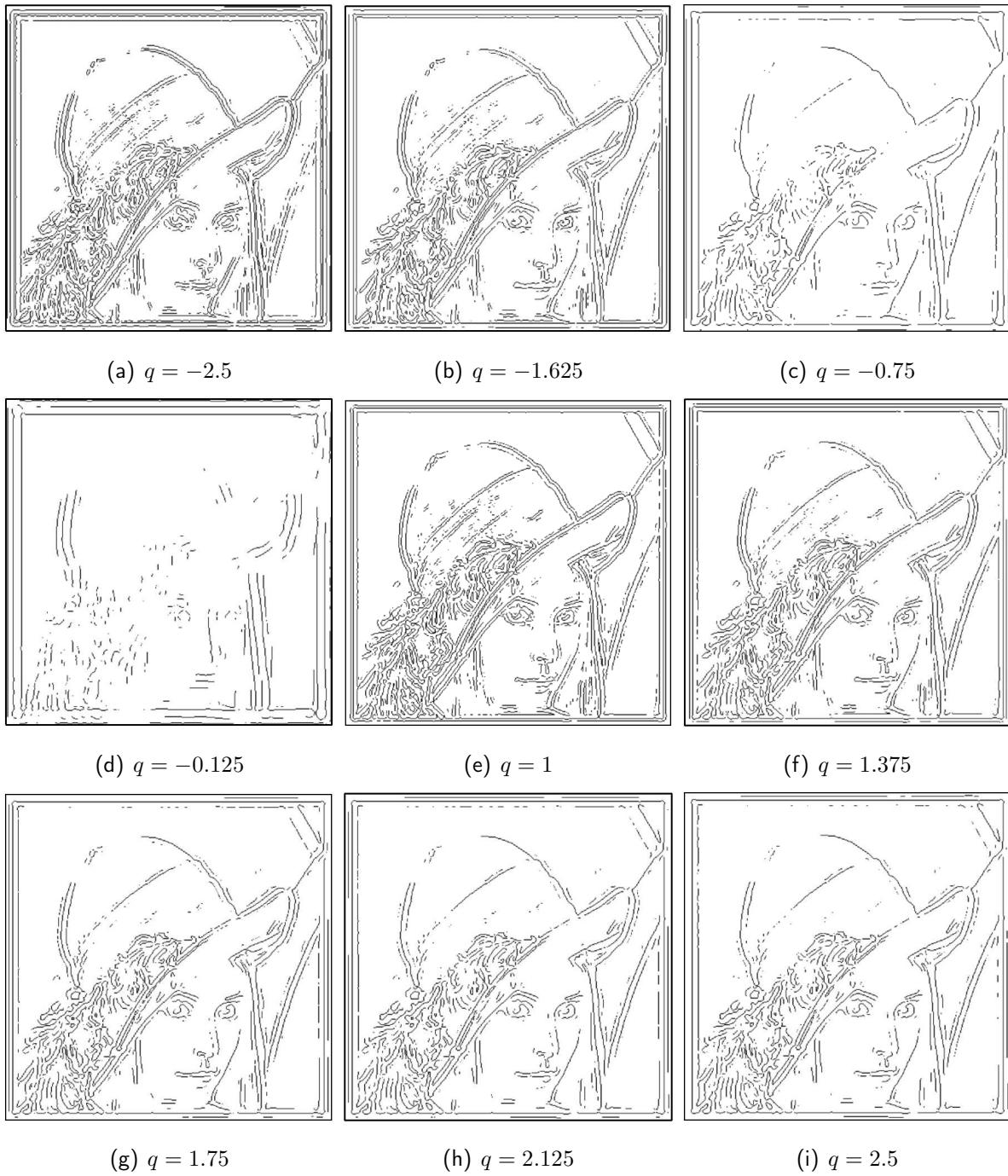
q . Este parâmetro permite um ajuste fino da função de maneira a conseguirmos determinar o grau de detalhamento que desejamos buscar em nossa detecção.

Com a gaussiana clássica, era possível alterar a escala mudando o valor do desvio padrão σ . Porém caso quiséssemos explorar detalhes da detecção a troca do valor do desvio padrão σ era necessária, o que implicava, em muitos casos, na omissão de detalhes importantes, ou na evidenciação indesejada de detalhes que não eram de nosso interesse.

Com o advento do uso dos núcleos q -Gaussianos, ganha-se em qualidade na busca por detalhes na detecção de bordas, uma vez que o parâmetro q permite a exploração de detalhes da imagem para um desvio padrão σ fixo.

A Figura A.6 mostra os resultados obtidos do uso da nova metodologia com núcleos q -Gaussianos usando diferentes valores de q porém com desvios padrão $\sigma_1 = 0.2$ e $\sigma_2 = 0.1$ fixos:

Figura A.6 – Resultados da detecção de bordas por filtro DoG com diferentes núcleos q-Gaussianos.



Fonte: *Elaborada pelo autor.*

A.2 Metodologia

Uma vez que determinou-se que o uso de filtros DoG com kernels q-Gaussianos provêm detecção de bordas mais detalhadas em imagens, a metodologia atual consiste em realizar essa

deteção em bases de dados de textura, construir histogramas $p(x)$ de níveis de cinza (obtidos por contagem no número de pixels com uma determinada intensidade que pode variar de 0 até 255) e por intermédio da extração de uma ferramenta informacional (desvio padrão do histograma de níveis de cinza), classifique-se as bases de dados usando os classificadores KNN e Naive-Bayes.

O desvio padrão do histograma é definido por:

$$S_p = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{x=1}^N (p(x) - m)^2}, \quad (\text{A.2.1})$$

com N o número de caixas de $p(x)$ e a média dada por $m = \frac{1}{N} \sum_{x=1}^N p(x)$.

A detecção de bordas foi feita usando ambos os kernels Gaussianos e q -Gaussianos com o propósito de comparação entre si.

Os estudos foram realizados em 4 bases de dados de texturas, convertidas para níveis de cinza: Brodatz, Outex, Usptex e Vistex. Estas, após terem suas informações relevantes extraídas foram classificadas pelos classificadores KNN e Naive-Bayes.

Ao usar kernels Gaussianos, foram usados 25 valores de σ , variando num intervalo entre 0.05 e 2.5 em passos simétricos. Consequentemente cada imagem das bases de dados foram filtradas 25 vezes, o que leva-nos à 25 valores de desvio padrão S_p . Esses 25 valores de S_p foram usados na construção de um vetor de características \vec{S} , usado como caracterizador da imagem no processo de classificação.

Ao usar kernels q -Gaussianos, uma vez que tem-se dois parâmetros ajustáveis (σ e q), usou-se apenas 5 valores de σ (que também variou num intervalo entre 0.005 e 2.5), porém nesse caso, 5 valores de q variando num intervalo entre -10 e 2.9 também foram usados. Ambos os parâmetros σ e q tiveram passos simétricos. Assim, combinando esses dois parâmetros alcança-se o total de 25 filtros diferentes, o que gera um vetor de características \vec{S} de mesmo tamanho que a configuração anterior.

Os passos seguintes sumarizam o método:

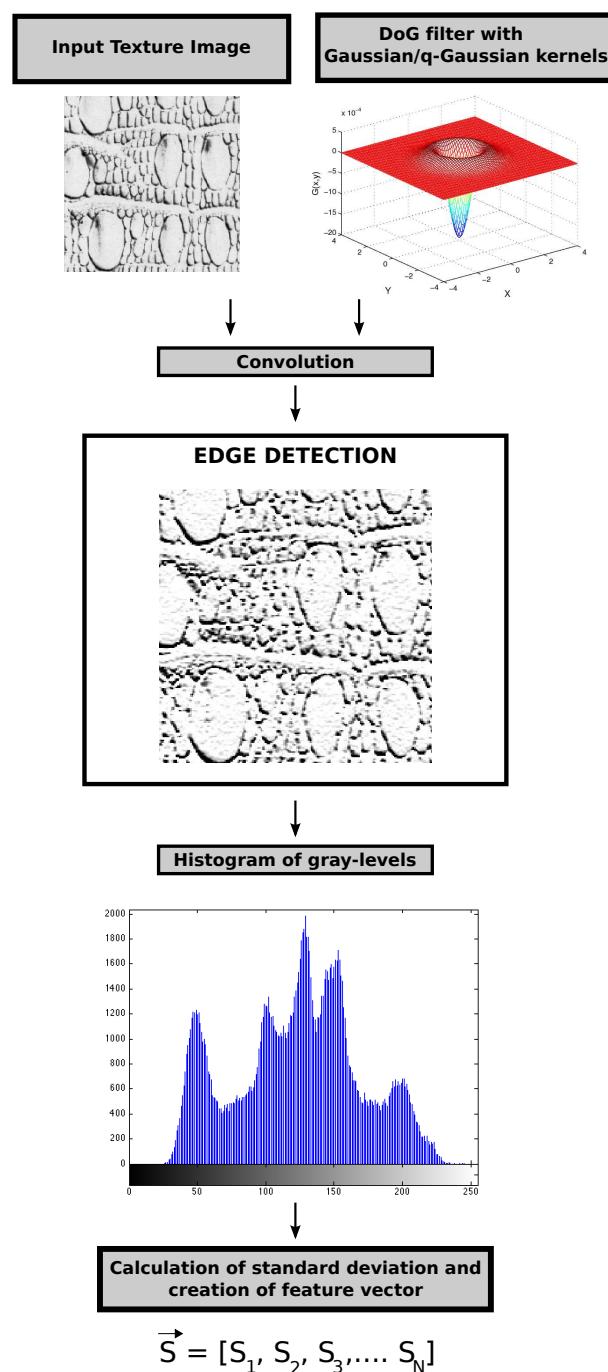
- Ler as imagens das bases de dados;
- Para cada elemento da base de dados, aplicar o filtro DoG usando kernels Gaussianos ou q -Gaussianos para detecção de bordas., respeitando os intervalos impostos pelo método;
- Em posse das imagens filtradas, criar o histograma de níveis de cinza $p(x)$ para cada

imagem;

- Calcular o desvio padrão dos histogramas S_p e criar o vetor de características \vec{S} ;
- Aplicar os classificadores KNN e Naive Bayes no vetor \vec{S} obtido..

A Figura A.7 mostra um desenho esquemático da metodologia:

Figura A.7 – Desenho esquemático da metodologia: Passos necessários para a extração de informação.



Fonte: Elaborada pelo autor.

A.3 Resultados

Os resultados da metodologia foram avaliados pelo classificador KNN (com $k=1$ e $k=3$ vizinhos próximos) e o classificador Naive-Bayes. A Tabela A.1 mostra a porcentagem da taxa de acerto para cada uma das bases de dados examinada pelos classificadores. Os valores entre parênteses em frente ao nome das bases de dados indicam o número de amostras da mesma.

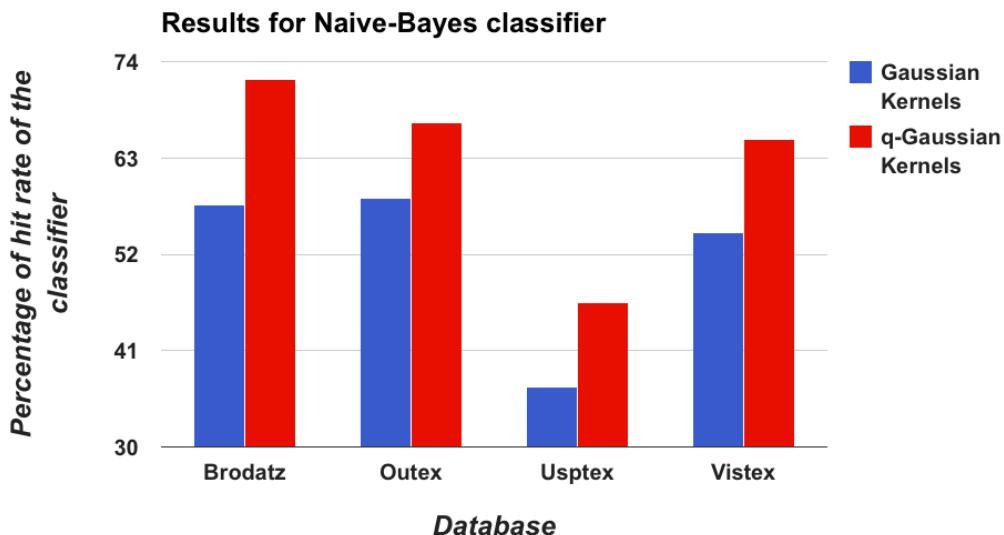
Tabela A.1 – Resultados para 4 bases de dados de texturas conhecidas na literatura.

Base de Dados / Método	Classificador	Naive-Bayes	KNN (K=1)	KNN (K=3)
Brodatz (111) [Gaussian kernels]		57.65 ± 0.12	65.31 ± 0.05	61.17 ± 0.68
Brodatz (111) [q -Gaussian kernels]		71.98 ± 0.09	70.00 ± 0.02	65.67 ± 0.67
<hr/>				
Outex (68) [Gaussian kernels]		58.38 ± 0.08	74.19 ± 0.06	72.86 ± 0.22
Outex (68) [q -Gaussian kernels]		67.05 ± 0.14	73.45 ± 0.06	73.23 ± 0.37
<hr/>				
Usptex (332) [Gaussian kernels]		36.79 ± 0.27	42.99 ± 0.25	38.95 ± 0.39
Usptex (332) [q -Gaussian kernels]		46.51 ± 0.29	47.61 ± 0.14	41.31 ± 0.42
<hr/>				
Vistex (54) [Gaussian kernels]		54.51 ± 0.97	65.39 ± 0.52	64.81 ± 0.76
Vistex (54) [q -Gaussian kernels]		65.16 ± 0.62	76.62 ± 0.55	73.61 ± 0.82
<hr/>				

Fonte: Elaborada pelo autor.

Os melhores resultados foram obtidos com o classificador Naive-Bayes. A Figura A.8 mostra esses resultados em um gráfico de barras.

Figura A.8 – Resultados para o classificador com melhor performance: Naive-Bayes.



Fonte: Elaborada pelo autor.

A.3.1 Conclusão

Os resultados apresentados neste estudo mostram que o uso de filtros DoG com núcleos q-Gaussianos prova-se uma excelente alternativa ao filtro LoG ou ao filtro DoG com núcleos Gaussianos clássicos.

Comparado ao filtro LoG, o método proposto tem menor custo computacional pois a construção do filtro subtraíndo duas q-Gaussianas com desvios padrão σ_1 e σ_2 ligeiramente diferentes é muito menos custoso que que tomar o Laplaciano da função que Gaussiana, que envolve cálculos de derivadas.

Comparado ao filtro DoG usando núcleos compostos pela distribuição normal de probabilidades, nota-se que, ao substituir por núcleos q-Gaussianos, eleva-se o nível de detalhamento da detecção de bordas, o que proporciona, na maioria dos casos estudados na prática (estudos com bases de dados de texturas), uma elevação da taxa de acerto dos classificadores.

Isso porque além do parâmetro σ , responsável por mais ou menos suavização da imagem (Gaussian Blur), também vale-se do índice entrópico q , variável, e responsável por determinar a forma que a função q-Gaussiana assumirá, sendo capaz de obter mais detalhes que a abordagem tradicional, quando ambas estão sujeitas à mesma suavização (ou mesmo Blur). Dessa forma, obtém-se detalhes importantes em uma análise graças a essa evidenciação proporcionada pela escolha de índices q adequados. (48)