2ª Lista de Exercícios

1. Considerando as regras de inferência: (1) represente as sentenças a seguir, que estão em língua natural, como proposições da Lógica Proposicional e (2) diga a qual regra de inferência elas se referem.

   (a) Se eu estudo, então eu aprendo. Se eu aprendo, então eu vou bem na prova. Logo, Se eu estudo, então eu vou bem na prova.
   $\alpha \to \beta, \beta \to \gamma \models \alpha \to \gamma$
   silogismo hipotético (regra da cadeia)

   (b) Se hoje é terça-feira, então hoje tem novela. Hoje é terça-feira. Logo, hoje tem novela.
   $\alpha \to \beta, \alpha \models \beta$
   modus ponens

   (c) Se hoje é terça-feira, então hoje tem novela. Hoje não tem novela. Logo, hoje não é terça-feira.
   $\alpha \to \beta, \neg\beta \models \neg\alpha$
   modus tollens

   (d) Ana é feliz. Logo, Ana é feliz ou Ana é bailarina.
   $\alpha \models \alpha \vee \beta$
   adição

   (e) Se eu estou feliz, então eu trabalho. Se eu estou infeliz, então eu trabalho. Logo, eu trabalho.
   $\alpha \to \beta, \neg\alpha \to \beta \models \beta$
   de casos

   (f) Se eu sigo uma dieta saudável, então eu emagreço. Logo, se eu não emagreço, então eu não sigo uma dieta saudável.
   $\alpha \to \beta \models \neg\beta \to \neg\alpha$
   contraposição

   (g) Chove ou faz sol. Não faz sol. Portanto, chove.
   $\alpha \vee \beta, \neg\beta \models \alpha$
   silogismo disjuntivo

   (h) Ana é feliz e Ana é bailarina. Logo, Ana é bailarina.
   $\alpha \wedge \beta \models \alpha$
   simplificação

   (i) Ana é bailarina. Ana é artesã. Portanto, Ana é bailarina e artesã.
   $\alpha, \beta \models \alpha \wedge \beta$
   conjunção

   (j) Se hoje é segunda-feira, então eu trabalho. Se hoje é sábado, então eu jogo bola. Hoje é segunda-feira ou sábado. Portanto, eu trabalho ou eu jogo bola.
   $\alpha \to \beta, \gamma \to \delta, \alpha \vee \gamma \models \beta \vee \delta$
   dilema construtivo

   (k) Se hoje é segunda-feira, então eu trabalho. Se hoje é sábado, então eu jogo bola. Eu não trabalho ou eu não jogo bola. Portanto, hoje não é segunda-feira ou hoje não é sábado.
   $\alpha \to \beta, \gamma \to \delta, \neg\beta \vee \neg\delta \models \neg\alpha \vee \neg\gamma$
   dilema destrutivo

   (l) Hoje é domingo. Hoje não é domingo. Logo, sou feliz.
   $\alpha, \neg\alpha \models \beta$
   da inconsistência

2. Use a tabela-verdade para verificar se os argumentos a seguir são válidos
OBS.: Alguns exercícios foram baseados no curso do Prof. Dr. Silvio do Lago Pereira – DTI / FATEC-SP

(a) Se neva, então faz frio. Não está nevando. Logo, não está frio.
O argumento é:
p: neva
q: faz frio

$$p \rightarrow q, \neg p \vdash \neg q$$

p	$\neg p$	q	$\neg q$	$p \rightarrow q$	$((p \rightarrow q) \land \neg p) \rightarrow \neg q$
V	F	V	F	V	V
V	F	F	V	F	V
F	V	V	F	V	F
F	V	F	V	V	V

Para o argumento ser válido, a fórmula na última coluna da tabela acima deveria ser uma tautologia, o que não é verdade. Assim, o argumento é inválido, pois quando I[p] = F e I[q] = V, $\neg q$ não é uma consequência lógica das premissas.

(b) Se eu durmo tarde, então não acordo cedo. Acordo cedo. Logo, não durmo tarde.
O argumento é:
p: eu durmo tarde
q: eu acordo cedo

$$p \rightarrow \neg q, q \vdash \neg p$$

p	$\neg p$	q	$\neg q$	$p \rightarrow \neg q$	$((p \rightarrow \neg q) \land q) \rightarrow \neg p$
V	F	V	F	F	V
V	F	F	V	V	V
F	V	V	F	V	V
F	V	F	V	V	V

Argumento válido, pois a fórmula na última coluna da tabela acima é uma tautologia, ou seja, $\neg p$ é uma consequência lógica das premissas.

(c) Gosto de dançar ou cantar. Não gosto de dançar. Logo, gosto de cantar.
O argumento é:
p: eu gosto de dançar
q: eu gosto de cantar

$$p \lor q, \neg p \vdash q$$

p	$\neg p$	q	$p \lor q$	$((p \lor q) \land \neg p) \rightarrow q$
V	F	V	V	V
V	F	F	V	V
F	V	V	V	V
F	V	F	F	V

Argumento válido, pois a fórmula na última coluna da tabela acima é uma tautologia, ou seja, q é uma consequência lógica das premissas.

Cont.

(d) **Sócrates está disposto a visitar Platão ou não?**
Se Platão está disposto a visitar Sócrates, então Sócrates está disposto a visitar Platão. Por outro lado, se Sócrates está disposto a visitar Platão, então Platão não está disposto a visitar Sócrates; mas se Sócrates não está disposto a visitar Platão, então Platão está disposto a visitar Sócrates.
O argumeno é:
p: Platão está disposto a visitar Sócrates
q: Sócrates está disposto a visitar Platão

$$p \rightarrow q, q \rightarrow \neg p, \neg q \rightarrow p \vdash q$$

p	$\neg p$	q	$\neg q$	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow \neg p$	$\neg q \rightarrow p$	$((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow \neg p) \wedge (\neg q \rightarrow p)) \rightarrow q$
V	F	V	F	V	F	V	V
V	F	F	V	F	V	V	V
F	V	V	F	V	V	V	V
F	V	F	V	V	V	F	V

Sócrates está disposto a visitar Platão, pois o argumento é válido.

3. Identifique os átomos, construa o argumento e verifique a validade para as situações:

(a) Se Deus existe, então a vida tem significado.
Deus existe.
Portanto,
A vida tem significado.
p: Deus existe
q: a vida tem significado
Argumento: $p \rightarrow q, p \vdash q$

Tem-se	C_1:	$p \rightarrow q$	Premissa
	C_2:	p	Premissa
Deduz-se	C_3:	$\neg p \vee q$	C_1 + definição de $\rightarrow$ em termos de $\vee$ e $\neg$
	C_4:	q	C_2 + C_3 + silogismo disjuntivo

(b) Deus não existe.
Se Deus existisse, a vida teria significado.
Portanto,
A vida não tem significado.
p: Deus existe
q: a vida tem significado
Argumento: $\neg p, p \rightarrow q \vdash \neg q$
O argumento não é válido, pois quando $I[p] = F$ e $I[q] = V$ as premissas são verdadeiras, mas a conclusão não.

(c) Como hoje não é quinta-feira, deve ser sexta-feira.
Logo, hoje é quinta-feira ou sexta-feira.
p: hoje é quinta-feira
q: hoje é sexta-feira
Argumento: $\neg p, q \vdash p \vee q$

Tem-se	C_1:	$\neg p$	Premissa
	C_2:	q	Premissa
Deduz-se	C_3:	$p \vee q$	C_2 + adição

(d) Se hoje for quinta-feira, então amanhã será sexta-feira.
Se amanhã for sexta-feira, então depois de amanhã será sábado.
Consequentemente, se hoje for quinta-feira, então depois de amanhã será sábado.
p: hoje é quinta-feira
q: amanhã será sexta-feira
r: depois de amanhã será sábado
Argumento: $p \to q, q \to r \vdash p \to r$

Tem-se	C_1:	$p \to q$	Premissa
	C_2:	$q \to r$	Premissa
Deduz-se	C_3	p	Hipótese condicional
	C_4:	q	C_1 + C_3 + modus ponens
	C_5:	r	C_2 + C_4 + modus ponens
	C_6:	$p \to r$	C_3 + C_5 + introdução da condicional

(e) Hoje é um fim de semana se e somente se hoje for sábado ou domingo.
Portanto, hoje é um fim de semana, desde que hoje seja sábado.
p: hoje é fim de semana
q: hoje é sábado
r: hoje é domingo
Argumento: $p \leftrightarrow (q \vee r) \vdash q \to p$

Tem-se	C_1:	$p \leftrightarrow (q \vee r)$	Premissa
Deduz-se	C_2:	$(p \to (q \vee r)) \wedge ((q \vee r) \to p)$	C_1 + equivalência da bicondicional
	C_3:	$(q \vee r) \to p$	C_2 + simplificação
	C_4:	$\neg(q \vee r) \vee p$	C_3 + equivalência da condicional
	C_5:	$(\neg q \wedge \neg r) \vee p$	C_4 + De Morgan
	C_6:	$(\neg q \vee p) \wedge (\neg r \vee p)$	C_5 + distributiva
	C_7:	$\neg q \vee p$	C_6 + simplificação
	C_8:	$q \to p$	C_7 + equivalência da condicional

(f) Hoje é um fim de semana se e somente se hoje for sábado ou domingo.
Hoje não é sábado. Hoje não é domingo.
Portanto, hoje não é um fim de semana.
p: hoje é fim de semana
q: hoje é sábado
r: hoje é domingo
Argumento: $p \leftrightarrow (q \vee r), \neg q, \neg r \vdash \neg p$

Tem-se	C_1:	$p \leftrightarrow (q \vee r)$	Premissa
	C_2:	$\neg q$	Premissa
	C_3	$\neg r$	Premissa
Deduz-se	C_4:	$\neg q \wedge \neg r$	C_2 + C_3 + conjunção
	C_5:	$\neg(q \vee r)$	C_4 + De Morgan
	C_6:	$(p \to (q \vee r)) \wedge ((q \vee r) \to p)$	C_1 + equivalência da bicondicional
	C_7:	$p \to (q \vee r)$	C_6 + simplificação
	C_8:	$\neg p$	C_7 + modus tollens

(g) Ela não está em casa ou não está atendendo ao telefone.
Mas se ela não está em casa, então ela foi sequestrada. Se ela não está atendendo ao telefone, ela está correndo algum outro perigo.

Portanto, ou ela foi sequestrada ou ela está correndo um outro perigo.
p: ela está em casa
q: ela está atendendo o telefone
r: ela foi sequestrada
s: ela está correndo perigo
Argumento: $\neg p \vee \neg q, \neg p \rightarrow r, \neg q \rightarrow s \vdash r \vee s$

Tem-se	C_1:	$\neg p \vee \neg q$	Premissa
	C_2:	$\neg p \rightarrow r$	Premissa
	C_3	$\neg q \rightarrow s$	Premissa
Deduz-se	C_4:	$\neg(r \vee s)$	Hipótese absurdo
	C_5:	$\neg r \wedge \neg s$	C_4 + De Morgan
	C_6:	$p \rightarrow \neg q$	C_1 + equivalência da condicional
	C_7:	$\neg r$	C_5 + simplificação
	C_8:	$\neg s$	C_5 + simplificação
	C_9:	p	C_2 + C_7 + modus tollens
	C_{10}:	$\neg q$	C_6 + C_9 + modus ponens
	C_{11}:	s	C_3 + C_{10} + modus ponens
	C_{12}:	$\neg s \wedge s$	C_8 + C_{11} + conjunção
	C_{13}:	$r \vee s$	C_4 + C_{12} + redução ao absurdo

4. Considere as seguintes premissas:

Se o universo é finito, então a vida é curta. $p \rightarrow q$
Se a vida vale a pena, então a vida é complexa. $r \rightarrow s$
Se a vida é curta ou complexa, então a vida tem sentido. $(q \vee s) \rightarrow t$
A vida não tem sentido. $\neg t$

p: o universo é finito
q: a vida é curta
r: a vida vale a pena
s: a vida é complexa
t: a vida tem sentido

Verifique se as conclusões a seguir decorrem das premissas, ou seja, se as premissas e a conclusão formam argumentos válidos. Para isso use regras de inferência e equivalências lógicas e as estratégias vistas em aula: prova direta, prova condicional e prova indireta.

(a) Se o universo é finito e a vida vale a pena, então a vida tem sentido.
$p \rightarrow q, r \rightarrow s, (q \vee s) \rightarrow t, \neg t \vdash (p \wedge r) \rightarrow t$

Tem-se	C_1:	$p \rightarrow q$	Premissa
	C_2:	$r \rightarrow s$	Premissa
	C_3:	$(q \vee s) \rightarrow t$	Premissa
	C_4:	$\neg t$	Premissa
Deduz-se	C_5:	$p \wedge r$	Hipótese condicional
	C_6:	p	C_5 + simplificação
	C_7:	q	C_1 + C_6 + modus ponens
	C_8:	$q \vee s$	C_7 + adição
	C_9:	t	C_3 +C_8 + modus ponens
	C_{10}:	$(p \wedge r) \rightarrow t$	C_5 - C_9 + introdução da condicional

Cont.

(b) A vida não é curta.
$p \to q, r \to s, (q \vee s) \to t, \neg t \vdash \neg q$

Tem-se	C_1:	$p \to q$	Premissa
	C_2:	$r \to s$	Premissa
	C_3:	$(q \vee s) \to t$	Premissa
	C_4:	$\neg t$	Premissa
Deduz-se	C_5:	$\neg(q \vee s)$	C_3 + C_4 + modus tollens
	C_6:	$\neg q \wedge \neg s$	C_5 + De morgan
	C_7:	$\neg s$	C_6 + simplificação
	C_8:	$\neg q$	C_6 + simplificação

(c) A vida não é complexa ou o universo não é finito.
$p \to q, r \to s, (q \vee s) \to t, \neg t \vdash \neg s \vee \neg p$

Tem-se	C_1:	$p \to q$	Premissa
	C_2:	$r \to s$	Premissa
	C_3:	$(q \vee s) \to t$	Premissa
	C_4:	$\neg t$	Premissa
Deduz-se	C_5:	$\neg(q \vee s)$	C_3 + C_4 + modus tollens
	C_6:	$\neg q \wedge \neg s$	C_5 + De morgan
	C_7:	$\neg s$	C_6 + simplificação
	C_8:	$\neg s \vee \neg p$	C_7 + adição

(d) A vida vale a pena se e somente se a vida tem sentido.
$p \to q, r \to s, (q \vee s) \to t, \neg t \vdash r \leftrightarrow t$

Tem-se	C_1:	$p \to q$	Premissa
	C_2:	$r \to s$	Premissa
	C_3:	$(q \vee s) \to t$	Premissa
	C_4:	$\neg t$	Premissa
Deduz-se	C_5:	$\neg(r \leftrightarrow t)$	Hipótese absurdo
	C_6:	$\neg(q \vee s)$	C_3 + C_4 + modus tollens
	C_7:	$\neg q \wedge \neg s$	C_6 + De morgan
	C_8:	$\neg s$	C_7 + simplificação
	C_9:	$\neg((r \to t) \wedge (t \to r))$	C_5 + equivalência da bicondicional
	C_{10}:	$\neg((\neg r \vee t) \wedge (\neg t \vee r))$	C_9 + equivalência da condicional
	C_{11}:	$\neg(\neg r \vee t) \vee \neg(\neg t \vee r)$	C_{10} + De morgan
	C_{12}:	$(\neg\neg r \wedge \neg t) \vee (\neg\neg t \wedge \neg r)$	C_{11} + De morgan
	C_{13}:	$(r \wedge \neg t) \vee (t \wedge \neg r)$	C_{12} + dupla negação
	C_{14}:	$((r \wedge \neg t) \vee t) \wedge ((r \wedge \neg t) \vee \neg r)$	C_{13} + distributiva
	C_{15}:	$(r \vee t) \wedge (\neg t \vee t) \wedge (r \vee \neg r) \wedge (\neg t \vee \neg r)$	C_{14} + distributiva
	C_{16}:	$r \vee t$	C_{15} + simplificação
	C_{17}:	r	C_4 + C_{16} + silogismo disjuntivo
	C_{18}:	s	C_2 + C_{17} + modus ponens
	C_{19}:	$s \wedge \neg s$	C_8 + C_{18} + conjunção
	C_{20}:	$r \leftrightarrow t$	C_5 + C_{19} + redução ao absurdo

5. Dadas as premissas:

Eu não como muito ou eu engordo. $\neg p \vee q$
Se chove, então a temperatura cai. $r \to s$

Se eu engordo ou a temperatura cai, então assisto TV. $(q \vee s) \rightarrow t$
Não assisto TV. $\neg t$
p: eu como muito
q: eu engordo
r: chove
s: a temperatura cai
t: assisto TV

Verifique se as conclusões a seguir decorrem das premissas, ou seja, se as premissas e a conclusão foram argumentos válidos. Para isso use regras de inferência e equivalência lógicas e as estratégias vistas em aula: prova direta, prova condicional e prova indireta.

(a) Se eu não como muito e chove, então assisto TV.
$\neg p \vee q, r \rightarrow s, (q \vee s) \rightarrow t, \neg t \vdash (\neg p \wedge r) \rightarrow t$

Tem-se	C_1:	$\neg p \vee q$	Premissa
	C_2:	$r \rightarrow s$	Premissa
	C_3:	$(q \vee s) \rightarrow t$	Premissa
	C_4:	$\neg t$	Premissa
Deduz-se	C_5:	$\neg p \wedge r$	Hipótese condicional
	C_6:	r	C_5 + simplificação
	C_7:	s	C_2 + C_6 + modus ponens
	C_8:	$q \vee s$	C_7 + adição
	C_9:	t	C_3 + C_8 + modus ponens
	C_{10}:	$(\neg p \wedge r) \rightarrow t$	C_5 + C_9 + introdução da condicional

(b) Se a temperatura cai ou eu engordo, então eu não como muito.
$\neg p \vee q, r \rightarrow s, (q \vee s) \rightarrow t, \neg t \vdash (s \vee q) \rightarrow \neg p$

Tem-se	C_1:	$\neg p \vee q$	Premissa
	C_2:	$r \rightarrow s$	Premissa
	C_3:	$(q \vee s) \rightarrow t$	Premissa
	C_4:	$\neg t$	Premissa
Deduz-se	C_5:	$s \vee q$	Hipótese condicional
	C_6:	$\neg(q \vee s)$	C_3 + C_4 + modus tollens
	C_7:	$\neg q \wedge \neg s$	C_6 + De Morgan
	C_8:	$\neg q$	C_7 + simplificação
	C_9:	$\neg p$	C_1 + C_8 + silogismo disjuntivo
	C_{10}:	$(s \vee q) \rightarrow \neg p$	C_5 + C_9 + introdução da condicional

6. Usando tanto o método da tabela-verdade quanto o de manipulação algébrica de fórmulas via equivalência lógica, determine a FNC equivalente a:

(a) $p \rightarrow \neg q$
Manipulação Algébrica

$p \rightarrow \neg q$	Equivalência da implicação
$\neg p \vee \neg q$	FNC

Tabela Verdade

p	q	$\neg q$	$p \to \neg q$
V	V	F	F
V	F	V	V
F	V	F	V
F	F	V	V

Focando nas interpretações cujos valores-verdade da fórmula original são F, a FNC da fórmula original é $\neg p \vee \neg q$.

(b) $\neg(p \wedge q)$
Manipulação Algébrica

$\neg(p \wedge q)$	De Morgan
$\neg p \vee \neg q$	FNC

Tabela Verdade

p	q	$p \wedge q$	$\neg(p \wedge q)$
V	V	V	F
V	F	F	V
F	V	F	V
F	F	F	V

Focando nas interpretações cujos valores-verdade da fórmula original são F, a FNC da fórmula original é $\neg p \vee \neg q$.

(c) $(p \wedge q) \vee q$
Manipulação Algébrica

$(p \wedge q) \vee q$	Distributiva
$(p \vee q) \wedge (q \vee q)$	(Simplificando)
$(p \vee q) \wedge q$	FNC

Tabela Verdade

p	q	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \vee q$
V	V	V	V
V	F	F	F
F	V	F	V
F	F	F	F

Focando nas interpretações cujos valores-verdade da fórmula original são F, a FNC da fórmula original é $(\neg p \vee q) \wedge (p \vee q)$.

(d) $p \wedge \neg(q \vee r)$
Manipulação Algébrica

$p \wedge \neg(q \vee r)$	De Morgan
$p \wedge (\neg q \wedge \neg r)$	Associativa
$p \wedge \neg q \wedge \neg r$	FNC

Tabela Verdade

Cont.

p	q	r	$q \vee r$	$\neg(p \vee r)$	$p \wedge \neg(q \vee r)$
V	V	V	V	F	F
V	V	F	V	F	F
V	F	V	V	F	F
V	F	F	F	V	V
F	V	V	V	F	F
F	V	F	V	F	F
F	F	V	V	F	F
F	F	F	F	V	F

Focando nas interpretações cujos valores-verdade da fórmula original são F, a FNC da fórmula original é $(\neg p \vee \neg q \vee \neg r) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee r) \wedge (\neg p \vee q \vee \neg r) \wedge (p \vee \neg q \vee \neg r) \wedge (p \vee \neg q \vee r) \wedge (p \vee q \vee \neg r) \wedge (p \vee q \vee r)$.

(e) $\neg(p \wedge (q \vee r))$
Manipulação Algébrica

$\neg(p \wedge (q \vee r))$	De Morgan
$\neg p \vee \neg(q \vee r)$	De Morgan
$\neg p \vee (\neg q \wedge \neg r)$	Distributiva
$(\neg p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee \neg r)$	FNC

Tabela Verdade

p	q	r	$q \vee r$	$p \wedge (q \vee r)$	$\neg(p \wedge (q \vee r))$
V	V	V	V	V	F
V	V	F	V	V	F
V	F	V	V	V	F
V	F	F	F	F	V
F	V	V	V	F	V
F	V	F	V	F	V
F	F	V	V	F	V
F	F	F	F	F	V

Focando nas interpretações cujos valores-verdade da fórmula original são F, a FNC da fórmula original é $(\neg p \vee \neg q \vee \neg r) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee r) \wedge (\neg p \vee q \vee \neg r)$.

(f) $p \vee (\neg p \wedge q \wedge r)$
Manipulação Algébrica

$p \vee (\neg p \wedge q \wedge r)$	Distributiva
$(p \vee \neg p) \wedge (p \vee q) \wedge (p \vee r)$	Lei do terceiro excluído
$V \wedge (p \vee q) \wedge (p \vee r)$	Lei da identidade
$(p \vee q) \wedge (p \vee r)$	FNC

Tabela Verdade

p	q	r	$\neg p$	$\neg p \land q \land r$	$p \lor (\neg p \land q \land r)$
V	V	V	F	F	V
V	V	F	F	F	V
V	F	V	F	F	V
V	F	F	F	F	V
F	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	F
F	F	V	V	F	F
F	F	F	V	F	F

Focando nas interpretações cujos valores-verdade da fórmula original são F, a FNC da fórmula original é $(p \lor \neg q \lor r) \land (p \lor q \lor \neg r) \land (p \lor q \lor r)$.

(g) $\neg(p \to q) \lor (p \lor q)$
Manipulação Algébrica

$\neg(p \to q) \lor (p \lor q)$	Equivalência da implicação
$\neg(\neg p \lor q) \lor (p \lor q)$	De Morgan
$(\neg\neg p \land \neg q) \lor (p \lor q)$	Dupla negação
$(p \land \neg q) \lor (p \lor q)$	Distributiva
$(p \lor (p \lor q)) \land (\neg q \lor (p \lor q))$	Associativa
$(p \lor p \lor q) \land (\neg q \lor p \lor q)$	(Simplificando)
$(p \lor q) \land p$	FNC

Tabela Verdade

p	q	$p \lor q$	$p \to q$	$\neg(p \to q)$	$\neg(p \to q) \lor (p \lor q)$
V	V	V	V	F	V
V	F	F	F	V	V
F	V	F	V	F	V
F	F	F	V	F	F

Focando nas interpretações cujos valores-verdade da fórmula original são F, a FNC da fórmula original é $p \lor q$.

(h) $\neg(p \to \neg q) \land (p \land q)$
Manipulação Algébrica

$\neg(p \to \neg q) \land (p \land q)$	Equivalência da implicação
$\neg(\neg p \lor \neg q) \land (p \land q)$	De Morgan
$(\neg\neg p \land \neg\neg q) \land (p \land q)$	Dupla negação
$(p \land q) \land (p \land q)$	Associativa
$p \land q$	FNC

Tabela Verdade

p	q	$\neg q$	$p \to \neg q$	$\neg(p \to \neg q)$	$p \land q$	$\neg(p \to \neg q) \land (p \land q)$
V	V	F	F	V	V	V
V	F	V	V	F	F	F
F	V	F	V	F	F	F
F	F	V	V	F	F	F

Focando nas interpretações cujos valores-verdade da fórmula original são F, a FNC da fórmula original é $(\neg p \vee q) \wedge (p \vee \neg q) \wedge (p \vee q)$.

7. Usando tanto o método da tabela-verdade quanto o de manipulação algébrica de fórmula via equivalência lógica, determine a FND equivalente a:

   (a) $\neg p \rightarrow (q \wedge r)$
   Manipulação Algébrica

$\neg p \rightarrow (q \wedge r)$	Equivalência da implicação
$\neg\neg p \vee (q \wedge r)$	Dupla negação
$p \vee (q \wedge r)$	FND

   Tabela Verdade

p	q	r	$\neg p$	$q \wedge r$	$\neg p \rightarrow (q \wedge r)$
V	V	V	F	V	V
V	V	F	F	F	V
V	F	V	F	F	V
V	F	F	F	F	V
F	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	F
F	F	V	V	F	F
F	F	F	V	F	F

   Focando nas interpretações cujos valores-verdade da fórmula original são V, a FND da fórmula original é: $(p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge \neg r) \vee (p \wedge \neg q \wedge r) \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r)$.

   (b) $\neg q \wedge (q \rightarrow r)$
   Manipulação Algébrica

$\neg q \wedge (q \rightarrow r)$	Equivalência da implicação
$\neg q \wedge (\neg q \vee r)$	Distributiva
$(\neg q \wedge \neg q) \vee (\neg q \wedge r)$	(Simplificando)
$\neg q \vee (\neg q \wedge r)$	FND

   Tabela Verdade

q	r	$\neg q$	$q \rightarrow r$	$\neg q \wedge (q \rightarrow r)$
V	V	F	V	F
V	F	F	F	F
F	V	V	V	V
F	F	V	V	V

   Focando nas interpretações cujos valores-verdade da fórmula original são V, a FND da fórmula original é: $(\neg q \wedge r) \vee (\neg q \wedge \neg r)$.

   (c) $(p \rightarrow q) \vee \neg p$
   Manipulação Algébrica

$(p \rightarrow q) \vee \neg p$	Equivalência da implicação
$(\neg p \vee q) \vee \neg p$	Associativa
$\neg p \vee q \vee \neg p$	(Simplificando)
$\neg p \vee q$	FND

Tabela Verdade

p	q	$\neg p$	$p \to q$	$(p \to q) \lor \neg p$
V	V	F	V	V
V	F	F	F	F
F	V	V	V	V
F	F	V	V	V

Focando nas interpretações cujos valores-verdade da fórmula original são V, a FND da fórmula original é: $(p \land q) \lor (\neg p \land q) \lor (\neg p \land \neg q)$.

(d) $(\neg p \land q) \lor q$
Manipulação Algébrica

$(\neg p \land q) \lor q$	Lei de absorção
q	FND

Tabela Verdade

p	q	$\neg p$	$\neg p \land q$	$(\neg p \land q) \lor q$
V	V	F	F	V
V	F	F	F	F
F	V	V	V	v
F	F	V	F	F

Focando nas interpretações cujos valores-verdade da fórmula original são V, a FND da fórmula original é: $(p \land q) \lor (\neg p \land q)$.

(e) $\neg(p \land (q \lor r))$
Manipulação Algébrica

$\neg(p \land (q \lor r))$	De Morgan
$\neg p \lor \neg(q \lor r)$	De Morgan
$\neg p \lor (\neg q \land \neg r)$	FND

Tabela Verdade

p	q	r	$q \lor r$	$p \land (q \lor r)$	$\neg(p \land (q \lor r))$
V	V	V	V	V	F
V	V	F	V	V	F
V	F	V	V	V	F
V	F	F	F	F	V
F	V	V	V	F	V
F	V	F	V	F	V
F	F	V	V	F	V
F	F	F	F	F	V

Focando nas interpretações cujos valores-verdade da fórmula original são V, a FND da fórmula original é: $(p \land \neg q \land \neg r) \lor (\neg p \land q \land r) \lor (\neg p \land q \land \neg r) \lor (\neg p \land \neg q \land r) \lor (\neg p \land \neg q \land \neg r)$.

(f) $p \lor (q \to r) \to s$
Manipulação Algébrica

$(p \vee (q \to r)) \to s$	Equivalência da implicação
$(p \vee (\neg q \vee r)) \to s$	Equivalência da implicação
$\neg(p \vee (\neg q \vee r)) \vee s$	De Morgan
$(\neg p \wedge \neg\neg q \wedge \neg r) \vee s$	Dupla negação
$(\neg p \wedge q \wedge \neg r) \vee s$	FND

Tabela Verdade

p	q	r	s	$q \to r$	$p \vee (q \to r)$	$p \vee (q \to r) \to s$
V	V	V	V	V	V	V
V	V	V	F	V	V	F
V	V	F	V	F	V	V
V	V	F	F	F	V	F
V	F	V	V	V	V	V
V	F	V	F	V	V	F
V	F	F	V	V	V	V
V	F	F	F	V	V	F
F	V	V	V	V	V	V
F	V	V	F	V	V	F
F	V	F	V	F	F	V
F	V	F	F	F	F	V
F	F	V	V	V	V	V
F	F	V	F	V	V	F
F	F	F	V	V	V	V
F	F	F	F	V	V	F

Focando nas interpretações cujos valores-verdade da fórmula original são V, a FND da fórmula original é: $(p \wedge q \wedge r \wedge s) \vee (p \wedge q \wedge \neg r \wedge s) \vee (p \wedge \neg q \wedge r \wedge s) \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg r \wedge s) \vee (\neg p \wedge q \wedge r \wedge s) \vee (\neg p \wedge q \neg r \wedge s) \vee$...
...$(\neg p \wedge q \wedge \neg r \wedge \neg s) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r \wedge s) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r \wedge s)$.

(g) $\neg(p \vee q) \wedge (s \to t)$
Manipulação Algébrica

$\neg(p \vee q) \wedge (s \to t)$	Equivalência da implicação
$\neg(p \vee q) \wedge (\neg s \vee t)$	De Morgan
$(\neg p \wedge \neg q) \wedge (\neg s \vee t)$	Distributiva
$(\neg p \wedge \neg q \wedge \neg s) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge t)$	FND

Tabela Verdade

p	q	s	t	$p \vee q$	$\neg(p \vee q)$	$s \rightarrow t$	$\neg(p \vee q) \wedge (s \rightarrow t)$
V	V	V	V	V	F	V	F
V	V	V	F	V	F	F	F
V	V	F	V	V	F	V	F
V	V	F	F	V	F	V	F
V	F	V	V	V	F	V	F
V	F	V	F	V	F	F	F
V	F	F	V	V	F	V	F
V	F	F	F	V	F	V	F
F	V	V	V	V	F	V	F
F	V	V	F	V	F	F	F
F	V	F	V	V	F	V	F
F	V	F	F	V	F	V	F
F	F	V	V	F	V	V	V
F	F	V	F	F	V	F	F
F	F	F	V	F	V	V	V
F	F	F	F	F	V	V	V

Focando nas interpretações cujos valores-verdade da fórmula original são V, a FND da fórmula original é: $(\neg p \wedge \neg q \wedge s \wedge t) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg s \wedge t) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg s \wedge \neg t)$.

(h) $\neg(p \wedge q) \wedge (p \vee q)$
Manipulação Algébrica

$\neg(p \wedge q) \wedge (p \vee q)$	De Morgan
$(\neg p \vee \neg q) \wedge (p \vee q)$	Distributiva
$(p \wedge (\neg p \vee \neg q)) \vee (q \wedge (\neg p \vee \neg q))$	Distributiva
$((p \wedge \neg p) \vee (p \wedge \neg q)) \vee ((q \wedge \neg p) \vee (q \wedge \neg q))$	Associativa
$(p \wedge \neg q) \vee (q \wedge \neg p)$	FND

Tabela Verdade

p	q	$p \wedge q$	$\neg(p \wedge q)$	$p \vee q$	$\neg(p \wedge q) \wedge (p \vee q)$
V	V	V	F	V	F
V	F	F	V	V	V
F	V	F	V	V	V
F	F	F	V	F	F

Focando nas interpretações cujos valores-verdade da fórmula original são V, a FND(α) da fórmula original é: $(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$.

8. Considere as seguintes premissas:

Se o universo é finito, então a vida é curta.
Se a vida vale a pena, então a vida é complexa.
Se a vida é curta ou complexa, então a vida tem sentido.
A vida não tem sentido.
p: o universo é finito
q: a vida é curta
r: a vida vale a pena
s: a vida é complexa
t: a vida tem sentido Prove usando inferência por resolução (negando a conclusão):

(a) Se o universo é finito e a vida vale a pena, então a vida tem sentido.
Argumento: $p \to q, r \to s, (q \lor s) \to t, \neg t \vdash (p \land r) \to t$
Convertendo para FNC:

FNC $(p \to q)$	$p \to q \equiv \neg p \lor q$
FNC $(r \to s)$	$r \to s \equiv \neg r \lor s$
FNC $((q \lor s) \to t)$	$(q \lor s) \to t \equiv \neg(q \lor s) \lor t \equiv (\neg q \land \neg s) \lor t \equiv (\neg q \lor t) \land (\neg s \lor t)$
FNC $(\neg t)$	$\neg t$
Conclusão Negada FNC $(\neg((p \land r) \to t))$	$\neg((p \land r) \to t) \equiv \neg(\neg(p \land r) \lor t) \equiv \neg((\neg p \lor \neg r) \lor t) \equiv \neg(\neg p \lor \neg r) \land \neg t)$... $\equiv p \land r \land \neg t$

Inferência por resolução:

Cláusulas		Comentário
C_1:	$\neg p \lor q$	Cláusula da 1ª premissa
C_2:	$\neg r \lor s$	Cláusula da 2ª premissa
C_3:	$\neg q \lor t$	Cláusula da 3ª premissa
C_4:	$\neg s \lor t$	Cláusula da 3ª premissa
C_5:	$\neg t$	Cláusula da 4ª premissa
C_6:	p	Cláusula da negação da conclusão
C_7:	r	Cláusula da negação da conclusão
C_8:	$\neg t$	Cláusula da negação da conclusão
C_9:	q	Resolvente da resolução de C_1 e C_6
C_{10}:	t	Resolvente da resolução de C_3 e C_9
C_{11}:	nil	Resolvente da resolução de C_5 e C_{10}

(b) A vida não é curta.
Argumento: $p \to q, r \to s, (q \lor s) \to t, \neg t \vdash \neg q$
Convertendo para FNC:

FNC $(p \to q)$	$p \to q \equiv \neg p \lor q$
FNC $(r \to s)$	$r \to s \equiv \neg r \lor s$
FNC $((q \lor s) \to t)$	$(q \lor s) \to t \equiv \neg(q \lor s) \lor t \equiv (\neg q \land \neg s) \lor t \equiv (\neg q \lor t) \land (\neg s \lor t)$
FNC $(\neg t)$	$\neg t$
Conclusão Negada FNC $(\neg(\neg q))$	$\neg(\neg q) \equiv q$

Inferência por resolução:

Cláusulas		Comentário
C_1:	$\neg p \lor q$	Cláusula da 1ª premissa
C_2:	$\neg r \lor s$	Cláusula da 2ª premissa
C_3:	$\neg q \lor t$	Cláusula da 3ª premissa
C_4:	$\neg s \lor t$	Cláusula da 3ª premissa
C_5:	$\neg t$	Cláusula da 4ª premissa
C_6:	q	Cláusula da negação da conclusão
C_7:	t	Resolvente da resolução de C_3 e C_6
C_8:	nil	Resolvente da resolução de C_5 e C_7

(c) A vida não é complexa ou o universo não é finito.
Argumento: $p \to q, r \to s, (q \lor s) \to t, \neg t \vdash \neg s \lor \neg p$
Convertendo para FNC:

FNC $(p \to q)$	$p \to q \equiv \neg p \vee q$
FNC $(r \to s)$	$r \to s \equiv \neg r \vee s$
FNC $((q \vee s) \to t)$	$(q \vee s) \to t \equiv \neg(q \vee s) \vee t \equiv (\neg q \wedge \neg s) \vee t \equiv (\neg q \vee t) \wedge (\neg s \vee t)$
FNC $(\neg t)$	$\neg t$
Conclusão Negada FNC $(\neg(\neg s \vee \neg p))$	$\neg(\neg s \vee \neg p) \equiv \neg\neg s \wedge \neg\neg p \equiv s \wedge p$

Inferência por resolução:

Cláusulas		Comentário
C_1:	$\neg p \vee q$	Cláusula da 1ª premissa
C_2:	$\neg r \vee s$	Cláusula da 2ª premissa
C_3:	$\neg q \vee t$	Cláusula da 3ª premissa
C_4:	$\neg s \vee t$	Cláusula da 3ª premissa
C_5:	$\neg t$	Cláusula da 4ª premissa
C_6:	p	Cláusula da negação da conclusão
C_7:	s	Cláusula da negação da conclusão
C_8:	t	Resolvente da resolução de C_4 e C_7
C_9:	nil	Resolvente da resolução de C_5 e C_8

(d) A vida vale a pena se e somente se a vida tem sentido.
Argumento: $p \to q, r \to s, (q \vee s) \to t, \neg t \vdash r \leftrightarrow t$ Convertendo para FNC:

FNC $(p \to q)$	$p \to q \equiv \neg p \vee q$
FNC $(r \to s)$	$r \to s \equiv \neg r \vee s$
FNC $((q \vee s) \to t)$	$(q \vee s) \to t \equiv \neg(q \vee s) \vee t \equiv (\neg q \wedge \neg s) \vee t \equiv (\neg q \vee t) \wedge (\neg s \vee t)$
FNC $(\neg t)$	$\neg t$
Conclusão Negada FNC $(\neg(r \leftrightarrow t))$	$\neg(r \leftrightarrow t) \equiv \neg((r \to t) \wedge (t \to r)) \equiv \neg((\neg r \vee t) \wedge (\neg t \vee r)) \equiv \neg(\neg r \vee t) \vee \neg(\neg t \vee r)...$ $\equiv (\neg\neg r \wedge \neg t) \vee (\neg\neg t \wedge \neg r) \equiv (r \wedge \neg t) \vee (t \wedge \neg r) \equiv (r \vee (t \wedge \neg r)) \wedge (\neg t \vee (t \wedge \neg r))...$ $\equiv (r \vee t) \wedge (\neg t \vee \neg r)$

Inferência por resolução:

Cláusulas		Comentário
C_1:	$\neg p \vee q$	Cláusula da 1ª premissa
C_2:	$\neg r \vee s$	Cláusula da 2ª premissa
C_3:	$\neg q \vee t$	Cláusula da 3ª premissa
C_4:	$\neg s \vee t$	Cláusula da 3ª premissa
C_5:	$\neg t$	Cláusula da 4ª premissa
C_6:	$r \vee t$	Cláusula da negação da conclusão
C_7:	$\neg r \vee \neg t$	Cláusula da negação da conclusão
C_8:	$\neg s$	Resolvente da resolução de C_4 e C_5
C_9:	$\neg r$	Resolvente da resolução de C_2 e C_8
C_{10}:	t	Resolvente da resolução de C_6 e C_9
C_{11}:	nil	Resolvente da resolução de C_5 e C_{10}

9. Considere as seguintes premissas:
Eu não como muito ou engordo.
Se chove, então a temperatura cai.
Se eu engordo e a temperatura cai, então assisto TV.
Assisto TV.

p: eu como muito
q: eu engordo
r: chove
s: a temperatura cai
t: eu assisto TV. Prove usando inferência por resolução (negando a conclusão):

(a) Se eu não como muito e chove, então assisto TV.
Argumento: $\neg p \lor q, r \to s, (q \land s) \to t, t \vdash (\neg p \land r) \to t$
Convertendo para FNC:

FNC $(\neg p \lor q)$	$\neg p \lor q$
FNC $(r \to s)$	$r \to s \equiv \neg r \lor s$
FNC $((q \land s) \to t)$	$(q \land s) \to t \equiv \neg(q \land s) \lor t \equiv \neg q \lor \neg s \lor t$
FNC (t)	t
Conclusão Negada FNC $(\neg((\neg p \land r) \to t))$	$\neg((\neg p \land r) \to t) \equiv \neg(\neg(\neg p \land r) \lor t) \equiv \neg p \land r \land \neg t$

Inferência por resolução:

Cláusulas		Comentário
C_1:	$\neg p \lor q$	Cláusula da 1ª premissa
C_2:	$\neg r \lor s$	Cláusula da 2ª premissa
C_3:	$\neg q \lor \neg s \lor t$	Cláusula da 3ª premissa
C_4:	t	Cláusula da 4ª premissa
C_5:	$\neg p$	Cláusula da negação da conclusão
C_6:	r	Cláusula da negação da conclusão
C_7:	$\neg t$	Cláusula da negação da conclusão
C_8:	nil	Resolvente da resolução de C_4 e C_7

(b) Se a temperatura cai ou engordo, então eu não como muito.
Argumento: $\neg p \lor q, r \to s, (q \land s) \to t, t \vdash (s \lor q) \to \neg p$
Convertendo para FNC:

FNC $(\neg p \lor q)$	$\neg p \lor q$
FNC $(r \to s)$	$r \to s \equiv \neg r \lor s$
FNC $((q \land s) \to t)$	$(q \land s) \to t \equiv \neg(q \land s) \lor t \equiv \neg q \lor \neg s \lor t$
FNC (t)	t
Conclusão Negada FNC $((s \lor q) \to \neg p)$	$(s \lor q) \to \neg p \equiv \neg(\neg(s \lor q) \lor \neg p) \equiv (s \lor q) \land p$

Inferência por resolução:

Cláusulas		Comentário
C_1:	$\neg p \lor q$	Cláusula da 1ª premissa
C_2:	$\neg r \lor s$	Cláusula da 2ª premissa
C_3:	$\neg q \lor \neg s \lor t$	Cláusula da 3ª premissa
C_4:	t	Cláusula da 4ª premissa
C_5:	$s \lor q$	Cláusula da negação da conclusão
C_6:	p	Cláusula da negação da conclusão

The End.