

Lógica

Lógica Proposicional Álgebra e Leis de Equivalência Aula 06

Profa. Helena Caseli
helenacaseli@ufscar.br

Lógica Proposicional

$$x * x = x^2$$

- **Álgebra da Lógica Proposicional**
 - Análoga à álgebra matemática
 - Especifica como os elementos podem ser manipulados em fórmulas bem-formadas
 - Especifica como fórmulas equivalentes podem ser geradas para serem usadas na simplificação e na manipulação de expressões lógicas
 - Útil, principalmente, na prova da validade de argumentos

Lógica Proposicional

- **Álgebra da Lógica Proposicional**

- **Dual**

- O dual de uma fórmula definida em termos de símbolos atômicos (p, q, \dots), símbolos de verdade (V e F) e dos conectivos lógicos de conjunção (\wedge) e disjunção (\vee) é obtido substituindo-se todas as ocorrências de
 - V por F e vice-versa
 - \wedge (e) por \vee (ou) e vice-versa
 - Exemplo: $(p \wedge q) \vee F$ tem como dual $(p \vee q) \wedge V$

Lógica Proposicional

- **Álgebra da Lógica Proposicional**

- Equivalências lógicas (leis) importantes

- $p \wedge \neg p \equiv F$

lei da contradição

- $p \vee \neg p \equiv V$

lei do terceiro (meio) excluído

Lógica Proposicional

- **Álgebra da Lógica Proposicional**
 - Equivalências lógicas (leis) importantes
 - $p \wedge V \equiv p$
 - $p \vee F \equiv p$

leis da identidade

Lógica Proposicional

- **Álgebra da Lógica Proposicional**
 - Equivalências lógicas (leis) importantes
 - $p \wedge F \equiv F$
 - $p \vee V \equiv V$

leis da dominação

Lógica Proposicional

- **Álgebra da Lógica Proposicional**
 - Equivalências lógicas (leis) importantes
 - $p \wedge p \equiv p$
 - $p \vee p \equiv p$

leis idempotentes

Lógica Proposicional

- **Álgebra da Lógica Proposicional**
 - Equivalências lógicas (leis) importantes
 - $\neg(\neg p) \equiv p$ lei da dupla negação

Lógica Proposicional

■ Álgebra da Lógica Proposicional

■ Equivalências lógicas (leis) importantes

- $p \wedge q \equiv q \wedge p$

leis comutativas

- $p \vee q \equiv q \vee p$

p	q	$p \wedge q$	$q \wedge p$	$p \vee q$	$q \vee p$
V	V	V	V	V	V
V	F	F	F	V	V
F	V	F	F	V	V
F	F	F	F	F	F

\equiv

\equiv

Lógica Proposicional

■ Álgebra da Lógica Proposicional

■ Equivalências lógicas (leis) importantes

- $(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$

leis associativas

- $(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$

p	q	r	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \wedge r$	$q \wedge r$	$p \wedge (q \wedge r)$
V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F
V	F	V	F	F	F	F
V	F	F	F	F	F	F
F	V	V	F	F	V	F
F	V	F	F	F	F	F
F	F	V	F	F	F	F
F	F	F	F	F	F	F

Lógica Proposicional

■ Álgebra da Lógica Proposicional

■ Equivalências lógicas (leis) importantes

- $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

leis distributivas

- $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

p	q	r	$q \vee r$	$p \wedge (q \vee r)$	$p \wedge q$	$p \wedge r$	$(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	V	F	V
V	F	V	V	V	F	V	V
V	F	F	F	F	F	F	F
F	V	V	V	F	F	F	F
F	V	F	V	F	F	F	F
F	F	V	V	F	F	F	F
F	F	F	F	F	F	F	F

Lógica Proposicional

- **Álgebra da Lógica Proposicional**

- Equivalências lógicas (leis) importantes

- $\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$

leis de De Morgan

- $\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$

p	$\neg p$	q	$\neg q$	$p \wedge q$	$\neg(p \wedge q)$	$\neg p \vee \neg q$
V	F	V	F	V	F	F
V	F	F	V	F	V	V
F	V	V	F	F	V	V
F	V	F	V	F	V	V

≡

Lógica Proposicional

- **Álgebra da Lógica Proposicional**
 - Equivalências lógicas (leis) importantes
 - $p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
 - $p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
 - $p \leftrightarrow q \equiv (\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee p)$

p	$\neg p$	q	$p \rightarrow q$	$\neg p \vee q$
V	F	V	V	V
V	F	F	F	F
F	V	V	V	V
F	V	F	V	V

Lógica Proposicional

- **Álgebra da Lógica Proposicional**
 - Equivalências lógicas (leis) importantes
 - $p \vee (p \wedge q) \equiv p$ lei da absorção
 - $p \wedge (p \vee q) \equiv p$
 - $(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge q) \equiv q$
 - $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee q) \equiv q$

Lógica Proposicional



■ Álgebra da Lógica Proposicional – Resumindo

Lei	Nome da lei	Lei	Nome da lei
$\alpha \wedge \neg \alpha \equiv F$ $\alpha \vee \neg \alpha \equiv V$	Lei da contradição Lei do terceiro excluído	$\alpha \wedge \beta \equiv \beta \wedge \alpha$ $\alpha \vee \beta \equiv \beta \vee \alpha$	Leis comutativas
$\alpha \wedge V \equiv \alpha$ $\alpha \vee F \equiv \alpha$	Leis da identidade	$(\alpha \wedge \beta) \wedge \gamma \equiv \alpha \wedge (\beta \wedge \gamma)$ $(\alpha \vee \beta) \vee \gamma \equiv \alpha \vee (\beta \vee \gamma)$	Leis associativas
$\alpha \wedge F \equiv F$ $\alpha \vee V \equiv V$	Leis da dominação	$\alpha \wedge (\beta \vee \gamma) \equiv (\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma)$ $\alpha \vee (\beta \wedge \gamma) \equiv (\alpha \vee \beta) \wedge (\alpha \vee \gamma)$	Leis distributivas
$\alpha \wedge \alpha \equiv \alpha$ $\alpha \vee \alpha \equiv \alpha$	Leis idempotentes	$\neg(\alpha \wedge \beta) \equiv \neg \alpha \vee \neg \beta$ $\neg(\alpha \vee \beta) \equiv \neg \alpha \wedge \neg \beta$	Leis de De Morgan
$\neg(\neg \alpha) \equiv \alpha$	Lei da dupla negação		

Lei	Nome da lei
$\alpha \rightarrow \beta \equiv \neg \alpha \vee \beta$	Definição de \rightarrow em termos de \vee e \neg
$\alpha \leftrightarrow \beta \equiv (\alpha \rightarrow \beta) \wedge (\beta \rightarrow \alpha)$	Definição de \leftrightarrow em termos de \rightarrow e \wedge
$\alpha \leftrightarrow \beta \equiv (\neg \alpha \vee \beta) \wedge (\neg \beta \vee \alpha)$	Definição de \leftrightarrow em termos de \vee e \neg
$\alpha \vee (\alpha \wedge \beta) \equiv \alpha$ $\alpha \wedge (\alpha \vee \beta) \equiv \alpha$	Lei da absorção
$(\alpha \wedge \beta) \vee (\neg \alpha \wedge \beta) \equiv \beta$ $(\alpha \vee \beta) \wedge (\neg \alpha \vee \beta) \equiv \beta$	--