Lista de Exercícios Extra - Intervalos de Confiança e Testes de Hipótese

Março de 2022

Intervalo de Confiança

1. Em um esforço para estimar a quantia gasta por cliente para jantar em um grande restaurante de Atlanta, foram coletados os dados de uma amostra de 49 clientes em um período de três semanas. Considere um desvio padrão da população de 2,50 dólares.
   (a) Qual é o erro padrão da média?
   (b) Se a média da amostra é de 22,60 dólares, qual é o intervalo de confiança de 95% pra a média da população?

2. Um fabricante produz anéis para pistões de um motor de automóveis. É sabido que o diâmetro do anel é distribuído de forma aproximadamente normal e tem um desvio padrão de $0, 001$ mm. Uma amostra aleatória de 15 anéis tem um diâmetro médio de $\bar{x} = 74, 036$ mm. Construa um intervalo de confiança de 99% para o diâmetro médio do anel do pistão.

3. De 50.000 válvulas fabricadas por uma companhia retira-se uma amostra de 400 válvulas, e obtém-se a vida média de 800 horas e o desvio padrão de 100 horas.
   (a) Qual o intervalo de confiança de 99% para a vida média da população?
   (b) Com que confiança dir-se-ia que a vida média é 800 ± 0,98?
   (c) Que tamanho deve ter a amostra para que seja de 95% a confiança na estimativa 800 ± 7,84?
   (d) Que suposições você fez para responder às questões acima?

4. Qual deve ser o tamanho de uma amostra cujo desvio padrão é 10 para que a diferença da média amostral para a média da população, em valor absoluto, seja menor que 1, com coeficiente de confiança igual a:
   (a) 95%?
   (b) 99%?

5. Duas formulações diferentes, 1 e 2, de um combustível oxigenado de um motor devem ser testadas com a finalidade de estudar seus números de octanagem na estrada. 1 variância do número de octanagem na estrada no caso da formulação A $\sigma_1^2 = 1, 2$ e a variância da formulação 2 é $1, 0$. Duas amostras aleatórias de tamanho $n_1 = 15$ e $n_2 = 20$, sendo os números médios observados de octanagem dados por $\bar{x}_1 = 89.6$ e média amostral 2 igual 90,8. Considere normalidade e construa um intervalo de confiança de 95% para a diferença nos números médios observados de octanagem na estrada.

6. Estão sendo estudadas as taxas de queima de dois diferentes propelentes sólidos usados no sistema de escapamento de aeronaves. Sabe-se que ambos os propelentes têm aproximadamente o mesmo desvio padrão de taxa de queima, ou seja, $\sigma_1 = \sigma_2 = 3$ cm/s. Duas amostras aleatórias de $n_1 = 20en_2 = 20$ espécimes são testadas; as taxas médias de queima das amostras são $\bar{x}_1 = 18$ cm/s e $\bar{x}_2 = 24$ cm/s. Construa um intervalo de confiança de 95% para a diferença nas médias μ_1 - μ_2. Qual é o significado prático desse intervalo?

7. O diâmetro de bastões de aço, fabricados em duas máquinas extrusoras diferentes, está sendo investigado. Duas amostras aleatórias de tamanho $n_1 = 15en_2 = 17$ são selecionadas e as médias e as variâncias das amostras são $\bar{x}_1 = 8, 73$, $s_1^2 = 0, 35$, $\bar{x}_2 = 8, 68$ e $s_2^2 = 0, 40$, respectivamente. Suponha $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ e que os dados sejam retirados de uma população normal. Construa um intervalo de confiança de 95% para a diferença no diâmetro médio dos bastões. Interprete esse intervalo.

8. Uma amostra aleatória de 625 donas de casa revela que 70% delas preferem a marca A de detergente. Construir um intervalo de confiança para p: proporção das donas de casa que preferem A com c.c. $\gamma = 90\%$.

9. Antes de uma eleição, um determinado partido está interessado em estimar a proporção p de eleitores favoráveis ao seu candidato. Uma amostra piloto de tamanho 100 revelou que 60% dos eleitores eram favoráveis ao candidato em questão.

   (a) Determine o tamanho da amostra necessário para que o erro cometido na estimação seja de, no máximo, 0,01 com probabilidade de 80%.

   (b) Se na amostra final, com tamanho igual ao obtido em (a), observou-se que 55% dos eleitores eram favoráveis ao candidato em questão, construa um intervalo de confiança para a proporção p. Utilize $\gamma = 0,95$.

10. Dois tipos diferentes de máquinas de injeção-moldagem são usadas para formar peças de plásticos. Uma peça é considerada defeituosa se ela tiver excesso de encolhimento ou se for descolorida. Duas amostras aleatórias, cada uma de tamanho 300, são selecionadas e 15 peças defeituosas são encontradas na amostra da máquina 1, enquanto 8 peças defeituosas são encontradas na amostra da máquina 2. Use um intervalo de confiança com 95% e conclua se ambas as máquinas produzem ou não a mesma fração de peças defeituosas.

11. Para analisar a variação de cápsulas de suplemento vitamínico, foram selecionadas aleatoriamente e pesadas 14 cápsulas. Os resultados da amostra mostram que o desvio padrão amostral foi de 0,020. Para que a variação esteja em um nível aceitável o desvio padrão populacional dos pesos deve ser menor que 0,015 miligrama. Construa um intervalo com 90% de confiança para σ e responda se a variação está em um nível aceitável. Justifique.

12. Duas companhias químicas podem fornecer uma matéria-prima, cuja concentração de um determinado elemento é importante. A concentração média para ambos os fornecedores é a mesma, porém suspeitamos de que a variabilidade na concentração pode diferir entre as duas companhias. O desvio padrão da concentração em uma amostra aleatória $n_1 = 10$ bateladas produzidas pela companhia 1 é $s_1 = 4,7$ g/l, enquanto para a companhia 2, uma amostra aleatória de $n_2 = 16$ bateladas resulta em $s_2 = 5,8$ g/l. Construindo um intervalo de 90% de confiança, há evidência suficiente para concluir que as variâncias das duas populações difiram?

Testes de Hipótese

13. Sabe-se que o consumo mensal per capita de um determinado produto tem distribuição normal, com desvio padrão 2Kg. A diretoria de uma firma que fabrica esse produto resolveu que retiraria o produto da linha de produção se a média de consumo per capita fosse menor que 8Kg. Caso contrário, continuaria a fabricá-lo. Foi realizada uma pesquisa de mercado, tomando-se uma amostra de 25 indivíduos, e verificou-se que $\sum_{i=1}^{25} X_i = 180$Kg, onde X_i representa o consumo mensal do i-ésimo indivíduo da amostra.

   (a) Construa um teste de hipótese adequado, utilizando $\alpha = 0,05$, e com base na amostra colhida determine a decisão a ser tomada pela diretoria.

   (b) Qual a probabilidade β de se tomar uma decisão errada se, na realidade, a média populacional para $\mu = 7,8$Kg?

   (c) Se a diretoria tivesse fixado $\alpha = 0,01$, a decisão seria a mesma? (Justifique sua resposta.)

   (d) Se o desvio da população fosse 4Kg, qual seria a decisão, com $\alpha = 0,05$? (Justifique sua resposta.)

14. O salário médio dos empregados das indústrias siderúrgicas de um país é de 2,5 salários mínimos, com um desvio padrão de 0,5 salários mínimos. Uma indústria é escolhida ao acaso e desta é escolhida uma amostra de 49 empregados, resultando um salário médio de 2,3 salários mínimos. Podemos afirmar que esta indústria paga salários inferiores à média nacional, com o nível de 5%?

15. O tempo médio, por operário, para executar uma tarefa, tem sido 100 minutos, com um desvio padrão de 15 minutos. Introduziu-se uma modificação para diminuir esse tempo, e, após certo período, sorteou-se uma amostra de 16 operários, medindo-se o tempo de execução de cada um. O tempo médio da amostra foi 85 minutos, e o desvio padrão foi 12 minutos. Estes resultados trazem evidências estatísticas da melhora desejada? Em caso afirmativo, estime o novo tempo médio de execução. (Apresente as suposições teóricas usadas para resolver o problema.)

16. O consumidor de um certo produto acusou o fabricante, dizendo que mais de 20% das unidades fabricadas apresentam defeito. Para confirmar sua acusação, ele usou uma amostra de tamanho 50, onde 27% das peças eram defeituosas. Mostre como o fabricante poderia refutar a acusação. Utilize um nível de significância de 10%.

17. Os produtores de um programa de televisão pretendem modificá-lo se for assistido regularmente por menos de um quarto dos possuidores de televisão. Uma pesquisa encomendada a uma empresa especializada mostrou que, de 400 famílias entrevistadas, 80 assistem ao programa regularmente. Com base nos dados, qual deve ser a decisão dos produtores?

18. Suponha que estejamos testando $H_0 : p = 0,5$ contra $H_1 : p \neq 0,5$, e que, para uma amostra de tamanho $n = 10$, decidimos pela região crítica $RC = \{0, 1, 2, 8, 9, 10\}$.

    (a) Determine o nível de significância α.

    (b) Calcule o poder do teste para $p =$ 0,2, 0,4, 0,6, 0,8. Faça um gráfico do poder como função de p.

    (c) Qual o poder do teste para $p = 0,5$?

19. Suponha que queiramos testar $H_0 : \mu = 50$ contra $H_1 : \mu \neq 50$, onde μ é a média de uma normal $N(\mu, 900)$. Extraída uma amostra de $n = 36$ elementos da população, obtemos $\bar{x} = 52$. Calcule o valor-p $\hat{\alpha}$ do teste.

20. De uma população $X \sim N(50, 100)$ retira-se uma amostra de dez elementos e calculam-se os valores de $\sigma^2_\star$ e S^2. Encontre os valores pedidos abaixo, com a maior precisão possível.

    (a) Se $P(\sigma^2_\star > a) = 10\%$, encontre o valor de a.

    (b) Sabendo-se que $P(S^2 < a) = 5\%$ e $P(S2 > b) = 5\%$, encontre a e b.

    (c) $P(S^2 < 163,16) = \alpha$, encontre α.

    (d) $P(S^2 > 100) = \alpha$, encontre α.

    (e) $P(S^2 < 18) = \alpha$, encontre α.

    (f) Se o valor observado de S^2 foi 180, qual a probabilidade de encontrar uma amostra que produza um S^2 maior do que o observado?

21. Observou-se a produção mensal de uma indústria durante vários anos, verificando-se que ela obedecia a uma distribuição normal, com variância 300. Foi adotada uma nova técnica de produção e, durante 24 meses, observou-se a produção mensal. Após esse período, constatou-se que $\bar{x} = 10.000$ e $s^2 = 400$. Há razões para se acreditar que a variância mudou, ao nível de 20%?