Lógica

Lógica Proposicional
Argumentos
Aula 07

Profa. Helena Caseli
helenacaseli@ufscar.br

Lógica Proposicional

Para provar alguma coisa, sustentar uma opinião ou defender um ponto de vista sobre algum assunto, é preciso *argumentar*. Ou seja, é preciso apresentar justificativas convincentes e corretas que sejam suficientes para estabelecer, sem deixar nenhuma dúvida, se uma afirmação é falsa ou verdadeira. [grifo do original]

Flávia Soares (2004, p. 2) apud https://plataforma.bvirtual.com.br/Leitor/Publicacao/49489/pdf/0 - pág 16

Lógica Proposicional

- **Recordando …**
  - Lógica é uma **linguagem** de representação de conhecimento usada para realizar o **raciocínio**
    - O **conhecimento** é representado explicitamente
    - A partir dessa representação explícita, é possível aplicar regras para **derivar conclusões**

  - **As conclusões produzidas são tão verdadeiras quanto o conhecimento previamente fornecido**

Lógica Proposicional

- **Representação explícita do conhecimento**
  1. Identificamos os trechos da sentença que correspondem aos **conectivos lógicos**
  2. Identificamos os trechos da sentença que correspondem a proposições atômicas e associamos a cada uma delas um **símbolo proposicional**
  3. Escrevemos a fórmula correspondente à sentença usando apenas símbolos proposicionais e conectivos lógicos

Lógica Proposicional

p q

Se eu estou com fome, então eu vou ao restaurante.

r

Se eu vou ao restaurante, então está na hora de comer.

Não está na hora de comer ou eu estou com fome.

Logo,

Eu vou ao restaurante se e somente se eu estou com fome.

- Representando na Lógica Proposicional
  - $p \rightarrow q$
  - $q \rightarrow r$
  - $\neg r \vee p$

premissas (ou hipóteses)

Logo, $q \leftrightarrow p$

conclusão

Lógica Proposicional

- **Argumento**
  - É uma sequência $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \ldots, \alpha_n$ ($n \geq 1$) de proposições, na qual as proposições α_i ($1 \leq i \leq n-1$) são chamadas de **premissas** e a proposição α_n é chamada de **conclusão**

$$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \ldots, \alpha_{n-1} \vdash \alpha_n$$

  - Exemplo
    - $p \rightarrow q, q \rightarrow r, \neg r \vee p \vdash q \leftrightarrow p$

⬇

então, logo, portanto, como consequência, conclui-se etc.

Lógica Proposicional

- **Formalize o argumento a seguir**

Se o dia está nublado, então vai chover.

Se o dia não está nublado, então não precisa levar o guarda-chuva.

Se vai chover, então eu fico em casa.

Eu não fico em casa.

Logo, não precisa levar o guarda-chuva.

RESPOSTA

p: o dia está nublado
q: vai chover
r: precisa levar o guarda-chuva
s: eu fico em casa

$$p \rightarrow q, \neg p \rightarrow \neg r, q \rightarrow s, \neg s \vdash \neg r$$

Lógica Proposicional

Como saber se um argumento é válido?

- **Argumento válido**
  - Um argumento é **válido** se a sua conclusão é uma **consequência lógica** de suas premissas
    - A veracidade da conclusão está implícita na veracidade das premissas
  - Formalmente
    - $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \ldots, \alpha_{n-1} \vdash \alpha_n$ é um **argumento válido** se e somente se $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \ldots, \alpha_{n-1} \models \alpha_n$ ou a fórmula

      $$\alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge \alpha_3 \wedge \ldots \wedge \alpha_{n-1} \rightarrow \alpha_n$$

    - for uma **tautologia**

Baseado no Curso do Prof. Dr. Silvio do Lago Pereira – DTI / FATEC-SP

Lógica Proposicional

- **Como demonstrar a validade de um argumento?**
  - Método semântico
    - Via construção da tabela-verdade
    - Com base em interpretações
  - Método sintático
    - Via construção de uma prova/derivação/dedução
    - Com base em regras de inferência e leis de equivalência (raciocínio)
    - Ou usando inferência por resolução

Baseado no Curso do Prof. Dr. Silvio do Lago Pereira – DTI / FATEC-SP

Lógica Proposicional

- **Validação de argumentos usando tabela-verdade**
  - Um argumento da forma $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \ldots, \alpha_{n-1} \vdash \alpha_n$ é um **válido** se e somente se a fórmula

    $$\alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge \alpha_3 \wedge \ldots \wedge \alpha_{n-1} \rightarrow \alpha_n$$

  - é uma **tautologia**

➔ Montar a tabela-verdade e verificar que a coluna da fórmula da conjunção das premissas implicando na conclusão ($\alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge \alpha_3 \wedge \ldots \wedge \alpha_{n-1} \rightarrow \alpha_n$) é toda "V"

Lógica Proposicional

CUIDADO: Nem todo argumento é válido!

- **Qual dos argumentos a seguir é válido?**
  - **Argumento 1**
    - *Se eu fosse artista, então eu seria famoso.*
    - *Não sou famoso.*
    - *Logo, não sou artista.*

  $p \rightarrow q, \neg q \vdash \neg p$

  - **Argumento 2**
    - *Se eu fosse artista, então eu seria famoso.*
    - *Sou famoso.*
    - *Logo, sou artista.*

  $p \rightarrow q, q \vdash p$

Fonte: Curso do Prof. Dr. Silvio do Lago Pereira – DTI / FATEC-SP

Lógica Proposicional

- **Validação de argumentos usando tabela-verdade**
  - <u>Argumento 1</u>
    - *Se eu fosse artista, então eu seria famoso.*
    - *Não sou famoso.*
    - *Logo, não sou artista.*

$p \rightarrow q, \neg q \mid - \neg p$

p	$\neg p$	q	$\neg q$	$p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \wedge \neg q$	$(p \rightarrow q) \wedge \neg q \rightarrow \neg p$
V	F	V	F	V	F	V
V	F	F	V	F	F	V
F	V	V	F	V	F	V
F	V	F	V	V	V	V

Fonte: Curso do Prof. Dr. Silvio do Lago Pereira – DTI / FATEC-SP

Lógica Proposicional

- **Validação de argumentos usando tabela-verdade**
  - Argumento 2
    - *Se eu fosse artista, então eu seria famoso.*
    - *Sou famoso.*
    - *Logo, sou artista.*

$p \rightarrow q, q \mid - p$

p	¬p	q	¬q	p → q	(p → q) ∧ q	(p → q) ∧ q → p
V	F	V	F	V	V	V
V	F	F	V	F	F	V
F	V	V	F	V	V	**F**
F	V	F	V	V	F	V

Fonte: Curso do Prof. Dr. Silvio do Lago Pereira – DTI / FATEC-SP

Lógica Proposicional

CUIDADO: Nem todo argumento é válido!

- **Qual dos argumentos a seguir é válido?**
  - **Argumento 1**
    - *Se eu fosse artista, então eu seria famoso.*
    - *Não sou famoso.*
    - *Logo, não sou artista.*

  $p \rightarrow q, \neg q \vdash \neg p$

  modus tollens

  - **Argumento 2**
    - *Se eu fosse artista, então eu seria famoso.*
    - *Sou famoso.*
    - *Logo, sou artista.*

  $p \rightarrow q, q \vdash p$

  $I[p] = F$ e $I[q] = V$

  $I[p \rightarrow q] = V$

  Argumento inválido!

Fonte: Curso do Prof. Dr. Silvio do Lago Pereira – DTI / FATEC-SP

Lógica Proposicional

- **Validação de argumentos usando tabela-verdade**
  - Use a tabela-verdade para verificar se os argumentos a seguir são válidos
    a) Se eu durmo tarde, então não acordo cedo. Acordo cedo. Logo, não durmo tarde.
    b) Se neva, então faz frio. Não está nevando. Logo, não está frio.
    c) Gosto de dançar ou cantar. Não gosto de dançar. Logo, gosto de cantar.

RESPOSTAS

a) argumento válido

b) argumento inválido quando (p: neva e q: faz frio) I[p] = F e I[q] = V

c) argumento válido

Fonte: Curso do Prof. Dr. Silvio do Lago Pereira – DTI / FATEC-SP

Lógica Proposicional

- **Validação de argumentos usando tabela-verdade**
  - Ponto positivo
    - Conceitualmente simples
  - Ponto negativo
    - Nem sempre é viável, pois
      - O número de linhas da tabela-verdade cresce exponencialmente em função da quantidade de proposições na fórmula
      - O número de colunas cresce em função da quantidade de premissas e suas combinações
  - Alternativa: raciocínio automatizado (prova)