Uso da Linguagem Matricial

1. Uma matriz simétrica é uma matriz que coincide com sua transposta. Note que, necessariamente, toda matriz simétrica deve ser quadrada. Suponha que $A = [a_{ij}]$ seja uma matriz quadrada de ordem n. Que condição deve ser satisfeita pelos elementos a_{ij} para que A seja simétrica?

2. O produto de duas matrizes triangulares superioriores é uma matriz triangular superior? Justifique.

Aplicações de Matrizes e Sistemas

3. Uma indústria, que possui duas unidades de produção, fabrica três tipos de produtos, P_1, P_2, e P_3, os quais são confeccionados com 5 tipos de matéria-prima, M_1, M_2, M_3, M_4 e M_5. Em cada semana, a produção é descrita pela Tabela 1:

TABELA 1:

	P_1	P_2	P_3
Unidade 1	500	300	250
Unidade 2	200	200	400

(ou seja, a Unidade 1 fabrica 300 unidades do item P2 semanalmente, por exemplo). Podemos resumir as informações da tabela acima usando a matriz 2×3 abaixo:

MATRIZ P:

$$P = \begin{bmatrix} 500 & 300 & 250 \\ 200 & 200 & 400 \end{bmatrix}$$

Para a fabricação destes produtos o material é usado de acordo com a seguinte tabela:

TABELA 2:

	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5
P_1	50 Kg	20 Kg	50 l	15 l	4 unidades
P_2	40 Kg	10 Kg	30 l	25 l	5 unidades
P_3	45 Kg	15 Kg	60 l	0 l	6 unidades

que resumidamente pode ser representada pela matriz 3×5:

MATRIZ M:

$$M = \begin{bmatrix} 50 & 20 & 50 & 15 & 4 \\ 40 & 10 & 30 & 25 & 5 \\ 45 & 15 & 60 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

A direção da empresa, a fim de atender a demanda, precisa saber a quantidade de cada uma das 5 matérias primas que devem ser alocadas semanalmente para as suas duas unidades. A resposta pode ser dada na forma de uma tabela, onde as linhas representem as unidades e as colunas correspondam aos materiais usados . Ou seja,

	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5
Unidade 1	c_{11}	c_{12}	c_{13}	c_{14}	c_{15}
Unidade 2	c_{21}	c_{22}	c_{23}	c_{24}	c_{25}

Resumindo em uma matriz Q, de ordem 2×5:

$$Q = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & c_{15} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & c_{24} & c_{25} \end{bmatrix}$$

Assim, c_{ij} é quanto a i-ésima unidade deve ter em estoque do j-ésimo material a fim de executar a produção prevista. Determine a matriz Q.

4. Foram formulados três tipos de alimentos. Fixada a mesma quantidade (1g) para cada um deles, determinou-se que:

Y (i) o alimento I contém 1 unidade de vitamina A, 3 unidades de vitamina B e 4 unidades de vitamina C;

Y (ii) o alimento II contém 2, 3 e 5 unidades respectivamente, das vitaminas A, B e C;

Z (iii) o alimento III contém 3 unidades de vitamina A, 3 unidades de vitamina C e nÃ£o contém vitamina B.

Se são necessárias 11 unidades de vitamina A, 9 de vitamina B e 20 de vitamina C, encontre todas as possíveis quantidades dos alimentos I, II, III que fornecem a quantidade de vitaminas desejada.

Escalonamento:

5. Use o método de eliminação de Gauss-Jordan para resolver o sistema de equações abaixo. Apresente formalmente o conjunto solução.

$$\begin{cases} 2x + y - z + w = 2 \\ x + 2y + z - w = 1 \\ \quad - y + 2z + w = 2 \end{cases}$$