

Lógica

Lógica Proposicional Regras de Inferência Aula 05

Profa. Helena Caseli
helenacaseli@ufscar.br

Lógica Proposicional

- **Relembrando ... Consequência Lógica**
 - Uma fórmula β é **consequência lógica** de outra fórmula α (ou α implica logicamente β) se toda interpretação que satisfaz α também satisfaz β
 - Representada por $\alpha \models \beta$
 - Exemplo: $p \models p \vee q$

Lógica Proposicional

- Regras de inferência

Se chove, então faz frio. Chove. Logo, faz frio.

p: chove

q: faz frio

$p \rightarrow q, p \models q$

$\alpha \rightarrow \beta, \alpha \models \beta$ *modus ponens*

Lógica Proposicional

- Regras de inferência

Se chove, então eu fico em casa. Eu saio de casa. Logo, não chove.

p: chove

q: eu fico em casa

$$p \rightarrow q, \neg q \models \neg p$$

$$\alpha \rightarrow \beta, \neg \beta \models \neg \alpha \quad \textit{modus tollens}$$

Lógica Proposicional

■ Regras de inferência

Se o sol se põe, então fica escuro. Se fica escuro, então as luzes da cidade se acendem. Portanto, se o sol se põe, então as luzes da cidade se acendem.

p: o sol se põe

q: fica escuro

r: as luzes da cidade se acendem

$$p \rightarrow q, q \rightarrow r \models p \rightarrow r$$

$$\alpha \rightarrow \beta, \beta \rightarrow \gamma \models \alpha \rightarrow \gamma \quad \textit{silogismo hipotético} \\ \textit{(regra da cadeia)}$$

Lógica Proposicional

■ Regras de inferência

Eu estou ficando louca ou você não me compreende. Eu não estou ficando louca. Portanto, você não me compreende.

p: eu estou ficando louca

q: você me compreende

$$p \vee \neg q, \neg p \models \neg q$$

$$\begin{array}{ll} \alpha \vee \beta, \neg \alpha \models \beta & \textit{silogismo disjuntivo} \\ \alpha \vee \beta, \neg \beta \models \alpha & \end{array}$$

Lógica Proposicional

- Regras de inferência

Débora toca piano e violão. Logo, Débora toca piano.

p: Débora toca piano

q: Débora toca violão

$$p \wedge q \models p$$

$$\alpha \wedge \beta \models \alpha \quad \text{simplicação}$$

$$\alpha \wedge \beta \models \beta$$

Lógica Proposicional

- Regras de inferência

Rafael estuda. Rafael trabalha. Logo, Rafael estuda e trabalha.

p : Rafael estuda

q : Rafael trabalha

$$p, q \models p \wedge q$$

$$\alpha, \beta \models \alpha \wedge \beta \quad \text{conjunção} \\ \text{(ou combinação)}$$

Lógica Proposicional

■ Regras de inferência

Se chove, então eu fico em casa. Se não chove, então eu fico em casa. Logo, eu fico em casa.

p: chove

q: eu fico em casa

$p \rightarrow q, \neg p \rightarrow q \models q$

$\alpha \rightarrow \beta, \neg \alpha \rightarrow \beta \models \beta$ *de casos*

Lógica Proposicional

- Regras de inferência

O céu é azul. Logo, o céu é azul ou preto.

p : o céu é azul

q : o céu é preto

$$p \models p \vee q$$

$$\begin{array}{l} \alpha \models \alpha \vee \beta \\ \beta \models \alpha \vee \beta \end{array} \quad \text{adição}$$

Lógica Proposicional

■ Regras de inferência

Se há luz do sol, então é dia. Se chove, então há nuvens no céu. Há luz do sol ou chove. Logo, é dia ou há nuvens no céu.

p: há luz do sol

q: é dia

r: chove

s: há nuvens no céu

$$p \rightarrow q, r \rightarrow s, p \vee r \models q \vee s$$

$$\alpha \rightarrow \beta, \gamma \rightarrow \delta, \alpha \vee \gamma \models \beta \vee \delta \quad \textit{dilema construtivo}$$

Lógica Proposicional

■ Regras de inferência

Se há luz do sol, então é dia. Se chove, então há nuvens no céu. Não é dia ou não há nuvens no céu. Logo, não há luz do sol ou não chove.

p: há luz do sol

q: é dia

r: chove

s: há nuvens no céu

$$p \rightarrow q, r \rightarrow s, \neg q \vee \neg s \models \neg p \vee \neg r$$

$$\alpha \rightarrow \beta, \gamma \rightarrow \delta, \neg\beta \vee \neg\delta \models \neg\alpha \vee \neg\gamma \quad \textit{dilema destrutivo}$$

Lógica Proposicional

■ Regras de inferência

Se eu nasci no Brasil então eu sou brasileira. Logo, se eu não sou brasileira, então eu não nasci no Brasil.

p: eu nasci no Brasil

q: eu sou brasileira

$$p \rightarrow q \models \neg q \rightarrow \neg p$$

$$\alpha \rightarrow \beta \models \neg \beta \rightarrow \neg \alpha \quad \textit{contraposição}$$

Lógica Proposicional

- Regras de inferência

Eu sou. Eu não sou. Logo, eu existo.

p : eu sou

q : eu existo

$p, \neg p \models q$

$\alpha, \neg\alpha \models \beta$ *da inconsistência*

Lógica Proposicional

■ Regras de inferência

Se $x < y$, então $y > x$. Se $y > x$, então, $x < y$. Logo, $x < y$ sse $y > x$.

$p: x < y$

$q: y > x$

$p \rightarrow q, q \rightarrow p \models p \leftrightarrow q$

$\alpha \rightarrow \beta, \beta \rightarrow \alpha \models \alpha \leftrightarrow \beta$ *introdução da equivalência*

Lógica Proposicional

■ Regras de inferência

Eu gosto de você sse você gosta de mim. Logo, se eu gosto de você, então você gosta de mim.

p : eu gosto de você

q : você gosta de mim

$$p \leftrightarrow q \models p \rightarrow q$$

$$\alpha \leftrightarrow \beta \models \alpha \rightarrow \beta \quad \text{eliminação da equivalência}$$

$$\alpha \leftrightarrow \beta \models \beta \rightarrow \alpha$$

Lógica Proposicional



■ Regras de inferência – Resumindo ...

Regra	Nome da regra
$\alpha, \alpha \rightarrow \beta \models \beta$	<i>modus ponens</i>
$\alpha \rightarrow \beta, \neg\beta \models \neg\alpha$	<i>modus tollens</i>
$\alpha \rightarrow \beta, \beta \rightarrow \gamma \models \alpha \rightarrow \gamma$	silogismo hipotético (regra da cadeia)
$\alpha \vee \beta, \neg\alpha \models \beta$ $\alpha \vee \beta, \neg\beta \models \alpha$	silogismo disjuntivo
$\alpha \wedge \beta \models \alpha$ $\alpha \wedge \beta \models \beta$	simplificação
$\alpha, \beta \models \alpha \wedge \beta$	conjunção (ou combinação)

Lógica Proposicional



■ Regras de inferência – Resumindo ...

Regra	Nome da regra
$\alpha \rightarrow \beta, \neg\alpha \rightarrow \beta \models \beta$	de casos
$\alpha \models \alpha \vee \beta$ $\beta \models \alpha \vee \beta$	adição
$\alpha \rightarrow \beta, \gamma \rightarrow \delta, \alpha \vee \gamma \models \beta \vee \delta$	dilema construtivo
$\alpha \rightarrow \beta, \gamma \rightarrow \delta, \neg\beta \vee \neg\delta \models \neg\alpha \vee \neg\gamma$	dilema destrutivo
$\alpha \rightarrow \beta \models \neg\beta \rightarrow \neg\alpha$	contraposição
$\alpha, \neg\alpha \models \beta$	da inconsistência
$\alpha \rightarrow \beta, \beta \rightarrow \alpha \models \alpha \leftrightarrow \beta$	introdução da equivalência
$\alpha \leftrightarrow \beta \models \alpha \rightarrow \beta$ $\alpha \leftrightarrow \beta \models \beta \rightarrow \alpha$	eliminação da equivalência

Lógica Proposicional

a) $\alpha \rightarrow \beta, \beta \rightarrow \gamma \models \alpha \rightarrow \gamma$
silogismo hipotético
(regra da cadeia)
b) $\alpha \rightarrow \beta, \alpha \models \beta$
modus ponens
c) $\alpha \rightarrow \beta, \neg \beta \models \neg \alpha$
modus tollens

■ Regras de inferência

1. Dadas as regras de inferência apresentadas anteriormente

- Represente as sentenças originalmente em língua natural como proposições da Lógica Proposicional
- Diga a qual regra de inferência elas se referem
 - a) Se eu estudo, então eu aprendo. Se eu aprendo, então eu vou bem na prova. Logo, Se eu estudo, então eu vou bem na prova.
 - b) Se hoje é terça-feira, então hoje tem novela. Hoje é terça-feira. Logo, hoje tem novela.
 - c) Se hoje é terça-feira, então hoje tem novela. Hoje não tem novela. Logo, hoje não é terça-feira.

Lógica Proposicional

$$d) \alpha \models \alpha \vee \beta$$

adição

$$e) \alpha \rightarrow \beta, \neg \alpha \rightarrow \beta \models \beta$$

de casos

$$f) \alpha \rightarrow \beta \models \neg \beta \rightarrow \neg \alpha$$

contraposição

■ Regras de inferência

1. Dadas as regras de inferência apresentadas anteriormente

- Represente as sentenças originalmente em língua natural como proposições da Lógica Proposicional
- Diga a qual regra de inferência elas se referem
- d) Ana é feliz. Logo, Ana é feliz ou Ana é bailarina.
- e) Se eu estou feliz, então eu trabalho. Se eu estou infeliz, então eu trabalho. Logo, eu trabalho.
- a) Se eu sigo uma dieta saudável, então eu emagreço. Logo, se eu não emagreço, então eu não sigo uma dieta saudável.

Lógica Proposicional

g) $\alpha \vee \beta, \neg\beta \models \alpha$
silogismo disjuntivo
h) $\alpha \wedge \beta \models \alpha$
simplificação
i) $\alpha, \beta \models \alpha \wedge \beta$
conjunção

■ Regras de inferência

1. Dadas as regras de inferência apresentadas anteriormente

- Represente as sentenças originalmente em língua natural como proposições da Lógica Proposicional
 - Diga a qual regra de inferência elas se referem
- g) Chove ou faz sol. Não faz sol. Portanto, chove.
- h) Ana é feliz e Ana é bailarina. Logo, Ana é bailarina.
- i) Ana é bailarina. Ana é artesã. Portanto, Ana é bailarina e artesã.

Lógica Proposicional

$$j) \alpha \rightarrow \beta, \gamma \rightarrow \delta, \alpha \vee \gamma \models \beta \vee \delta$$

dilema construtivo

$$k) \alpha \rightarrow \beta, \gamma \rightarrow \delta, \neg\beta \vee \neg\delta \models \neg\alpha \vee \neg\gamma$$

dilema destrutivo

$$l) \alpha, \neg\alpha \models \beta$$

da inconsistência

■ Regras de inferência

1. Dadas as regras de inferência apresentadas anteriormente

- Represente as sentenças originalmente em língua natural como proposições da Lógica Proposicional

- Diga a qual regra de inferência elas se referem

j) Se hoje é segunda-feira, então eu trabalho. Se hoje é sábado, então eu jogo bola. Hoje é segunda-feira ou sábado. Portanto, eu trabalho ou eu jogo bola.

k) Se hoje é segunda-feira, então eu trabalho. Se hoje é sábado, então eu jogo bola. Eu não trabalho ou eu não jogo bola. Portanto, hoje não é segunda-feira ou hoje não é sábado.

l) Hoje é domingo. Hoje não é domingo. Logo, sou feliz.