

Lista de Exercícios 1

Questão 1 Uma empresa de seguros oferece a seus segurados inúmeras opções de pagamento de prêmio. Para um seguro selecionado aleatoriamente, considere X o número de meses entre pagamentos sucessivos. A função de distribuição acumulada de X é

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x < 1, \\ 0,4, & \text{se } 1 \leq x < 3, \\ 0,6, & \text{se } 3 \leq x < 5, \\ 0,8, & \text{se } 5 \leq x < 7, \\ 1,0, & \text{se } x \geq 7. \end{cases}$$

- Qual é a função de massa de probabilidade de X ?
- Calcule $\mathbb{P}(4 < X \leq 7)$.

Questão 2 Liste os elementos de cada um dos seguintes espaços amostrais:

- O conjunto de números inteiros entre 1 e 50 divisíveis por 8.
- O conjunto $S = \{x | X^2 + 4x - 5 = 0\}$
- O conjunto de resultados quando uma moeda é jogada até que apareça uma coroa ou três caras.
- O conjuntos $S = \{x | x \text{é um continente}\}$.
- O conjunto $S = \{x | 2x - 4 \geq 0 \text{ e } x < 1\}$.

Questão 3 Considere o espaço amostral $S = \{\text{cobre, sódio, nitrogênio, potássio, urânio, oxigênio, zinco}\}$, e os eventos

$$A = \{\text{cobre, sódio, zinco}\},$$

$$B = \{\text{sódio, nitrogênio, potássio}\},$$

$$C = \{\text{oxigênio}\}.$$

Liste os elementos dos grupos correspondentes aos seguintes eventos:

- A' ;
- $A \cup C$;
- $(A \cap B') \cup C'$;
- $B' \cap C'$;
- $A \cap B \cap C$;
- $(A' \cup B') \cap (A' \cap C)$.

Questão 4 Em certa região do país, sabe-se, baseado em experiências anteriores, que a probabilidade de selecionar um adulto com mais de 40 anos, com câncer, é de 0,05. Se a probabilidade de o médico diagnosticar corretamente uma pessoa com câncer como portadora da doença é de 0,78 e a probabilidade diagnosticar incorretamente uma pessoa sem câncer como sendo portadora da doença é de 0,06, qual é a probabilidade de que a pessoa seja diagnosticada com câncer?

- Classifique as seguintes variáveis aleatórias como discretas ou contínuas:

X : número de acidentes de carro por ano, em São Paulo.

Y : o tempo para jogar 18 buracos no golfe.

M : a quantidade de leite produzida anualmente por determinada vaca.

N : o número de ovos postos por uma galinha a cada mês.

P : o número de permissões para construção de prédios em uma cidade a cada mês.

Q : a produção (em toneladas) de um grão por acre.

6. Considere W a variável aleatória definida como o número de caras menos o número de coroas em três jogadas de uma moeda. Liste os elementos do espaço amostral para três lançamentos da moeda e, para cada ponto amostral, atribua um valor w de W .

7. O tempo de vida, em, horas, de um componente eletrônico é uma variável aleatória com função de distribuição acumulada

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\frac{x}{50}}, & x > 0, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

- a. Determine a função de densidade de probabilidade.
 - b. Determine a probabilidade de que o tempo de vida do componente excede 70 horas.
 - c. Determine a probabilidade de que o tempo de vida excede 100 horas dado que já excedeu 30 horas.
8. Uma moeda é adulterada de modo que cara tem três vezes mais probabilidade de ocorrer do que coroa. Determine o número esperado de coroas quando essa moeda é jogada duas vezes. E desvio-padrão.
9. Dada a variável distribuída normalmente X com média 18 e desvio-padrão 2,5, determine:
- a. $\mathbb{P}(X < 15)$.
 - b. o valor de k de modo que $\mathbb{P}(X < k) = 0,2236$.
 - c. o valor de k de modo que $\mathbb{P}(X > k) = 0,1814$.
 - d. $\mathbb{P}(17 < X < 21)$.
10. A probabilidade de que um estudante de pilotagem passe no exame escrito para a licença de piloto particular é 0,7. Determine a probabilidade de que o estudante passará no teste
- a. na terceira tentativa;
 - b. antes da quarta tentativa.
11. Um chefe de restaurante prepara uma salada, em média, com cinco tipos de vegetais. Determine a probabilidade de que a salada contenha mais de cinco tipos de vegetais
- a. em um dado dia;
 - b. em três dos próximos dias;
 - c. pela primeira vez no mês de abril, no dia 5.

12. Uma agência de aluguel de veículos no aeroporto local tem disponíveis cinco Fords, sete Chevrolets, quatro Dodges, três Hondas e quatro Toyotas. Se a agência selecionar aleatoriamente nove desses carros para levar representantes do aeroporto até um centro de convenções na região central da cidade, determine a probabilidade de que dois Fords, três Chevrolets, um Dodge, um Honda e dois Toyotas sejam usados.
13. Dada uma distribuição normal padrão, determine o valor de k de modo que:
- $\mathbb{P}(Z < k) = 0,0427$.
 - $\mathbb{P}(Z > k) = 0,2946$.
 - $\mathbb{P}(-0,93 < Z < k) = 0,7235$.
14. Dada a variável distribuída normalmente X com média 18 e desvio-padrão 2,5, determine:
- $\mathbb{P}(X < 15)$.
 - o valor de k de modo que $\mathbb{P}(X < k) = 0,2236$.
 - o valor de k de modo que $\mathbb{P}(X > k) = 0,1814$.
 - $\mathbb{P}(17 < X < 21)$.
15. Se 20% dos residentes em uma cidade dos Estados Unidos preferem aparelho telefônico na cor branca do que em qualquer outra cor, qual é a probabilidade de que, entre os próximos 1000 telefones instalados na cidade,
- entre 170 e 185, inclusive, sejam brancos?
 - pelo menos 210, mas não mais do que 225, sejam brancos?
16. Suponha que uma mercearia compre cinco caixas de leite desnatado com o preço de atacado de \$1,20 por caixa e revenda esse leite por \$1,65 por caixa. Depois da data de validade, o leite não vendido é retirado da prateleira e o dono da mercearia recebe um crédito do distribuidor igual a três quartos do preço de atacado. Se a distribuição de probabilidade da variável aleatória X , número de caixas vendidas desse lote, é determine o lucro esperado. E o desvio-padrão do lucro.

| | | | | | | |
|--------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| $f(x)$ | $\frac{1}{15}$ | $\frac{2}{15}$ | $\frac{1}{15}$ | $\frac{3}{15}$ | $\frac{4}{15}$ | $\frac{3}{15}$ |

17. Uma indústria desenvolveu uma eficiente máquina para limpar tapetes, já que despeja o produto muito rapidamente. Nossa interesse é a variável aleatória Y , o número de galões despejados por minuto. Sabe-se que a função de densidade é dada por:

$$f(y) = \begin{cases} 1, & 7 \leq y \leq 8, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

- Faça um esboço da função de densidade?
- Dê $E(Y)$, $E(Y^2)$ e $Var(Y)$.

18. Uma indústria de produtos eletrônicos afirma que a proporção de itens defeituosos de um processo é de 5%. Um comprador tem o procedimento padrão de inspecionar 15 unidades selecionadas aleatoriamente de um lote. Em certa ocasião, o comprador encontra cinco itens defeituosos.
- Qual é a probabilidade dessa ocorrência, dado que a afirmação de 5% de itens defeituosos é verdadeira?
 - Qual seria sua reação se você fosse o comprador?
19. O proprietário de uma drogaria local sabe que, em média, 100 pessoas passam em sua loja por hora.
- Determine a probabilidade de que, em um período de três minutos, ninguém entre na drogaria.
 - Determine a probabilidade de que, em um período de três minutos, mais de cinco pessoas entrem na drogaria.
20. A resistência à tensão de certo componente de metal é normalmente distribuída com média de 10.000 quilogramas por centímetro quadrado e desvio-padrão de 100 quilogramas por centímetro quadrado. As medições são registradas para os 50 próximos.
- Qual é a proporção desses componentes que excede 10.150 quilogramas por centímetro quadrado na resistência à tensão?
 - Se as especificações exigem que todos os componentes tenham resistência à tensão entre 9.800 e 10.200 quilogramas por centímetro quadrado, inclusive, qual é a proporção de componentes que você espera serem inutilizados?
21. Se um conjunto de observações é distribuído normalmente, qual porcentagem desta difere da média em
- mais de $1,3\sigma$?
 - menos de $0,52\sigma$?
22. Um processo para fabricação de um componente eletrônico gera 1% de itens defeituosos. Um plano de controle de qualidade seleciona 100 itens do processo e, se nenhum apresentar defeito, o processo continua. Use a aproximação normal da binomial para determinar
- a probabilidade de que o processo continue no plano amostral descrito;
 - a probabilidade de que o processo continue mesmo que ele não esteja adequado (ou seja, se a frequência de componentes defeituosos for mudada para 5,0% de defeituosos).
23. Uma empresa produz peças para um motor. As especificações sugerem que 95% dos itens estão dentro das especificações. As peças são enviadas para os clientes em lotes de 100.
- Qual é a probabilidade de que mais de dois itens apresentarão defeitos em certo lote?
 - Qual é a probabilidade de que mais de dez itens apresentarão defeito em um lote?