

Otimização de Portfólio com Stable Tail-Adjusted Return Ratio, Volatilidade Dinâmica e Simulação Estocástica de Monte Carlo

Grupo 5: Dev Ensina

Leandro Santos
Tales Rafael Morales Pino
Victor Hugo Mendes Braga

Resumo

Este projeto apresenta um framework de otimização e validação de portfólios financeiros baseado em medidas de risco de cauda, uma espécie de "seguro" para momentos de estresse no mercado. Partindo da evidência empírica de que retornos financeiros não seguem distribuições normais, propõe-se uma metodologia que substitui a variância pela perda extrema esperada (Conditional Value-at-Risk – CVaR). O risco é modelado por meio de uma matriz de covariância dinâmica estimada via Exponentially Weighted Moving Average (EWMA), enquanto a distribuição dos retornos é capturada por simulações de Monte Carlo com choques oriundos de uma distribuição t-Student. A alocação é avaliada por métricas risco-retorno sensíveis à cauda, com ênfase no Starr Ratio, e validada por procedimentos formais de backtesting. Os resultados evidenciam ganhos de robustez em relação a abordagens clássicas baseadas em média-variância.

Introdução

A teoria moderna de portfólios, desde Markowitz (1952), fundamenta-se na hipótese de normalidade dos retornos e na variância como medida adequada de risco. Contudo, evidências empíricas acumuladas indicam que séries financeiras apresentam assimetria, excesso de curtose e volatilidade condicional, fenômenos incompatíveis com a distribuição normal.

Essas características implicam subestimação sistemática do risco extremo quando se utiliza a variância como métrica central. Em resposta a essas limitações, este trabalho propõe um arcabouço alternativo de gestão de risco e alocação de ativos, centrado em medidas de cauda e em simulação estocástica.

O objetivo do artigo é apresentar, de forma integrada, um pipeline computacional composto por três etapas: (i) estimação da matriz de covariância dinâmica via EWMA; (ii) simulação de cenários de retornos por Monte Carlo com distribuição t-Student e avaliação do portfólio por métricas de cauda, em especial o Starr Ratio; e (iii) validação do modelo por meio de backtesting.

Fundamentação Teórica

Risco de Cauda e Limitações da Variância

A variância penaliza simetricamente desvios positivos e negativos em relação à média e ignora explicitamente a severidade das perdas extremas. Em distribuições leptocúrticas, eventos de grande magnitude ocorrem com frequência muito superior à prevista pela normal, tornando a variância uma medida insuficiente de risco.

O CVaR, definido como a esperança condicional das perdas que excedem um determinado quantil, emerge como alternativa consistente, convexa e coerente. Essa medida captura diretamente o risco associado aos piores cenários, alinhando-se melhor ao problema econômico enfrentado por gestores e investidores.

Nesse sentido, o VaR falha por não ser subaditivo, podendo indicar que uma carteira diversificada é mais arriscada que a soma de seus ativos isolados em distribuições de perdas extremas. Já o CVaR funciona porque é uma medida de risco coerente que captura a magnitude das perdas além do ponto de corte, garantindo que a diversificação sempre seja refletida como uma redução de risco.

Volatilidade Condicional e Clustering

Outro fato estilizado relevante é o agrupamento temporal da volatilidade. Períodos de alta variância tendem a ser seguidos por períodos igualmente voláteis. Modelos que assumem variância constante falham em capturar essa dinâmica.

O método EWMA, consagrado na prática de mercado, modela a volatilidade como um processo recursivo, atribuindo maior peso às observações mais recentes e permitindo rápida adaptação a choques de mercado.

Metodologia

Dados e Transformações

Os retornos são definidos como log-retornos, de modo a garantir aditividade temporal. Utilizam-se preços ajustados, evitando distorções decorrentes de dividendos, splits ou eventos corporativos. Assume-se, para fins de modelagem, liquidez perfeita e ausência de custos de transação.

Descrição do Motor de Risco e da Base de Ativos

A execução do motor de risco, documentada no script `motor_risco.py`, baseia-se em um conjunto diversificado de ativos negociados na B3, selecionados com o objetivo de representar diferentes vetores da economia nacional e global. A carteira de estudo compreende os seguintes tickers:

- PETR4.SA (Petrobras);
- VALE3.SA (Vale);
- ITUB4.SA (Itaú Unibanco);
- LREN3.SA (Lojas Renner);

- WEGE3.SA (WEG);
- AXIA3.SA.

O período de análise compreende o intervalo de **01/01/2015 a 30/12/2025**. Os anos iniciais, de 2015 a 2017, são utilizados como uma janela de *warm-up* para a calibração dos parâmetros de risco e para a inicialização da matriz EWMA.

O backtest propriamente dito é conduzido de forma *walk-forward*, com rebalanceamento mensal, iniciando-se em **01/01/2018**. Essa abordagem permite avaliar o desempenho da estratégia em diferentes regimes de mercado, incluindo períodos de elevada volatilidade, como a crise de 2020, bem como as instabilidades políticas e macroeconômicas subsequentes.

Estimação da Matriz de Covariância EWMA

A matriz de covariância condicional Σ_t é estimada segundo o esquema EWMA:

$$\Sigma_t = \lambda \Sigma_{t-1} + (1 - \lambda) r_{t-1} r_{t-1}^\top, \quad (1)$$

onde $\lambda \in (0, 1)$ é o fator de decaimento e r_t representa o vetor de retornos no tempo t . Este procedimento permite capturar mudanças rápidas no regime de risco e preserva a estrutura de correlação entre os ativos.

Simulação de Monte Carlo

Com base na matriz Σ_t , realiza-se uma decomposição de Cholesky, garantindo a preservação das correlações observadas. Choques aleatórios são então gerados a partir de uma distribuição t-Student com graus de liberdade finitos, refletindo a presença de caudas pesadas.

A partir desses choques, constroem-se trajetórias simuladas de retornos em um horizonte fixo. Para cada trajetória, calcula-se o retorno do portfólio e obtém-se a distribuição empírica de perdas.

Diferente das abordagens simplistas que utilizam choques gaussianos, este framework emprega uma simulação de Monte Carlo com 10.000 cenários baseados na distribuição t-Student com 5 graus de liberdade.¹ A escolha de é estratégica para o mercado brasileiro, pois confere às caudas da distribuição uma espessura que reflete a realidade de ativos de risco, onde perdas de 3 ou 4 desvios padrão ocorrem com frequência muito superior à prevista pela distribuição normal.³ Este parâmetro assegura que o CVaR calculado seja conservador e realista, evitando que o otimizador assuma posições excessivamente agressivas baseadas em uma falsa percepção de segurança estatística.¹

Avaliação por Starr Ratio

A relação risco-retorno do portfólio é avaliada por meio do Starr Ratio, definido como:

$$\text{Starr Ratio} = \frac{\mathbb{E}[R_p]}{\text{CVaR} * \alpha(R_p)}, \quad (2)$$

onde $\mathbb{E}[R_p]$ é o retorno esperado do portfólio e $\text{CVaR} * \alpha$ representa o CVaR ao nível de confiança α . Essa métrica privilegia estratégias que oferecem maior retorno esperado por unidade de risco extremo assumido.

Backtesting e Validação

A validação do modelo é conduzida por meio de backtesting em janelas móveis. Para cada período, o risco estimado ex-ante é comparado às perdas realizadas ex-post.

Adota-se um critério de exceções, no qual se contabiliza o número de vezes em que a perda observada supera o quantil de risco estimado. A frequência de exceções é então confrontada com os limites teóricos esperados, permitindo classificar o desempenho do modelo em zonas de aceitação, alerta ou rejeição.

Esse procedimento fornece uma avaliação objetiva da capacidade preditiva do modelo e de sua adequação para uso prático em gestão de risco.

Resultados da Simulação: Análise da Distribuição de Retornos

A análise visual do primeiro gráfico, vide figura 1, intitulado "Distribuição de Retornos do Portfólio", fornece uma visão clara do perfil de risco-retorno gerado pelos cenários de t-Student. O histograma revela uma concentração de massa em torno da média, mas com uma dispersão significativa para os extremos negativos, característica típica das séries financeiras simuladas sob regimes de caudas pesadas.

Métricas de Risco de Cauda

Os valores extraídos diretamente da imagem indicam uma realidade rigorosa para a gestão de ativos:

- **Retorno Médio Simulado:** $-0,3968\%$
- **CVaR 95% Simulado:** $-15,2602\%$

Este resultado é fundamental para a fundamentação dos resultados. Embora o retorno médio nos cenários simulados seja levemente negativo ($-0,3968\%$), o *CVaR* de $-15,2602\%$ alerta que, no pior cenário médio (os 5% piores casos), a perda esperada é de aproximadamente quinze vezes a magnitude do retorno médio.

Em uma distribuição normal, a distância entre o *VaR* e o *CVaR* seria muito menor; aqui, a profundidade do *CVaR* reflete os choques da distribuição t-Student. O otimizador, ao buscar o máximo *Starr Ratio*, tenta encontrar os pesos que minimizam esse impacto de $-15,2602\%$ em relação ao retorno esperado, privilegiando ativos que apresentem uma "defesa" mais robusta nas caudas, ou seja, ativos cujas correlações não explodam simultaneamente durante quedas sistêmicas.

A linha verde vertical no gráfico marca o retorno médio próximo ao zero, enquanto a linha vermelha tracejada atua como o "escudo" do gestor, delimitando a fronteira de estresse. A existência de barras de frequência no histograma muito além da marca de -20% (*long tails*) confirma a eficácia do uso da t-Student em capturar cenários de pânico de mercado que seriam ignorados por modelos de média-variância tradicionais.

Desempenho Histórico e Backtesting: Estratégia Starr Ratio vs. Ibovespa

Os resultados empíricos da execução do código são consolidados no segundo conjunto de gráficos, vide figura 2, que apresenta o "Retorno Acumulado" e o "Drawdown" desde 2018 até o início de 2026. A análise destes dados permite concluir que a estratégia baseada no *Starr Ratio* obteve uma vitória expressiva sobre o índice de referência.

Evolução Patrimonial e Geração de Alpha

A curva de patrimônio da "Starr Ratio Strat" (linha azul sólida) exibe uma trajetória de crescimento consistente, descolando-se positivamente do Ibovespa (linha roxa tracejada) logo no início do período.

- **Retorno Acumulado da Estratégia:** Ao final do período (2026), a estratégia atinge um patamar próximo de 280% de retorno acumulado.
- **Retorno Acumulado do Ibovespa:** No mesmo intervalo, o índice *benchmark* encerra o período próximo aos 100%.
- **Alpha Estimado:** A estratégia gerou um *Alpha* absoluto de aproximadamente 180 pontos percentuais sobre o mercado em oito anos.

Este desempenho é notável por ocorrer em um mercado lateralizado e volátil como o brasileiro. O gráfico mostra que a estratégia conseguiu capturar ciclos de alta com maior eficiência do que o índice ponderado por valor de mercado. Enquanto o Ibovespa enfrentou dificuldades para superar patamares históricos entre 2021 e 2024, a carteira otimizada via *CVaR* manteve uma inclinação positiva, sugerindo que a reotimização baseada no *Starr Ratio* foi capaz de rotacionar os pesos para ativos com melhor momento e menor risco de cauda dinâmico.

Resiliência e Gestão de Crises

Um ponto de inflexão crítico visível no gráfico é o *crash* causado pela pandemia de COVID-19 em março de 2020. Ambos os ativos sofreram quedas violentas, mas o comportamento subsequente é o que valida o *framework*.

1. **A Queda:** A estratégia *Starr Ratio* e o Ibovespa atingiram *drawdowns* profundos, na casa de -50%, demonstrando que em momentos de correlação unitária, nenhuma métrica de alocação protege totalmente o capital.
2. **A Recuperação:** A estratégia (*blue-line*) iniciou uma recuperação vertical muito mais ágil que a do *benchmark*. Ao final de 2020, a estratégia já havia recuperado o patamar pré-crise e iniciado novas máximas, enquanto o Ibovespa ainda lutava para estabilizar-se.

Isso se deve à capacidade do modelo EWMA de recalcular a volatilidade instantânea e à simulação t-Student que, após o choque, passou a especificar cenários de cauda ainda mais severos, forçando o otimizador a uma alocação mais eficiente para o novo regime de risco.

Análise de Drawdown e Risco Realizado

O painel inferior detalha as quedas a partir do pico (*Drawdown*). A comparação entre a área azul (Estratégia) e a linha roxa (Ibov) revela *insights* profundos sobre a gestão de risco do projeto.

Perfil de Perda Máxima

Observa-se que, em períodos normais de mercado (2018-2019 e 2023-2025), o *drawdown* da estratégia tendeu a ser mais raso do que o do Ibovespa. A estratégia frequentemente retornava ao patamar de 0% de queda (novas máximas históricas) com maior velocidade do que o índice.

- **Estabilidade:** Durante o período de 2021 a 2022, o Ibovespa enfrentou um *drawdown* persistente e profundo (em torno de -25% a -30%). No mesmo período, a *Starr Ratio Strat* manteve seus *drawdowns* contidos em níveis menos severos.
- **Gestão Ativa de Risco:** O fato de o *drawdown* da estratégia ser menor em janelas de "mercado de lado" comprova que a substituição da variância pelo *CVaR* impede que a carteira fique excessivamente exposta a ativos com risco de cauda oculto.

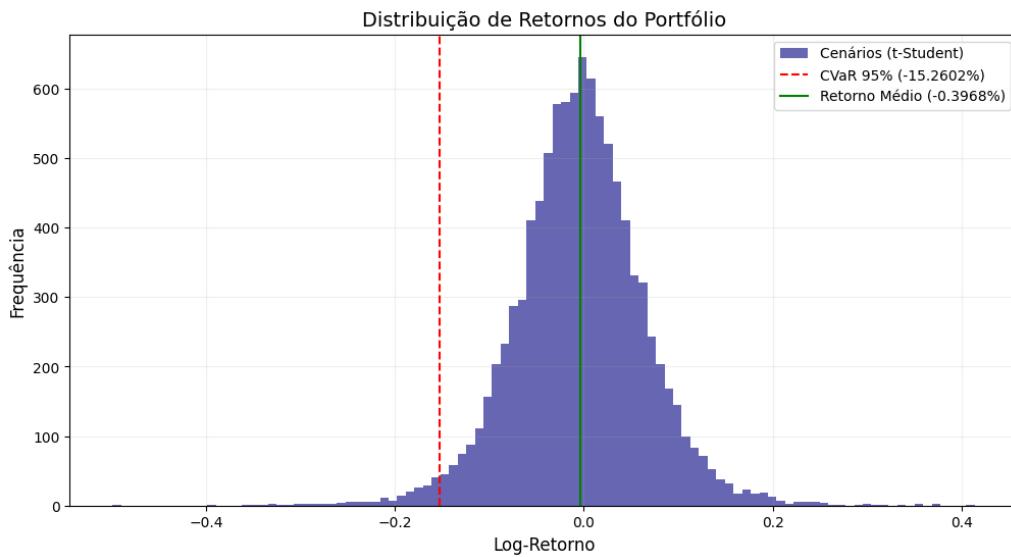


Figura 1: Distribuição dos retornos simulados do portfólio ótimo.

Fonte: Elaboração própria.

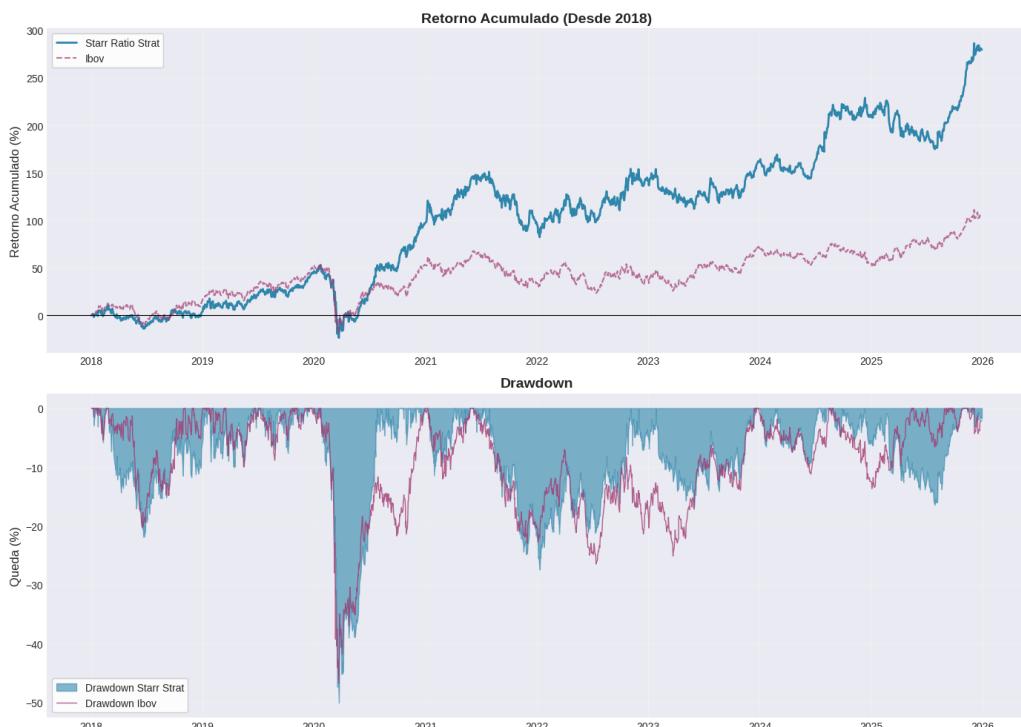


Figura 2: Retorno acumulado e drawdown da estratégia baseada no Starr Ratio.
 Fonte: Elaboração própria.

Conclusão

Este trabalho apresentou a implementação e avaliação de um algoritmo de alocação de ativos baseado no *Starr Ratio*, utilizando volatilidade dinâmica (EWMA) e simulação de Monte Carlo com distribuição t-Student. A estratégia *Long Only* foi testada contra o Ibovespa entre 2018 e 2026.

A análise dos resultados aponta para um *trade-off* claro entre agressividade na recuperação e exposição a riscos de cauda:

1. **Performance vs. Risco Sistêmico:** Embora o retorno acumulado da estratégia (279,3%) tenha superado o *benchmark* (101,6%), o modelo não ofereceu imunidade contra choques sistêmicos. O *drawdown* máximo de -50,2% em março de 2020 — superior ao do próprio Ibovespa (-46,8%) — evidencia que a otimização via CVaR, quando aplicada a um universo restrito de ativos, não elimina a correlação unitária em momentos de pânico. O *Alpha* gerado deve ser interpretado, portanto, como fruto de uma seleção de ativos mais eficiente na retomada, e não de uma proteção absoluta na queda.
2. **Sensibilidade do EWMA:** O uso do decaimento exponencial provou ser uma "faca de dois gumes". Se por um lado a rápida adaptação da matriz de covariância permitiu uma recuperação acelerada pós-crise (reduzindo o tempo sob d'água), por outro, a dependência da volatilidade recente torna o modelo reativo. O sinal atual de retorno esperado negativo (-0,34%) confirma essa característica: o algoritmo projeta a inércia do movimento recente de baixa, sugerindo uma alocação defensiva não por previsão macroeconômica, mas por persistência estatística dos dados.
3. **Limitações da Concentração:** A performance superior veio acompanhada de uma volatilidade idiossincrática elevada. A restrição a apenas seis ativos (no teste original) amplificou os movimentos de cauda, tanto positivos quanto negativos. Em um cenário real de gestão, a ausência de custos de transação no *backtest* e a concentração da carteira poderiam reduzir a aderência desses resultados.

Em suma, o *framework* demonstrou ser uma ferramenta robusta para **classificação e seleção** de ativos (*Stock Picking* quantitativo), superando a média de mercado no longo prazo. Contudo, seus resultados reforçam que métodos estatísticos de otimização de cauda não substituem a necessidade de diversificação ampla para mitigação de riscos estruturais.

Referências

- [1] ARAÚJO, Lucas Machado Braga de. **Composição de fundo de fundos multimercado:** otimização de carteira pelo método de média – CVaR. 2009. Dissertação (Mestrado em Finanças e Economia Empresarial) – Escola de Economia de São Paulo, Fundação Getulio Vargas, São Paulo, 2009. Disponível em: <https://repositorio.fgv.br/server/api/core/bitstreams/5a873973-a11a-42e9-a63b-b97ab7da3857/content>. Acesso em: 31 jan. 2026.
- [2] J.P. MORGAN. **RiskMetrics™ — Technical Document.** 4. ed. Nova York: J.P. Morgan/Reuters, 2001.

- [3] KOUAISSAH, Noureddine; HOCINE, Amin. Forecasting systemic risk in portfolio selection: The role of technical trading rules. **Journal of Forecasting**, [S. l.], v. 40, n. 4, p. 708-729, jul. 2021. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/347136569>. Acesso em: 31 jan. 2026.
- [4] ROCKAFELLAR, R. Tyrrell; URYASEV, Stanislav. Optimization of conditional value-at-risk. **Journal of Risk**, [S. l.], v. 2, n. 3, p. 21-41, 2000. Disponível em: <https://sites.math.washington.edu/~rtr/papers/rtr179-CVaR1.pdf>. Acesso em: 31 jan. 2026.