Resultados obtidos no 5º exercício computacional
Algoritmos numéricos I

Leandro Furlam Turi

5 de novembro de 2019

1 Preparativos

Para realização dos testes, foi construído um *script* único que automatizasse as operações necessárias, denominado `exe5.m`, cuja execução se dá pela chamada `exe5()` no terminal do Octave. Valores de soluções aproximadas encontram-se no arquivo `exe5.txt`, após a execução da função.

2 Resultados

2.1 Questão 1

Seja o problema definido no intervalo $(0, L)$:

$$\frac{d^2T}{dx^2} + K(T_a - T) = 0$$

$$\Rightarrow$$

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \underbrace{0}_{\text{p(x)}}\frac{dT}{dx}\underbrace{-K}_{\text{q(x)}}T = \underbrace{-KT_a}_{\text{r(x)}}$$

As saídas da função `funcoes` será com os termos:
$p = 0$
$q = -0.01$
$r = -0.01 * 20$

2.1.1 Item (a)

Condições de contorno de valor prescrito em $x = 0$ e $x = 10$, com $T(0) = 40\,°\mathrm{C}$ e $T(10) = 200\,°\mathrm{C}$. A solução aproximada encontra-se na Figura 1, e a chamada da função `pvc` será com os termos:
$\texttt{a} = 0$
$\texttt{b} = 10$
$\texttt{u\_a} = 40$
$\texttt{u\_b} = 200$
$\texttt{tipo\_a} = 1$
$\texttt{tipo\_b} = 1$

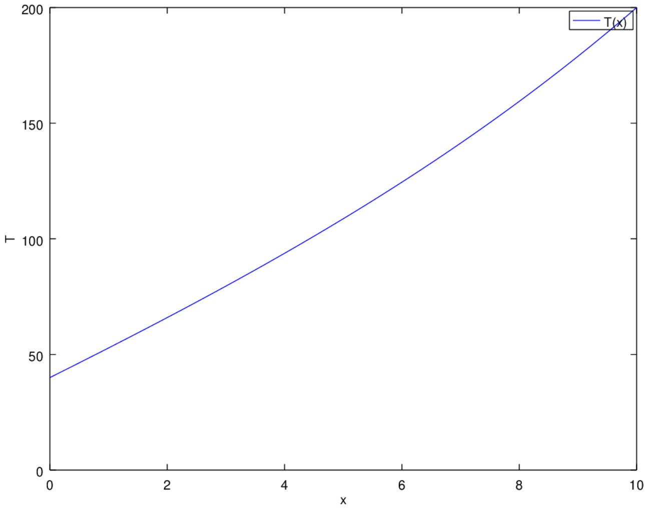

Figura 1: Solução aproximada para `n` = 100

Nota-se, a partir da Figura 1, que a haste está adquirindo calor, em relação a distância, devido ao comportamento crescente da solução aproximada. Isso era de se esperar, uma vez que em $T(0) = 40\,°\mathrm{C}$ e $T(L) = 200\,°\mathrm{C}$, isto é, a extremidade inicial está mais fria que a extremidade final. A curva não poderia ser linear pois existem perdas de temperatura para o ambiente. Em suma, o fluxo de temperatura inicia-se em $x = 0$ com $40\,°\mathrm{C}$, passa pela haste perdendo temperatura para o ambiente e chega a $x = 10$ com $200\,°\mathrm{C}$.

2.1.2 Item (b)

Condições de contorno de valor prescrito em $x = 0$ e de fluxo prescrito $x = 10$, com $T(0) = 40\,°\mathrm{C}$ e $\frac{dT(10)}{dx} = 0$. A solução aproximada encontra-se na Figura 2, e a chamada da função `pvc` será com os termos:
`a` $= 0$
`b` $= 10$
`u_a` $= 40$
`sigma_b` $= 0$
`tipo_a` $= 1$
`tipo_b` $= 2$

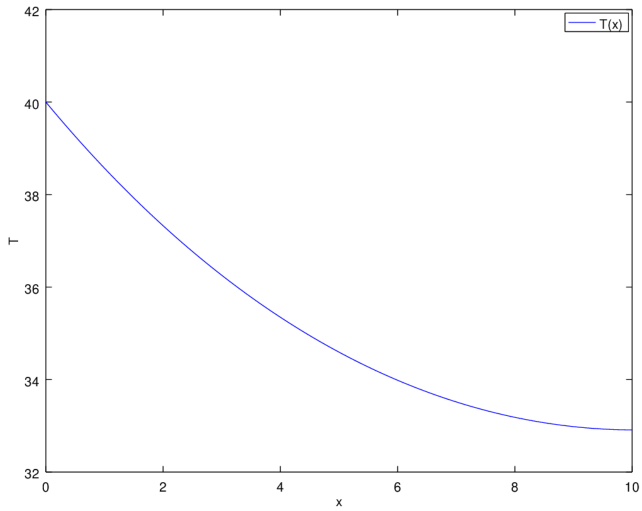

Figura 2: Solução aproximada para `n` = 100

Neste caso, diferentemente do item (a), não há fluxo de temperatura no final da haste. Logo, o fluxo de calor, iniciando em $x = 0$ com $40\,°\mathrm{C}$, perderá calor para o ambiente e tenderá a temperatura ambiente ($T_a = 20\,°\mathrm{C}$), não ocorrendo mais trocas ao final da haste.

2.2 Questão 2

Seja o problema definido no intervalo $(0, L)$:

$$-\frac{d}{dx}(K\frac{du(x)}{dx}) + Cu(x) = f(x)$$
$$\Rightarrow$$
$$\frac{d^2u(x)}{dx^2} + \underbrace{0}_{\text{p(x)}}\frac{du}{dx} \underbrace{-\frac{C}{K}}_{\text{q(x)}}u(x) = \underbrace{-\frac{f(x)}{K}}_{\text{r(x)}}$$

As saídas da função `funcoes` será com os termos:
Sendo o resultado $C = 20.2 * c_{ref}$, com $c_{ref} = 0.0001, 0.001, 0.01, 0.1$
$p = 0$
$q = 20.2/0.001$
$r = 20.2 * 70/0.001$

Condições de contorno de valor prescrito em $x = 0$ e do tipo mista $x = 1$. A solução aproximada encontra-se na Figura 3, e a chamada da função `pvc` será com os termos:

$$\underbrace{K}_{\text{alfa\_b}}\frac{du(L)}{dx} + \underbrace{c_{ref}}_{\text{beta\_b}}u(L) = \underbrace{c_{ref}u_{ref}}_{\text{gamma\_b}}$$

`a` $= 0$
`b` $= 1$
`u_a` $= 160$
`alfa_b` $= 0$

`beta_b` $= c_{ref}$
`gamma_b` $= c_{ref} * 70$
`tipo_a` $= 1$
`tipo_b` $= 3$

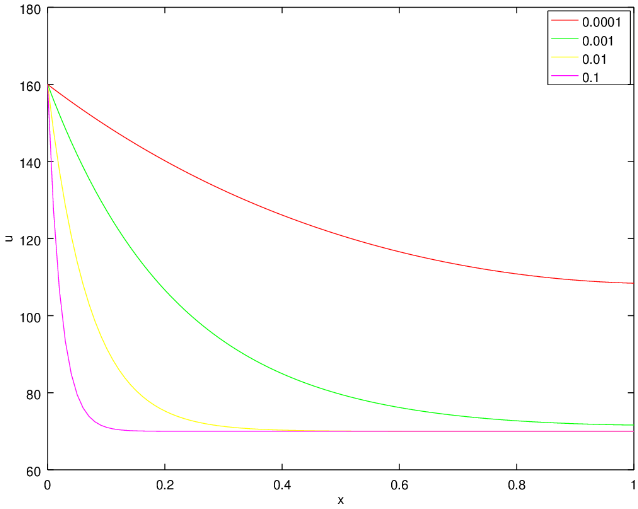

Figura 3: Comparações entre resultados correspondentes - `n` = 100

Pode-se observar através da Figura 3 que o resfriamento depende da habilidade da superfície do resfriador de transmitir calor na região, isto é, de c_{ref}. Quanto maior o coeficiente, mais rápido a superfície sai de sua temperatura inicial ($u_0 = 160$) e chega na temperatura de referência ($u_{ref} = 70$). Isto está de acordo com o senso comum, pois no resfriamento, a superfície (ou objeto) aquecida vai perdendo calor de acordo com sua habilidade de transmissão, até que chegue na temperatura "ambiente". Se ela possui dificuldade em perder calor, demorará mais tempo para chegar nesta temperatura, como é o caso de $c_{ref} = 0.0001$, mas se ela perde calor muito fácil, resfriará rápido, como é o caso de $c_{ref} = 0.1$.

3 Conclusões