Resultados obtidos no 3º exercício computacional
Algoritmos numéricos I

Leandro Furlam Turi

29 de setembro de 2019

1 Preparativos

Para realização dos testes, foi construído um *script* único que automatizasse as operações necessárias. Em todos os casos, para a construção dos gráficos foram utilizados 100 pontos por intervalo, e para a interpolação dos pontos foram utilizados 10 pontos por intervalo.

2 Resultados

2.1 Questão 1

Para a obtenção da tabela de pontos para cada `n` e assim construir o polinômio interpolador, foi construído o seguinte *script*:

```
for i = 1:6
  x = linspace (-1, 1, i+1);
  for j = 1:length(x)
    y(j) = 1/(x(j)+10) + x(j)^3 + x(j)^2 - 3;
  endfor
  p = polyfit(x, y, i);
endfor
```

Obtendo como resultado os seguintes polinômios:

$p_1(x) = 0.9899 * x^1 - 1.899$
$p_2(x) = 1.001 * x^2 + 0.9899 * x^1 - 2.9$
$p_3(x) = 0.9999 * x^3 + 1.001 * x^2 - 0.0099999 * x^1 - 2.9$
$p_4(x) = 1.0126e - 05 * x^4 + 0.9999 * x^3 + 1.001 * x^2 - 0.0099997 * x^1 - 2.9$
$p_5(x) = -1.0142e - 06 * x^5 + 1.0142e - 05 * x^4 + 0.9999 * x^3 + 1.001 * x^2 - 0.01 * x^1 - 2.9$
$p_6(x) = 1.0157e-07*x^6-1.0157e-06*x^5+9.9994e-06*x^4+0.9999*x^3+1.001*x^2-0.01*x^1-2.9$

Analisando o erro gerado, podemos, visualmente, analisar a função real graficamente, descrita na Figura 1, e as interpolações obtidas, descritas na Figura 2. É interessante observar que os polinômios obtidos por interpolação, com exceção da reta (que gera um erro claro), possuem a mesma característica de acordo com sua paridade, e os com paridade par se adequam quase perfeitamente a função original, o que pode ser concluido com o ajuste perfeito desses polinômios com a função original, descrito na Figura 2.

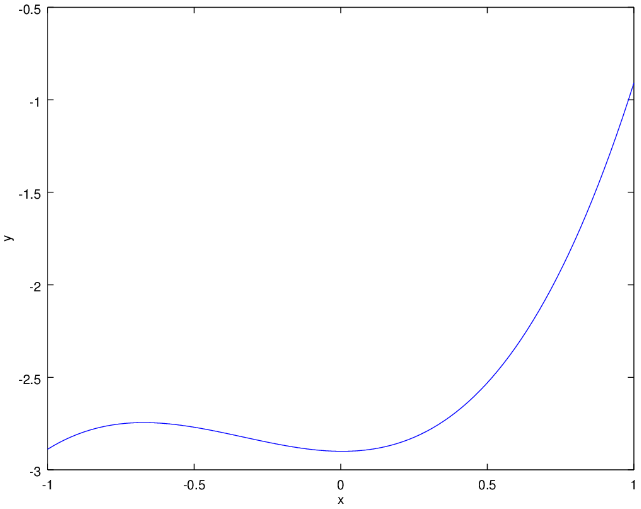

Figura 1: Comparação entre resultados correspondentes.

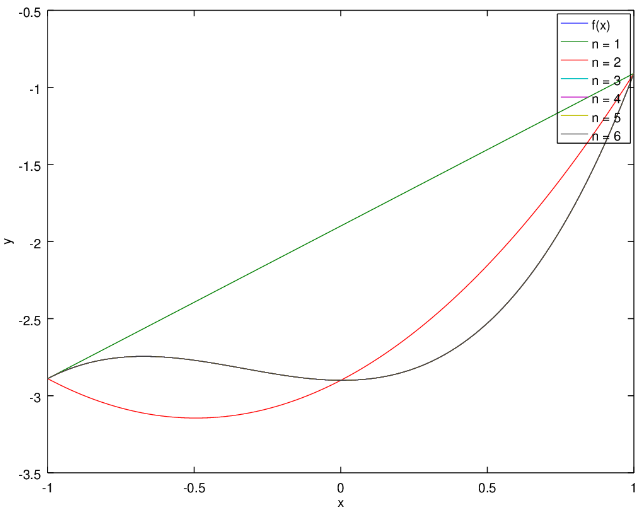

Figura 2: Comparação entre resultados correspondentes.

2.2 Questão 2

2.2.1 item (a)

Observando a Figura 3, podemos analisar a característica da função.

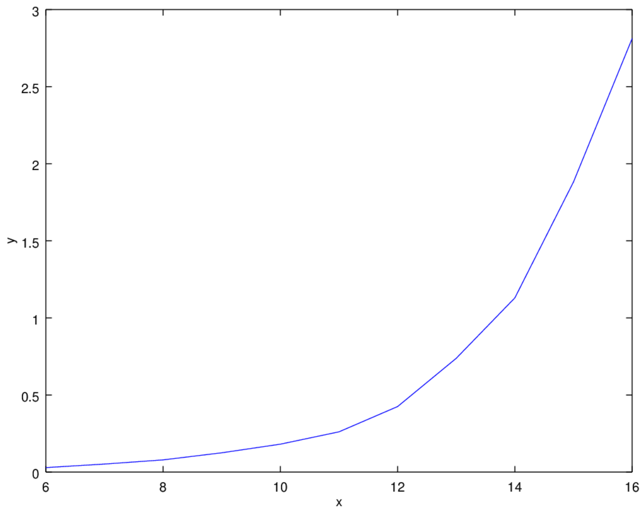

Figura 3: Comparação entre resultados correspondentes.

Como a mesma possui uma característica exponencial, provavelmente uma aproximação polinomial não será ideal. Portanto, procurou-se pontos que representassem melhor a curva. Para cada valor de `n`, foram escolhidos os seguintes pontos de `x`:

```
x = 6:16;
y = [0.029, 0.052, 0.079, 0.125, 0.181, 0.261, 0.425, 0.738, 1.130, 1.882,
    2.812];

x4 = [x(1), x(4), x(7), x(9), x(11)];
y4 = [y(1), y(4), y(7), y(9), y(11)];
p4 = polyfit(x4, y4, 4);

x6 = [x(1), x(3), x(5), x(7), x(9), x(10), x(11)];
y6 = [y(1), y(3), y(5), y(7), y(9), y(10), y(11)];
p6 = polyfit(x6, y6, 6);

x8 = [x(1), x(3), x(5), x(6), x(7), x(8), x(9), x(10), x(11)];
y8 = [y(1), y(3), y(5), y(6), y(7), y(8), y(9), y(10), y(11)];
p8 = polyfit(x8, y8, 8);
```

Obtendo os seguintes polinômios:

$p_4(x) = 0.00053363 * x^4 - 0.016983 * x^3 + 0.20573 * x^2 - 1.0863 * x^1 + 2.1176$
$p_6(x) = -7.6397e - 05 * x^6 + 0.0050339 * x^5 - 0.13497 * x^4 + 1.8883 * x^3 - 14.533 * x^2 + 58.31 * x^1 - 95.173$
$p_8(x) = -4.0994e - 05 * x^8 + 0.003742 * x^7 - 0.14777 * x^6 + 3.2952 * x^5 - 45.354 * x^4 + 394.2 * x^3 - 2111.2 * x^2 + 6362.8 * x^1 - 8252.6$

2.2.2 item (b)

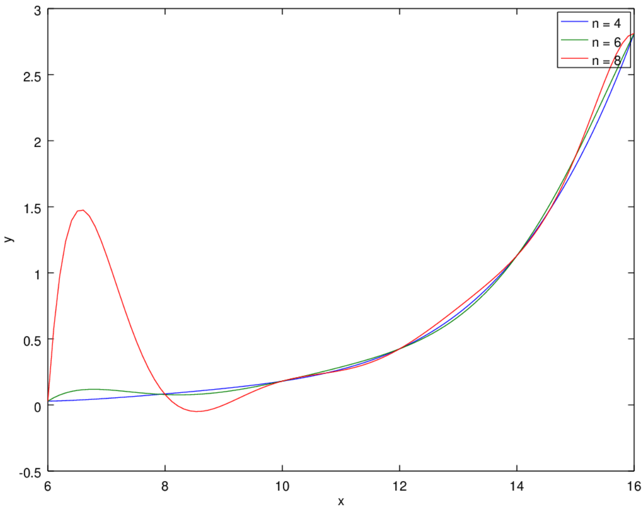

Figura 4: Comparação entre resultados correspondentes.

2.2.3 item (c)

$p_4(8.5) = 0.103412$
$p_6(8.5) = 0.079643$
$p_8(8.5) = -0.048888$

Nota-se que p_8 trouxe uma aproximação muito ruim, que pode ser observada pela Figura 4.

2.2.4 item (d)

Para a estimação, construiu-se o polinômio da função inversa, e como a interpolação não ocorreu bem, trabalhou-se com os pontos mais próximos de 8.5.

```
y6 = [x(4), x(5), x(6), x(7), x(8), x(9), x(10)];
x6 = [y(4), y(5), y(6), y(7), y(8), y(9), y(10)];
p6 = polyfit(x6, y6, 6);
```

Obtendo o seguinte polinômio:
$p_6(x) = 2.0585 * x^6 - 7.8341 * x^5 + 8.345 * x^4 + 0.45975 * x^3 - 5.548 * x^2 + 3.367 * x^1 + 5.9661$
Aplicando-se $x = 0.3$, encontrou-se a quantidade de dias igual a 6.539389. Uma aproximação ruim, visto que deveria ter dado entre 11 e 12 dias. Provavelmente isto decorreu pela característica exponencial da curva e a falta de capacidade de um polinômio de aproximar-se a ela.

2.3 Questão 3

A interpolação pode ser observada pela Figura 5. Relembra-se que foram utilizados 10 pontos, pois com uma quantidade muito grande a aproximação fica quase perfeita, o que não faria sentido a análise.

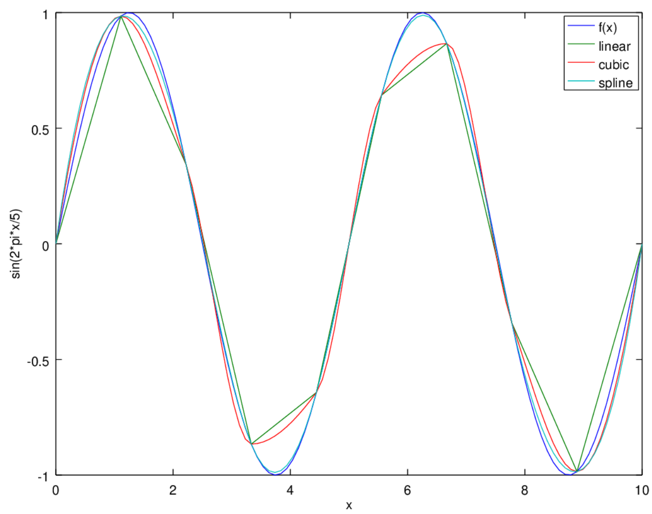

Figura 5: Comparação entre resultados correspondentes.

Observa-se que o método `spline` apresentou o melhor resultado.

2.4 Questão 4

2.4.1 item (a)

Para a obtenção da tabela de pontos para cada `n` e assim construir o polinômio interpolador, foi construído o seguinte *script*:

```
x3 = linspace (-5, 5, 4);
for i = 1:4
  y3(i) = 1/(1+0.25*x3(i)^2);
endfor
p3 = polyfit(x3, y3, 3);
x5 = linspace (-5, 5, 6);
for i = 1:6
  y5(i) = 1/(1+0.25*x5(i)^2);
endfor
p5 = polyfit(x5, y5, 5);
x10 = linspace (-5, 5, 11);
for i = 1:11
  y10(i) = 1/(1+0.25*x10(i)^2);
endfor
p10 = polyfit(x10, y10, 10);;
```

Obtendo como resultado os seguintes polinômios:

$p_3(x) = 5.3108e - 18 * x^3 - 0.02035 * x^2 - 1.2939e - 16 * x^1 + 0.64669$
$p_x(x) = -1.1221e - 18 * x^5 + 0.002122 * x^4 + 2.6375e - 17 * x^3 - 0.082759 * x^2 + 6.2445e - 17 * x^1 + 0.88064$
$p_10(x) = -3.3156e - 06 * x^10 - 8.81e - 20 * x^9 + 0.00019562 * x^8 + 3.2098e - 18 * x^7 - 0.0041744 * x^6 - 4.1222e - 17 * x^5 + 0.042046 * x^4 + 2.3417e - 16 * x^3 - 0.23806 * x^2 - 3.0461e - 16 * x^1 + 1$

2.4.2 item (b)

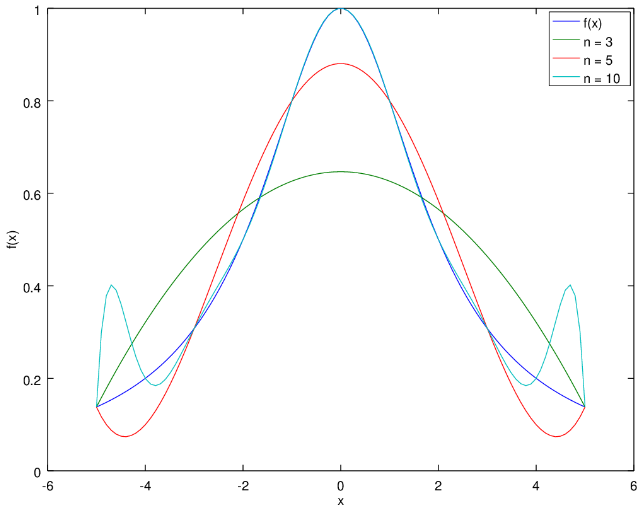

Figura 6: Comparação entre resultados correspondentes.

2.4.3 item (c)

O fenômeno de Runge é um problema de oscilação nas bordas de um intervalo, que ocorre quando se usa interpolação polinomial com polinômios de ordem elevada. Demonstra que polinômios de grau elevado são normalmente pouco recomendáveis para a interpolação. O problema pode ser evitado usando curvas *spline*, compostas de polinômios. Quando se tenta diminuir o erro de interpolação podemos aumentar o número de segmentos usados para construir a *spline*, em vez de aumentar o grau do polinômio[1].
Conforme foi encontrado na pesquisa, a má adequação dos polinômios interpoladores pode ser explicado por esse fenômeno, que será melhor resolvido através da técnica do item (c).

2.4.4 item (d)

Conforme esperado, a interpolação através da função `interp1` trouxe melhores resultados, com uma melhora através da técnica `spline`. Isto pode ser observado na Figura 7.

[1] `https://pt.wikipedia.org/wiki/Fen\%C3\%B3meno_de_Runge`

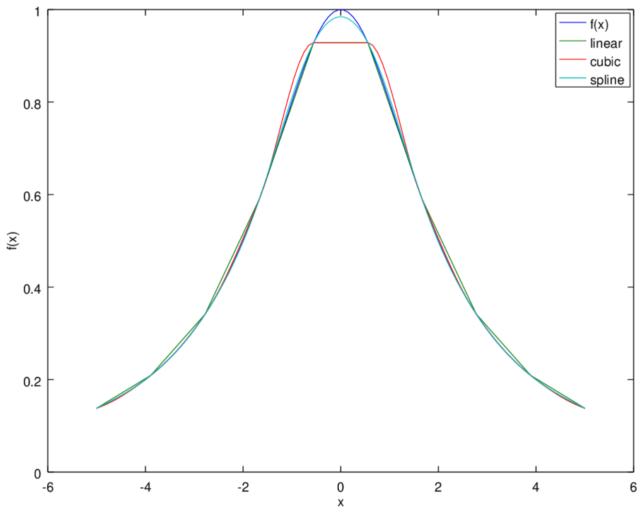

Figura 7: Comparação entre resultados correspondentes.

3 Conclusões

Após todos os resultados obtidos e as discussões feitas, pode-se concluir que, a não ser que se utilize os polinômios de ordem muito elevada, o método da interpolação cúbica por partes com uma suavidade especial (`spline`) é a técnica que tráz melhores resultados, mesmo em funções de difícil ajuste, como por exemplo a função da Questão 3.