# Modulo 5: Técnicas Avanzadas de Predicción

Modelos Lineales Generalizados

Leandro Gutierrez

19/10/2024

## Descripción de la tarea

Dentro del paquete de R "MPV", se encuentra una base de datos de gasto en combustible de diferentes coches con una serie de características:

- y - Miles/gallon.
- x1 - Displacement (cubic in).
- x2 - Horsepower (ft-lb).
- x3 - Torque (ft-lb).
- x4 - Compression ratio.
- x5 - Rear axle ratio.
- x6 - Carburetor (barrels).
- x7 - No. of transmission speeds.
- x8 - Overall length (in).
- x9 - Width (in).
- x10 - Weight (lb).
- x11 - Type of transmission (1=automatic, 0=manual).

1. Proponed una especificación que a vuestra intuición sea un buen modelo para explicar la variable y en base a las x que tenemos anteriormente.
2. Utilizar la técnica STEPWISE para elegir el modelo de tal forma que minimicemos el BIC.
3. Programad vuestro propio STEPWISE (Backward o Forward) para decidir cuál sería el mejor modelo minimizando la siguiente función:
4. Probad a variar el 0.05 para elegir un modelo según vuestra visión.
5. En función de los modelos anteriores, ¿cuál de ellos en el caso de que difieran recomendaríais?

## Solución

### Carga de los datos

```r
# cargamos el dataset
df_org <- as_tibble(table.b3[-c(23,25),])

# creamos una copia del dataframe original
df <- df_org

# renombramos las columnas
colnames(df) <- c("response","displacement","horsepower","torque","compression",
```

```r
"rearXratio","carburetor","transmissions","length","width","weight","type")

# visualizamos los datos
summary(df)
```

```
##     response      displacement     horsepower        torque
##  Min.   :11.20   Min.   : 85.3   Min.   : 70.0   Min.   : 81.0
##  1st Qu.:16.43   1st Qu.:226.5   1st Qu.:106.0   1st Qu.:171.2
##  Median :19.30   Median :318.0   Median :141.5   Median :243.0
##  Mean   :20.04   Mean   :286.0   Mean   :137.0   Mean   :217.9
##  3rd Qu.:21.49   3rd Qu.:351.0   3rd Qu.:165.0   3rd Qu.:258.8
##  Max.   :36.50   Max.   :500.0   Max.   :223.0   Max.   :366.0
##   compression      rearXratio      carburetor     transmissions
##  Min.   :8.000   Min.   :2.450   Min.   :1.000   Min.   :3.000
##  1st Qu.:8.000   1st Qu.:2.710   1st Qu.:2.000   1st Qu.:3.000
##  Median :8.325   Median :3.000   Median :2.000   Median :3.000
##  Mean   :8.313   Mean   :3.059   Mean   :2.567   Mean   :3.333
##  3rd Qu.:8.500   3rd Qu.:3.243   3rd Qu.:4.000   3rd Qu.:3.000
##  Max.   :9.000   Max.   :4.300   Max.   :4.000   Max.   :5.000
##      length          width           weight          type
##  Min.   :155.7   Min.   :61.80   Min.   :1905   Min.   :0.0000
##  1st Qu.:173.4   1st Qu.:65.78   1st Qu.:3028   1st Qu.:0.2500
##  Median :196.1   Median :72.00   Median :3760   Median :1.0000
##  Mean   :192.3   Mean   :71.42   Mean   :3626   Mean   :0.7333
##  3rd Qu.:207.1   3rd Qu.:76.30   3rd Qu.:4215   3rd Qu.:1.0000
##  Max.   :231.0   Max.   :79.80   Max.   :5430   Max.   :1.0000
```

```r
glimpse(df)
```

```
## Rows: 30
## Columns: 12
## $ response      <dbl> 18.90, 17.00, 20.00, 18.25, 20.07, 11.20, 22.12, 21.47, ~
## $ displacement  <dbl> 350.0, 350.0, 250.0, 351.0, 225.0, 440.0, 231.0, 262.0, ~
## $ horsepower    <dbl> 165, 170, 105, 143, 95, 215, 110, 110, 70, 75, 155, 80, ~
## $ torque        <dbl> 260, 275, 185, 255, 170, 330, 175, 200, 81, 83, 250, 83,~
## $ compression   <dbl> 8.00, 8.50, 8.25, 8.00, 8.40, 8.20, 8.00, 8.50, 8.20, 9.~
## $ rearXratio    <dbl> 2.56, 2.56, 2.73, 3.00, 2.76, 2.88, 2.56, 2.56, 3.90, 4.~
## $ carburetor    <dbl> 4, 4, 1, 2, 1, 4, 2, 2, 2, 2, 4, 2, 2, 1, 2, 2, 4, 4, 4,~
## $ transmissions <dbl> 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 5, 3, 4, 4, 3, 4, 3, 3, 3, 3,~
## $ length        <dbl> 200.3, 199.6, 196.7, 199.9, 194.1, 184.5, 179.3, 179.3, ~
## $ width         <dbl> 69.9, 72.9, 72.2, 74.0, 71.8, 69.0, 65.4, 65.4, 64.0, 65~
## $ weight        <dbl> 3910, 3860, 3510, 3890, 3365, 4215, 3020, 3180, 1905, 23~
## $ type          <dbl> 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 1,~
```

Podemos observar que nuestro dataset sanitizado cuenta con 30 columnas y 12 observaciones. Todas las variables son de tipo cuantitativas continuas y sus tipos de datos intrínsecos son `numeric`. No se observan valores nulos.

## Apartado 1

Comenzaremo analizando un modelo lineal con todas las variables predictoras incorporadas, ello nos servirá para notar los efectos marginales de cada variable independiente y sus niveles de significancia

```r
# creamos nuestro modelo lineal
modelo_1 <- lm(response ~ ., df)
```

```r
# visualizamos el summary del modelo
pander(summary(modelo_1))
```

| | Estimate | Std. Error | t value | Pr(>\|t\|) |
|---|---|---|---|---|
| **(Intercept)** | 17,34 | 30,36 | 0,5712 | 0,5749 |
| **displacement** | -0,07559 | 0,05635 | -1,341 | 0,1964 |
| **horsepower** | -0,06916 | 0,08779 | -0,7878 | 0,4411 |
| **torque** | 0,1151 | 0,08811 | 1,306 | 0,2078 |
| **compression** | 1,495 | 3,101 | 0,4819 | 0,6357 |
| **rearXratio** | 5,843 | 3,148 | 1,856 | 0,0799 |
| **carburetor** | 0,3176 | 1,289 | 0,2464 | 0,8082 |
| **transmissions** | -3,205 | 3,109 | -1,031 | 0,3162 |
| **length** | 0,1808 | 0,1303 | 1,388 | 0,1822 |
| **width** | -0,3979 | 0,3235 | -1,23 | 0,2344 |
| **weight** | -0,005115 | 0,005896 | -0,8675 | 0,3971 |
| **type** | 0,6385 | 3,022 | 0,2113 | 0,835 |

Table 2: Fitting linear model: response ~ .

| Observations | Residual Std. Error | $R^2$ | Adjusted $R^2$ |
|---|---|---|---|
| 30 | 3,227 | 0,8355 | 0,7349 |

```r
# obtenemos el rss del modelo
rss <- sum(residuals(modelo_1)^2)

print(rss)
```

```
## [1] 187.4007
```

```r
print(AIC(modelo_1))
```

```
## [1] 166.0979
```

```r
print(BIC(modelo_1))
```

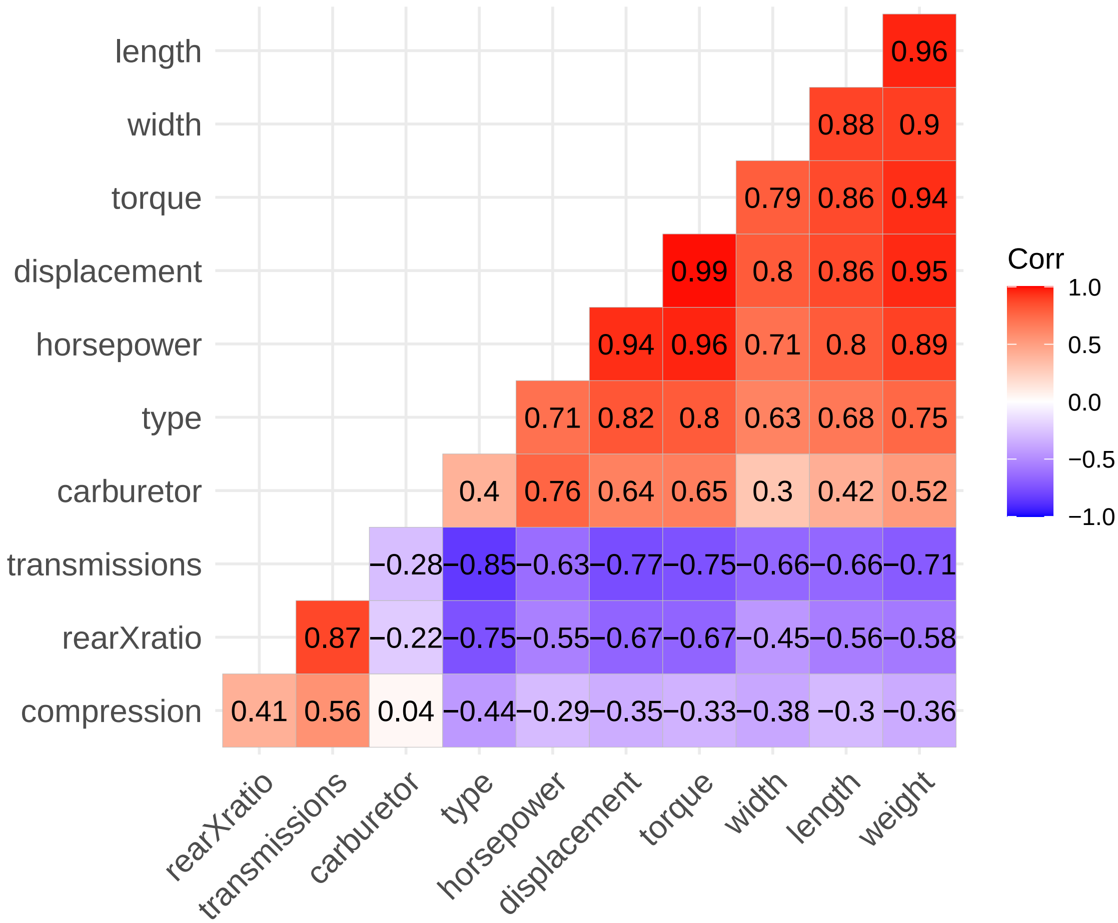
```
## [1] 184.3134
```

Podemos ver que nuestro modelo parece no estar capturando de manera correcta la naturaleza de nuestra variable dependiente `response`. Lo primero que observamos es bajos niveles de significancia en nuestros predictores, salvo por la variable `rearXratio` que presenta un nivel de significacia de **0.0799**, aún éste lejos del 0.05 que solemos buscar. Además se destaca el efecto marginal del incercepto demasiado alto en comparación con los demás coeficientes, un error estandard alto en comparación con su estimación y con un p-value de **0.5749**, indicandonos que su incorporación en el modelo no aporta valor alguno al momento de explicar la variable dependiente.

De mismo modo notamos que obtenemos $RSS$ de **187.4007** y un $R^2_{ajustado}$ de **0.7349**, lo que nos dice nuestro modelo es capaz de explicar el 73.49% de la variabilidad total de `response`. Un $AIC$ de **166.0979** y un $BIC$ de **184.3134**.

Veamos las correalciones las variables predictoras

```r
# graficamos matriz de correlaciones
cr <- cor(dplyr::select(df, - response), use="complete.obs")
ggcorrplot(cr, hc.order = TRUE, type = "lower", lab = TRUE)
```




Efectivamente existe alta correlación entre algunas variables predictoras por lo que podría ser conveniente una selección de las mismas. Eliminaremos tanto `length` como `weight` por su alta correlación con la variable `width` la cual permanecerá en el modelo. También notamos `horsepower` con alta correlación con las demás variables, dispensaremos de su uso en esta nueva propuesta.

Intentando mejorar nuestro modelo incorporando efectos no lineales de las variables independientes, para ello utilizaremos la función `earth` con un threshold de **0.01**

```
# creamos el modelo
modelo_earth <- earth(response ~ . -length -weight -horsepower, df, thresh=0.01)

# visualizamos el summary
summary(modelo_earth)
```

```
## Call: earth(formula=response~.-length-weight-horsepower, data=df, thresh=0.01)
##
##                      coefficients
## (Intercept)             36.822108
## transmissions           -6.345101
## h(250-displacement)      0.095640
## h(displacement-250)     -0.027052
## h(3.08-rearXratio)       6.043634
## h(rearXratio-3.08)       9.160965
##
## Selected 6 of 6 terms, and 3 of 8 predictors
## Termination condition: RSq changed by less than 0.01 at 6 terms
```

```
## Importance: displacement, rearXratio, transmissions, torque-unused, ...
## Number of terms at each degree of interaction: 1 5 (additive model)
## GCV 9.189318    RSS 110.5781    GRSq 0.7738512    RSq 0.9029254
```

```r
# calculamos R^2 ajustado
rs <- 0.9029254
p <- length(modelo_earth$coefficients) - 1  # quitamos intercept
n <- nrow(df)
rsa <- 1 - (1 - rs) * ((n - 1) / (n - p - 1))

print(rsa)
```

```
## [1] 0.8827015
```

```r
# calculamos RSS
rss <- sum(residuals(modelo_earth)^2)

# coeficientes del modelo
k <- length(coef(modelo_earth))

# tamaño de la muestra
n <- nrow(df)

# calculamos AIC
aic <- n * log(rss/n) + 2 * k

# calculamos BIC
bic <- n * log(rss/n) + log(n) * k

print(aic)
```

```
## [1] 51.13575
```

```r
print(bic)
```

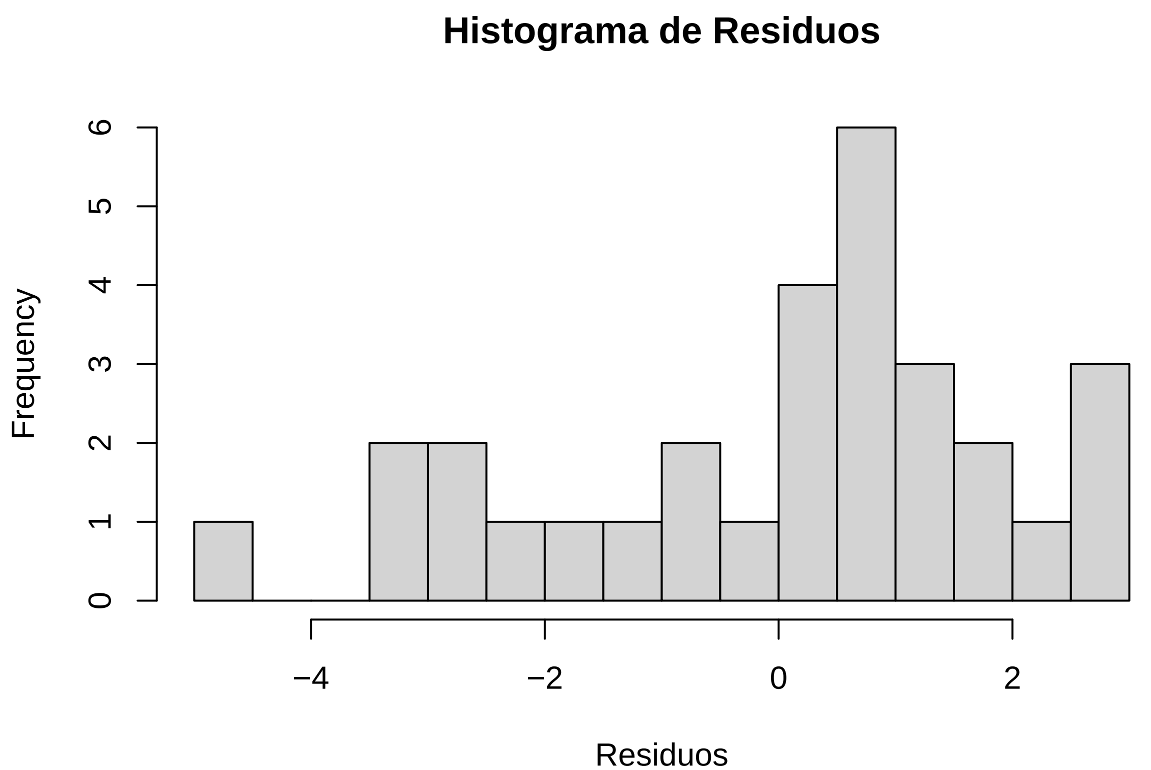
```
## [1] 59.54293
```

La función `earth` nos entrega un modelo basado splines, donde seleccionó 5 terminos (los observados en el summary) a partir de los 11 predictores originales. Obtuvimos un $RSS$ (**Suma de los Cuadrados de los Residuos**) de **169.6323** disminuyendo respecto al modelo original con todas las variables predictoras incorporadas. Además, nos entrega un $R^2_{ajustado}$ **0.88270** también mejorando el valor obtenido por el modelo original. Obtenemos valores de $AIC$ **51.13575** y $BIC$ **59.54293**.

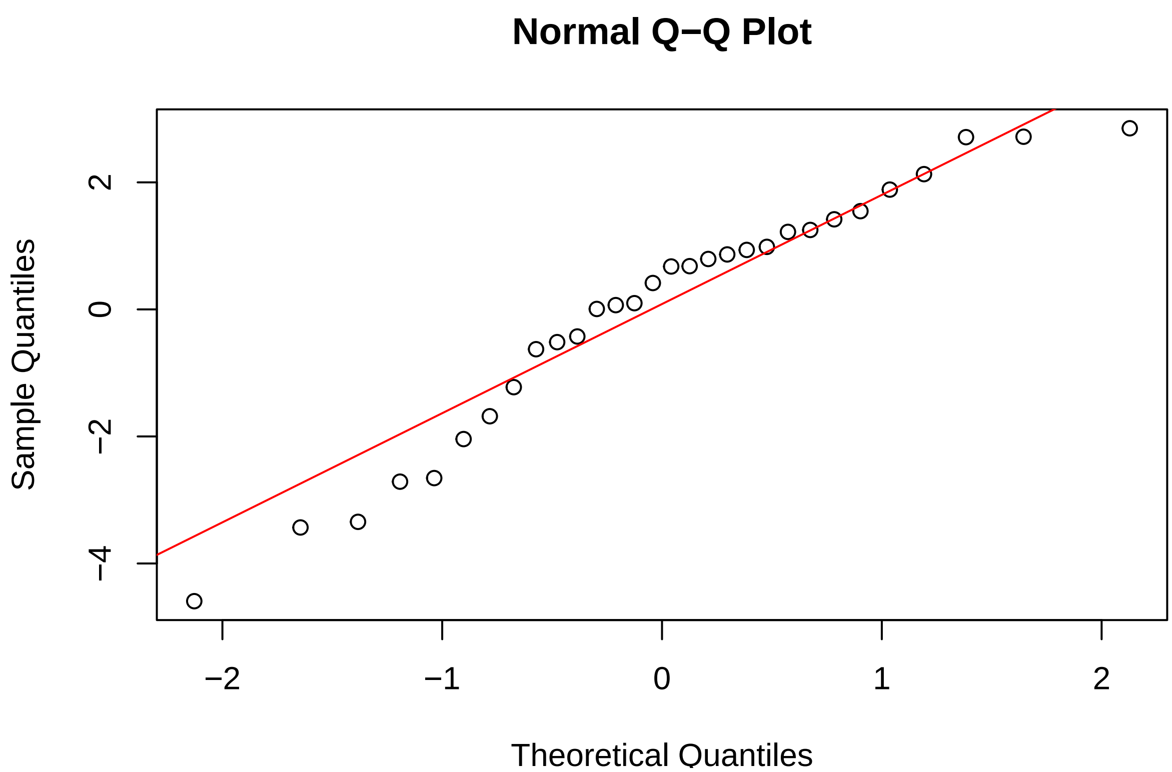
Hacemos un control de residuos y su normalidad

```r
# obtenemos los residuos del modelo
residuos <- modelo_earth$residuals

# graficamos un histograma de los residuos
hist(residuos, main="Histograma de Residuos", xlab="Residuos", breaks=20)
```




```r
# realizamos gráfico Q-Q
qqnorm(residuos)
qqline(residuos, col = "red")
```




```r
# realizamos teste Jarque Bera
JarqueBeraTest(residuos)
```

```
##
##  Robust Jarque Bera Test
##
## data:  residuos
## X-squared = 2.2368, df = 2, p-value = 0.3268
```

Surge del análisis visual para la comprobación de la hipótesis de linealidad de los residuos, que los mismo aparéntan guardar una relación lineal según el **gráfico Q-Q** y parecén aproximarse a una distribución normal según su **histograma**.

Según el Test Jarque Bera los residuos parecen guardar una distribución normal, sin suficiente evidencia (p-value: **0.3268**) para descartar la hipótesis nula, que plantea que los residuos del modelo siguen una distribución normal.

## Apartado 2

Para este apartado utilizaremos la función `stepAIC` del paquete `MASS` el cual realiza una simplificación de nuestro modelo descartando las variables que generan la menor perdida de información posible, en este caso utilizaremos el metodo hibrido (**both**) para la selección

```r
# utilizamos stepAIC para encontrar un modelo simplificado
modelo_aic <- stepAIC(modelo_1, trace=TRUE, direction="forward", scope=respuesta~., k = log(n))
```

```
## Start:  AIC=95.78
## response ~ displacement + horsepower + torque + compression +
##     rearXratio + carburetor + transmissions + length + width +
##     weight + type
```

```r
# visualizamos la formula del modelo propuesto
pander(formula(modelo_aic))
```

response ~ displacement + horsepower + torque + compression + rearXratio + carburetor + transmissions + length + width + weight + type

```r
# vemos summary del modelo propuesto
pander(summary(modelo_aic))
```

| | Estimate | Std. Error | t value | Pr(>\|t\|) |
|---|---|---|---|---|
| **(Intercept)** | 17,34 | 30,36 | 0,5712 | 0,5749 |
| **displacement** | -0,07559 | 0,05635 | -1,341 | 0,1964 |
| **horsepower** | -0,06916 | 0,08779 | -0,7878 | 0,4411 |
| **torque** | 0,1151 | 0,08811 | 1,306 | 0,2078 |
| **compression** | 1,495 | 3,101 | 0,4819 | 0,6357 |
| **rearXratio** | 5,843 | 3,148 | 1,856 | 0,0799 |
| **carburetor** | 0,3176 | 1,289 | 0,2464 | 0,8082 |
| **transmissions** | -3,205 | 3,109 | -1,031 | 0,3162 |
| **length** | 0,1808 | 0,1303 | 1,388 | 0,1822 |
| **width** | -0,3979 | 0,3235 | -1,23 | 0,2344 |
| **weight** | -0,005115 | 0,005896 | -0,8675 | 0,3971 |
| **type** | 0,6385 | 3,022 | 0,2113 | 0,835 |

Table 4: Fitting linear model: response ~ displacement + horsepower + torque + compression + rearXratio + carburetor + transmissions + length + width + weight + type

| Observations | Residual Std. Error | $R^2$ | Adjusted $R^2$ |
|---|---|---|---|
| 30 | 3,227 | 0,8355 | 0,7349 |

```
AIC(modelo_aic)
```

```
## [1] 166.0979
```

```
BIC(modelo_aic)
```

```
## [1] 184.3134
```

## Apartado 3

En primer lugar haremos unos pequeños cambios al algoritmo que fué brindado para poder entender como funciona y poder interpretar como afecta en la elección del modelo óptimo el parámetro `k` el cual representa una **penalización por la inclusión de nuevas variables predictoras**.

Agregamos unos prints para poder observar como se van formando los modelos candidatos y como se realiza la selección final en función del criterio elegido

```
stepwise <- function(df, k){
    #Inicializo las variables
    n <- nrow(df)
    m <- ncol(df) - 1
    m_name <- colnames(dplyr::select(df,-response))
    old_m <- rep(NA,length(m_name))
    modelos <- data.frame()
    formula_min <- ""
    # Bucle para recorrer las posibles variables
    for (i in 1:m) {
        U <- c(0)
        ncol <- length(m_name)

        for (m_var in 1:ncol){
            remaining_var <- paste0(m_name[m_var], collapse="+")
            formula_str <- remaining_var

            if (formula_min != "") {
                formula_str <- paste(formula_min, remaining_var, sep = "+")
            }

            # Creo un modelo
            formula_i <- as.formula(paste0("response~", formula_str))
            mod_i <- glm(formula=formula_i, data=df, family = gaussian)
            m_num <- length(mod_i$coefficients) - 1
            pred <- predict(mod_i, df, type="response")

            # Formula a minimizar
            U[m_var] <- (sum((df$response - pred)**2))**0.5 / ((sum(df$response**2))**0.5 + (sum(pred**
        }
```

```r
        # Almaceno el resultado
        Umin <- which.min(U)
        old_m[i] <- m_name[Umin]
        m_name <- m_name[-Umin]
        formula_min <- paste0(old_m[(!is.na(old_m))], collapse="+")

        modelos[i,1] <- formula_min
        modelos[i,2] <- U[Umin]

        cat(paste0("Mejor modelo con p = ", i, ":\n ", formula_min,"\n"))
        U[Umin]
    }

    return(modelos)
}
```

```r
# seteamos la penalización
k=0.005

# obtenemos los modelos
modelos <- stepwise(df, k)
```

```
## Mejor modelo con p = 1:
##  displacement
## Mejor modelo con p = 2:
##  displacement+compression
## Mejor modelo con p = 3:
##  displacement+compression+width
## Mejor modelo con p = 4:
##  displacement+compression+width+length
## Mejor modelo con p = 5:
##  displacement+compression+width+length+weight
## Mejor modelo con p = 6:
##  displacement+compression+width+length+weight+rearXratio
## Mejor modelo con p = 7:
##  displacement+compression+width+length+weight+rearXratio+transmissions
## Mejor modelo con p = 8:
##  displacement+compression+width+length+weight+rearXratio+transmissions+torque
## Mejor modelo con p = 9:
##  displacement+compression+width+length+weight+rearXratio+transmissions+torque+horsepower
## Mejor modelo con p = 10:
##  displacement+compression+width+length+weight+rearXratio+transmissions+torque+horsepower+carburetor
## Mejor modelo con p = 11:
##  displacement+compression+width+length+weight+rearXratio+transmissions+torque+horsepower+carburetor+
```

```r
# visualizamos los candidatos
pander(modelos, split.table=TRUE)
```

Table 5: Table continues below

| V1 |
|---|
| displacement |
| displacement+compression |
| displacement+compression+width |

| V1 |
|---|
| displacement+compression+width+length |
| displacement+compression+width+length+weight |
| displacement+compression+width+length+weight+rearXratio |
| displacement+compression+width+length+weight+rearXratio+transmissions |
| displacement+compression+width+length+weight+rearXratio+transmissions+torque |
| displacement+compression+width+length+weight+rearXratio+transmissions+torque+horsepower |
| displacement+compression+width+length+weight+rearXratio+transmissions+torque+horsepower+carburetor |
| displacement+compression+width+length+weight+rearXratio+transmissions+torque+horsepower+carburetor+type |

| V2 |
|---|
| 0,07727 |
| 0,07974 |
| 0,08344 |
| 0,08748 |
| 0,09152 |
| 0,09427 |
| 0,09788 |
| 0,1011 |
| 0,105 |
| 0,1099 |
| 0,1148 |

Como último paso podemos encontrar el mejor modelo para `k = 0.005`

```
## El mejor modelo con k = 0.005:
```

displacement

Con una penalización por la inclusión de nuevas variables (`k`) igual a **0.005** obtenemos un modelo muy selectivo, con solo una variable predictora en su fórmula, `displacement`, y un valor para la función a minimizar de **0.07727**.

## Apartado 4

A continuación modificaremos los valores de `k` para ver como afecta éste parámetro a la selección del modelo óptimo. En estas ejecuciones prescindiremos de los outputs auxiliares que utlizamos en el apartado anterior, ya que asumimos que ya se explicitó el proceso de selección que propone el algoritmo

```
# seteamos la penalización
k=0.002

# obtenemos los modelos
modelos <- stepwise(df, k)
```

```
## Mejor modelo con p = 1:
##  displacement
## Mejor modelo con p = 2:
##  displacement+compression
## Mejor modelo con p = 3:
##  displacement+compression+width
## Mejor modelo con p = 4:
##  displacement+compression+width+length
```

```
## Mejor modelo con p = 5:
##  displacement+compression+width+length+weight
## Mejor modelo con p = 6:
##  displacement+compression+width+length+weight+rearXratio
## Mejor modelo con p = 7:
##  displacement+compression+width+length+weight+rearXratio+transmissions
## Mejor modelo con p = 8:
##  displacement+compression+width+length+weight+rearXratio+transmissions+torque
## Mejor modelo con p = 9:
##  displacement+compression+width+length+weight+rearXratio+transmissions+torque+horsepower
## Mejor modelo con p = 10:
##  displacement+compression+width+length+weight+rearXratio+transmissions+torque+horsepower+carburetor
## Mejor modelo con p = 11:
##  displacement+compression+width+length+weight+rearXratio+transmissions+torque+horsepower+carburetor+t
```

Encontremos el mejor de los modelos para `k = 0.002`

```
## El mejor modelo con k = 0.002:
```

displacement+compression

Notamos que al tomar el valor `k = 0.002` el mejor modelo lo obtenemos con dos variables predictoras `displacement+compression` y un valor de **0.07374** para el criterio **U** (resultado de la función a minimizar).

Si por último elegimos una penalización muy pequeña por la inclusión de variables predictoras obtendremos los siguientes resultados

```r
# seteamos la penalización
k=0.001

# obtenemos los modelos
modelos <- stepwise(df, k)
```

```
## Mejor modelo con p = 1:
##  displacement
## Mejor modelo con p = 2:
##  displacement+compression
## Mejor modelo con p = 3:
##  displacement+compression+width
## Mejor modelo con p = 4:
##  displacement+compression+width+length
## Mejor modelo con p = 5:
##  displacement+compression+width+length+weight
## Mejor modelo con p = 6:
##  displacement+compression+width+length+weight+rearXratio
## Mejor modelo con p = 7:
##  displacement+compression+width+length+weight+rearXratio+transmissions
## Mejor modelo con p = 8:
##  displacement+compression+width+length+weight+rearXratio+transmissions+torque
## Mejor modelo con p = 9:
##  displacement+compression+width+length+weight+rearXratio+transmissions+torque+horsepower
## Mejor modelo con p = 10:
##  displacement+compression+width+length+weight+rearXratio+transmissions+torque+horsepower+carburetor
## Mejor modelo con p = 11:
##  displacement+compression+width+length+weight+rearXratio+transmissions+torque+horsepower+carburetor+t
```

Por último encontremos modelo que minimiza la funcíon

```
## El mejor modelo con k = 0.001:
```

displacement+compression+width+length+weight+rearXratio+transmissions+torque+horsepower

Para el valor de `k = 0.001` el mejor modelo contiene en su formula 9 de las 11 variables predictoras disponibles y la función a minimizar toma un valor de **0.06898**.

A esta altura es necesario destacar que cuanto menos se penaliza la inclusión de variables explicativas nuestro algoritmo de selección tiende a agregar todas los predictores disponibles en busqueda del modelo que minimice la diferencia entre la respuesta real y la predicha por nuestra regresión lineal multiple. Al mismo tiempo se nota una mejora en el criterio seleccionado (función $U$) a medida que mas variables forman parte del modelo.

## Apartado 5

Vimos que en términos de la función $U$ planteada en el **Apartado 3** el mejor modelo se obtiene al incluir mas variables en su fórmula, ahora bien ¿está nuestra función selectora de variable penalizando correctamente la complejidad computacional de incluir todas las variables?

Nos valdremos de los critérios comunmente utilizados para tratar de encontrar el mejor ajuste entre las propuestas obtuvimos en los apartados anterires

```r
# creamos modelo con dos variables
modelo_step <- lm(response~displacement+compression, df)
summary(modelo_step)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = response ~ displacement + compression, data = df)
##
## Residuals:
##     Min      1Q  Median      3Q     Max
## -6.5011 -2.1243 -0.3884  1.9964  6.9582
##
## Coefficients:
##               Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)   7.179421  18.787955   0.382    0.705
## displacement -0.044479   0.005225  -8.513 3.98e-09 ***
## compression   3.077228   2.190294   1.405    0.171
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 3.067 on 27 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.777,  Adjusted R-squared:  0.7605
## F-statistic: 47.03 on 2 and 27 DF,  p-value: 1.594e-09
```

```r
AIC(modelo_step)
```

```
## [1] 157.2249
```

```r
BIC(modelo_step)
```

```
## [1] 162.8297
```

```r
# creamos modelo con 9 variables
modelo_step_all <- lm(response~displacement+compression+width+length+weight+rearXratio+transmissions+to
summary(modelo_step_all)
```

```
##
## Call:
```

```
## lm(formula = response ~ displacement + compression + width +
##     length + weight + rearXratio + transmissions + torque + horsepower,
##     data = df)
##
## Residuals:
##    Min     1Q Median     3Q    Max
## -5.182 -1.819 -0.482  1.644  4.957
##
## Coefficients:
##                Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)   17.126101  27.228003   0.629   0.5365
## displacement  -0.068549   0.048550  -1.412   0.1733
## compression    1.696123   2.802085   0.605   0.5518
## width         -0.418199   0.301316  -1.388   0.1804
## length         0.184955   0.123163   1.502   0.1488
## weight        -0.005451   0.005471  -0.996   0.3310
## rearXratio     6.007948   2.940238   2.043   0.0544 .
## transmissions -3.457664   2.789519  -1.240   0.2295
## torque         0.108569   0.078978   1.375   0.1844
## horsepower    -0.058648   0.068365  -0.858   0.4011
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 3.069 on 20 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.8346, Adjusted R-squared:  0.7602
## F-statistic: 11.21 on 9 and 20 DF,  p-value: 4.743e-06
```

```r
AIC(modelo_step_all)
```

```
## [1] 162.2576
```

```r
BIC(modelo_step_all)
```

```
## [1] 177.6708
```

```r
# vemos resultados de modelo_earth
summary(modelo_earth)
```

```
## Call: earth(formula=response~.-length-weight-horsepower, data=df, thresh=0.01)
##
##                      coefficients
## (Intercept)             36.822108
## transmissions           -6.345101
## h(250-displacement)      0.095640
## h(displacement-250)     -0.027052
## h(3.08-rearXratio)       6.043634
## h(rearXratio-3.08)       9.160965
##
## Selected 6 of 6 terms, and 3 of 8 predictors
## Termination condition: RSq changed by less than 0.01 at 6 terms
## Importance: displacement, rearXratio, transmissions, torque-unused, ...
## Number of terms at each degree of interaction: 1 5 (additive model)
## GCV 9.189318    RSS 110.5781    GRSq 0.7738512    RSq 0.9029254
```

```r
print(rsa)
```

```
## [1] 0.8827015
```

```r
print(aic)
```

```
## [1] 51.13575
```

```r
print(bic)
```

```
## [1] 59.54293
```

En términos de $R^2_{ajustado}$, $AIC$ y $BIC$ parece nuestro `modelo_earth` el que mejor valores entrega. Tomaremos como mejor propuesta el modelo MARS entregado por la función `earth`. El mismo se define por

$$
\begin{aligned}
\hat{response} = \beta_0 + \beta_1 * transmissions + \beta_2 * h(250 - displacement) + \\
\beta_3 * h(displacement - 250) + \beta_4 * h(3.08 - rearXratio) + \\
\beta_5 * h(rearXratio - 3.08) + \epsilon
\end{aligned}
$$

Este modelo posee un $R^2_{ajustado}$ de **0.8827015**, que nos indica que es capaz de predecir el **83.39%** de la varianza de la variable `response`. A su vez obtenemos un **AIC** de **51.13575**, el mejor de todos los modelos planteados en el práctico. También un **BIC** de **59.54293**, el mejor entre los modelos que se analizaron.