



Cấu Trúc Dữ Liệu & Giải Thuật Tổng quan Đồ thị



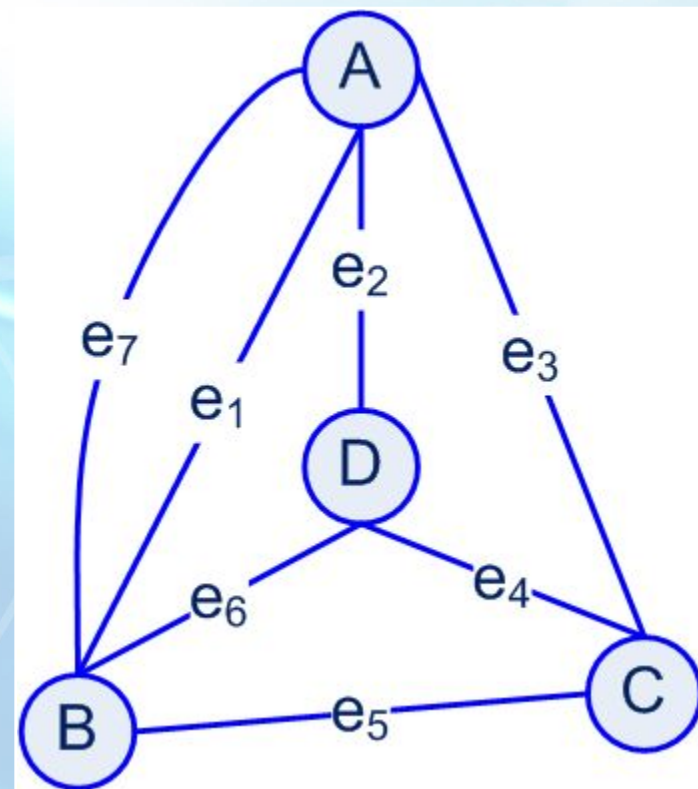
NỘI DUNG

- Đồ thị và các khái niệm trên đồ thị
- Biểu diễn đồ thị trên máy tính
- Duyệt đồ thị theo chiều sâu và chiều rộng
- Một số ứng dụng



ĐỊNH NGHĨA – ĐỒ THỊ CÓ HƯỚNG

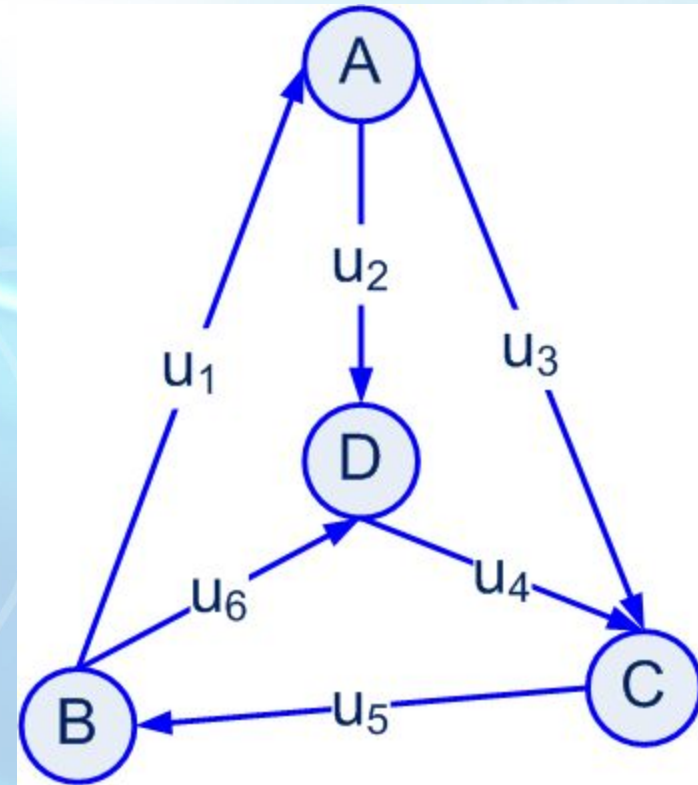
- Một đồ thị vô hướng $G = (V, E)$ được định nghĩa bởi:
 - Tập hợp V được gọi là tập các đỉnh của đồ thị;
 - Tập hợp E là tập các cạnh của đồ thị;
 - Mỗi cạnh $e \in E$ được liên kết với một cặp đỉnh $\{i, j\} \in V^2$, không phân biệt thứ tự





ĐỊNH NGHĨA – ĐỒ THỊ CÓ HƯỚNG

- Một đồ thị có hướng $G = (V, U)$ được định nghĩa bởi:
 - Tập hợp V được gọi là tập các đỉnh của đồ thị;
 - Tập hợp U là tập các cạnh của đồ thị;
 - Mỗi cạnh $u \in U$ được liên kết với một cặp đỉnh $(i, j) \in V^2$.





ĐỈNH KỀ

- Trên đồ thị có hướng, xét cạnh u được liên kết với cặp đỉnh (i, j) :



- Cạnh u **kề** với đỉnh i và đỉnh j (hay đỉnh i và đỉnh j **kề** với cạnh u); có thể viết tắt $u = (i, j)$. Cạnh u đi ra khỏi đỉnh i và đi vào đỉnh j
- Đỉnh j được gọi là đỉnh kề của đỉnh i



ĐỈNH KỀ

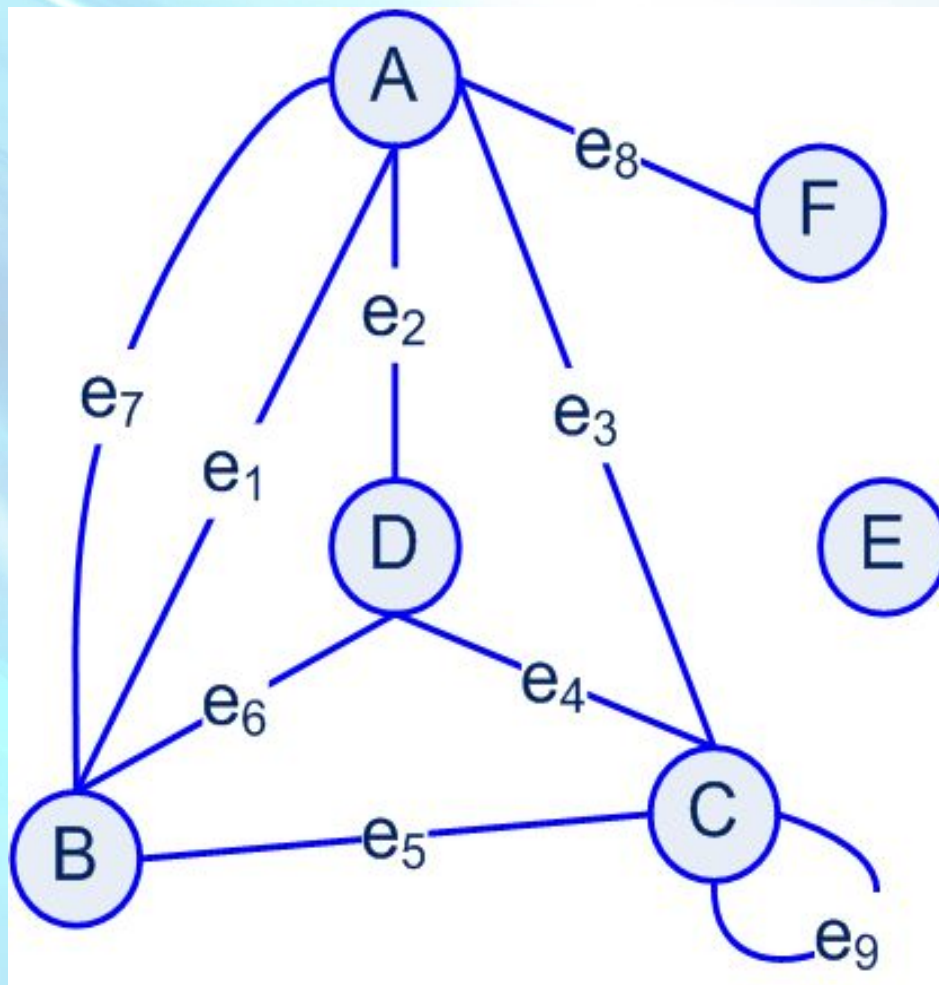
- Trên đồ thị vô hướng, xét cạnh e được liên kết với cặp đỉnh (i, j) :



- Cạnh e **kề** với đỉnh i và đỉnh j (hay đỉnh i và đỉnh j **kề** với cạnh e); có thể viết tắt $e = (i, j)$.
- Đỉnh i và đỉnh j được gọi là 2 đỉnh kề nhau (hay đỉnh i kề với đỉnh j và ngược lại, đỉnh j kề với đỉnh i)



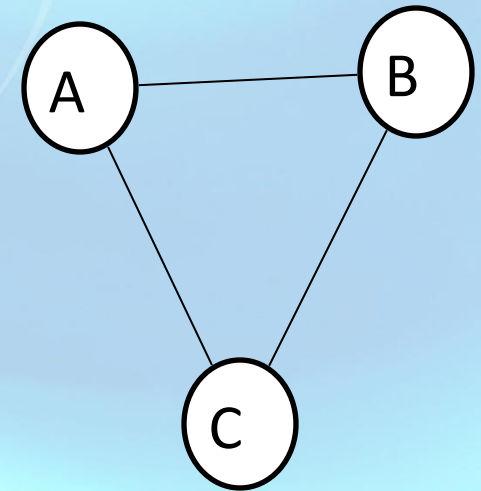
KHUYÊN, ĐỈNH TREO, ĐỈNH CÔ LẬP





CÁC DẠNG ĐỒ THỊ

- Đồ thị RỖNG: tập cạnh là tập rỗng
- Đồ thị ĐƠN: không có khuyên và cạnh song song
- Đồ thị ĐỦ: đồ thị vô hướng, đơn, giữa hai đỉnh bất kỳ đều có đúng một cạnh.
 - Đồ thị đủ N đỉnh ký hiệu là K_N .
 - K_N có $N(N - 1)/2$ cạnh.



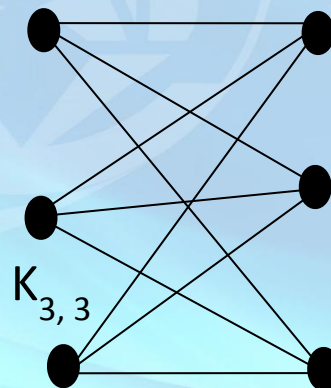
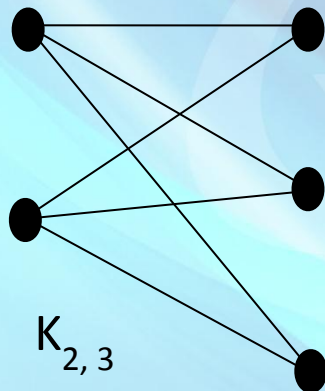
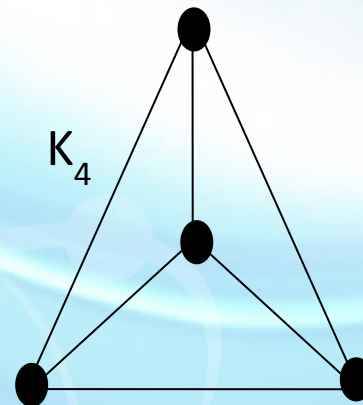
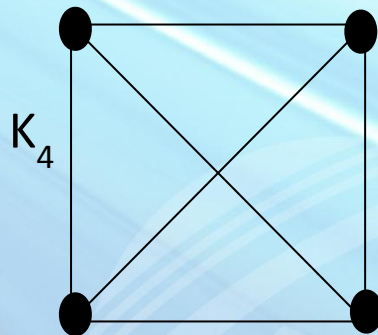
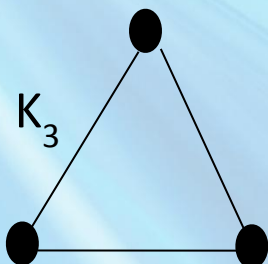


CÁC DẠNG ĐỒ THỊ

- Đồ thị LƯỠNG PHÂN: đồ thị $G = (X, E)$ được gọi là đồ thị lưỡng phân nếu tập X được chia thành hai tập X_1 và X_2 thỏa:
 - X_1 và X_2 phân hoạch;
 - Cạnh chỉ nối giữa X_1 và X_2 .
- Đồ thị LƯỠNG PHÂN ĐỦ: là đồ thị lưỡng phân đơn, vô hướng thỏa với $\forall(i, j): i \in X_1$ và $j \in X_2$ có đúng một cạnh i và j .



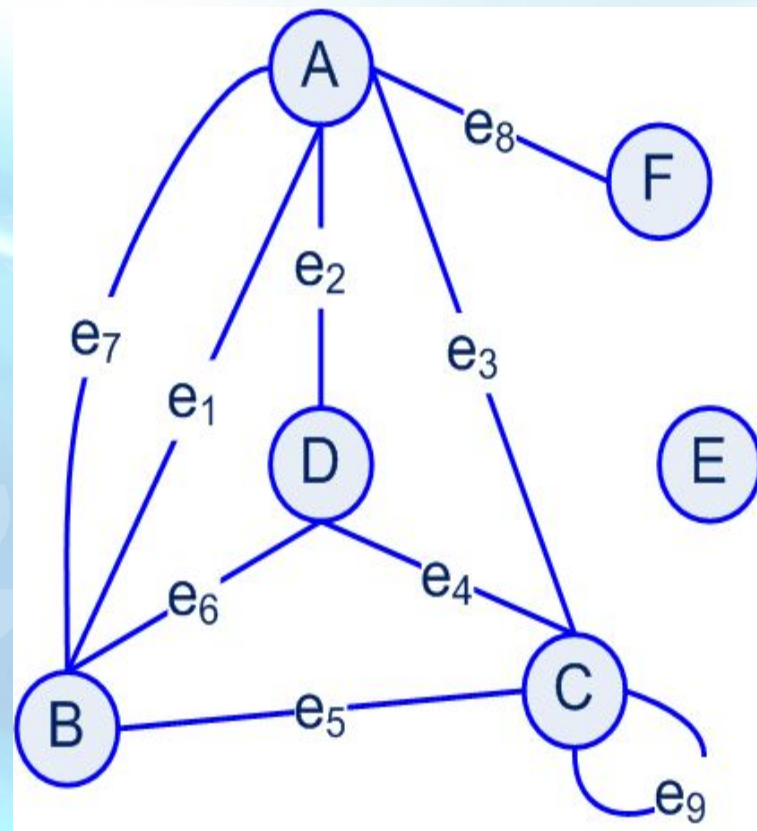
VÍ DỤ ĐỒ THỊ ĐẦY ĐỦ





BẬC CỦA ĐỈNH

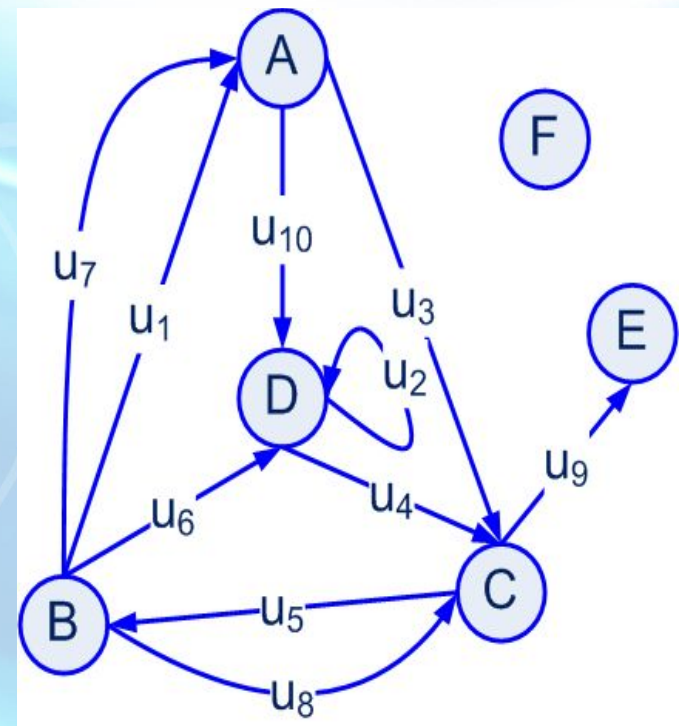
- Xét đồ thị vô hướng G
 - Bậc của đỉnh x trong đồ thị G là số các cạnh kề với đỉnh x , mỗi khuyên được tính hai lần
 - Ký hiệu: $dG(x)$ (hay $d(x)$) nếu đang xét một đồ thị nào đó.





BẬC CỦA ĐỒ THỊ

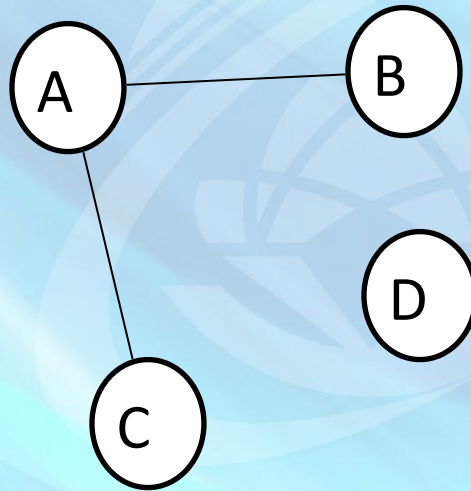
- Xét đồ thị có hướng G
 - **Nửa bậc ngoài** của đỉnh x là số các cạnh đi ra khỏi đỉnh x , ký hiệu $d^+(x)$.
 - **Nửa bậc trong** của đỉnh x là số các cạnh đi vào đỉnh x , ký hiệu $d^-(x)$.
 - **Bậc** của đỉnh x : $d(x) = d^+(x) + d^-(x)$





BẬC CỦA ĐỈNH

- Đỉnh TREO là đỉnh có bậc bằng 1.
- Đỉnh CÔ LẬP là đỉnh có bậc bằng 0.





MỐI LIÊN HỆ BẬC – SỐ CẠNH

- Định lý:

- Xét đồ thị có hướng $G = (X, U)$. Ta có:

$$\sum_{x \in X} d^+(x) = \sum_{x \in X} d^-(x) \text{ và } \sum_{x \in X} d(x) = 2|U|$$

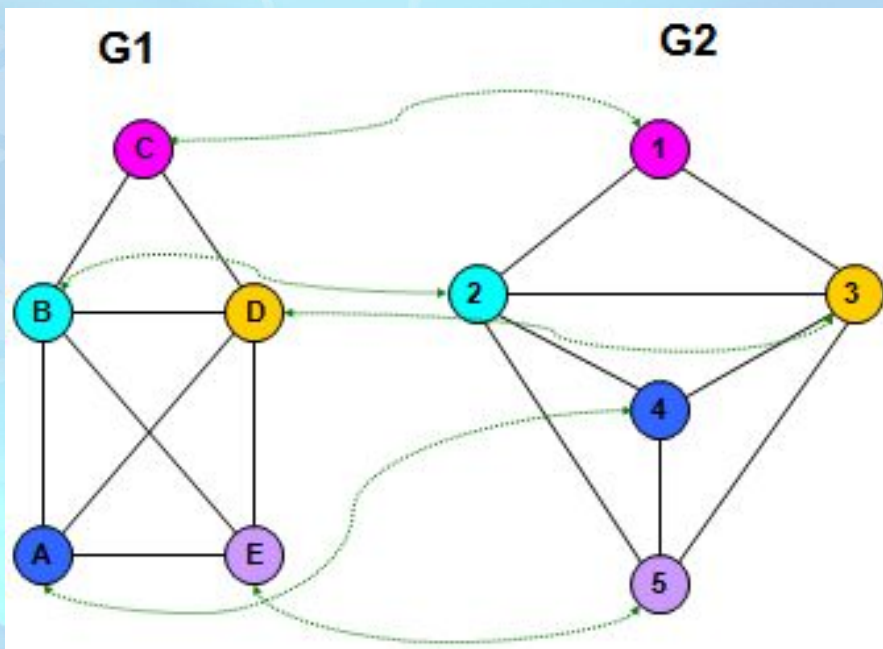
- Xét đồ thị vô hướng $G = (X, E)$. Ta có:

$$\sum_{x \in X} d(x) = 2|E|$$



ĐẲNG CẤU ĐỒ THỊ

- Hai đồ thị vô hướng $G_1 = (X_1, U_1)$ và $G_2 = (X_2, U_2)$ được gọi là đẳng cấu với nhau nếu :
 - Có cùng số đỉnh.
 - Có cùng số đỉnh bậc k , mọi k nguyên dương ≥ 0 .
 - Cùng số cạnh.
 - Cùng số thành phần.



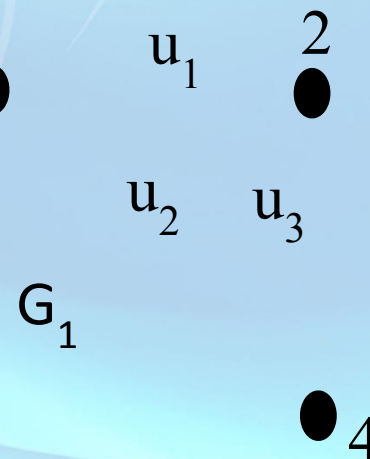
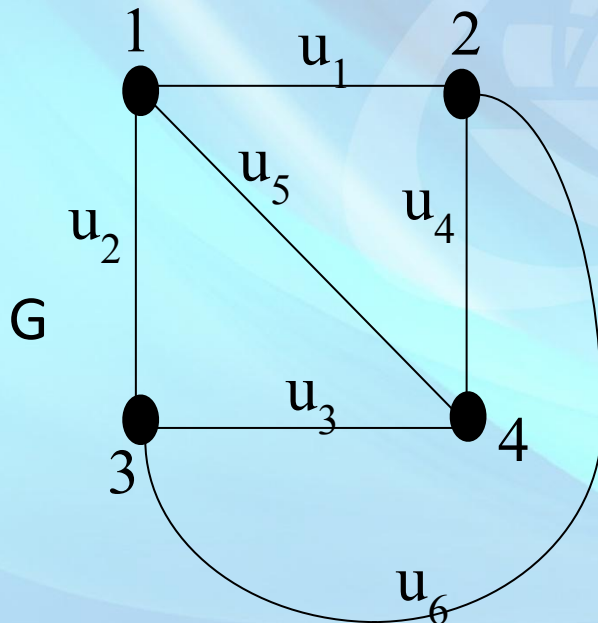


ĐỒ THỊ CON

- Xét hai đồ thị $G = (X, U)$ và $G_1 = (X_1, U_1)$. G_1 được gọi là đồ thị con của G và ký hiệu $G_1 \in G$ nếu:

- $X_1 \in X; U_1 \in U$

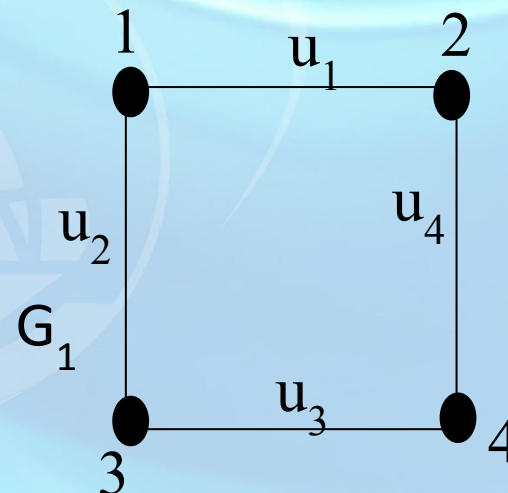
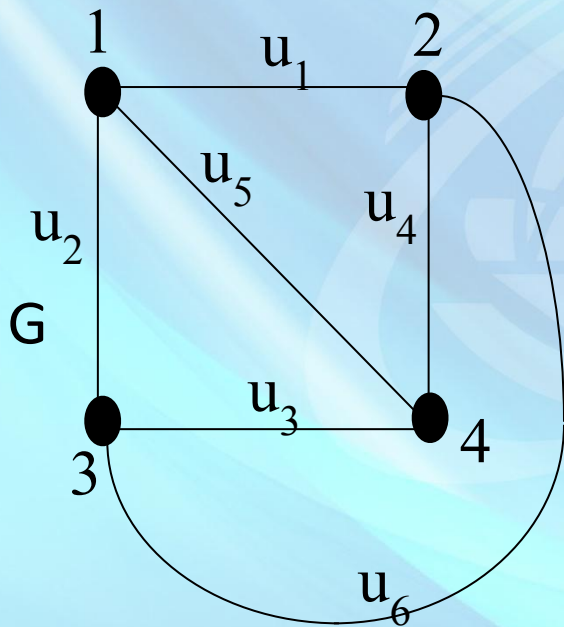
- $u = (i, j) \in U$ của G , nếu $u \in U_1$ thì $i, j \in X_1$





ĐỒ THỊ BỘ PHẬN

- Đồ thị con $G_1 = (X_1, U_1)$ của đồ thị $G = (X, U)$ được gọi là đồ thị bộ phận của G nếu $X = X_1$.





DÂY CHUYỀN, CHU TRÌNH

- Một dây chuyền trong $G = (X, U)$ là một đồ thị con $C = (V, E)$ của G với:
 - $V = \{x_1, x_2, \dots, x_M\}$
 - $E = \{u_1, u_2, \dots, u_{M-1}\}$ với $u_1 = x_1x_2, u_2 = x_2x_3, \dots, u_{M-1} = x_{M-1}x_M$; liên kết $x_i x_{i+1}$ không phân biệt thứ tự
- Khi đó, x_1 và x_M được nối với nhau bằng dây chuyền C . x_1 là đỉnh đầu và x_M là đỉnh cuối của C .
- Số cạnh của C được gọi là độ dài của C .
- Khi các cạnh hoàn toàn xác định bởi cặp đỉnh kề, dây chuyền có thể viết gọn (x_1, x_2, \dots, x_M)



DÂY CHUYỀN, CHU TRÌNH

- Dây chuyền SƠ CẤP: dây chuyền không có đỉnh lặp lại.
- CHU TRÌNH: là một dây chuyền có đỉnh đầu và đỉnh cuối trùng nhau.



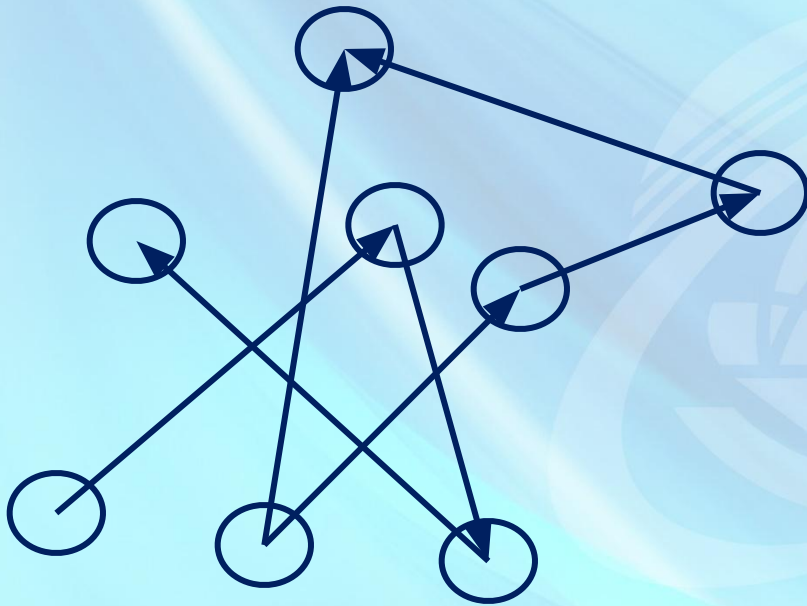
THÀNH PHẦN LIÊN THÔNG

- Một **thành phần liên thông** của một đồ thị vô hướng là một đồ thị con trong đó:
 - Giữa bất kì hai đỉnh nào đều có đường đi đến nhau, và
 - Không thể nhận thêm bất kì một đỉnh nào mà vẫn duy trì tính chất trên.

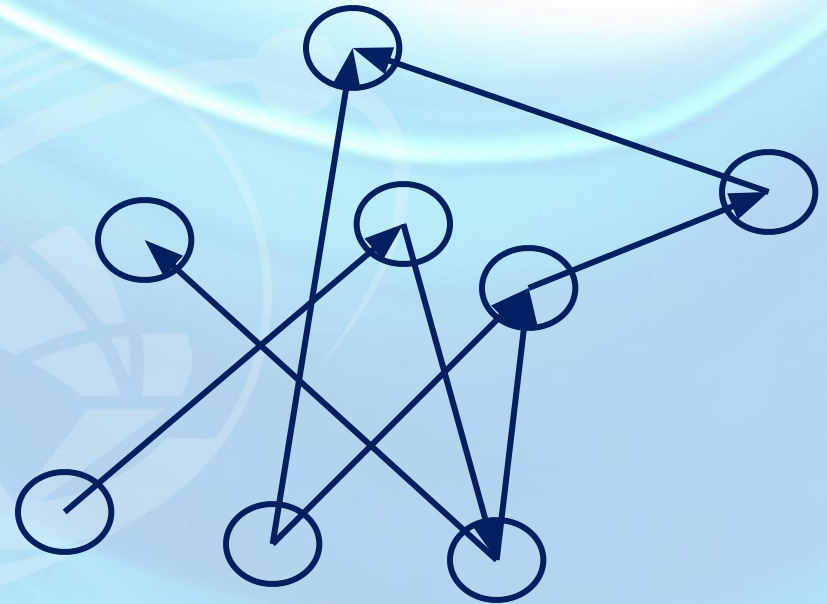


THÀNH PHẦN LIÊN THÔNG

- G gồm 2 thành phần liên thông, H là đồ thị liên thông



G



H



THÀNH PHẦN LIÊN THÔNG

Thuật toán xác định các thành phần liên thông

Input: đồ thị $G = (X, E)$, tập X gồm N đỉnh $1, 2, \dots, N$

Output: các đỉnh của G được gán nhãn là số hiệu của thành phần liên thông tương ứng

1. Khởi tạo biến $label = 0$ và gán nhãn 0 cho tất cả các đỉnh
2. Duyệt qua tất cả các đỉnh $i \in X$

Nếu nhãn của i là 0

1. $label = label + 1$
2. Gán nhãn cho tất cả các đỉnh cùng thuộc thành phần liên thông với i là $label$



THÀNH PHẦN LIÊN THÔNG

Thuật toán gán nhãn các đỉnh cùng thuộc thành phần liên thông với đỉnh i – $\text{Visit}(i, \text{label})$

Input: đồ thị $G = (X, E)$, đỉnh i , nhãn label

Output: các đỉnh cùng thuộc thành phần liên thông với i được gán nhãn label

1. Gán nhãn label cho đỉnh i
2. Duyệt qua tất cả các đỉnh $j \in X$ và có cạnh nối với i

Nếu nhãn của j là 0

$\text{Visit}(j, \text{label})$



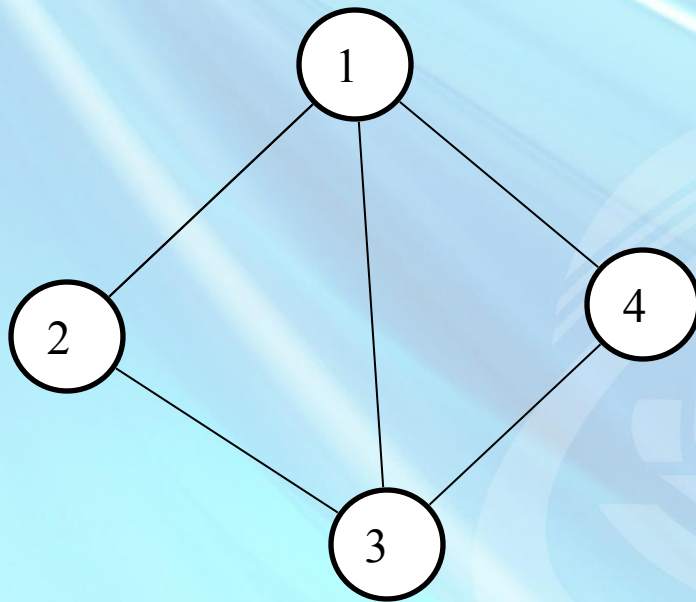
BIỂU DIỄN ĐỒ THỊ BẰNG MA TRẬN

- Ma trận KỀ:

- Xét đồ thị $G = (X, U)$, giả sử tập X gồm N đỉnh và được sắp thứ tự $X = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$, tập U gồm M cạnh và được sắp thứ tự $U = \{u_1, u_2, \dots, u_M\}$.
- Ma trận kề của đồ thị G , ký hiệu $B(G)$, là một ma trận nhị phân cấp $N \times N$: $B = (B_{ij})$ với B_{ij} được định nghĩa:
 - $B_{ij} = 1$ nếu có cạnh nối x_i tới x_j ,
 - $B_{ij} = 0$ trong trường hợp ngược lại.



BIỂU DIỄN ĐỒ THỊ BẰNG MA TRẬN KỀ



G

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

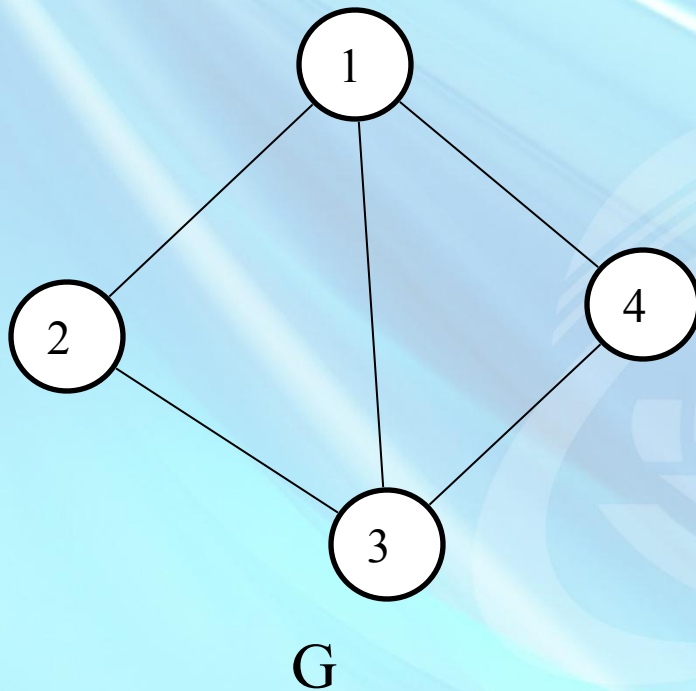


BIỂU DIỄN ĐỒ THỊ BẰNG MA TRẬN

- Ma trận của đồ thị vô hướng:
 - Xét đồ thị $G = (X, U)$ vô hướng, giả sử tập X gồm N đỉnh và được sắp thứ tự $X = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$, tập U gồm M cạnh và được sắp thứ tự $U = \{u_1, u_2, \dots, u_M\}$.
 - Ma trận của G , ký hiệu $A(G)$, là ma trận nhị phân $N \times M$: $A = (A_{ij})$ với A_{ij} được định nghĩa:
 - $A_{ij} = 1$ nếu đỉnh x_i kề với cạnh u_j ,
 - $A_{ij} = 0$ nếu ngược lại.



BIỂU DIỄN ĐỒ THỊ BẰNG MA TRẬN KỀ



$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$



BIỂU DIỄN ĐỒ THỊ BẰNG MA TRẬN TRỌNG SỐ

