$$p(n) = an^k + \mathrm{b}\, n^{k-1} + \ldots + cn^0 \qquad es\ o(n^k)?$$

utilizamos la definicion de big-Oh: $p(n) \leq c * O(n^k), n \geq n_0$

Comparo cada uno de los términos de p(n) con orden que quiero demostrar

$$p(n) = an^k + \mathrm{b}\, n^{k-1} + \ldots + cn^0$$

an^k

Analizo primero el termino exponencial: $n^k \leq n^k$

Defino que la constante c debe ser a para verificar la desigualdad

$$an^k \leq an^k$$

La a del lado derecho la nombré c1 $$an^k \leq n^k \underbrace{\mathrm{a}}_{c1}$$

Me queda así… $$an^k \leq n^k \mathrm{c1}$$

Para c1= a y n_0 =1 se cumple la desigualdad!

Realizo el mismo procedimiento con el resto de los términos:

2do término : bn^{k-1}

bn^{k-1}<= bn^k

$$bn^{k-1} <= \underbrace{b}_{C2}n^{k}$$

$$\mathrm{b}n^{k-1} <= n^{k}\mathrm{c2}$$

C2=b, pero n_0?

$$\frac{bn^{k-1}}{n^{k}} <= \mathrm{c2}$$

$$bn^{-1} <= c2 \quad \Rightarrow \quad n \neq 0$$

C2=b, $n_0 = 1,$ se cumple la desigualdad

Para el resto de los términos seria lo mismo y se cumpliría que son $\leq n^k$cte

Ultimo termino : cn^0

$$n^0 \leq n^k$$

$$cn^0 \leq \underbrace{c}_{c3}n^k$$

$$cn^0 \leq c3n^k$$

$$\frac{c}{n^k} \leq \text{c3} \quad \Longrightarrow \quad n \neq 0$$

Se cumple la desigualdad para c3=c y n_0=1

Listo, pero ahora tengo que llegar a la definición

Sumo las desigualdades

$$\underbrace{an^k + bn^{k-1} + \ldots + cn^0}_{T(N)} \leq c1n^k + c2n^k + \cdots + c3n^k$$

$$T(n) \leq c1n^k + c2n^k + \cdots + c3n^k$$

$$T(n) \leq n^k \underbrace{(c1+c2+\cdots+c3)}_{CT}$$

$t(n) \leq n^k * ct, con\ ct = c1 + c2+..+c3, n \geq n_0, n_0$=1

$p(n) \leq ct * O(n^k), n \geq n_0$

Llegue a la definición ∴ queda demostrado que su O(n^k)