



# Algoritmos y Estructuras de Datos

Cursada 2020

Redictado

*Prof. Alejandra Schiavoni ([ales@info.unlp.edu.ar](mailto:ales@info.unlp.edu.ar))*

*Prof. Catalina Mostaccio ([catty@lifa.info.unlp.edu.ar](mailto:catty@lifa.info.unlp.edu.ar))*

*Prof. Claudia Queiruga ([claudiaq@info.unlp.edu.ar](mailto:claudiaq@info.unlp.edu.ar))*

*Prof. Pablo Iuliano ([piuliano@info.unlp.edu.ar](mailto:piuliano@info.unlp.edu.ar))*

# Repaso de Recursión

# Repaso de Recursión

- Se dice que un objeto es recursivo cuando forma parte de sí mismo, es decir puede definirse en términos de sí mismo.
- En programación, la recursividad es la propiedad que tienen los Algoritmos de llamarse a sí mismos para resolver un problema.

# Repaso de Recursión

## ➤ Ejemplos de definiciones recursivas:

- Factorial de un número

$$0! = 1$$

$$\text{Si } n > 0, n! = n * (n-1)!$$

- Potencia de un número

$$x^0 = 1$$

$$\text{Si } y > 0, x^y = x * x^{y-1}$$

- Estructuras de datos

Árboles

# Repaso de Recursión

## ➤ Ejemplos de soluciones recursivas:

- Buscar un elemento en un arreglo
- Ordenar un arreglo de elementos
- Recorrer un árbol

# Repaso de Recursión

## ➤ Soluciones recursivas:

- División sucesiva del problema original en problemas más pequeños del mismo tipo
- Se van resolviendo estos problemas más sencillos
- Con las soluciones de éstos se construyen las soluciones de los problemas más complejos

# Repaso de Recursión

## ➤ Ejemplo:

Programar un algoritmo recursivo que permita invertir un número

```
int invertir (int n)
{
    if (n < 10)      //caso base
        System.out.print(n);
    else
        System.out.print(n mod 10); // el resto de la división entera
        invertir (n div 10);
}
```

# Repaso de Recursión

## ➤ Ejecución:

Entrada: 123

```
int invertir (int n)
{
    if (n < 10)      //caso base
        System.out.print(n);
    else
        System.out.print(n mod 10); // el resto
        de la división entera
        invertir (n div 10);
}
```

Salida:



# Repaso de Recursión

## ➤ Ejecución:

Entrada: 123

```
int invertir (int n)
{
    if (n < 10)      //caso base
        System.out.print(n);
    else
        System.out.print(n mod 10); // el resto
        de la división entera
        invertir (n div 10);
}
```

<b>invertir (123)</b>
n = 123
print (3)
invertir (12)

Salida: 3

# Repaso de Recursión

## ➤ Ejecución:

Entrada: 123

```
int invertir (int n)
{
    if (n < 10)      //caso base
        System.out.print(n);
    else
        System.out.print(n mod 10); // el resto
        de la división entera
        invertir (n div 10);
}
```

<b>invertir (123)</b>	<b>invertir (12)</b>
n = 123	n = 12
print (3)	print (2)
invertir (12)	invertir (1)
	<b>invertir (123)</b>
	n = 123
	print (3)
	invertir (12)

Salida: 3 2

# Repaso de Recursión

## ➤ Ejecución:

Entrada: 123

invertir (123)
n = 123 print (3) invertir (12)

invertir (12)
n = 12 print (2) invertir (1)
invertir (123)
n = 123 print (3) invertir (12)

invertir (1)
n = 1 print (1)
invertir (12)
n = 12 print (2) invertir (1)
invertir (123)
n = 123 print (3) invertir (12)

Salida: 3 2 1

```
int invertir (int n)
```

```
{
  if (n < 10) //caso base
    System.out.print(n);
  else
    System.out.print(n mod 10); // el resto
    de la división entera
    invertir (n div 10);
}
```

# Repaso de Recursión

## ➤ Ejecución:

Entrada: 123

<b>invertir (123)</b>
n = 123 print (3) invertir (12)

<b>invertir (12)</b>
n = 12 print (2) invertir (1)
<b>invertir (123)</b>
n = 123 print (3) invertir (12)

<b>invertir (1)</b>
n = 1 print (1)
<b>invertir (12)</b>
n = 12 print (2) invertir (1)
<b>invertir (123)</b>
n = 123 print (3) invertir (12)

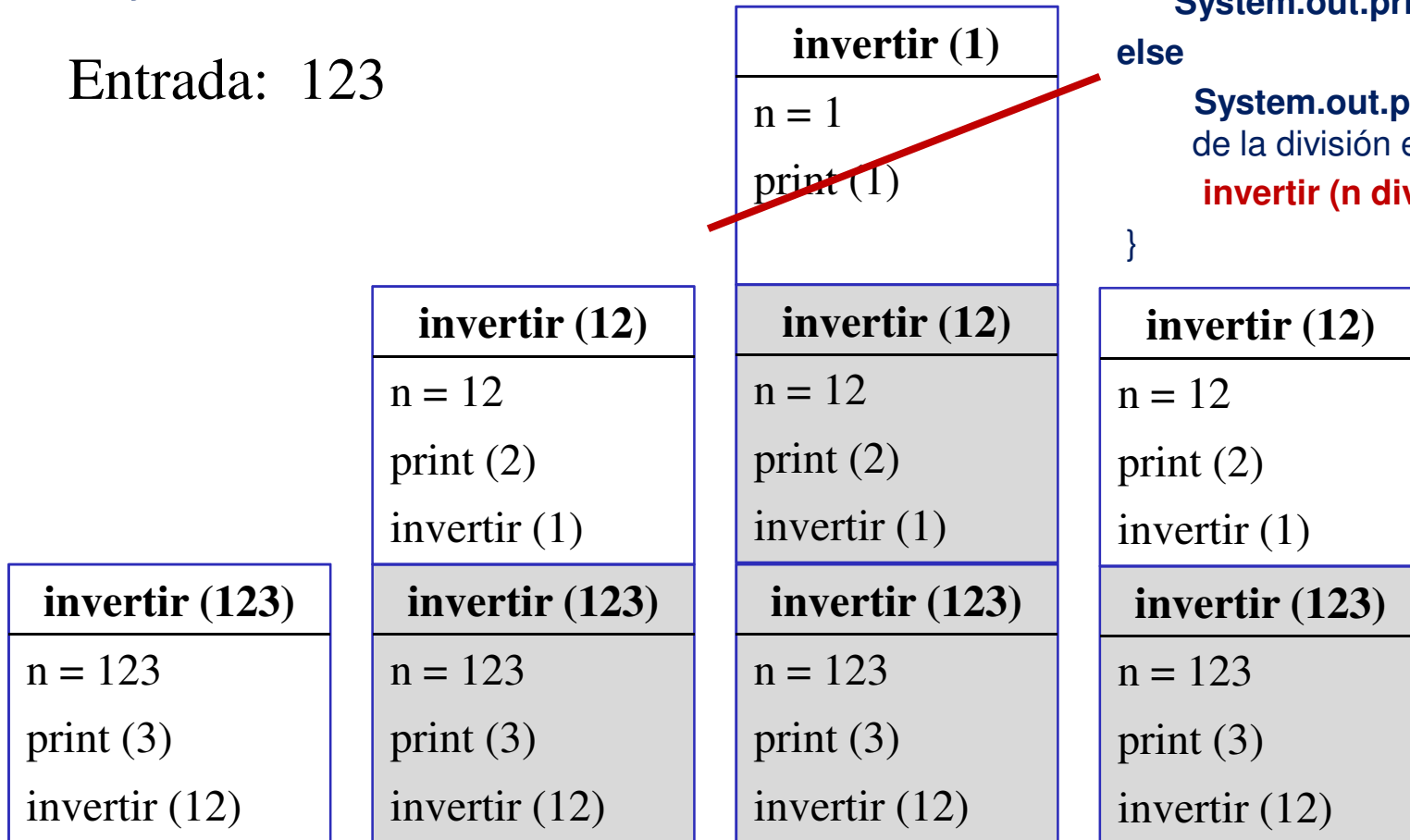
Salida: 3 2 1

```
int invertir (int n)
{
    if (n < 10)        //caso base
        System.out.print(n);
    else
        System.out.print(n mod 10); // el resto
        de la división entera
        invertir (n div 10);
}
```

# Repaso de Recursión

## ➤ Ejecución:

Entrada: 123



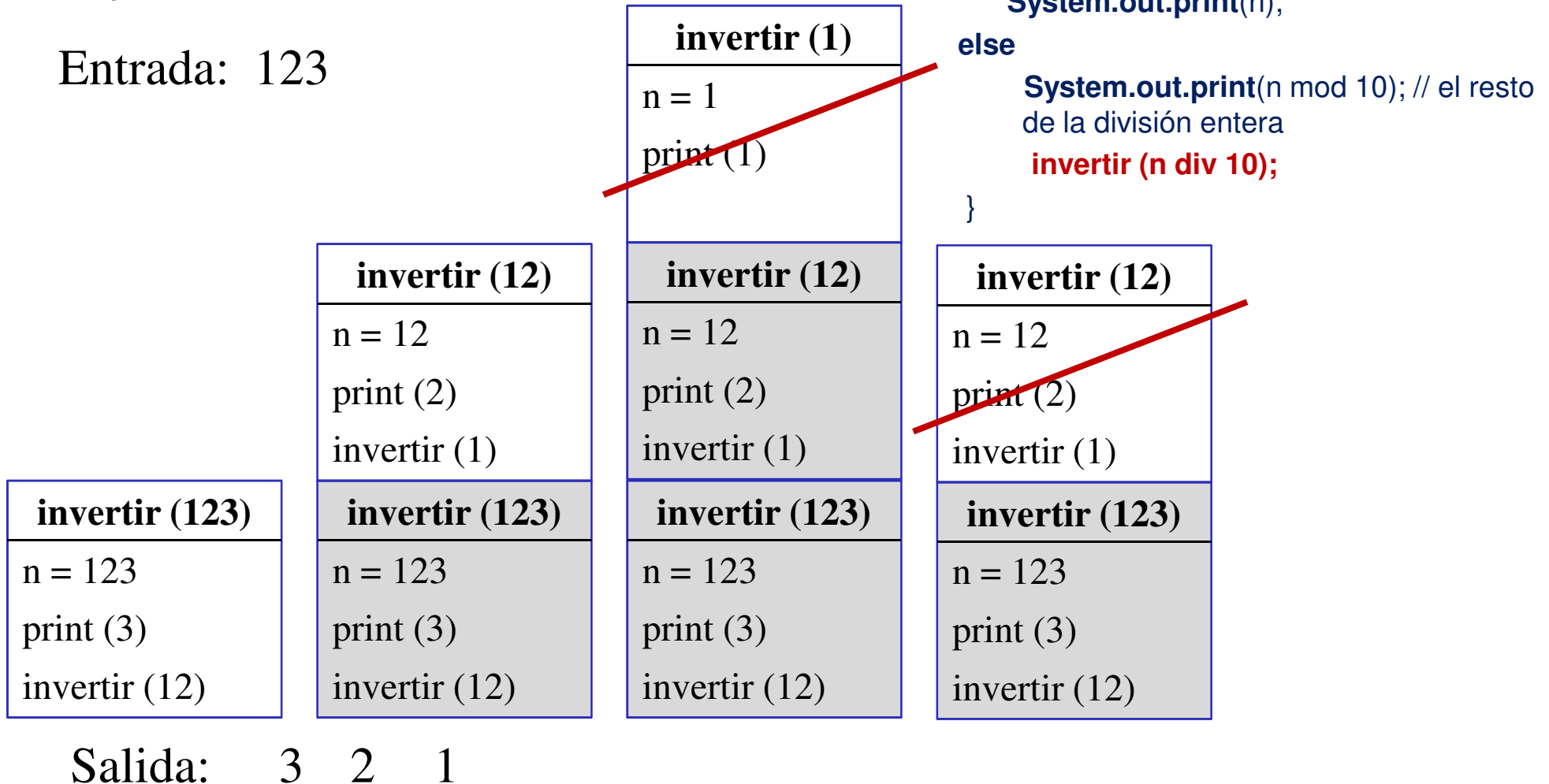
Salida: 3 2 1

```
int invertir (int n)
{
    if (n < 10)           //caso base
        System.out.print(n);
    else
        System.out.print(n mod 10); // el resto
        de la división entera
        invertir (n div 10);
}
```

# Repaso de Recursión

## ➤ Ejecución:

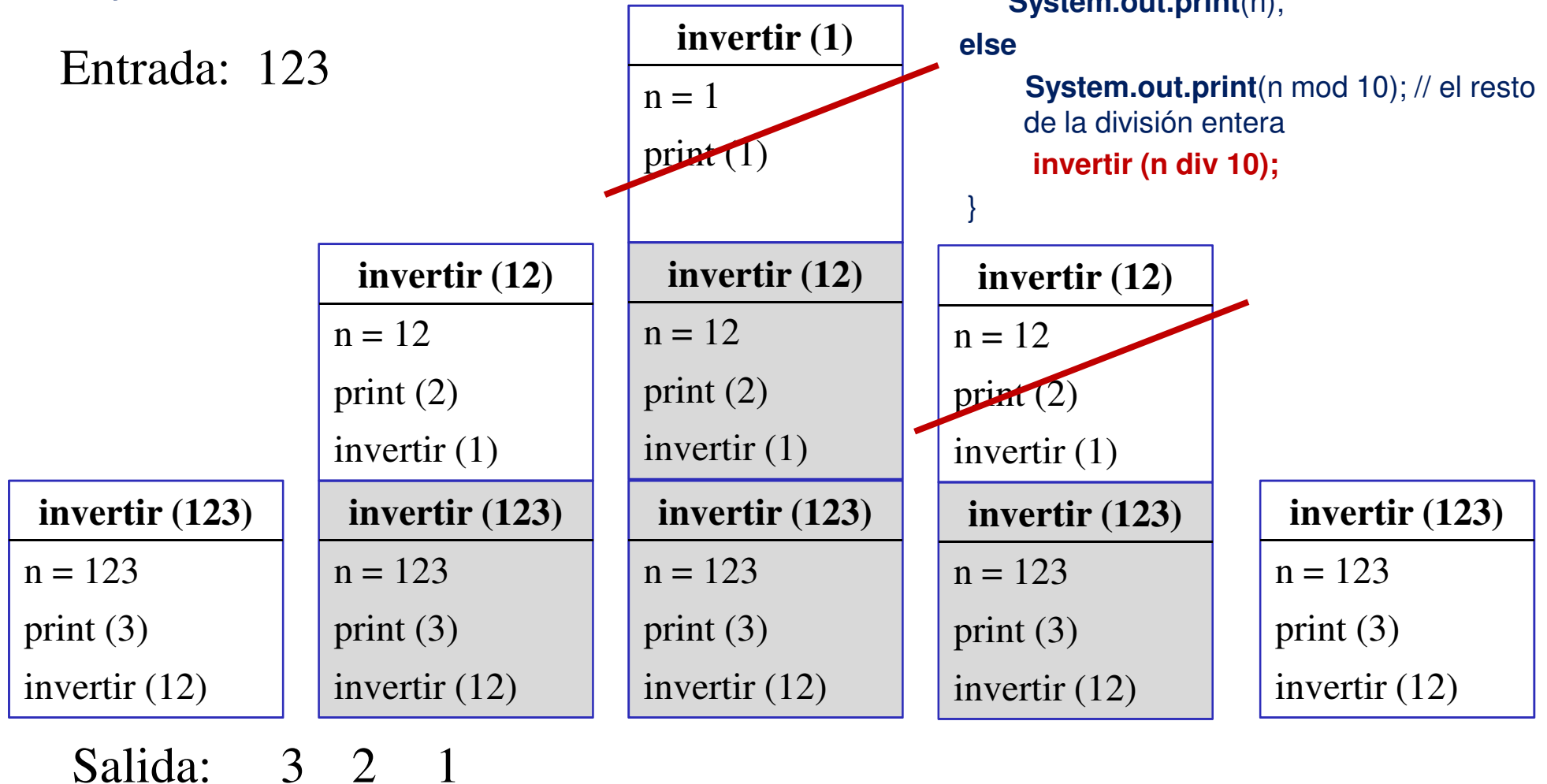
Entrada: 123



# Repaso de Recursión

## ➤ Ejecución:

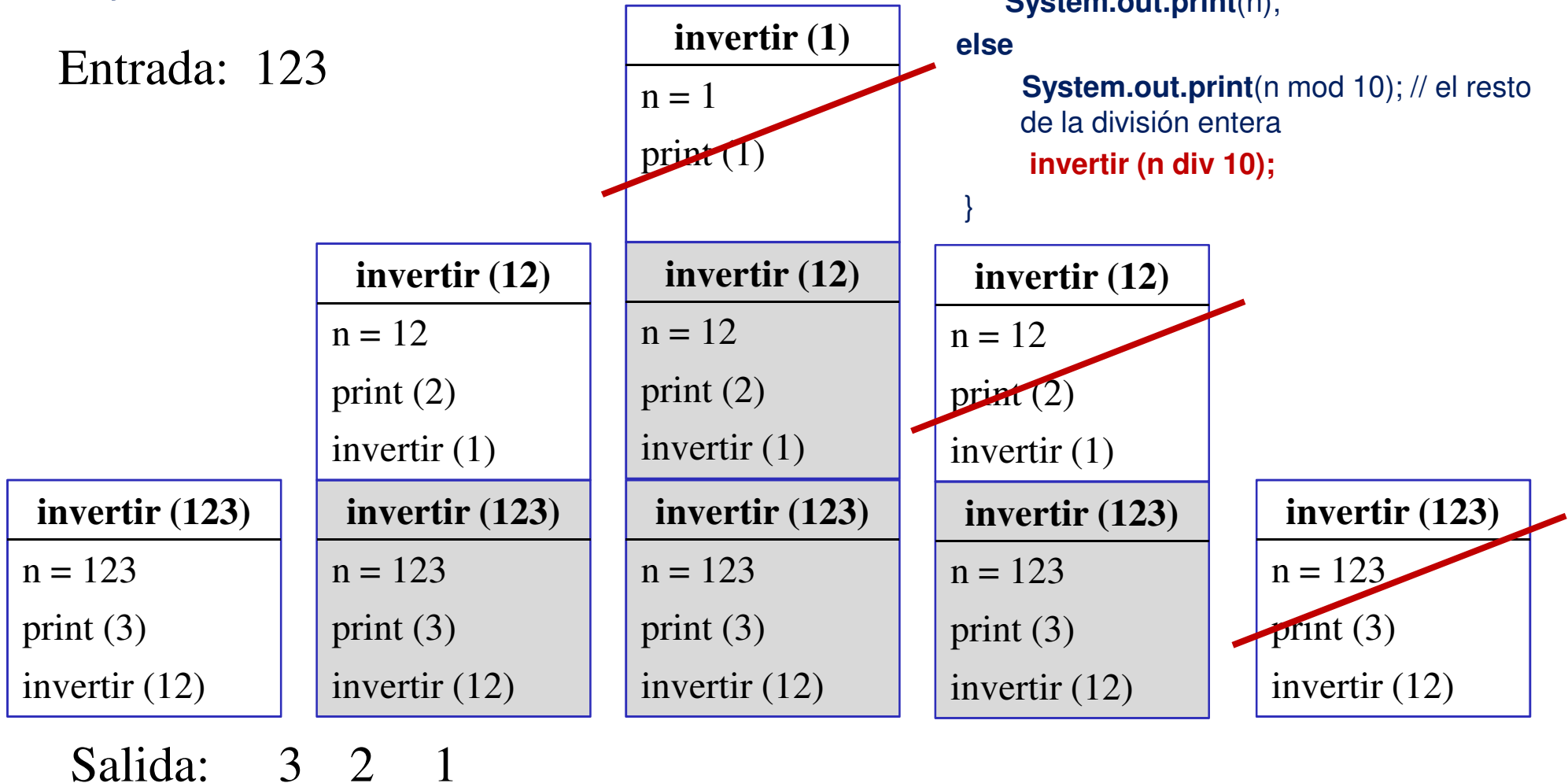
Entrada: 123



# Repaso de Recursión

## ➤ Ejecución:

Entrada: 123





# Repaso de Recursión

## ➤ Ejemplo 2: Algoritmo de ordenación **MergeSort**

La estrategia del algoritmo consiste en dividir el vector en 2 partes (sub-vectores), ordenarlos y luego hacer un Merge de estos sub-vectores ya ordenados. Cada uno de esos sub-vectores se ordenan aplicando la misma estrategia, hasta tanto el vector contenga sólo un dato y en ese caso se lo devuelve (el sub-vector está ordenado).

Características **recursivas** del algoritmo

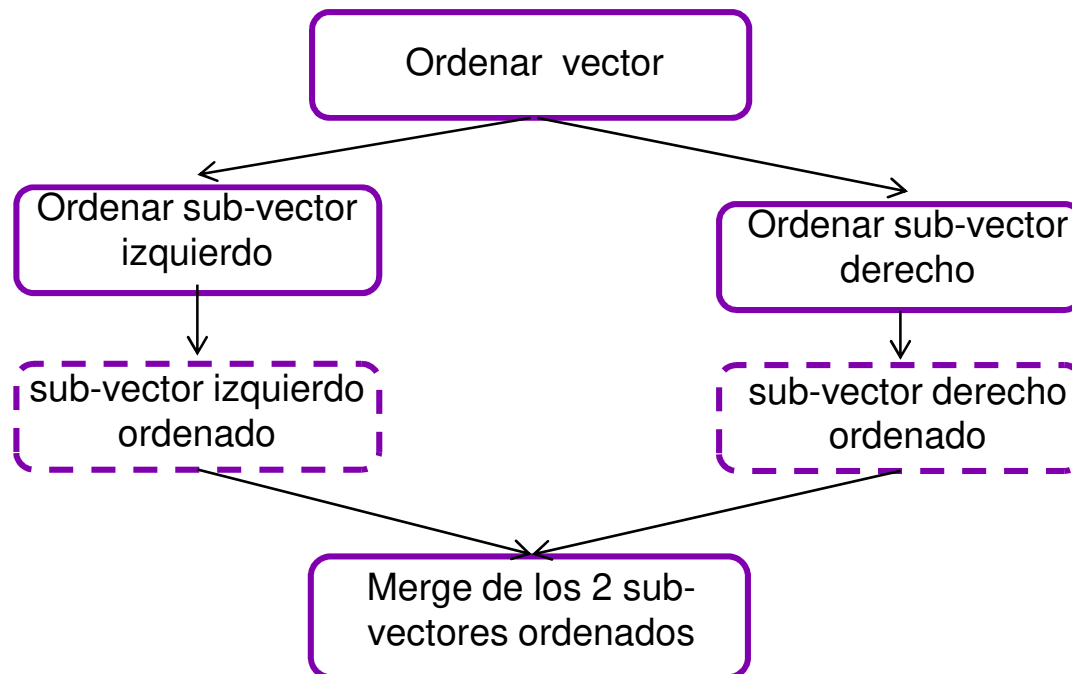
- ✓ Se resuelven 2 sub-problemas más pequeños
- ✓ Se combinan los resultados de cada solución
- ✓ Se cuenta con un caso base.

# Repaso de Recursión

## ➤ Ejemplo 2: Algoritmo de ordenación *MergeSort*

La estrategia del algoritmo consiste en dividir el vector en 2 partes (sub-vectores), ordenarlos y luego hacer un Merge de estos sub-vectores ya ordenados. Cada uno de esos sub-vectores se ordenan aplicando la misma estrategia, hasta tanto el vector contenga sólo un dato y en ese caso se lo devuelve (el sub-vector está ordenado).

Gráficamente:

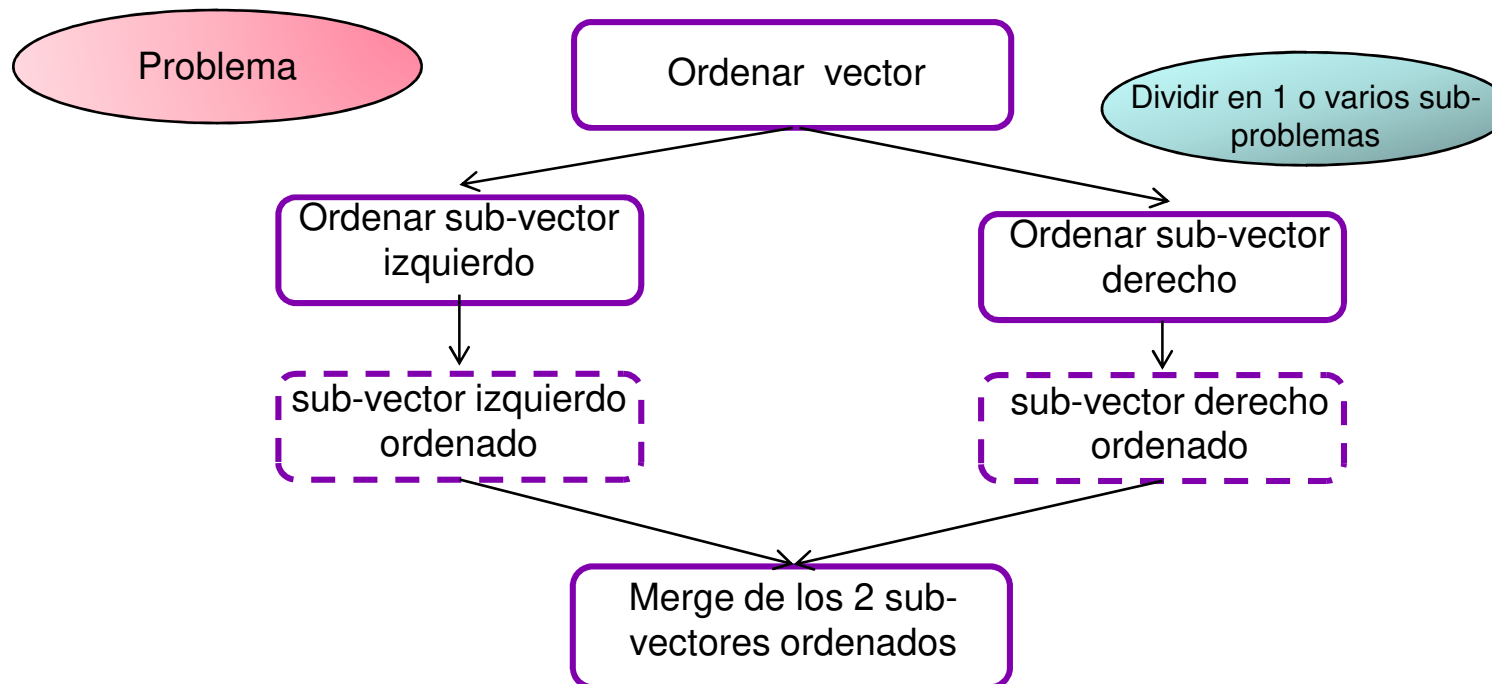


# Repaso de Recursión

## ➤ Ejemplo 2: Algoritmo de ordenación *MergeSort*

La estrategia del algoritmo consiste en dividir el vector en 2 partes (sub-vectores), ordenarlos y luego hacer un Merge de estos sub-vectores ya ordenados. Cada uno de esos sub-vectores se ordenan aplicando la misma estrategia, hasta tanto el vector contenga sólo un dato y en ese caso se lo devuelve (el sub-vector está ordenado).

Gráficamente:

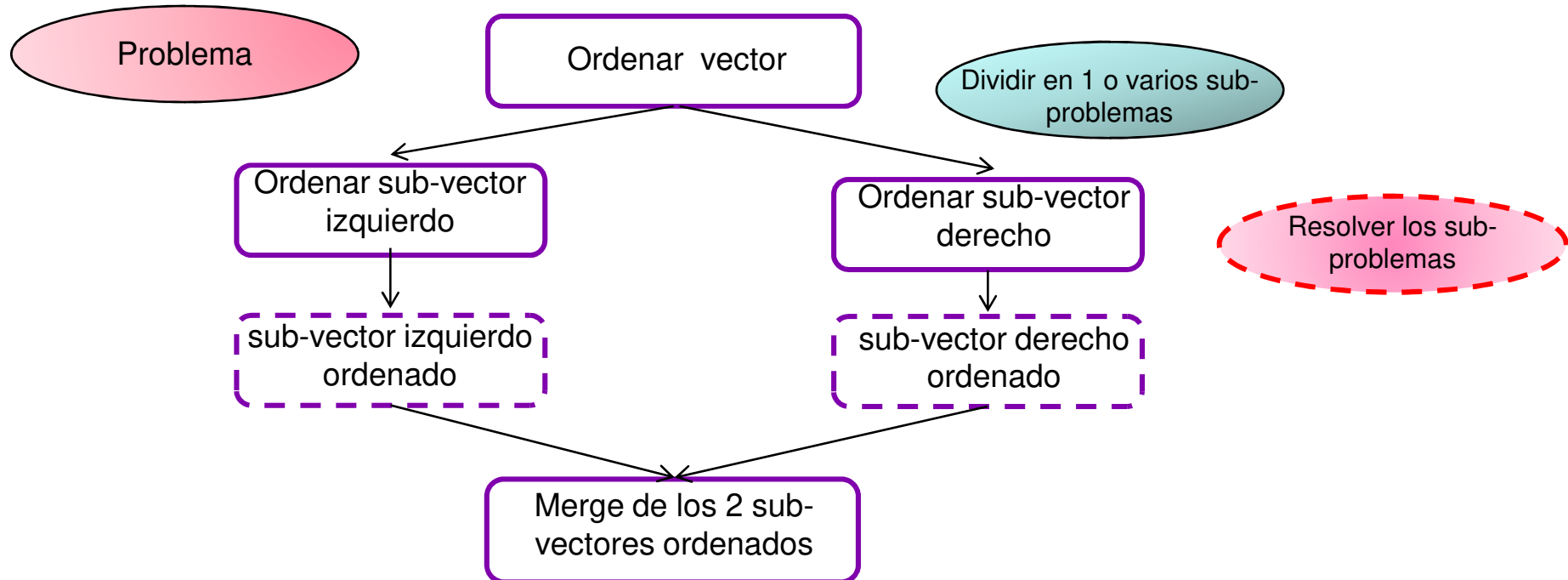


# Repaso de Recursión

## ➤ Ejemplo 2: Algoritmo de ordenación *MergeSort*

La estrategia del algoritmo consiste en dividir el vector en 2 partes (sub-vectores), ordenarlos y luego hacer un Merge de estos sub-vectores ya ordenados. Cada uno de esos sub-vectores se ordenan aplicando la misma estrategia, hasta tanto el vector contenga sólo un dato y en ese caso se lo devuelve (el sub-vector está ordenado).

Gráficamente:

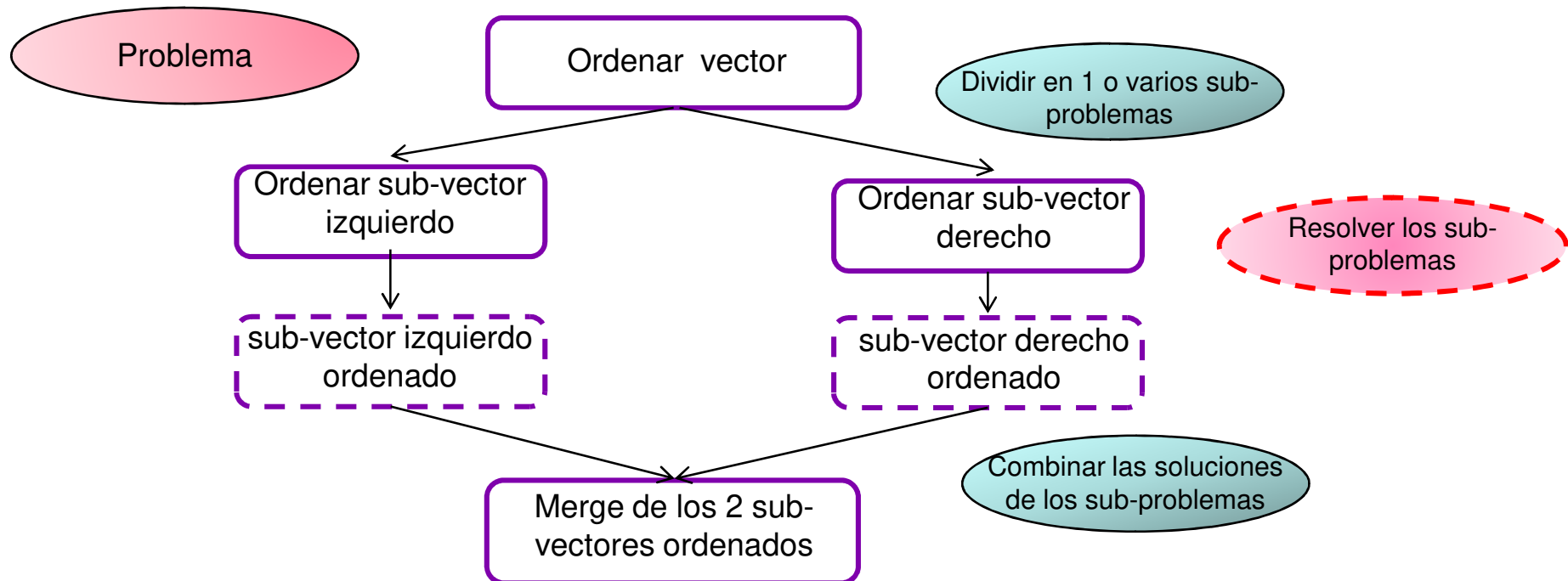


# Repaso de Recursión

## ➤ Ejemplo 2: Algoritmo de ordenación *MergeSort*

La estrategia del algoritmo consiste en dividir el vector en 2 partes (sub-vectores), ordenarlos y luego hacer un Merge de estos sub-vectores ya ordenados. Cada uno de esos sub-vectores se ordenan aplicando la misma estrategia, hasta tanto el vector contenga sólo un dato y en ese caso se lo devuelve (el sub-vector está ordenado).

Gráficamente:

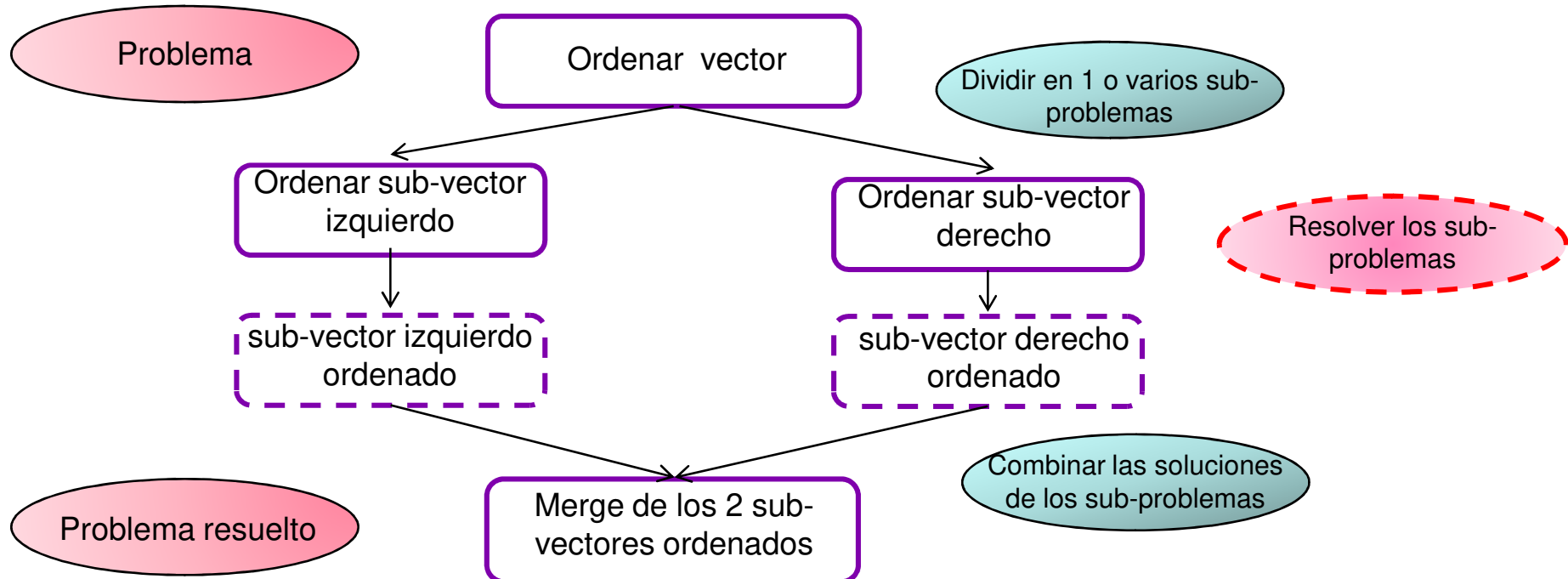


# Repaso de Recursión

## ➤ Ejemplo 2: Algoritmo de ordenación *MergeSort*

La estrategia del algoritmo consiste en dividir el vector en 2 partes (sub-vectores), ordenarlos y luego hacer un Merge de estos sub-vectores ya ordenados. Cada uno de esos sub-vectores se ordenan aplicando la misma estrategia, hasta tanto el vector contenga sólo un dato y en ese caso se lo devuelve (el sub-vector está ordenado).

Gráficamente:

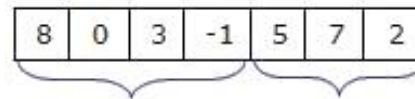


# Repaso de Recursión

## Ejemplo 2: Estrategia

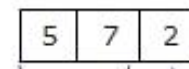
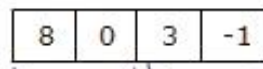
Ordenar un arreglo con  $n$  elementos

**mergesort(a, 0, 6)**



Ordenar la 1er mitad del arreglo  
 $n/2$  elementos

**mergesort(a, 0, 3)**

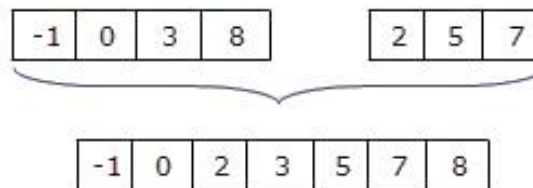


Ordenar la 2da mitad del arreglo  
 $n/2$  elementos

**mergesort(a, 4, 6)**

Mezclar ambas mitades ya ordenadas

**merge(a, 0, 3, 6)**



En cada paso intermedio se aplica la misma estrategia

# Repaso de Recursión

Ejemplo 2:

```
public static void mergesort (int a[],int izq, int der) {
```

```
(a)     if ( izq<der ) {  
(b)         int m = (izq+der)/2;  
(c)         mergesort (a,izq, m);  
(d)         mergesort (a,m+1, der);  
(e)         merge (a, izq, m, der)  
        }  
    }
```



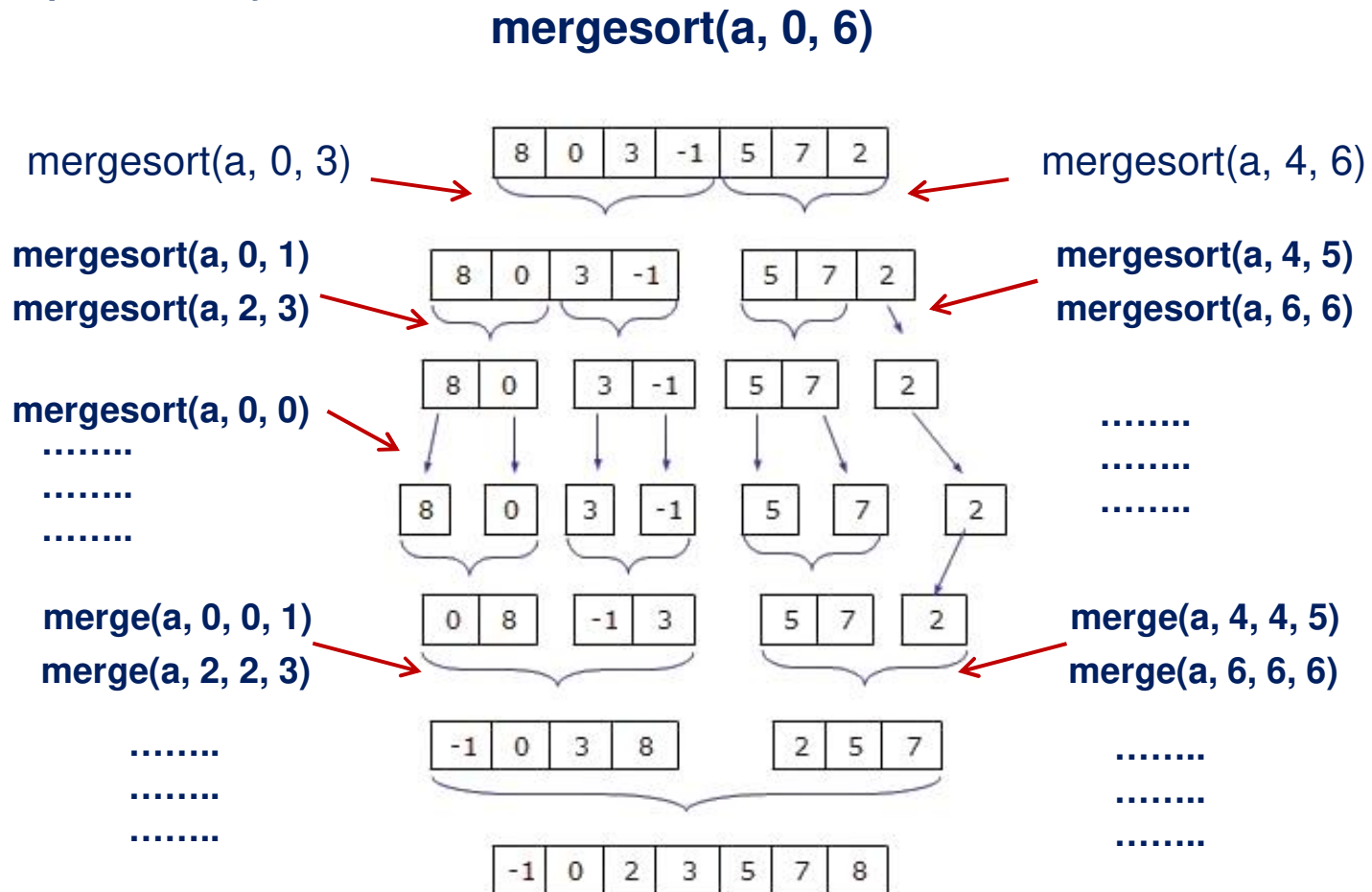
# Repaso de Recursión

Ejemplo 2 (cont.) :

```
public static void merge ( int a[], int izq, int m, int der) {  
    int i, j, k;  
    int [] b = new int [a.length];    //array auxiliar  
    for ( i=izq; i<=der; i++ )        //copia ambas mitades en el array auxiliar  
        b[i]=a[i];  
    i=izq; j=m+1; k=izq;  
    while (i<=m && j<=der) { //copia el siguiente elemento más grande  
        if (b[i]<=b[j])  
            a[k++]=b[i++];  
        else  
            a[k++]=b[j++];  
    }  
    while (i<=m)                //copia los elementos que quedan de la  
        a[k++]=b[i++];          //primera mitad (si los hay)  
}
```

# Repaso de Recursión

## Ejemplo 2: Ejecución



# Repaso de Recursión

## Ejemplo 2: Ejecución

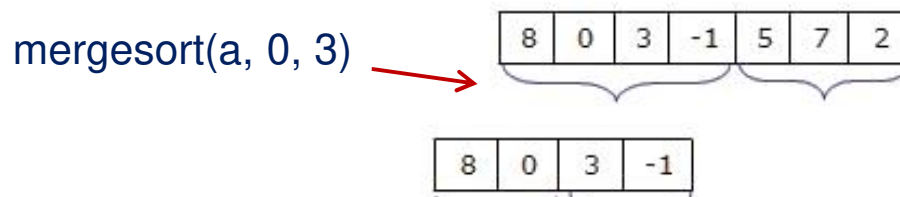
**mergesort(a, 0, 6)**

8	0	3	-1	5	7	2
---	---	---	----	---	---	---

# Repaso de Recursión

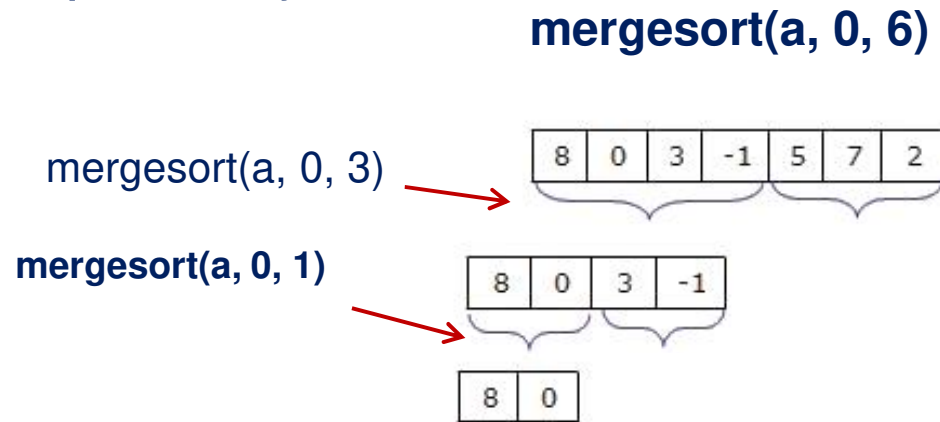
## Ejemplo 2: Ejecución

**mergesort(a, 0, 6)**



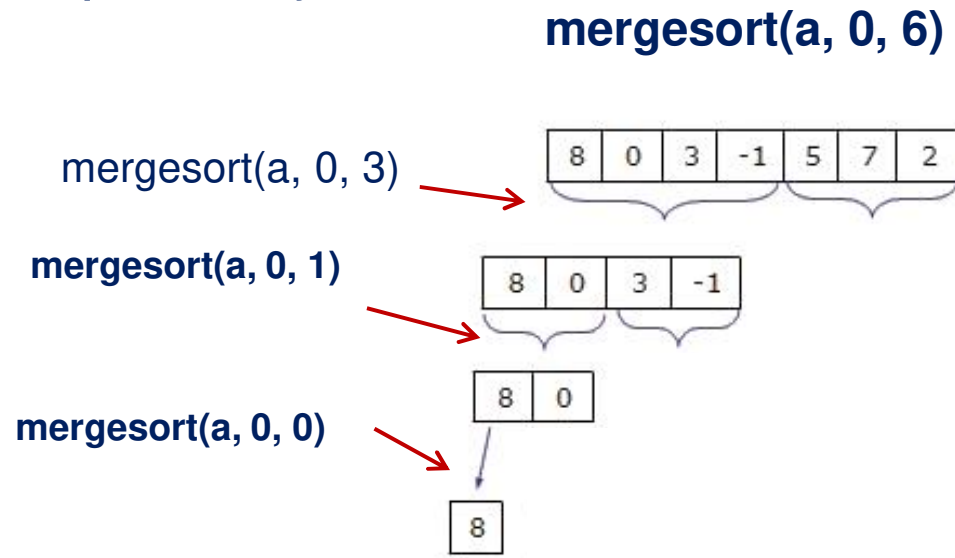
# Repaso de Recursión

## Ejemplo 2: Ejecución



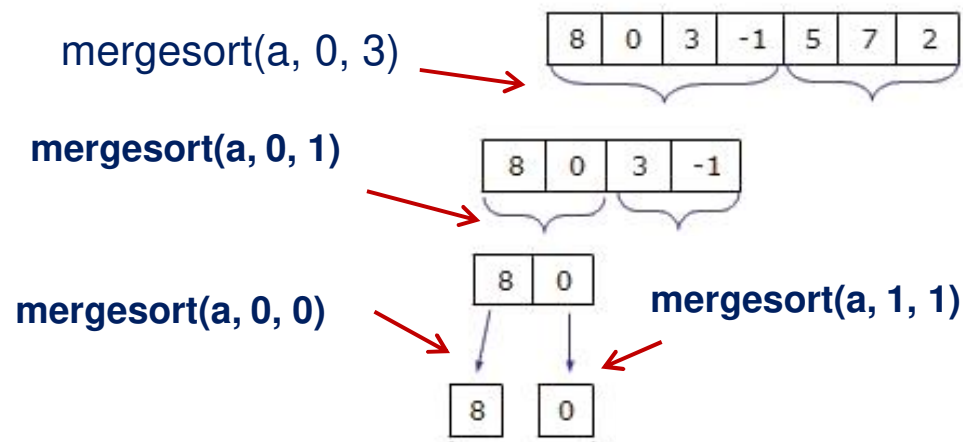
# Repaso de Recursión

## Ejemplo 2: Ejecución



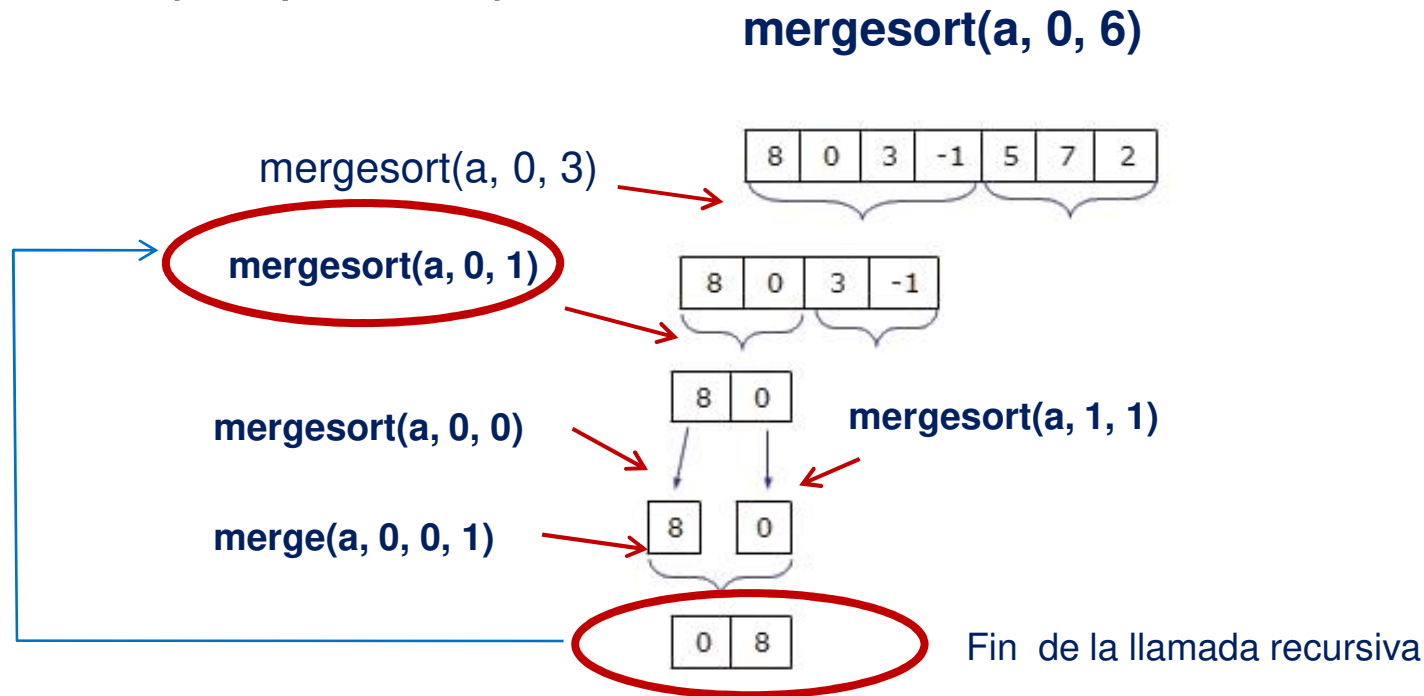
# Repaso de Recursión

## Ejemplo 2: Ejecución

**mergesort(a, 0, 6)**

# Repaso de Recursión

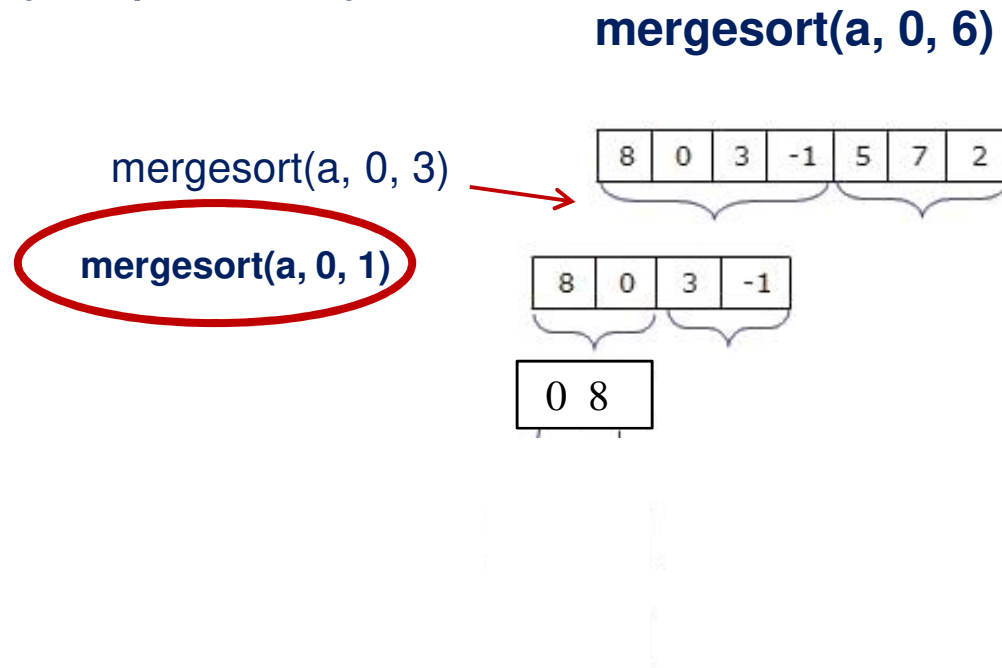
## Ejemplo 2: Ejecución





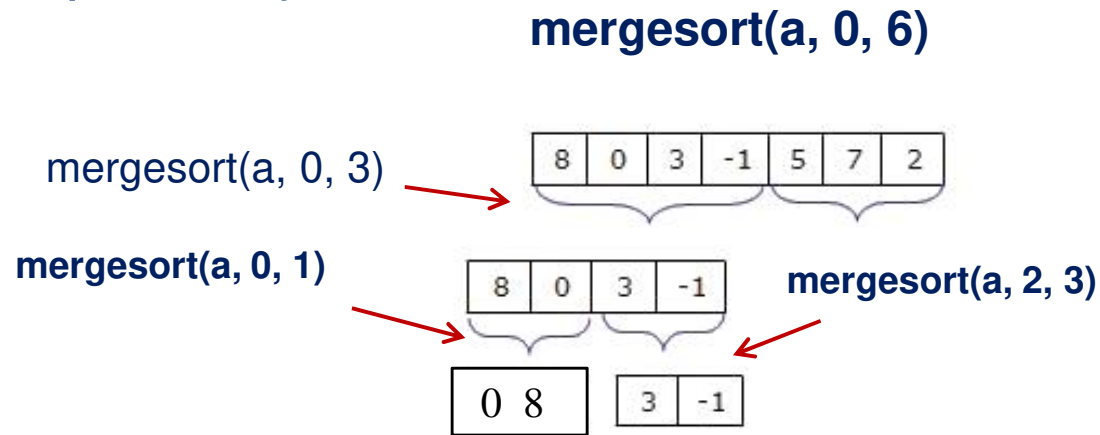
# Repaso de Recursión

## Ejemplo 2: Ejecución



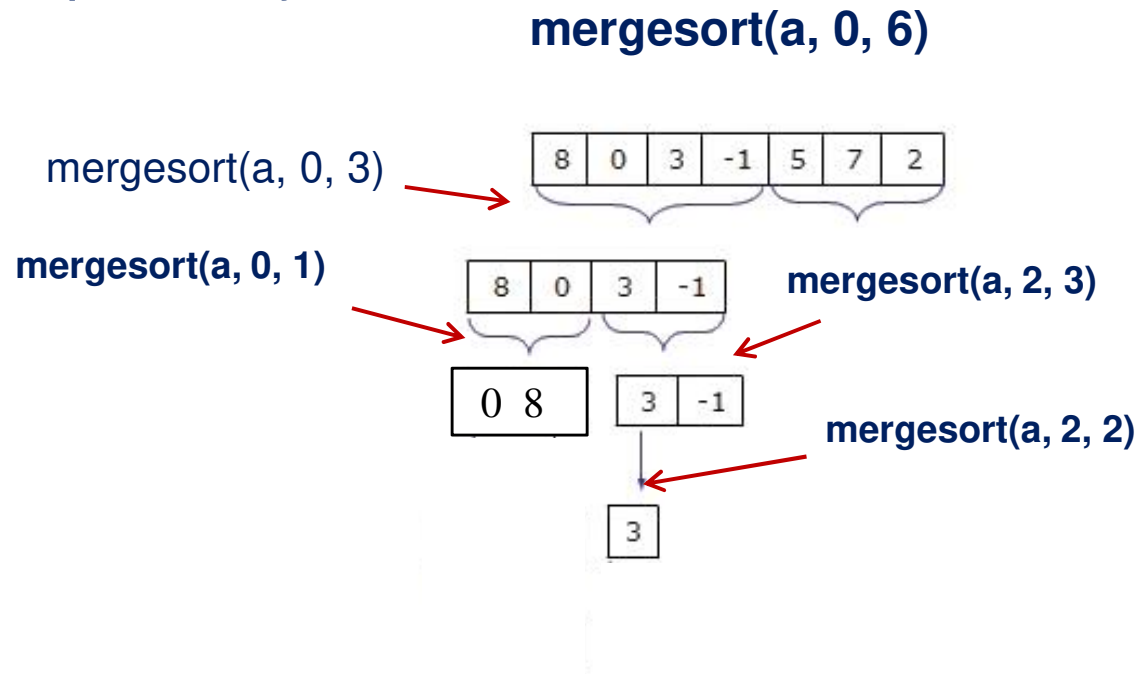
# Repaso de Recursión

## Ejemplo 2: Ejecución



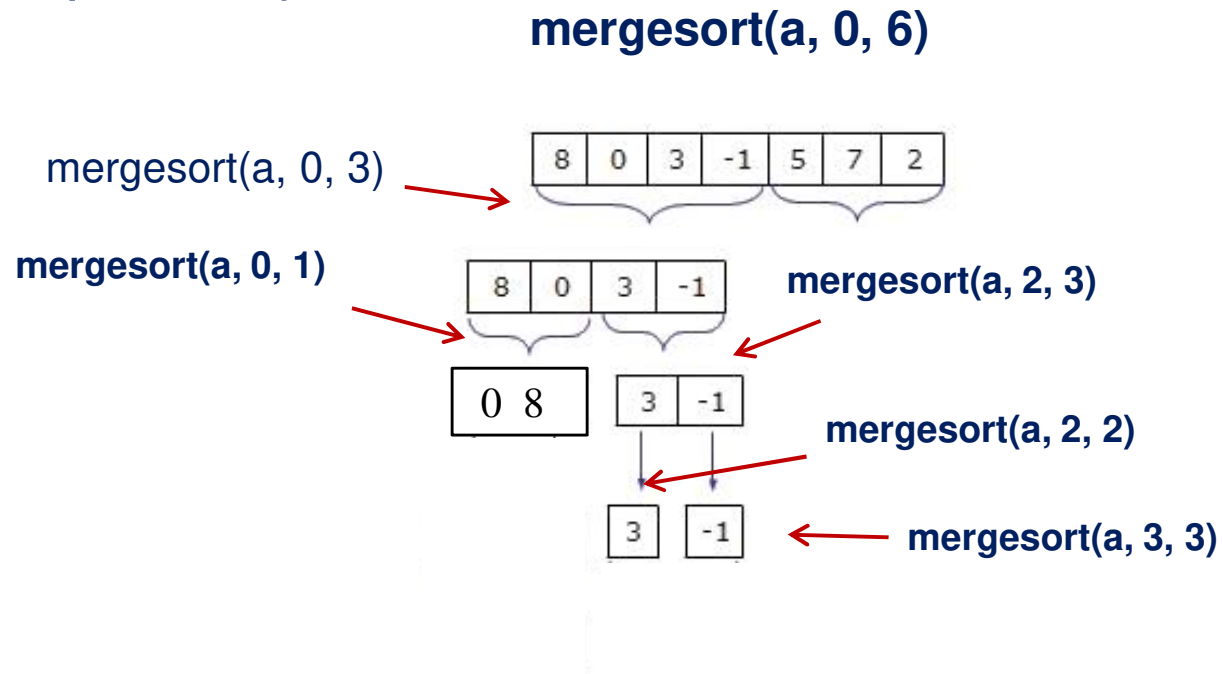
# Repaso de Recursión

## Ejemplo 2: Ejecución



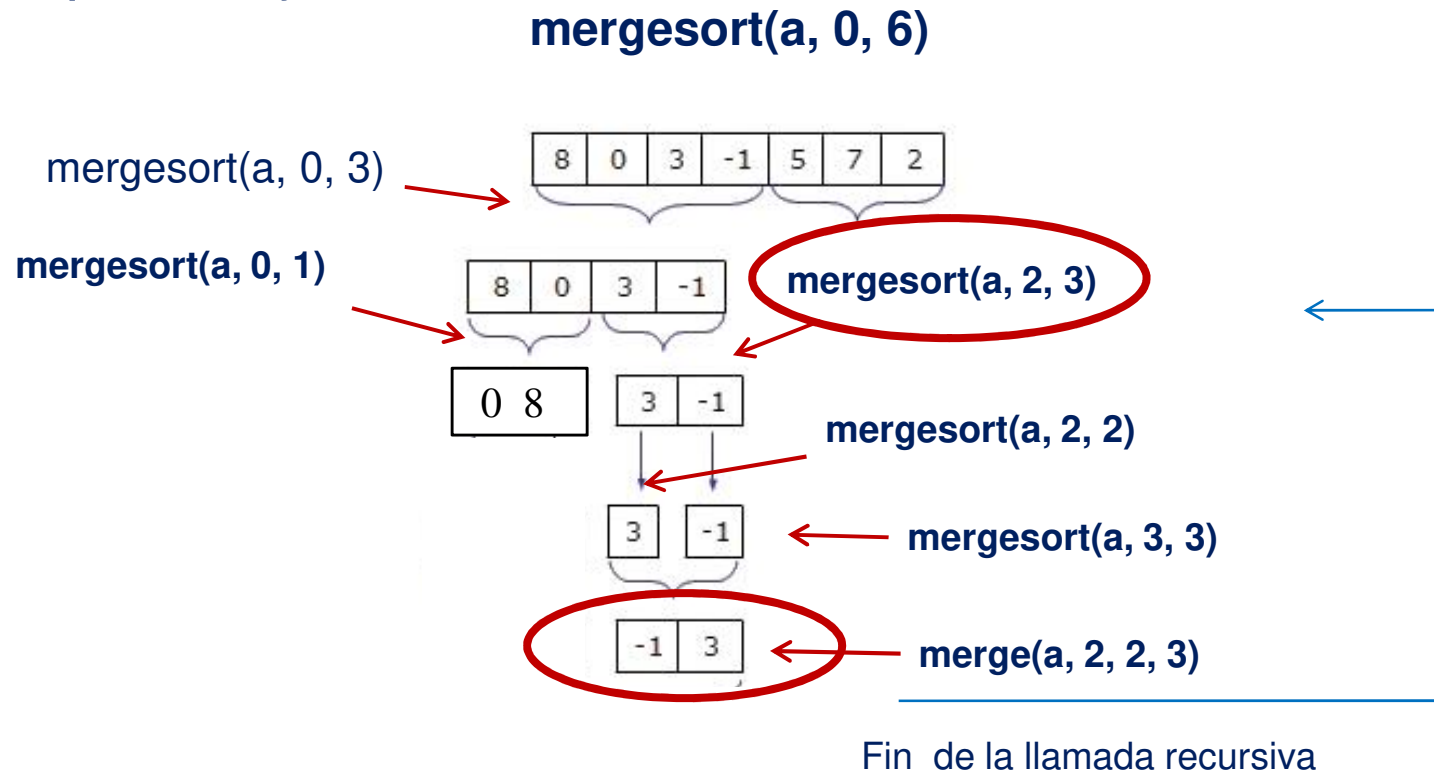
# Repaso de Recursión

## Ejemplo 2: Ejecución



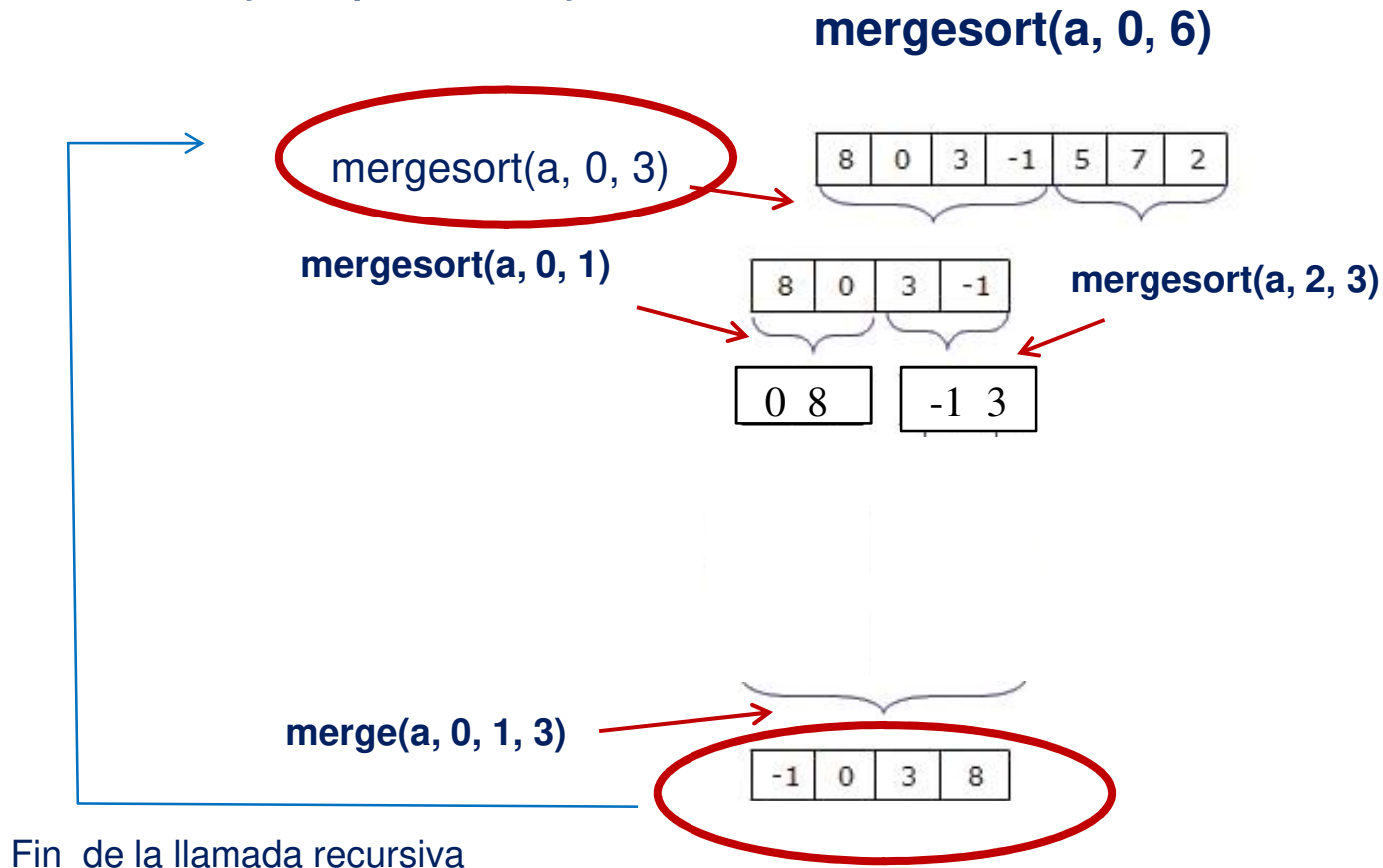
# Repaso de Recursión

## Ejemplo 2: Ejecución



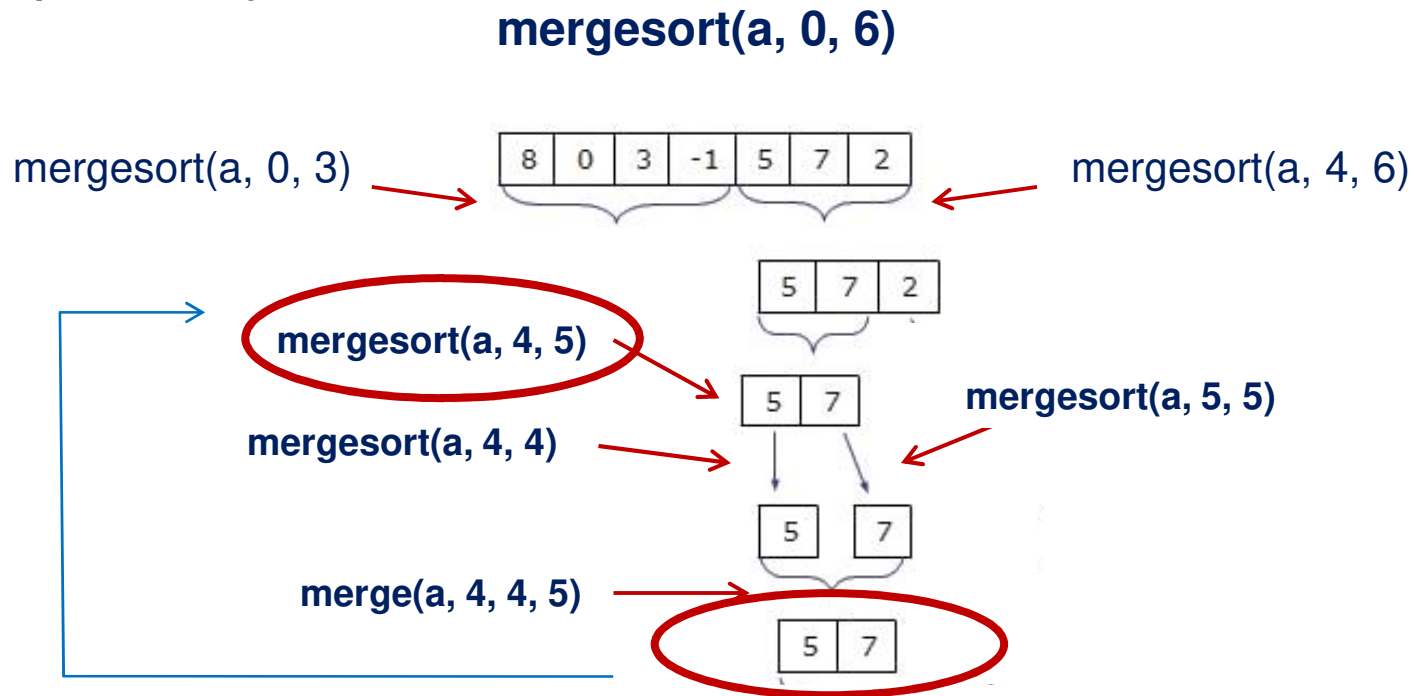
# Repaso de Recursión

## Ejemplo 2: Ejecución



# Repaso de Recursión

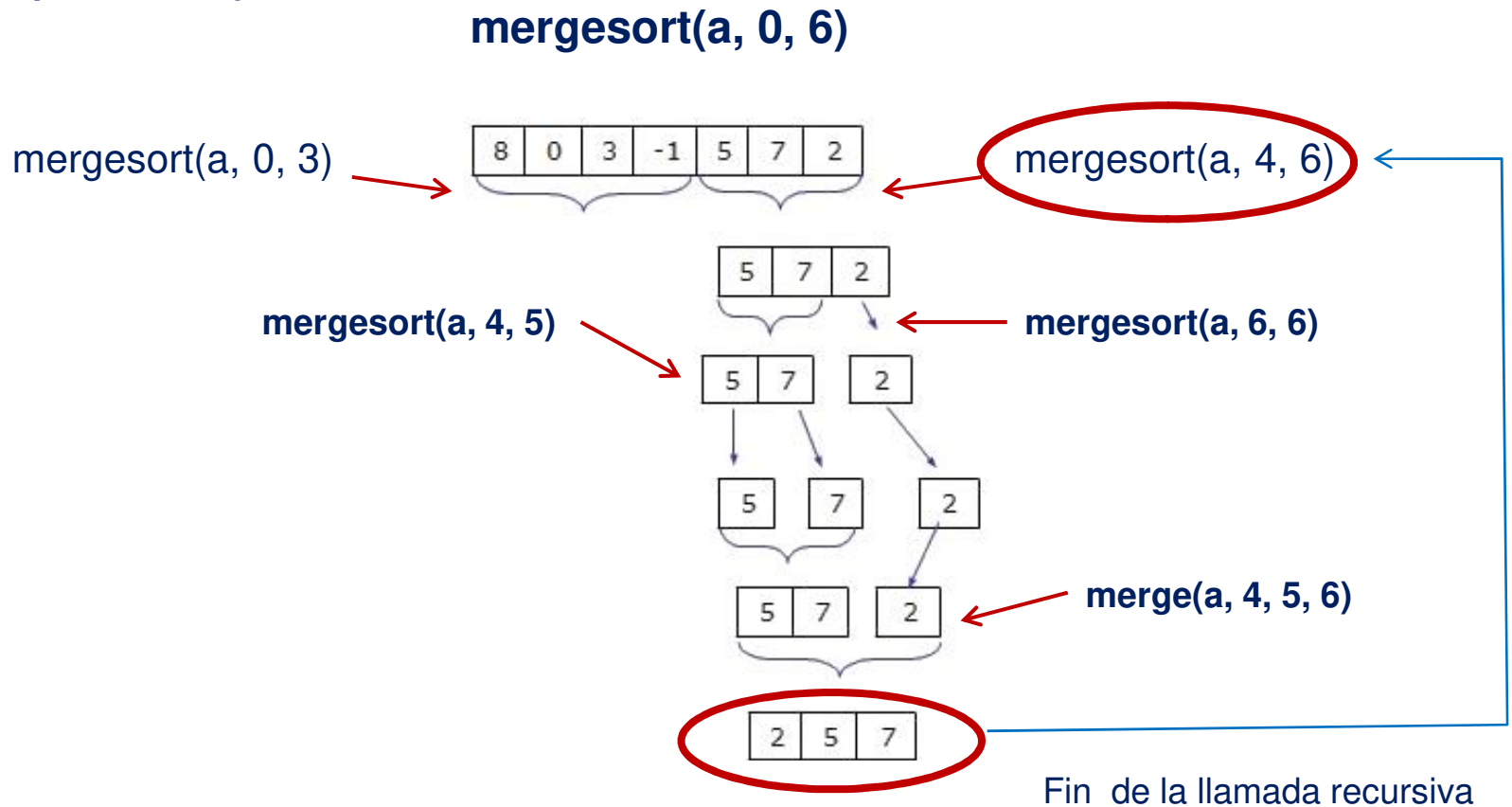
## Ejemplo 2: Ejecución



Fin de la llamada recursiva

# Repaso de Recursión

## Ejemplo 2: Ejecución





# Repaso de Recursión

## Ejemplo 2: Ejecución

