```
int funcion(int n) {
    int x = 0;
    if (n <= 1)
        return 1;
    else {
        for (int i = 1; i < n; i++) {
            x = 1;
            while (x < n) {
                x = x * 2;
            }
        }
        return funcion(n/2) + funcion(n/2);
    }
}
```

Caso base

El peor caso

sumatoria de 1 hasta n

la x se multiplica por 2: 2^I=n ---> log_2(n)=i

Recursión

Tenemos 2 sumatorias:

- La primera va desde 1 hasta n
- La segunda, esta un poco mas implicita:

el t(n) del while es:

T(n)=T(comparacion) + T(Bloque de codigo)

por un lado tenemos la comparacion que es una constante y por el otro tenemos una x que se multiplica x 2(potencias de 2) hasta llegar a un valor que sea igual o mayor que n(corte)

2^i=n ⟹ log_2(n)=i

Entonces planteamos la función del t(n):

Lo que estaba antes del while

Condición del while

Cuerpo del while

T(while)=T(condición)+T(Cuerpo)

$$
\begin{cases} c1 & n=1 \\ \displaystyle\sum_{i=1}^{n-1}\left(c2 + c3 + \sum_{j=1}^{\log_2 n} c4\right) + 2T\left(\frac{n}{2}\right) & n>1 \end{cases}
$$

$$
\begin{cases} c1 & n=1 \\ (n-1)c2 + (n-1)c3 + (n-1)\log_2 nc4 + 2T(\frac{n}{2}) & n>1 \end{cases}
$$

Primer llamado

$$(n-1)\underbrace{(c2+c3)}_{c5}+n\log_2 nc4-\log_2 nc4+2T(\frac{n}{2})$$

$$C5n\text{-}c5+n\log_2 nc4-\log_2 nc4+2T(\frac{n}{2})$$

Segundo llamado

$$C5n\text{-}c5+n\log_2 nc4-\log_2 nc4+2[\frac{n}{2}c5-c5+\frac{n}{2}\log_2\frac{n}{2}c4-\log_2\frac{n}{2}c4+2T(\frac{n}{4})]$$

$$2C5n\text{-}3c5+n\log_2 nc4-\log_2 nc4+n\log_2\frac{n}{2}c4-2\log_2\frac{n}{2}c4+2^2T(\frac{n}{4})$$

Tercer Llamado

$$2C5n\text{-}3c5+n\log_2 nc4-\log_2 nc4+n\log_2\frac{n}{2}c4-2\log_2\frac{n}{2}c4+2^2[\frac{n}{4}c5-c5+\frac{n}{4}\log_2\frac{n}{4}c4-\log_2\frac{n}{4}c4+2T(\frac{n}{8})]$$

$$3C5n\text{-}7c5+n\log_2 nc4-\log_2 nc4+n\log_2\frac{n}{2}c4-2\log_2\frac{n}{2}c4+n\log_2\frac{n}{4}c4-4\log_2\frac{n}{4}c4+2^3T(\frac{n}{8})$$

Paso General!

$$3C5n+7c5+n\log_2 nc4-\log_2 nc4+n\log_2\tfrac{n}{2}c4-2\log_2\tfrac{n}{2}c4+\mathrm{n}\log_2\tfrac{n}{4}c4-4\log_2\tfrac{n}{4}c4+2^3T(\tfrac{n}{8})$$

$$ic5n+(2^i-1)c5+\sum_{j=0}^{i-1}c4n\log_2\frac{n}{2^j}-c4\sum_{j=0}^{i-1}2^j\log_2\frac{n}{2^j}+2^iT(\frac{n}{2^i})$$

$$\boxed{\log_x\frac{a}{b}=\log_x a-\log_x b}$$

$$ic5n+(2^i-1)c5+nc4\sum_{j=0}^{i-1}(\log_2 n-\log_2 2^j)-c4\sum_{j=0}^{i-1}2^j\,(\log_2 n-\log_2 2^j)+2^iT(\frac{n}{2^i})$$

$$ic5n+(2^i-1)c5+nc4\sum_{j=0}^{i-1}(\log_2 n-\log_2 2^j)-c4\sum_{j=0}^{i-1}2^j\,(\log_2 n-j)+2^iT(\frac{n}{2^i})$$

$$ic5n+(2^i-1)c5+nc4\left[\sum_{j=o}^{i-1}\log_2 n-\sum_{j=0}^{i-1}j\right]-c4\left[\sum_{j=0}^{i-1}2^j\log_2 n-\textstyle\sum_{j=0}^{i-1}2^j j\right]+2^iT(\frac{n}{2^i})$$

$$ic5n+(2^i-1)c5+nc4\left[(i-1+1)\log_2 n-\frac{(i-1)(i-1+1)}{2}\right]-c4\left[\log_2 n\,(2^i-1)-2^i i-2(2^i-1)\right]+2^iT(\frac{n}{2^i})$$

$$\boxed{\sum_{j=0}^{i-1}j2^j=2^i i-2(2^i-1)}$$

$$ic5n+(2^i-1)c5+nc4\left[i\log_2 n-\frac{(i^2-i)}{2}\right]-c4\left[\log_2 n\,(2^i-1)-2^i i-2(2^i-1)\right]+2^iT(\frac{n}{2^i})$$

$$ic5n+(2^i-1)c5+\left[nc4i\log_2 n-nc4\frac{(i^2-i)}{2}\right]+\left[-c4\log_2 n\,(2^i-1)+c42^i i+c42(2^i-1)\right]+2^iT(\frac{n}{2^i})$$

$$ic5n+(2^i-1)c5+nc4i\log_2 n-nc4\frac{(i^2-i)}{2}-c4\log_2 n\,(2^i-1)+c42^i i+c42(2^i-1)+2^iT(\frac{n}{2^i})$$

$$ic5n + (2^i - 1)c5 + nc4i\log_2 n - nc4\frac{(i^2 - i)}{2} - c4\log_2 n\,(2^i - 1) + c42^i i + c42(2^i - 1) + 2^i T(\frac{n}{2^i})$$

Buscamos cuando la recursión llega al caso base

$$\frac{n}{2^i} = 1 \longrightarrow n = 2^i \longrightarrow \log_2 n = i$$

Reemplazamos por: $\log_2 n$

$$\log_2 n\, c5n + (n-1)c5 + nc4\,(\log_2 n)^2 - nc4\frac{((\log_2 n)^2 - \log_2 n)}{2} - c4\log_2 n\,(n^{\square} - 1) + c4n\log_2 n + c42(n-1) + nT(1)$$

$$\log_2 n\, c5n + (n-1)c5 + nc4\,(\log_2 n)^2 - nc4\frac{((\log_2 n)^2 - \log_2 n)}{2} - c4\log_2 n\,(n^{\square} - 1) + c4n\log_2 n + c42(n-1) + nc1$$

$$\longrightarrow O(n(\log_2 n)^2)$$