

Heapification. We want a heapify (A) procedure that puts array elements A [1..n] in heap order. Trivial?

for $i \leftarrow 1, \dots, n$ do swim (A [i], i, A) takes $\Theta (n \log n)$ at worst. A better solution: for $i \leftarrow \lfloor n / 2 \rfloor, \dots, 1$ do sink (A [i], i, A, n)

heapify

puts the elements in the order of heaps in time $O (n)$.

Demonstration. sink takes $O (h)$ time where h is the height of the node that corresponds to the index i in the tree representation of the heap. There are $\leq \lceil n / 2^h \rceil$ internal nodes with height h . So the computation time is limited by

Sort by heap. The priority queue allows you to sort a collection of elements: inserting n elements + call deleteMin n times. With a binary heap, we can sort it in place: it is the heapsort algorithm. After heapify, we maintain the order of heaps in the prefix A [1..i] in a loop $i \leftarrow n, n - 1, \dots, 2$. The suffix A [i..n] is always sorted in descending order. At each iteration, after exchanging A [1] \leftrightarrow A [i], we restore the order of heaps in A [1..i - 1] for the next iteration.

Heapisation. On veut une procédure $\text{heapify}(A)$ qui met les éléments du tableau $A[1..n]$ dans l'ordre de tas. Triviale?

for $i \leftarrow 1, \dots, n$ do $\text{swim}(A[i], i, A)$ prend $\Theta(n \log n)$ au pire. Une meilleure solution : for $i \leftarrow \lfloor n/2 \rfloor, \dots, 1$ do $\text{sink}(A[i], i, A, n)$

heapify

met les éléments dans l'ordre de tas en temps $O(n)$.

Démonstration. sink prend $O(h)$ temps où h est la hauteur du nœud qui correspond à l'indice i dans la représentation arborescente du tas. Il y a $\leq \lceil n/2^h \rceil$ nœuds internes avec hauteur h .

Donc le temps de calcul est borné par

Tri par tas. La file de priorité permet donc de trier une collection d'éléments : insertion de n éléments + appeler n fois deleteMin . Avec un tas binaire, on peut faire le tri en place : il s'agit de l'algorithme du tri par tas (heapsort). Après heapify , on maintient l'ordre de tas dans le préfixe $A[1..i]$ en une boucle $i \leftarrow n, n-1, \dots, 2$. Le suffixe $A[i..n]$ est toujours trié en ordre décroissant. À chaque itération, après avoir échangé $A[1] \leftrightarrow A[i]$, on rétablit l'ordre de tas en $A[1..i-1]$ pour la prochaine itération.