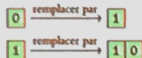


## F3 Chaîne Fibonacci (14+5 points)

Les chaînes Fibonacci  $f_n$  sont des chaînes de caractères  $\boxed{0}$ ,  $\boxed{1}$ , définies par induction de la manière suivante. On a  $f_0 = \boxed{0}$ . Pour  $n > 0$ ,  $f_n$  est dérivée à partir de  $f_{n-1}$  en remplaçant chaque caractère en même temps selon les règles



i. Remplacements (14 points) Dans cet exercice, on représente  $f_n$  comme une liste (simplement) chaînée sur laquelle chaque nœud<sup>4</sup> contient un symbole  $\boxed{1}$  ou  $\boxed{0}$ . On veut un algorithme qui performe les substitutions sur une liste chaînée. On peut alors construire  $f_n$  en l'appellant  $n$  fois.

► Décrivez un algorithme, nommé  $\text{FiboSubst}(n)$ , qui construit une nouvelle chaîne en exécutant les règles de substitution nœud par nœud à partir de  $x$ , créant des nœuds comme nécessaire pour la nouvelle liste. L'algorithme retourne la tête de la liste modifiée (la tête contient le premier caractère).

ii. Fibonacci ? (5 points boni) ► Démontrez que  $f_n = f_{n-1} \oplus f_{n-2}$  pour chaque  $n > 1$ , où  $\oplus$  dénote la concaténation.



FIG. 2: Leonardo Fibonacci (1175–1250)

TAB. 1: Chaînes Fibonacci

$f_0 = \boxed{0}$   
 $f_1 = \boxed{1}$   
 $f_2 = \boxed{1} \boxed{0}$   
 $f_3 = \boxed{1} \boxed{0} \boxed{1}$   
 $f_4 = \boxed{1} \boxed{0} \boxed{1} \boxed{1} \boxed{0}$   
 $f_5 = \boxed{1} \boxed{0} \boxed{1} \boxed{1} \boxed{0} \boxed{1} \boxed{0} \boxed{1}$

<sup>4</sup> Chaque nœud  $x$  (sauf le nœud terminal  $x = \text{null}$ ) contient les variables  $x.\text{next}$  (prochain élément) et  $x.\text{val} = \boxed{0}, \boxed{1}$ . Pour créer (instancier) un nouveau nœud, utilisez l'opération prédéfinie  $\text{newNode}(c)$  avec  $c = \boxed{0}, \boxed{1}$ .

```

FiboChain(n) // construit la chaîne f_n
x ← newNode(0) // f_0
for i ← 1, ..., n { x ← FiboSubst(x) }
return x

```

## F4 Croissance sous-exponentielle (25+5 points)

$f_n$  val next  $\boxed{1} \boxed{0} \boxed{1} \boxed{1} \boxed{0}$