F3 *Chaîne Fibonacci (14+5 points)*

Les *chaînes Fibonacci* f_n sont des chaînes de caractères $\boxed{0}$, $\boxed{1}$, définies par induction de la manière suivante. On a $f_0 = \boxed{0}$. Pour $n > 0$, f_n est dérivée à partir de f_{n-1} en remplaçant chaque caractère en même temps selon les règles

$$\boxed{0} \xrightarrow{\text{remplacer par}} \boxed{1}$$
$$\boxed{1} \xrightarrow{\text{remplacer par}} \boxed{1}\boxed{0}$$

i. Remplacements (14 points) Dans cet exercice, on représente f_n comme une liste (simplement) chaînée sur laquelle chaque nœud[4] contient un symbole $\boxed{1}$ ou $\boxed{0}$. On veut un algorithme qui performe les substitutions sur une liste chaînée. On peut alors construire f_n en l'appellant n fois.

▶ Décrivez un algorithme, nommé FiboSubst(n), qui construit une nouvelle chaîne en exécutant les règles de substitution nœud par nœud à partir de x, créant des nœuds comme nécessaire pour la nouvelle liste. L'algorithme retourne la tête de la liste modifiée (la tête contient le premier caractère).

ii. Fibonacci ? (5 points boni) ▶ Démontrez que $f_n = f_{n-1} \oplus f_{n-2}$ pour chaque $n > 1$, où $\oplus$ dénote la concaténation.

F4 *Croissance sous-exponentielle (25+5 points)*

FIG. 2: Leonardo Fibonacci (1175–1250)

TAB. 1: Chaînes Fibonacci

$f_0 = \boxed{0}$

$f_1 = \boxed{1}$

$f_2 = \boxed{1}\boxed{0}$

$f_3 = \boxed{1}\boxed{0}\boxed{1}$

$f_4 = \boxed{1}\boxed{0}\boxed{1}\boxed{1}\boxed{0}$

$f_5 = \boxed{1}\boxed{0}\boxed{1}\boxed{1}\boxed{0}\boxed{1}\boxed{0}\boxed{1}$

[4] Chaque nœud x (sauf le nœud terminal x = null) contient les variables x.next (prochain élément) et x.val = $\boxed{0}$, $\boxed{1}$. Pour créer (instancier) un nouveau nœud, utilisez l'opération prédéfinie newNode(c) avec $c = \boxed{0}$, $\boxed{1}$.

```
FiboChain(n)                      // construit la chaîne f_n
  x ← newNode([0])                // f_0
  for i ← 1,...,n {x ← FiboSubst(x)}
  return x
```