

- * Aucune documentation n'est permise.
- * Décrivez vos algorithmes en pseudocode ou en Java(-esque).
- * Répondez à toutes les questions dans les cahiers d'examen.

F2	$3 + 12 = 15$	
F3	14	5
F4	$15 + 10 = 25$	5
F5	$10 + 10 + 5 = 25$	5
Σ	100	15

F0 Votre nom (1 point)

- Mettez votre nom et code permanent sur tous les cahiers soumis.

F1 Théorie et pratique (20 points)

i. Presque partout (6 points) Soit $P(n)$ une propriété² des entiers naturels qui est soit vrai soit faux pour chaque $n = 0, 1, 2, \dots$. ► Donnez une définition précise de l'expression "pour presque tout" dans l'énoncé

$P(n)$ est vrai pour presque tout n .

1

² Propriété est une fonction logique :
 $P: \{0, 1, 2, \dots\} \mapsto \{\text{vrai}, \text{faux}\}$. Par
 exemple, $P(n) = \{f(n) \leq cn\}$ avec une
 constante $c > 0$.

ii. Comparaisons de taux de croissance (14 points) ► Comparez le taux de croissance des fonctions dans les rangées. Pour chaque paire f, g , écrivez "=" si $f = \Theta(g)$, " \ll " si $f = o(g)$, " \gg " si $g = o(f)$, et "???" si aucun des trois cas n'applique. Chaque réponse vaut 2 points, et il n'est pas nécessaire de les justifier. $\lg n$ dénote le logarithme binaire de n .

- | | | |
|---|------------------------------|--------------------------|
| a | $f(n) = n^2 \cdot 2^{2015}$ | $g(n) = (n + 2015)^2$ |
| b | $f(n) = \sqrt{\lg n}$ | $g(n) = \lg(\sqrt{n})$ |
| c | $f(n) = \sum_{i=0}^n 2015^i$ | $g(n) = 2015^n$ |
| d | $f(n) = \log_{2015}(n!)$ | $g(n) = n \ln n$ |
| e | $f(n) = 3 \lg n$ | $g(n) = \log_{2015}(n)$ |
| f | $f(n) = n \lg \lg(n + 2)$ | $g(n) = n(\lg(n + 2))^2$ |
| g | $f(n) = \sin^2 n$ | $g(n) = \cos^2 n$ |