२ नैगमनिक सिद्‌धता (Deductive Proof)

तुम्हाला माहीती आहे का....

- जर एखाद्याने तुम्हाला युरोप यात्रा किंवा आशिया यात्रेची तिकिटे देऊ केली आणि जर तुम्ही आशियाची तिकिटे न स्वीकारता युरोपची तिकिटे स्वीकारली तर हा विचार तर्काला अनुसरून आहे. एखाद्या निष्कर्षाचा नकार अशक्य आहे हे दाखवून तुम्ही तो निष्कर्ष सिद्ध करु शकता.
- जेव्हा एखादी व्यक्ती '6 + 4' हे '4 + 6' सारखेच आहे असे म्हणत असेल तर ती व्यक्ती तर्कशास्त्राचा नियम वापरत असते.

२.१ वैधतेची आकारिक सिद्‌धता:

युक्तिवादांची वैधता निश्चित करण्यासाठी किंवा सिद्ध करण्यासाठी तर्कशास्त्रज्ञांकडून दोन प्रकारच्या पद्‌धती वापरल्या जातात. (१) निर्णय पद्‌धती जसे – सत्यता कोष्टक पद्‌धती, लघु सत्यता कोष्टक पद्‌धती, सत्यता वृक्ष पद्‌धती (२) ज्या पद्‌धती निर्णय पद्‌धती नाहीत, जसे नैगमनिक सिद्‌धता, सोपाधिक सिद्‌धता, अप्रत्यक्ष सिद्‌धता. या सर्व पद्‌धती युक्तिवादाची वैधता सिद्ध करण्यासाठी वापरल्या जातात. युक्तिवाद वैध की अवैध याचा निर्णय देण्यासाठी सत्यता कोष्टक पद्‌धती ही पूर्णपणे यांत्रिक पद्‌धती आहे. तथापी जेव्हा युक्तिवादात अनेक भिन्न सत्यता फलनात्मक विधाने असतात. तेव्हा ही पद्‌धती सोयीची ठरत नाही. अशा स्थितीत युक्तिवादाची वैधता सिद्‌ध करण्यासाठी तर्कशास्त्रात आणखी एक पद्‌धती आहे. ती पद्‌धती म्हणजे 'नैगमनिक सिद्‌धता पद्‌धती' होय.

नैगमनिक सिद्‌धता पद्‌धतीचे तीन प्रकार आहेत.

(१) प्रत्यक्ष नैगमनिक सिद्‌धता

(२) सोपाधिक सिद्‌धता

(३) अप्रत्यक्ष सिद्‌धता

प्रत्यक्ष नैगमनिक सिद्‌धता पद्‌धतीत निष्कर्ष हा मूलभूत युक्त युक्तिवादांच्या आधार विधानातूनच थेटपणे निगमनित केला जातो. यासाठी वापरल्या जाणाऱ्या प्राथमिक युक्त युक्तिवादाकाराना 'अनुमानाचे नियम' असे म्हटले जाते. आपण या पूर्वीच प्रत्यक्ष नैगमनिक सिद्‌धतेचे स्वरुप पाहिले आहे. आपल्याला माहित आहे की प्रत्यक्ष नैगमनिक सिद्‌धता ही अनुमानाचे नऊ नियम व स्थानांतरणाचे नियम (ज्याचे दहा प्रकार आहेत.) यावर आधारित आहे. ते नियम पुढीलप्रमाणे :

अनुमानाचे नियम (Rules of Inference) :

(१) विधायक विधी Modus Ponens (M.P.) $p \supset q$ p $\therefore q$	(२) निषेधक विधी Modus Tollens (M.T.) $p \supset q$ $\sim q$ $\therefore \sim p$
(३) लक्षितता शृंखला Hypothetical syllogism (H.S.) $p \supset q$ $q \supset r$ $\therefore p \supset r$	(४) वैकल्पिक संवाक्य Disjunctive syllogism (D.S.) $p \vee q$ $\sim p$ $\therefore q$

(५) विधायक उभयापत्ती Constructive Dilemma (C.D.) $(p \supset q) \cdot (r \supset s)$ $\underline{p \vee r}$ $\therefore \quad q \vee s$	(६) निषेधक उभयापत्ती Destructive Dilemma (D.D.) $(p \supset q) \cdot (r \supset s)$ $\underline{\sim q \vee \sim s}$ $\therefore \quad \sim p \vee \sim r$
(७) संधी Conjunction (Conj.) p $\underline{q}$ $\therefore p \cdot q$	(८) सरलीकरण Simplification (Simp.) $\underline{p \cdot q}$ $\therefore p$
(९) वृद्धिकरण Addition (Add.) $\underline{p}$ $\therefore p \vee q$	

स्थानांतरणाचे नियम / प्रतिनिवेशनाचे नियम (The rule of Replacement) :

(१) द्विवार निषेध Double Negation (D. N.) $\sim \sim p \equiv p$	(२) डी. मॉर्गन De-Morgan's Law (De. M.) $\sim (p \cdot q) \equiv (\sim p \vee \sim q)$ $\sim (p \vee q) \equiv (\sim p \cdot \sim q)$
(३) सहसंबंध Association (Assoc.) $[(p \cdot q) \cdot r)] \equiv [p \cdot (q \cdot r)]$ $[(p \vee q) \vee r)] \equiv [p \vee (q \vee r)]$	(४) वितरण Distribution (Dist.) $[p \cdot (q \vee r) \equiv [(p \cdot q) \vee (p \cdot r)]$ $[p \vee (q \cdot r) \equiv [(p \vee q) \cdot (p \vee r)]$
(५) क्रमपरिवर्तन Commutation (Comm.) $(p \cdot q) \equiv (q \cdot p)$ $(p \vee q) \equiv (q \vee p)$	(६) व्यंजक व्यतिरेक Transposition (Trans.) $(p \supset q) \equiv (\sim q \supset \sim p)$
(७) वास्तविक व्यंजन व्याख्या Material Implication (M. Imp.) $(p \supset q) \equiv (\sim p \vee q)$	(८) वास्तविक सममूल्यता Material Equivalence (M. Equi) $(p \equiv q) \equiv [(p \supset q) \cdot (q \supset p)]$ $(p \equiv q) \equiv [(p \cdot q) \vee (\sim p \cdot \sim q)]$
(९) बहिःसरण Exportation (Export.) $[(p \cdot q) \supset r] \equiv [p \supset (q \supset r)]$	(१०) पुनरुक्ती Tautology (Taut.) $p \equiv (p \cdot p)$ $p \equiv (p \vee p)$

२.२ सोपाधिक सिद्धता :

जेव्हा युक्तिवादाचे निष्कर्ष सोपाधिक विधान असते, तेव्हा सोपाधिक सिद्धता पद्धती युक्तिवादाची युक्तता सिद्ध करण्यासाठी वापरली जाते. सोपाधिक सिद्धता पद्धती सोपाधिक सिद्धतेच्या नियमावर आधारित आहे.

सोपाधिक सिद्धता पद्धतीचा नियम काही युक्तिवादांची सिद्धता थोडक्यात सिद्ध करण्यास मदत करतो, तसेच त्याचा वापर करुन आपण अशा युक्तिवादाची युक्तता सिद्ध करु शकतो, ज्याची युक्तता आपण केवळ १९ नियमांच्या आधारे करु शकत नाही.

सोपाधिक सिद्धतेचा नियम सोप्या शब्दात सांगायचा झाल्यास,

"निष्कर्षातील पूर्वांगास एक जास्तीचे आधार विधान म्हणून गृहित धरून उत्तरांग निष्कर्ष म्हणून निगमित करता आले, तर मूळ निष्कर्षाची युक्तता सिद्ध झाली असे म्हणता येते."

एखाद्या युक्तिवादाचा निष्कर्ष सोपाधिक विधानाशी सममूल्य असेल तर अशा युक्तिवादासाठी देखील सोपाधिक सिद्धता वापरता येईल. अशा युक्तिवादात प्रथम दिलेले निष्कर्ष विधान सोपाधिक विधानात रुपांतरीत करुन नंतर सोपाधिक सिद्धता वापरावी. या प्रकरणात आपण सोपाधिक पद्धतीचा वापर फक्त अशा युक्तिवादासाठी करणार आहोत, ज्यांचा निष्कर्ष सोपाधिक विधान असते.

उदाहरणासाठी आपण खालील युक्तिवादाची वैधता देण्यासाठी सोपाधिक सिद्धतेची मांडणी करु.

उदाहरण १ :

$\sim M \supset N$

$\therefore \sim N \supset M$

यांची सिद्धता खालीलप्रमाणे लिहिता येईल.

१.	$\sim M \supset N$	/ $\therefore$ $\sim N \supset M$
२.	$\sim N$	Assumption (गृहितक)
३.	$\sim \sim M$	१,२ M.T. (निषेधक विधी)
४.	M	३ D.N. (द्वि. निषेध)

या ठिकाणी दुसरी पायरी निष्कर्षाचे पूर्वांग आहे. ते गृहितक म्हणून वापरले जाते. गृहितक वक्र बाणाने ( ) दर्शविले जाते. निषेधक विधीचा (M.T.) वापर करुन आधार विधान क्रमांक एक (१) आणि गृहितकाच्या आधारे निष्कर्ष निगमित केला जातो. तथापि ही सिद्धता पूर्ण होत नाही. निष्कर्षाप्रत जाण्यासाठी एक पायरी पुढे जावे लागते. ती पायरी म्हणजे युक्तिवादाचा निष्कर्ष होय. म्हणजे वरील उदाहरणात '$\sim N \supset M$'.

पाचवी पायरी समाविष्ट करुन सिद्धता अशी लिहिता येते :

१.	$\sim M \supset N$ / $\therefore$	$\sim N \supset M$
२.	$\sim N$	Assumption (गृहि)
३.	$\sim \sim M$	१, २ M.T. (नि.वि.)
४.	M	३ D.N.
५.	$\sim N \supset M$	२ - ४, C.P.

निष्कर्ष म्हणून काढलेली ५ वी पायरी गृहितकापासून निगमित केलेली नाही. निष्कर्ष हा गृहितकाच्या व्याप्ती बाहेर असतो जसे की गृहितकाची व्याप्ती ४ थ्या पायरी सोबत संपते. ते स्पष्टपणे दर्शविण्यासाठी वक्रबाणाचा ( ) वापर केला जातो. या बाणाचे टोक गृहितकासमोर दर्शविले जाते आणि बाणाची रेषा निगमित केलेल्या शेवटच्या विधानाखाली वक्र होऊन बंद होते. शेवटची पाचवी ५ वी पायरी, जिथे निष्कर्ष लिहिला असतो, तो गृहितकाच्या व्याप्ती बाहेर असतो.

सिद्धता आता अशी लिहिता येते.

१.	$\sim M \supset N$	/ $\therefore$ $\sim N \supset M$
२.	$\sim N$	
३.	$\sim \sim M$	१, २. M.T. (नि. वि.)
४.	M	५ D.N. (द्वि. निषेध)
५.	$\sim N \supset M$	२ - ४, C.P. (सो.सि.)

दुसऱ्या पायरी समोर दर्शविलेले बाणाचे टोक गृहितक असल्याचे दर्शविते. म्हणून त्याच्या समर्थनार्थ 'गृहितक' असे लिहिण्याची आवश्यकता नाही.

जर निष्कर्षात एकापेक्षा अधिक घटक विधाने ही व्यंजक (सोपाधिक) विधाने असतील तर प्रत्येक व्यंजक विधानाचे पूर्वांग अतिरिक्त आधार विधान म्हणून गृहित धरता येते. अशा प्रकारचे एक उदाहरण पाहू.

उदाहरण २ :

१.	$(X \vee Y) \supset Z$	
२.	$A \supset (B \bullet C)$	$/ \therefore (X \supset Z) \bullet (A \supset B)$
३.	X	
४.	$X \vee Y$	३, Add. (वृद्धिकरण)
५.	Z	१, 4 M.P. (वि.वि.)
६.	$X \supset Z$	३ - ५, C.P. (सो.सि.)
७.	A	
८.	$(B \bullet C)$	२, ७, M.P. (वि.वि.)
९.	B	८, Simp. (सरलीकरण)
१०.	$A \supset B$	७ - ९, C.P. (सो.सि.)
११.	$(X \supset Z) \bullet (A \supset B)$	६, १० Conj. (संधी)

या ठिकाणी गृहितक तिसऱ्या (३) पायरीची व्याप्ती ही गृहितक सातव्या (७) व्या पायरीच्या व्याप्ती पेक्षा स्वतंत्र आहे म्हणून ७व्या पायरीतील गृहितकाची व्याप्ती ही तिसऱ्या पायरीतल्या गृहितकाच्या व्याप्तीच्या बाहेर आहे.

परंतु खाली दिलेल्या पुढील उदाहरणात एका गृहितकाची व्याप्ती दुसऱ्या गृहितकाच्या व्याप्तीत अंतर्भूत आहे.

उदाहरण ३ :

१.	$(M \bullet N) \supset O$	$/ \therefore \sim O \supset (M \supset \sim N)$
२.	$\sim O$	
३.	$\sim (M \bullet N)$	१, २ . M.T. (नि.वि.)
४.	$\sim M \vee \sim N$	३, De.M. (डी. मॉर्गन)
५.	M	
६.	$\sim \sim M$	५, D.N. (द्वि. निषेध)
७.	$\sim N$	४, ६. D.S. (वै.सं)
८.	$M \supset \sim N$	५-७, C.P. (सो.सि.)
९.	$\sim O \supset (M \supset \sim N)$	२-८, C.P. (सो.सि.)

वरील उदाहरणात पाचव्या पायरीतील गृहीतक हे दुसऱ्या पायरीतील गृहीतकाच्या व्याप्तीक्षेत्रात येते.

खालील युक्तिवादातील पायऱ्यांचे समर्थन द्या.

१.	$(P \bullet Q) \supset S$	$/ \therefore \sim S \supset [P \supset (\sim Q \vee T)]$
२.	$\sim S$	
३.	$\sim (P \bullet Q)$	
४.	$\sim P \vee \sim Q$	
५.	P	
६.	$\sim \sim P$	
७.	$\sim Q$	
८.	$\sim Q \vee T$	
९.	$P \supset (\sim Q \vee T)$	
१०.	$\sim S \supset [P \supset (\sim Q \vee T)]$	

२.३ अप्रत्यक्ष सिद्धता :

प्रत्यक्ष नैगमनिक सिद्धता आणि सोपाधिक सिद्धता यांचा वापर करताना त्या दोन्हीत एक समानता आढळते की, आपण आधार विधानांपासून निष्कर्ष निगमित करतो. परंतु अप्रत्यक्ष सिद्धता पद्धती या दोहोंपेक्षा पूर्णतः वेगळी आहे. **‘अप्रत्यक्ष सिद्धता विपरित विपर्यय (विसंगती) तत्त्वावर आधारित आहे. यात जे सिद्ध करावयाचे आहे त्याचा निषेध गृहित धरला जातो त्यामुळे विसंगती निर्माण होते म्हणजे ही पद्धती, ‘‘निषेध गृहित धरल्यामुळे विसंगती निर्माण होते’’, हे दर्शवून निष्कर्ष सिद्ध करणारी आहे.’**

युक्तिवादाच्या वैधतेची अप्रत्यक्ष सिद्धता ही निष्कर्षाचा निषेध हे एक जास्तीचे आधार विधान गृहित धरुन केली जाते. मूळ आधार विधानांसोबतच या अधिकच्या आधारविधानापासून अनुमाने काढत गेल्यास व्याघात उत्पन्न होतो. येथे व्याघात याचा अर्थ एक घटक विधान आणि त्याचेच निषेधक विधान यांचा संधी होय.

उदा. ‘$A \bullet \sim A$’, ‘$(A \vee B) \bullet \sim (A \vee B)$’, हे व्याघात आहेत.

निष्कर्षाचा निषेध गृहीत धरल्यास, व्याघात प्राप्त होतो, ही वस्तुस्थिती असे दर्शविते की, आपले गृहितक

असत्य आहे. गृहितक म्हणजेच निष्कर्षाचा निषेध होय. गृहितक असत्य ठरल्यामुळे, मुळ निष्कर्षाची सिद्धता होते.

जेव्हा या सिद्धता पद्धतीचा वापर केला जातो, तेव्हा मूळ युक्तिवादाची वैधता अप्रत्यक्ष सिद्धतेच्या नियमानुसार सिद्ध झाली असे मानले जाते. अप्रत्यक्ष सिद्धता पद्धतीचा वापर, निष्कर्ष विधानात कोणताही तार्किक संयोजक असला तरी करता येतो.

खालील युक्तिवादासाठी वैधतेच्या अप्रत्यक्ष सिद्धतेची आपण रचना करु.

उदाहरण : १

१.	~ M ∨ N	
२.	~ N	/ ∴ ~ M
३.	~ ~ M	I.P. अप्रत्यक्ष सिद्धता
४.	N	१, ३ D.S. (वै.सं)
५.	N • ~ N	४, २ Conj. (संधी)

वरील सिद्धतेत तिसऱ्या पायरीतील 'I.P' ची अभिव्यक्ती हे दर्शविते की अप्रत्यक्ष सिद्धतेचा नियम वापरला आहे. वरील उदाहरणात आपण सर्वप्रथम निष्कर्षाचा निषेध गृहीत धरतो, त्यानंतर अनुमानाचे नियम व स्थानांतरणाच्या नियमांच्या आधारे व्याघात किंवा विसंगती मिळवला जातो.

सिद्धतेची शेवटची पायरी व्याघात आहे जो पायरी क्रमांक तीन (३) मध्ये ~ ~ M गृहित धरुन केलेल्या अतार्किकतेचा निदर्शक आहे. हा व्याघात आकारिक स्वरुपात शेवटच्या पायरीवर दर्शवला जातो आणि सिद्धता पूर्ण होते.

आणखी काही युक्तिवादांच्या वैधतेच्या अप्रत्यक्ष सिद्धतेची आपण रचना करु.

उदाहरण : २

१.	M ⊃ T	
२.	G ⊃ T	
३.	M	/ ∴ T
४.	~ T	I.P. अप्रत्यक्ष सिद्धता
५.	~ M	१, ४. M. T.(नि.वि.)
६.	M • ~ M	३, ५ Conj (संधी)

उदाहरण : ३

१.	(B • D) ∨ E	
२.	C ⊃ ~ E	
३.	F ⊃ ~ E	
४.	C ∨ F / ∴ B • D	
५.	~ (B • D)	..... I.P. अप्रत्यक्ष सिद्धता
६.	E	१,५ D.S. (वै.सं)
७.	(C ⊃ ~ E) • (F ⊃ ~ E)	२, ३ Conj(संधी)
८.	~ E ∨ ~ E	७,४ C.D. (वि. उ)
९.	~ E	८, Taut. (पुन.)
१०.	E • ~ E	६, ९ Conj. (संधी)

उदाहरण : ४

१.	$(Q \vee \sim P) \supset S$	/ ∴ $Q \supset S$
२.	$\sim (Q \supset S)$	..... I.P. अप्रत्यक्ष सिद्धता
३.	$\sim (\sim Q \vee S)$	२, M. Imp.(वा. व्यं)
४.	$\sim\sim Q \bullet \sim S$	३, De. M (डी.मॉर्गन)
५.	$\sim\sim Q$	४, Simp. (सरली)
६.	Q	५, D.N. (द्वि.नि.)
७.	$Q \vee \sim P$	६, Add. (वृद्धि)
८.	S	१, ७ M.P. (वि.वि)
९.	$\sim S \bullet \sim\sim Q$	४, Com. (क्र. प.)
१०.	$\sim S$	९, Simp. (सरली)
11.	$S \bullet \sim S$	८,१० Conj. (संधी)

वर दिलेल्यापैकी चौथ्या (४) युक्तिवादातील निष्कर्ष सोपाधिक विधान आहे. म्हणून सोपाधिक सिद्धता पद्धतीचा देखील वापर करता येऊ शकतो, वास्तविक ती सिद्धता लहान असते.

खालील युक्तिवादाच्या प्रत्येक पायरीचे वैधतेची आकारिक पद्धती अप्रत्यक्ष सिद्धता पद्धतीने समर्थन करा.

१.	$(H \vee K) \supset (N \bullet B)$	
२.	$B \supset \sim C$	
३.	C	/ ∴ $\sim H$
४.	$\sim\sim H$	
५.	H	
६.	$H \vee K$	
७.	$N \bullet B$	
८.	$B \bullet N$	
९.	B	
१०.	$\sim C$	
११.	$C \bullet \sim C$	

सारांश

नैगमनिक सिद्धतेचे तीन प्रकार आहेत.

(१) प्रत्यक्ष नैगमनिक सिद्धता : या पद्धतीत निष्कर्ष थेट आधार विधानांपासून निष्पादित केला जातो.

(२) सोपाधिक सिद्धता : ही पद्धती तेव्हाच वापरली जाते जेव्हा युक्तिवादाचा निष्कर्ष व्यंजक (सोपाधिक) विधान असते. या पद्धतीत निष्कर्षाचे पूर्वांग अधिकचे आधार विधान म्हणून घेतले जाते आणि आवश्यक असलेले अनुमानाचे नियम व स्थानांतरणाच्या नियमांचा वापर करुन निष्कर्षाचे उत्तरांग निगमित केले जाते.

(३) अप्रत्यक्ष सिद्धता : या पद्धतीत निष्कर्षाचा निषेध अधिकचे आधार विधान म्हणून गृहित धरला जातो. मूळ आधार विधानांसहित याचाही आधार घेऊन आपण व्याघात मिळवतो. त्याचाच वापर युक्तिवादाच्या वैधतेची सिद्धता म्हणून केला जातो.

स्वाध्याय

प्र. १. कंसातील योग्य शब्द निवडून रिकाम्या जागा भरा.

(१) $[(p \supset q) \bullet p] \supset q$ हा .... नियम आहे.

(विधायक विधी/ निषेधक विधी)

(२) .... नियम पूर्वांग आणि उत्तरांगाचा निषेध करुन दोघांचेही स्थान बदलतो.

(क्रमपरिवर्तन/ व्यंजक व्यतिरेक)

(३) वृद्धिकरणाचा नियम हा .... मूलभूत सत्यता कोष्टकावर आधारित आहे.

(संधी/ विकल्प)

(४) .... चा वापर विधानाच्या एका भागाला लागू केला जाऊ शकतो.

(अनुमानाचे नियम/ स्थानांतराचे नियम)

(५) डी. मॉर्गन नियमानुसार $\sim(\sim p \vee q) \equiv$..........

$((p \bullet \sim q) / (\sim p \bullet q))$

(६) $(p \supset q) \equiv (\sim p \vee q)$ हा .... नियम आहे.

(वास्तविक व्यंजन व्याख्या/वास्तविक सममूल्यता)

(७) .... पद्धतीचा वापर तेव्हाच केला जातो, जेव्हा युक्तिवादाचा निष्कर्ष व्यंजक विधान असते.

(सोपाधिक सिद्धता / अप्रत्यक्ष सिद्धता)

(८) .... पद्धतीत आपण निष्कर्षाचा निषेध आधार विधान म्हणून गृहित धरतो.

(सोपाधिक सिद्धता / अप्रत्यक्ष सिद्धता)

(९) .... हा नियम असा निर्देश करतो की जर व्यंजक विधान सत्य असेल आणि त्याचे उत्तरांग असत्य असेल तर त्याचे पूर्वांगही असत्यच असले पाहिजे.

(विधायक विधी / निषेधक विधी)

(१०) $(p \bullet p) \equiv p$ हा .... नियम आहे.

(सरलीकरण / पुनरुक्ती)

(११) विपरित विपर्यय तत्त्वावर आधारित पद्धती म्हणजे ....

(सोपाधिक सिद्धता/ अप्रत्यक्ष सिद्धता)

प्र. २. खालील विधाने सत्य की असत्य आहेत ते सांगा.

(१) वैकल्पिक संवाक्याचा नियम विधानाच्या भागाला लागू करता येतो.

(२) $\sim\sim p \equiv p$ हा पुनरुक्तीचा नियम आहे.

(३) अप्रत्यक्ष सिद्धता पद्धतीमध्ये जेव्हा निष्कर्षाचा निषेध व्याघात निर्माण करतो तेव्हा युक्तिवाद वैध म्हणून सिद्ध होतो.

(४) सोपाधिक सिद्धता युक्तिवाद वैध आहे की अवैध आहे, याचा निर्णय करते.

(५) युक्तिवादाची वैधता प्रस्थापित करण्यासाठी अप्रत्यक्ष सिद्धता पद्धती दिली जाते.

(६) सोपाधिक सिद्धता ही यांत्रिक प्रक्रिया आहे.

(७) $(p \vee q) \equiv (q \vee p)$ हा क्रमपरिवर्तनाचा नियम आहे.

(८) अनुमानाचे नियम केवळ संपूर्ण विधानालाच लागू करता येऊ शकतात.

(९) प्राथमिक वैध युक्तिवादाकारांना स्थानांतरणाचे नियम असे म्हणतात.

प्र. ३. जोड्या लावा.

	'अ' गट	'ब' गट
१)	प्राथमिक वैध युक्तिवादाचा आकार	अ) निष्कर्षातील पूर्वांग गृहित धरले जाते
२)	सोपाधिक सिद्धता	ब) विपरित विपर्यय तत्त्व
३)	अप्रत्यक्ष सिद्धता	क) स्थानांतराच्या नियमावर आधारित नियम
४)	डी. मॉर्गनचा नियम	ड) अनुमानाचे नियम

प्र. ४. खालील दिलेल्या विधानांसाठी तर्कशास्त्रीय संज्ञा सांगा.

(१) असे नियम जे फक्त संपूर्ण विधानासाठी लागू होतात.

(२) प्राथमिक वैध युक्तिवादाकार.

(३) निष्कर्षाचा निषेध गृहित धरुन युक्तिवादाची वैधता प्रस्थापित करण्याची पद्धती.

(४) विपरीत विपर्यय तत्त्वावर आधारित नैगमनिक सिद्धता.

(५) निष्कर्ष जर व्यंजक विधान असेल तर केवळ अशाच वेळी युक्तिवादाची वैधता प्रस्थापित करण्यासाठी वापरली जाणारी पद्धती.

प्र. ५. खालील युक्तिवादांसाठी वैधतेच्या सोपाधिक सिद्धता किंवा अप्रत्यक्ष सिद्धतेची मांडणी करा.

(१) १. $\sim A$ / $\therefore A \supset B$

(२) १. $(L \vee M) \supset (P \bullet Q)$
२. $\sim P$ / $\therefore \sim L$

(३) १. $(S \bullet A) \supset R$
२. $\sim R$
३. A / $\therefore \sim S$

(४) १. $Q \vee (P \vee R)$ / $\therefore \sim Q \supset [\sim R \supset (P \vee S)]$

(५) १. $A \vee (B \supset D)$
२. $A \supset C$
३. B / $\therefore \sim C \supset D$

(६) १. $D \supset E$
२. $D \vee G$ / $\therefore E \vee G$

(७) १. $W \supset L$
२. $T \supset (\sim P \bullet L)$
३. $W \vee T$ / $\therefore L$

(८) १. $T \vee B$
२. $(T \vee N) \supset (L \bullet S)$
३. $\sim S$ / $\therefore B$

(९) १. $R \supset (Q \supset P)$
२. $S \supset R$
३. $T \supset Q$
४. $\sim P$ / $\therefore S \supset \sim T$

(१०) १. $(A \vee B)$
२. $(C \vee D) \supset E$
/ $\therefore [\sim A \supset (B \vee F)] \bullet (D \supset E)$

(११) १. $(G \supset H) \supset J$
२. $\sim J$ / $\therefore G$

(१२) १. $L \supset (M \vee N)$
२. $T \vee L$ / $\therefore \sim M \supset (\sim T \supset N)$

(१३) १. $A \supset B$
२. $C \supset D$ / $\therefore (A \bullet C) \supset (B \bullet D)$

(१४) १. $K \vee (T \bullet \sim W)$
२. $W \vee S$ / $\therefore K \vee S$

(१५) १. $A \vee (B \supset C)$
२. $C \supset D$
३. $\sim D$
४. $B \vee E$ / $\therefore \sim A \supset E$

(१६) १. $P \supset (Q \supset R)$
२. $(Q \bullet S) \vee W$ / $\therefore \sim R \supset (P \supset W)$

(१७) १. $(A \bullet B) \vee C$
२. $(C \vee D) \supset E$ / $\therefore \sim A \supset E$

(१८) १. $\sim K \vee G$
२. $G \supset I$
३. $\sim I$ / $\therefore \sim K$

(१९) १. $D \supset E$ / $\therefore D \supset (D \bullet E)$

(२०) १. $F \supset (G \supset H)$
२. $G \supset (H \supset J)$ / $\therefore F \supset (G \supset J)$

(२१) १. $R \supset (S \bullet T)$
२. $(S \vee U) \supset W$
३. $U \vee R$ / $\therefore W$

(२२) १. $(P \vee Q) \supset [(R \vee S) \supset T]$

$/ \therefore P \supset [(R \bullet U) \supset T]$

(२३) १. $(A \supset B) \bullet (C \supset D)$

२. $\sim B$ $/ \therefore (A \vee C) \supset D$

(२४) १. $(K \vee G) \supset (H \bullet I)$

२. $(I \vee M) \supset O$ $/ \therefore K \supset O$

(२५) १. $(R \bullet R) \supset Q$

२. $Q \supset \sim R$ $/ \therefore \sim R$

(२६) १. $\sim P \supset S$

२. $\sim Q \supset P$

३. $\sim Q \vee \sim S$ $/ \therefore P$

(२७) १. $(\sim P \vee Q) \supset S$ $/ \therefore \sim S \supset \sim Q$

(२८) १. $\sim F \supset (G \supset \sim H)$

२. $L \vee \sim F$

३. $H \vee \sim M$ $/ \therefore \sim L \supset (G \supset \sim M)$

(२९) १. $B \supset C$

२. $D \supset E$

३. $(C \bullet E) \supset G$ $/ \therefore (B \bullet D) \supset G$

(३०) १. $U \supset (W \vee X)$

२. $\sim \sim U \bullet \sim X$

३. $(Y \vee W) \supset Z$ $/ \therefore Z$

(३१) १. $D \supset G$

२. $D \vee H$ $/ \therefore G \vee H$

(३२) १. $\sim (P \supset Q) \supset \sim R$

२. $S \vee R$ $/ \therefore \sim S \supset (\sim P \vee Q)$

(३३) १. $J \supset K$

२. $\sim (K \bullet L)$

३. L $/ \therefore \sim J$

(३४) १. $(P \vee Q) \supset R$

२. $\sim R \vee S$

३. $\sim P \supset T$

४. $\sim S$ $/ \therefore T$

(३५) १. $C \vee (W \bullet S)$

२. $C \supset S$ $/ \therefore \sim W \supset S$

(३६) १. $(A \vee B) \supset C$

२. $(B \vee C) \supset (A \supset E)$

३. $D \supset A$ $/ \therefore D \supset E$

(३७) १. $R \supset (\sim P \vee \sim Q)$

२. $S \supset T$

३. $T \supset Q$

४. P $/ \therefore S \supset \sim R$

(३८) १. $A \supset (B \supset C)$

२. B

३. $(E \supset T) \supset K$

$/ \therefore (A \supset C) \bullet (T \supset K)$