प्रकरण ४ नैगमनिक पद्धती

For as one may feel sure that a chain will hold when he is assured that each separate link is of good material and that it clasps the two neighbouring links, viz: the one preceding and the one following it, so we may be sure of the accuracy of the reasoning when the matter is good, that is to say, when nothing doubtful enters into it and when the form consists in perpetual concatenation of truths which allows no gap - Gottfried Leibniz

४.१ नैगमनिक सिद्धता

तर्कशास्त्राचा मुख्य हेतू योग्य आणि अयोग्य तर्क यातील फरक करणे हा आहे. तर्कशास्त्रातील काही मूलभूत समस्यांपैकी एक समस्या म्हणजे एखादा युक्तिवाद हा वैध आहे की नाही हे ठरविणे होय. तर्कशास्त्राचे दुसरे महत्त्वाचे कार्य म्हणजे एखादा विधानकार सर्वतः सत्य, सर्वतः असत्य, नैमित्तिकतया सत्यासत्य असेल हे शोधणे होय. यासाठी तर्कशास्त्रज्ञांना वेगवेगळ्या पद्धतीचा अवलंब करावा लागतो. ह्या पद्धती दोन प्रकारच्या आहेत. १) निर्णय पद्धती २) अनिर्णय पद्धती.

सत्यता कोष्टक पद्धती ही एक निर्णय पद्धती आहे. हे आपण पाहिलेच आहे. तर नैगमनिक सिद्धता पद्धती एक महत्त्वाची पद्धती आहे. नैगमनिक सिद्धता पद्धती ही निर्णय पद्धती नाही. कारण परिणामकारक निर्णय पद्धतीच्या अटीची पूर्तता ही पद्धत करीत नाही. नैगमनिक सिद्धता पद्धती ही विश्वासार्ह, मर्यादित परंतु यांत्रिक पद्धती नाही. कारण या पद्धतीचा उपयोग करण्यासाठी बुद्धिमत्तेची आवश्यकता आहे. नैगमनिक सिद्धतेचा उपयोग युक्तिवादाची वैधता सिद्ध करण्यासाठी केला जातो. परंतु निर्णय पद्धती प्रमाणे युक्तिवाद वैध की अवैध याचा निर्णय पद्धती प्रमाणे युक्तिवाद वैध कि अवैध याचा निर्णय घेण्यासाठी केला जात नाही. तसेच एखादा विधानाकार सर्वतः सत्य सिद्ध करण्यासाठी या पद्धतीचा उपयोग होतो. परंतु या पद्धतीचा उपयोग एखादा विधानाकार सर्वतः सत्य, सर्वतः असत्य, नैमित्तिकतया सत्यासत्य याचा निर्णय घेण्यासाठी केला जात नाही.

नैगमनिक सिद्धता पद्धतीत दिलेल्या युक्तिवादातील निष्कर्ष आधारविधानातून युक्त मूलभूत नियमांच्या आधारे निगमनित केला जातो. हे मूलभूत युक्तिवाद युक्त असतात. हे युक्त युक्तिवादाकारांचे प्रतिन्यस्त उदाहरण आहे. या युक्त मूलभूत युक्तिवादाकारांना अनुमानाचे नियम म्हणतात.

नैगमनिक सिद्धता पद्धतीचा वापर फक्त नैगमनिक युक्तिवादांची सिद्धता देण्यासाठी केला जातो.

युक्त नैगमनिक युक्तिवादात निष्कर्ष हा या आधार विधानांचा तार्किक परिणाम असतो. म्हणजेच युक्त नैगमनिक युक्तिवादात आधारविधाने निष्कर्षाला व्यंजित करतात.

जेव्हा आधारविधानातून मूलभूत युक्त युक्तिवादाच्या आधारे निष्कर्ष निगमनित केला जातो. तेव्हा युक्तिवादाची युक्तता सिद्ध होते.

जेव्हा युक्तिवादाची युक्तता सिद्ध करण्यासाठी नैगमनिक सिद्धता पद्धतीच्या आधारे जी सिद्धता दिली जाते तिला युक्ततेची आकारिक सिद्धता असे म्हणतात.

नैगमनिक सिद्धतेचे तीन प्रकार आहेत.

१) प्रत्यक्ष सिद्धता २) सोपाधिक सिद्धता ३) अप्रत्यक्ष सिद्धता

या प्रकरणात आपण प्रत्यक्ष सिद्धता पद्धतीचा अभ्यास करणार आहोत. प्रत्यक्ष सिद्धतेचा उपयोग केवळ युक्तिवादाची युक्तता सिद्ध करण्यासाठी होतो. मात्र सोपाधिक सिद्धता आणि अप्रत्यक्ष सिद्धता पद्धतीचा उपयोग युक्तिवादाची युक्तता व सर्वतः सत्य विधानाची सत्यता सिद्ध करण्यासाठी होतो.

४.२ प्रत्यक्ष सिद्धता :

प्रत्यक्ष नैगमनिक सिद्धता पद्धतीत युक्त मूलभूत नियमाच्या आधारे निष्कर्ष विधान आधारविधानापासून थेटपणे निगमनित केले जाते. या पद्धतीत कोणत्याही गृहीतकांचा वापर न करता निष्कर्ष निगमनित केला जातो. म्हणून या पद्धतीस प्रत्यक्ष सिद्धता पद्धती म्हटले जाते.

युक्तिवादाच्या आकारिक सिद्धतेच्या मांडणीत पुढील पायऱ्यांचा समावेश असतो.

१) दिलेल्या युक्तिवादातील सर्व आधार विधाने एकाखाली एक लिहून त्यांना क्रमांक द्यावेत.

२) शेवटच्या अधारविधानापुढे तिरपी रेष (/) काढून त्यापुढे ∴ हे चिन्ह लिहून मग निष्कर्ष लिहावा. म्हणजे युक्तिवाद पुढील प्रमाणे लिहावा :

१) आधार विधान

२) आधार विधान

३) आधार विधान /∴ निष्कर्ष विधान

३) अनुमानाचे नियम तसेच प्रतिनिवेशनाचा नियम / स्थानांतरता नियम यांचा योग्य वापर करून आधार विधानापासून निष्कर्ष निगमनित केला जातो. अर्थात निष्कर्षाप्रत पोहचण्याआधी नियमाच्या आधारे आणखी काही विधाने आधारविधानापासून निगमनित केली जातात. ही निगमनित विधाने पुढील सिद्धतेसाठी अधिकची आधार विधाने म्हणून स्विकारली जातात. ही विधाने जशी निगमनित होतील तसे क्रमांक दिले जातात आणि या विधानाचे समर्थन त्याच्या उजव्या बाजूस लिहीले जाते. या विधानापुढे ती विधाने ज्या नियमाच्या आधारे आणि ज्या आधार विधानावरून निगमनित केली आहेत. तो नियम व त्या आधार विधानाचे क्रमांक लिहीले जातात. सिद्धतेमध्ये एका वेळी एकाच नियमाचा वापर करावा.

४) एकदा निष्कर्ष नियमनित झाला की युक्तिवादाची सिद्धता पूर्ण होते आणि युक्तिवादाची युक्तता सिद्ध होते.

४.३ अनुमानाचे नियम आणि प्रतिनिवेशनाचा नियम / स्थानांतराचा नियम :

नैगमनिक सिद्धताद्वारे युक्तिवादाची आकारिक सिद्धतेची मांडणी करताना १९ नियम वापरले जातात. हे १९ नियम दोन प्रकारचे आहेत.

या नियमाचे दोन गटात वर्गीकरण केले जाते.

१) अनुमानाचे नियम हे एकूण नऊ नियम आहेत.

२) प्रतिनिवेशनाचा नियम हे एकूण दहा नियम आहेत.

या दोन्ही गटातील नियमांचे स्वरूप वेगवेगळे आहे.

प्रथम आपण अनुमानाच्या नियमाचे स्वरूप आणि त्यांचे उपयोजन समजावून घेऊ. अनुमानाचे नऊ नियम म्हणजे युक्तिवादाचे युक्त आकार आहेत. अशा युक्त युक्तिवादाकाराचे प्रतिन्यस्त युक्तिवाद देखील युक्त असतो. या अनुमानाच्या युक्त आकारांच्या मदतीने आपण आधारविधानापासून निष्कर्ष निगमनित करू शकतो आणि हे दाखवून देता येते की निष्कर्ष हा आधार विधानांचा तार्किक परिणाम आहे.

येथे ध्यानात घ्यावे की, हे नियम विधानाच्या एखाद्या भागाला लागू होत नसून पूर्ण विधानाला लागू होतात.

अनुमानाचे नऊ नियम पुढील प्रमाणे आहेत.

(१) विधायक विधी (Modus Ponens) :

हा नियम सोपाधिक विधानाच्या स्वरूपावर आधारित आहे. सोपाधिक विधानात पूर्वांग उत्तरांगाला व्यंजित करते. याचाच अर्थ जर सोपाधिक विधान सत्य असेल आणि त्यांचे पूर्वांगही सत्य असेल तर त्याचे उत्तरांगही सत्यच असले पाहिजे. उत्तरांग असत्य असूच शकत नाही. या विधानाचा आकार पुढीलप्रमाणे आहे.

$p \supset q$

p

$\therefore \quad q$

उदाहरणार्थ : जर तुम्ही तर्कशास्त्राचा अभ्यास केला तर तुमचे तार्किक कौशल्य सुधारते.

तुम्ही तर्कशास्त्राचा अभ्यास केला.

∴ तुमचे तार्किक कौशल्य सुधारते.

(२) जर विद्यार्थी हुशार असेल तर तो पास होईल.

विद्यार्थी हुशार आहे.

∴ तो पास होईल.

नियमाचे उपयोजन :

जर युक्तिवादात एक आधारविधान सोपाधिक विधान असेल आणि ज्याचे पूर्वांग दुसरे आधारविधान असेल तर विधायक विधीच्या नियम वापरून त्याचे उत्तरांग वैधपणे निगमित करू शकतो.

(१) $B \supset M$
(२) B
(३) $M \supset A$ / $\therefore A$
(४) M १, २, वि. वि. M.P.
(५) A ३, ४, वि. वि. M.P.

हे करून बघा.
(१) $M \supset R$
(२) M
(३) $R \supset S$
(४) $S \supset T$ / $\therefore T$
(५) ________ १, २, वि. वि. (M.P.)
(६) S ________
(७) ________ ४, ६ वि. वि. (M.P.)

(२) निषेधक विधी (Modus Tollens) :

हा नियम देखील सोपाधिक विधानाच्या स्वरूपावर आधारीत आहे. जेव्हा सोपाधिक विधानाचे पूर्वांग सत्य आणि उत्तरांग असत्य असते. तेव्हाच सोपाधिक विधान असत्य असते. म्हणूनच सोपाधिक विधान सत्य असेल आणि त्याचे उत्तरांग असत्य असेल तर त्याचे पूर्वांगही असत्यच असते. या विधानाचा आकार पुढीलप्रमाणे आहे.

$p \supset q$
$\sim q$
$\therefore \sim p$

उदारणार्थ : जर करणने मेहनत केली तर त्याला शिष्यवृत्ती मिळेल.

करणला शिष्यवृत्ती मिळाली नाही.

∴ करणने मेहनत केली नाही.

नियमाचे उपयोजन :

जर एखाद्या युक्तिवादात सोपाधिक विधान आधार विधान म्हणून दिलेला असेल आणि त्याच विधानाच्या उत्तरांगाचा निषेध दिलेला असेल तर अशा दोन आधार विधानापासून त्याच सोपाधिक विधानाच्या पूर्वांगाचा निषेध निगमनित करता येतो.

उदारणार्थ –
(१) $M \supset \sim T$
(२) $S \supset T$
(३) M / $\therefore \sim S$
(४) $\sim T$ १, ३ वि. वि. (M.P.)
(५) $\sim S$ २, ४ नि. वि. (M.T.)

हे करून बघा.
(१) $R \supset T$
(२) $\sim T$
(३) $\sim R \supset K$ / $\therefore K$
(४) ________ १, २, नि. वि. (M.T.)
(५) K ________

(३) लक्षितता शृंखला (Hypothetical Syllogism):

या नियमासाठी आपल्याला अशा दोन सोपाधिक विधानांची गरज असते की ज्याच्यातील एका सोपाधिक विधानाचे उत्तरांग हे दुसऱ्या सोपाधिक विधानाचे पूर्वांग असेल अशा परिस्थितीत या नियमानुसार अशा दोन विधानावरून आपण अजून एक सोपाधिक विधान निगमित करू शकतो. ज्याचे पूर्वांग पहिल्या सोपाधिक विधानाचे पूर्वांग तर ज्यांचे उत्तरांग दुसऱ्या सोपाधिक विधानाचे उत्तरांग असते.

या नियमाचा आकार पुढीलप्रमाणे आहे.

$p \supset q$
$q \supset r$
$\therefore p \supset r$

उदारणार्थ :

जर पाऊस पडला तर पिके चांगली येतील.

जर पिके चांगली आली तर शेतकरी आनंदी होतील.

∴ जर पाऊस चांगला पडला तर शेतकरी आनंदी होतील.

नियमाचे उपयोजन :

(१) $A \supset S$
(२) $\sim R \supset K$
(३) $S \supset \sim R$ / $\therefore A \supset K$
(४) $A \supset \sim R$ १, ३, ल. शृ. (H.S.)
(५) $A \supset K$ ४, २, ल. शृ. (H.S.)

हे करून बघा.

(१) $K \supset R$

(२) $S \supset K$

(३) $R \supset M$ $/ \therefore S \supset M$

(४) $S \supset R$ ________

(५) ________   ४, ३, ल. शृ. H.S.

(४) वैकल्पिक संवाक्य (Disjunctive Syllogism):

या नियमानुसार जर विकल्प विधान दिले असेल आणि त्याचे पहिले घटक विधान नाकारले किंवा ते असत्य असेल तर दुसरे घटक विधान सत्य असते आणि ते निष्पादित करता येते. हा नियम विकल्प विधानाच्या स्वरुपावर आधारीत आहे. विकल्प विधान सत्य असते याचाच अर्थ त्याचे किमान एक तरी घटक विधान सत्य असते. या नियमाचा आकार पुढील प्रमाणे आहे.

$p \vee q$

$\sim p$

$\therefore$ q

उदारणार्थ :

एक तर निलराज गिटार किंवा पियानो वाजविण्यास शिकेल.

निलराज गिटार वाजविण्यास शिकला नाही.

$\therefore$ निलराज पियानो वाजवण्यास शिकेल.

नियमाचे उपयोजन :

(१) $T \supset B$

(२) $\sim B$

(३) $T \vee R$ $/ \therefore R$

(४) $\sim T$ १, २, नि. वि. (M.T.)

(५) R ३, ४, वै. सं. (D.S.)

हे करून बघा.

(१) $R \supset T$

(२) $\sim T$

(३) $R \vee \sim S$ $/ \therefore \sim S$

(४) ________   १, २, नि. वि. (M.T.)

(५) $\sim S$ ________

(५) विधायक उभयापत्ती (Constructive Dilemma) :

या नियमाचे उपयोजन करण्यासाठी दोन आधारविधानांची गरज असते. त्यातील एक आधारविधान संधी विधान असून दोन सोपाधिक विधाने या संधीने जोडलेली असतात. दुसरे आधारविधान विकल्प विधान असून त्याचे विकल्प म्हणजे पहिल्या आधारविधानातील सोपाधिक विधानांची पूर्वांगे असतात. या दोन आधारविधानांवरून आपल्याला विकल्प विधान निष्कर्ष म्हणून मिळतो की ज्याचे दोन्ही विकल्प हे पहिल्या आधारविधानातील सोपाधिक विधानांची उत्तरांगे असतात. या नियमाचा आकार पुढील प्रमाणे आहे.

$(p \supset q) \bullet (r \supset s)$

$p \vee r$

$\therefore$ $q \vee s$

उदारणार्थ :

जर तुम्ही व्यायाम केला तर तुम्ही निरोगी बनाल आणि जर तुम्ही फास्टफुड खात असाल तर तुम्ही आजारी पडू शकता.

तुम्ही व्यायाम करा किंवा तुम्ही फास्टफुड खा.

$\therefore$ तुम्ही निरोगी बनाल किंवा तुम्ही आजारी पडाल.

नियमाचे उपयोजन

(१) $A \supset (J \vee K)$

(२) A

(३) $(J \supset R) \cdot (K \supset T)$ $/ \therefore R \vee T$

(४) $J \vee K$ १, २, वि. वि. M.P.

(५) $R \vee T$ ३, ४, वि. उ. C.D.

हे करून बघा.

(१) $(A \supset B) \cdot (R \supset S)$

(२) $M \supset (A \vee R)$

(३) M

(४) $\sim B$ $/ \therefore S$

(५) $A \vee R$ ________

(६) ________   १, ५, वि. उ. C.D.

(७) S ________

(६) निषेधक उभयापत्ती (Destructive Dilemma):

या नियमासाठीही दोन अशा विधानांची गरज आहे की, ज्यातील एक आधारविधान संधी विधान असून त्या संधीने दोन सोपाधिक विधाने जोडली आहेत आणि दुसरे आधारविधान विकल्प विधान असून त्यांच्या विकल्पात (घटकविधानांत) पहिल्या आधारविधानातील सोपाधिक विधानांच्या उत्तरांगांचा निषेध केलेला असतो. या दोन आधारविधानावरून आपल्याला विकल्प विधान निष्कर्ष म्हणून मिळते की ज्याचे दोन्ही विकल्प हे पहिल्या आधारविधानातील सोपाधिक विधानांच्या पूर्वांगांचे निषेध असतात. निषेधक उभयापतीचा आकार पुढीलप्रमाणे

$(p \supset q) \cdot (r \supset s)$
$\sim q \vee \sim s$
$\therefore \quad \sim p \vee \sim r$

उदारणार्थ :

जर तुम्ही सौर ऊर्जेचा वापर केला तर प्रदूषण कमी होईल आणि जर तुम्ही कचरा कुंडीचा वापर केला तर तुम्ही शहर स्वच्छ ठेवू शकाल.

एकतर प्रदुषण कमी होणार नाही किंवा तुम्ही शहर स्वच्छ ठेऊ शकणार नाहीत.

∴ एकतर तुम्ही सौर ऊर्जेचा वापर करीत नाही किंवा तुम्ही कचरा कुंडीचा वापर करीत नाही.

नियमाचे उपयोजन

(१)	A	
(२)	$A \supset \sim P$	
(३)	$P \vee (\sim S \vee \sim R)$	
(४)	$(T \supset S) \cdot (B \supset R)$	/ $\therefore \sim T \vee \sim B$
(५)	$\sim P$	२, १, वि. वि. (M.P.)
(६)	$\sim S \vee \sim R$	३, ५, वै. सं. (D.S.)
(७)	$\sim T \vee \sim B$	४, ६, नि. वि. (D.D.)

हे करून बघा.

(१)	$M \supset \sim R$	
(२)	$R \vee (\sim S \vee \sim T)$	
(३)	M	
(४)	$(J \supset S) \cdot (K \supset T)$	
(५)	$\sim \sim J$	/ $\therefore \sim K$
(६)	$\sim R$	________
(७)	________	२, ६, वै. सं. (D.S.)
(८)	$\sim J \vee \sim K$	________
(९)	$\sim K$	________

(७) सरलीकरण (Simplification) :

या नियमानुसार जर संधी विधान हे युक्तिवादातील एक आधारविधान असेल तर त्याचे पहिले घटक विधान आपण निगमनित करू शकतो. म्हणुनच हा नियम संधी विधानाच्या स्वरुपावर आधारीत आहे. संधी विधान तेव्हाच सत्य असते. जेव्हा त्याची दोन्ही घटक विधाने सत्य असतात. या नियमाचा आकार पुढीलप्रमाणे आहे.

$p \cdot q$

$\therefore \quad p$

उदारणार्थ :

इशिता योगाचा सराव करते आणि तिचे शरीर लवचीक आहे.

∴ इशिता योगाचा सराव करते.

नियमाचे उपयोजन

(१)	$(M \supset N) \cdot (R \supset S)$	
(२)	$(M \vee R) \cdot D$	/ $\therefore N \vee S$
(३)	$M \vee R$	२, सरलीकरण(Simp.)
(४)	$N \vee S$	१, ३, वि. उ. (C.D.)

हे करून बघा.

(१)	$\sim\sim M \cdot A$	
(२)	$\sim M \vee \sim S$	
(३)	$(A \supset S) \cdot (P \supset T)$	$/ \therefore \sim A$
(४)	$\sim\sim M$	________
(५)	________	२, ४, वै. सं. D.S.
(६)	________	३, सरलीकरण Simp.
(७)	$\sim A$	________

(८) संधी सयोगीकरण (Conjunction) :

हा नियम देखील संधी विधानाच्या स्वरुपावर आधारीत आहे. या नियमानुसार जर दोन विधाने स्वतंत्रपणे सत्य असतील तर तयार होणारे संधीविधानही सत्य असते. यामुळे दोन स्वतंत्र विधानापासून त्याचे संधी विधान निष्पादीत करता येते. या विधानाचा आकार पुढीलप्रमाणे आहे.

p

q

$/ \therefore \quad p \cdot q$

उदारणार्थ : राधिकेला वाचनाची आवड आहे.

ती कविता करते.

$\therefore$ राधिकेला वाचनाची आवड आहे आणि ती कविता करते.

नियमाचा वापर / उपयोजन

(१)	$F \vee T$	
(२)	$A \supset K$	
(३)	A	
(४)	$\sim F$	$/ \therefore T \cdot K$
(५)	K	२, ३, वि. वि. (M.P.)
(६)	T	१, ४, वै. सं. (D.S.)
(७)	$T \cdot K$	६, ५, संधी (Conj.)

हे करून बघा.

(१)	$S \supset T$	
(२)	$A \supset B$	
(३)	$S \vee A$	
(४)	M	$/ \therefore (T \vee B) \cdot M$
(५)	________	१, २, संधी (Conj.)
(६)	$T \vee B$	________
(७)	________	६, ४, संधी (Conj.)

(९) वृद्धीकरण (Addition) :

हा नियम विकल्प विधानाच्या स्वरूपावर आधारीत आहे. अशाप्रकारचे अनुमान युक्त असते कारण वैकल्पिक विधान सत्य असते जेव्हा वैकल्पिक विधानाचे एक तरी घटक विधान सत्य असते म्हणून जर p सत्य असेल तर त्याचा विकल्प असणाऱ्या दुसऱ्या कोणत्याही विधानाचे मूल्य सत्य वा असत्य यापैकी काहीही असले तरी ते विधान सत्य असते. या नियमाचा आकार पुढील प्रमाणे आहे.

p

$\therefore \quad p \vee q$

उदारणार्थ :

तेजस फुटबॉल खेळतो.

$\therefore$ तेजस फुटबॉल खेळतो किंवा रोहन हॉकी खेळतो.

नियमाचे उपयोजन

(१)	S	
(२)	$(S \cdot T) \supset A$	
(३)	T	$/ \therefore A \vee K$
(४)	$S \cdot T$	१, ३, संधी Conj.
(५)	A	२, ४, वि. वि. M.P.
(६)	$A \vee K$	५, वृद्धी Add.

हे करून बघा.

(१)	A	
(२)	$(A \vee S) \supset \sim T$	
(३)	$T \vee \sim M$	$/ \therefore \sim M \vee \sim S$
(४)	$A \vee S$	________
(५)	________	२, ४ वि. वि. M.P.
(६)	$\sim M$	________
(७)	$\sim M \vee \sim S$	________

प्रतिनिवेशनाचा / स्थानांतरणाचा नियम : (THE RULE OF REPLACEMENT) :

अनुमानाचे नऊ नियम सर्वच सत्यताफलनात्मक युक्तिवादांची युक्तता सिद्ध करण्यास पुरेसे नसतात.

उदारणार्थ : $A \cdot D \; / \therefore D$ या युक्तिवादाची युक्तता केवळ अनुमानाच्या नियमाच्या आधारे देता येत नाही.

म्हणूनच या नऊ नियमांच्या व्यतिरिक्त प्रतिनिवेशनाच्या नियमांचाही स्वीकार केला गेला आहे. या नियमाला प्रतिनिवेशाचे तत्त्व असेही म्हटले जाते. हा नियम या तथ्यावर आधारीत आहे की जर एखादे मिश्र विधान त्याच्या तार्किक सममूल्य अशा आविष्कृत विधानाने बदलले गेले तर बदललेल्या विधानाचे सत्यता मूल्य मूळच्या विधानाप्रमाणेच राहाते.

जेव्हा आपण प्रतिनिवेशनाचा नियम अनुमानाच्या नियमांबरोबर स्वीकारतो. तेव्हा या नियमांच्या आधारे दिलेल्या कोणत्याही विधानाचे तार्किक सममूल्य विधान आपण निगमनित करू शकतो. या नियमाचा वापर आपण संपूर्ण विधानावर किंवा विधानाच्या काही भागासाठीही करू शकतो. हा नियम आपल्याला सममूल्य विधान देत असल्याने त्याचा वापर दुविमार्गी होतो. म्हणजेच डाव्या बाजूवरून उजवी बाजू आणि उजव्या बाजूवरून डावी बाजू आपण स्थानांतरित करू शकतो. प्रतिनिवेश नियमाचे दहा प्रकार आहेत. त्यामुळे अनुमानाचे नऊ नियम व प्रतिनिवेशन नियमांचे दहा प्रकार असे एकूण एकोणिस नियम आपल्याला मिळतात.

प्रतिनिवेशनाच्या नियमाचे प्रकार पुढीलप्रमाणे आहेत.

(१०) डी. मॉर्गनचा नियम (De Morgan's Laws) :

डी मॉर्गनचे नियम पुढीलप्रमाणे

$\sim (p \cdot q) \equiv (\sim p \vee \sim q)$

$\sim (p \vee q) \equiv (\sim p \cdot \sim q)$

डी. मॉर्गनचा पहिला नियम संधी विधानाच्या स्वरुपावर आधारीत आहे. निदान एक घटक विधान असत्य असेल तर संधी विधान असत्य असते. डी. मॉर्गनच्या ह्या नियमानुसार $\sim (p \cdot q)$ हे संधीविधानाचा निषेध म्हणजेच एकतर p असत्य आहे. $(\sim p)$ किंवा q असत्य आहे, $(\sim q)$ असे म्हणण्यासारखे आहे.

उदाहरणार्थ : हे सत्य नाही की नीरज मेहनती आहे आणि आळशी आहे. हे विधान एकतर नीरज मेहनती नाही किंवा नीरज आळशी नाही. या विधानाचे तार्किक सममूल्य विधान आहे.

दुसरा नियम विकल्प विधानाच्या स्वरुपावर आधारीत आहे. जेव्हा विकल्प विधानाचे दोन्ही विकल्प असत्य असतात. तेव्हा विकल्पविधान असत्य असते. डी. मॉर्गनच्या या नियमानुसार वैकल्पिक विधानाचा निषेध $\sim (p \vee q)$ म्हणजेच त्याचा पहिला विकल्प 'p' असत्य $(\sim p)$ आहे आणि दुसराही विकल्प 'q' असत्य $(\sim q)$ आहे असे म्हणण्यासारखेच आहे.

उदाहरणार्थ : हे असत्य आहे की प्लॅस्टिकच्या पिशव्या एकतर पर्यावरण पूरक स्वरुपाच्या आहेत किंवा विघटनक्षम आहेत. हे विधान प्लॅस्टिकच्या पिशव्या पर्यावरण पूरक स्वरुपाच्या नाहीत आणि विघटनक्षमही नाहीत. या विधानाचे तार्किक सममूल्य विधान आहे.

नियमाचे उपयोजन

(१)	$\sim (A \vee M)$	
(२)	$\sim (S \cdot T)$	
(३)	$A \vee J$	
(४)	$\sim \sim S$	/ $\therefore \sim T \cdot J$
(५)	$\sim A \cdot \sim M$	१, डी. मॉर्गन (De M.)
(६)	$\sim S \vee \sim T$	२, डी. मॉर्गन (De M.)
(७)	$\sim T$	६, ४, वै. सं. (D.S.)
(८)	$\sim A$	५, सरलीकरण (Simp.)
(९)	J	३, ८, वै. सं. (D.S.)
(१०)	$\sim T \cdot J$	७, ९, संधी (Conj.)

हे करून बघा.

(१)	$S \supset T$	
(२)	$\sim (T \vee K)$	
(३)	$S \vee M$	/ $\therefore M \vee \sim R$
(४)	________	२, डी. मॉर्गन (De M.)
(५)	$\sim T$	________
(६)	$\sim S$	________
(७)	________	३, ६, वै. सं. (D.S.)
(८)	$M \vee \sim R$	________

(११) क्रमपरिवर्तन (Commutation) :

क्रमपरिवर्तनाचे नियम पुढील प्रमाणे आहेत.

$(p \cdot q) \equiv (q \cdot p)$

$(p \vee q) \equiv (q \vee p)$

क्रमपरिवर्तन म्हणजे घटकविधानांचे स्थान बदलणे. पहिला नियम संधी विधानाबाबत आहे. या नियमानुसार

$(p \cdot q)$ हे विधान $(q \cdot p)$ या विधानाचे तार्किक सममूल्य विधान आहे. घटकविधानांचे स्थान बदलले तरी विधानाचे सत्यता मूल्य तेच राहते. त्यामुळेच आपण घटकविधानांच्या स्थानाचे परिवर्तन करू शकतो.

उदाहरणार्थ : मला तर्कशास्त्र आणि तत्त्वज्ञान यांचा अभ्यास करायला आवडते हे विधान.

मला तत्त्वज्ञान आणि तर्कशास्त्राचा अभ्यास करायला आवडते. या विधानाशी तार्किकदृष्ट्या सममूल्य आहे.

दुसरा नियम विकल्प विधानाबाबत आहे. या नियमानुसार आपण विकल्प विधानाच्या विकल्पांचे स्थान बदलू शकतो आणि तसे केल्याने विधानाच्या असत्यता मूल्यात फरक पडत नाही.

उदारणार्थ : 'मी कापडी पिशव्या किंवा कागदाच्या पिशव्या वापरेन.' हे विधान तार्किकदृष्ट्या मी कागदी पिशव्या किंवा कापडी पिशव्या वापरेन या विधानाशी सममूल्य आहे.

नियमाचे उपयोजन

(१)	$\sim (A \vee K)$	
(२)	$T \cdot K$	$/ \therefore K \cdot \sim K$
(३)	$\sim A \cdot \sim K$	१, डी. मॉर्गन (De M.)
(४)	$\sim K \cdot \sim A$	३, क्रमपरिवर्तन (Comm.)
(५)	$K \cdot T$	२, क्रमपरिवर्तन (Comm)
(६)	$\sim K$	४, सरलीकरण (Simp.)
(७)	K	५, सरलीकरण (Simp.)
(८)	$K \cdot \sim K$	७, ६, संधी (Conj.)

हे करून बघा.

(१)	$\sim S \cdot T$	
(२)	$(T \supset R) \cdot (A \supset B)$	
(३)	A	$/ \therefore R \cdot B$
(४)	________	१, क्रमपरिवर्तन(Com.)
(५)	T	________
(६)	$T \supset R$	________
(७)	________	६, ५, वि. वि. (M.P.)
(८)	________	२, क्रमपरिवर्तन (Com.)
(९)	$A \supset B$	________
(१०)	________	९, ३ वि. वि. (M.P.)
(११)	$R \cdot B$	________

(१२) सहसंबंध (Association) :

सहसंबंधाचे नियम पुढीलप्रमाणे आहेत.

$$[p \cdot (q \cdot r)] \equiv [(p \cdot q) \cdot r]$$

$$[p \vee (q \vee r)] \equiv [(p \vee q) \vee r]$$

या नियमानुसार जर संधी विधानात आणि विकल्पविधानात तीन घटक विधाने एकमेकांना एकाच तर्ककारकाने जोडलेली असतील (म्हणजेच एक तर संधीने वा विकल्पाने) तर त्याच्या कसाही गट केला तरी त्यांच्या सत्यता मूल्यात फरक पडत नाही.

उदाहरणार्थ : 'ऋतुजा ही सुंदर आहे आणि (मेहनती व यशस्वी) मुलगी आहे.' म्हणजेच असे म्हणता येईल की, '(ऋतुजा ही सुंदर आणि मेहनती) आणि यशस्वी मुलगी आहे.'

'श्रेयस बर्गर खाईल किंवा (सॅन्डविच किंवा पिझ्झा खाईल.)' म्हणजेच असे म्हणता येईल की, '(श्रेयस बर्गर किंवा सॅन्डविच) किंवा पिझ्झा खाईल.'

नियमाचे उपयोजन

(१)	$(S \cdot B) \cdot T$	
(२)	$A \vee (K \vee T)$	
(३)	$\sim T$	$/ \therefore S \cdot (A \vee K)$
(४)	$S \cdot (B \cdot T)$	१, सहसंबंध (Assoc.)
(५)	S	४, सरलीकरण (Simp)
(६)	$(A \vee K) \vee T$	२, सहसंबंध (Assoc.)
(७)	$T \vee (A \vee K)$	६, क्रमपरिवर्तन (Com)
(८)	$A \vee K$	७, ३, वै. सं. (D.S.)
(९)	$S \cdot (A \vee K)$	५, ८, संधी (Conj)

हे करून बघा.

(१)	$P \vee (Q \vee M)$	
(२)	$\sim (P \vee Q)$	
(३)	$S \cdot (R \cdot A)$	$/ \therefore A \cdot M$
(४)	________	१, सहसंबंध (Assoc.)
(५)	M	________
(६)	$(S \cdot R) \cdot A$	________
(७)	________	६, क्रमपरिवर्तन (Com.)
(८)	A	________
(९)	$A \cdot M$	________

(१३) वितरण (Distribution) :

वितरणाचे नियम पुढील प्रमाणे आहेत.

$[p \cdot (q \vee r)] \equiv [(p \cdot q) \vee (p \cdot r)]$

$[p \vee (q \cdot r)] \equiv [(p \vee q) \cdot (p \vee r)]$

पहिल्या नियमात संधीचे वितरण विकल्पाने झाले आहे. जर एखादे विधान विकल्प विधानाशी संधीने जोडलेले असेल तर असेही म्हणता येते की ते विधान विकल्प विधानातील पहिल्या विकल्पाशी संधीने जोडले किंवा दुसऱ्या विकल्पानी संधीने जोडले जाते.

हे विधान वितरणाच्या नियमानुसार खालील दोन विधाने सममूल्य आहे.

उदाहरणार्थ : अनुजा ही कलाकार आहे आणि ती गायिका किंवा नर्तिका आहे.

अनुजा ही कलाकार आहे आणि गायिका आहे किंवा अनुजा कलाकार आणि नर्तिका आहे. या विधानाशी तार्किकदृष्ट्या सममूल्य आहे.

दुसऱ्या नियमात विकल्पाचे वितरण संधीने झाले आहे, जर एखादे विधान संधी विधानाशी विकल्पाने जोडलेले असेल तर असेही म्हणता येते की, ते विधान संधी विधानातील पहिल्या विकल्पाशी जोडले किंवा दुसऱ्या विकल्पाशी जोडले जाते.

उदाहरणार्थ : एकतर विकास क्रिकेट खेळतो किंवा तो गातो आणि पेंटींग करतो. तार्किकददृष्ट्या हे विधान खालील विधानाशी सममूल्य आहे.

एकतर विकास क्रिकेट खेळतो किंवा गातो आणि एकतर विकास क्रिकेट खेळतो किंवा पेंटींग करतो.

नियमाचे उपयोग

(१)	$\sim (S \cdot A)$	
(२)	$S \cdot (A \vee B)$	
(३)	$K \vee (P \cdot D)$	$/ \therefore (S \cdot B) \cdot (K \vee D)$
(४)	$(S \cdot A) \vee (S \cdot B)$	२, वितरण Dist.
(५)	$S \cdot B$	४, १, वै. सं. (D. S.)
(६)	$(K \vee P) \cdot (K \vee D)$	१, वितरण (Dist.)
(७)	$(K \vee D) \cdot (K \vee P)$	६, क्रमपरिवर्तन (Com.)
(८)	$K \vee D$	७, सरलीकरण (Simp.)
(९)	$(S \cdot B) \cdot (K \vee D)$	५, ८, संधी (Conj.)

हे करून बघा.

(१)	$P \vee (R \cdot S)$	
(२)	$\sim R$	
(३)	$\sim (P \vee M)$	$/ \therefore \sim M \cdot P$
(४)	________	१, वितरण (Dist.)
(५)	$P \vee R$	________
(६)	________	५, क्रमपरिवर्तन (Com.)
(७)	P	________
(८)	________	३, डी. मॉर्गन (DeM.)
(९)	$\sim M \cdot \sim P$	________
(१०)	________	९, सरलीकरण (Simp.)
(११)	$\sim M \cdot P$	________

(१४) द्विवार निषेध (Double Negation) :

या नियमाचा आकार पुढीलप्रमाणे आहे.

$p \equiv \sim \sim p$

हा नियम हे सांगतो की कोणतेही विधान त्याच्या निषेधाच्या निषेधाशी सममूल्य असते.

उदाहरणार्थ : असे म्हणता येईल की, 'जागतिक तापमान वाढ ही संकट आहे.' हे विधान तर्कशास्त्रीयदृष्ट्या खालील विधानाशी सममूल्य आहे 'असे नाही की जागतिक तापमान वाढ हे संकट नाही.'

नियमाचे उपयोजन

(१)	$\sim R \vee (S \vee B)$	
(२)	R	
(३)	$\sim S$	$/ \therefore \sim \sim B$
(४)	$\sim \sim R$	२, द्विवार निषेध (D. N.)
(५)	$S \vee B$	१, ४, वै. सं. (D. S.)
(६)	B	५, ३, वै. सं. (D. S.)
(७)	$\sim \sim B$	६, द्विवार निषेध (D. N.)

हे करून बघा.

(१) $\sim A \supset B$
(२) $\sim B$
(३) $\sim(\sim M \vee R)$ / $\therefore A \cdot M$
(४) ________ १, २, नि. वि. M. T.
(५) A ________
(६) ________ ३, डी. मॉर्गन DeM.
(७) ________ ६, द्विवार निषेध D.N.
(८) M ________
(९) $A \cdot M$ ________

(१५) व्यंजन व्यतिरेक (Transposition) :

या नियमाचा आकार पुढीलप्रमाणे आहे.

$(p \supset q) \equiv (\sim q \supset \sim p)$

हा नियम सोपाधिक विधानाशी संबंधित आहे. क्रमपरिवर्तनाप्रमाणेच सोपाधिक विधानाच्या घटक विधानाचाही क्रम या नियमामुळे बदलता येतो. पण पूर्वांग आणि उत्तरांगाचा क्रम बदलताना त्या दोन्ही विधानांचा निषेध करावा लागतो. तरच मूळच्या विधानाचे सत्यतामूल्य बदललेल्या विधानातही तसेच राहते.

उदाहरणार्थ : जर लोकांनी प्रयत्न केले तर पर्यावरण प्रदूषण नियंत्रित केले जाऊ शकते. हे विधान तार्किकदृष्ट्या पुढील विधाने सममूल्य आहे. जर पर्यावरण प्रदुषण नियंत्रित केले जात नसेल तर लोकांनी प्रयत्न केले नाहीत.

नियमाचे उपयोजन

(१) $\sim\sim K$
(२) $K \supset A$ / $\therefore \sim\sim A$
(३) $\sim A \supset \sim K$ 2, व्यंजन व्यतिरेक (Trans.)
(४) $\sim\sim A$ 3, 1, नि. वि. (M. T.)

हे करून बघा.

(१) $T \supset A$
(२) $\sim S \supset R$
(३) $(\sim A \supset \sim T) \supset \sim R$ / $\therefore S \vee (B \cdot Q)$
(४) $\sim A \supset \sim T$ ________
(५) ________ ३, ४ वि. धि. (M.P.)
(६) $\sim\sim S$ ________
(७) ________ ६, द्विवार निषेध (D.N.)
(८) $S \vee (B \cdot Q)$ ________

(१६) वास्तविक व्यंजन (Material Implication) :

या नियमाचा आकार पुढील प्रमाणे आहे.

$(p \supset q) \equiv (\sim p \vee q)$

हा नियम सोपाधिक विधानाच्या स्वरुपाशी संबंधित आहे. सोपाधिक विधान तेव्हाच असत्य असते. जेव्हा त्याचे पूर्वांग सत्य आणि उत्तरांग असत्य असते. जेव्हा त्याचे पूर्वांग सत्य आणि उत्तरांग असत्य असते. मात्र जर पूर्वांग असत्य असेल तर उत्तरांगाचे मूल्य काहीही असो सोपाधिक विधान सत्यच असते. तसेच जर उत्तरांग सत्य असेल तर पूर्वांगाचे मूल्य काहीही असो सोपाधिक विधान सत्यच असते. म्हणूनच या नियमानुसार जर $(p \supset q)$ हे विधान सत्य असेल तर एक तर 'p' असत्य असतो किंवा 'q' सत्य असतो.

उदाहरणार्थ : जर तुम्ही रस्त्यावर कचरा टाकला तर तुम्ही बेजबाबदार आहात.

तार्किकदृष्ट्या हे 'विधान' – एकतर तुम्ही रस्त्यावर कचरा टाकला नाहीत किंवा तुम्ही बेजबाबदार आहात. या विधानाशी सममूल्य आहे.

नियमाचे उपयोजन

(१) $(A \supset B) \vee S$
(२) A
(३) $\sim B$ / $\therefore S$
(४) $(\sim A \vee B) \vee S$ १, व्यंजन व्याख्या (Impl)
(५) $\sim A \vee (B \vee S)$ ४, सहसंबंध (Assoc.)
(६) $\sim\sim A$ २, द्विवार निषेध (D.N.)
(७) $B \vee S$ ५, ६, वै.सं. (D.S.)
(८) S ७, ३, वै.सं. (D.S.)

हे करून बघा.

(१) $Q \supset T$

(२) $(\sim Q \vee T) \supset M$

(३) $T \supset S$ $\qquad / \therefore M \cdot (\sim Q \vee S)$

(४) $\sim Q \vee T$ ________

(५) ________ २, ४ वै.सं. (M.P.)

(६) $Q \supset S$ ________

(७) ________ ६, व्यंजन व्याख्या (Impl)

(८) $M \cdot (\sim Q \vee S)$ ________

(१७) वास्तविक सममूल्यता (Material Equivalence) :

वास्तविक सममूल्यतेचे नियम पुढील प्रमाणे आहेत.

$(p \equiv q) \equiv [(p \supset q) \cdot (q \supset p)]$

$(p \equiv q) \equiv [(p \cdot q) \vee (\sim p \cdot \sim q)]$

पहिला नियम द्विपक्षी–व्यंजन विधानाचे स्वरुप स्पष्ट करतो. म्हणजेच द्विपक्षी व्यंजन विधानात दोन्ही घटक विधाने एकमेकांना व्यंजित करतात.

दुसरा नियम सममूल्य विधानाच्या सत्यतेच्या अटीवर आधारीत आहे. जेव्हा सममूल्य विधानाच्या घटक विधानांची मूल्ये समान असतात. तेव्हा सममूल्य विधान सत्य असते. म्हणजेच जेव्हा दोन्ही घटकविधाने सत्य असतील किंवा दोन्हीही असत्य असतील तेव्हा सममूल्य विधान सत्य असते.

उदाहरणार्थ : जर आपण आपल्या ध्येयांचा पाठपुरावा केला तर आणि तरच आपण यशस्वी होऊ. तार्किकदृष्ट्या हे विधान, जर तुम्ही तुमच्या ध्येयाचा पाठपुरावा केला तर तुम्ही यशस्वी व्हाल आणि जर तुम्ही यशस्वी झालात तर तुम्ही तुमच्या ध्येयाचा पाठपुरावा केला असेलच या विधानाशी सममूल्य आहे.

दुसऱ्या नियमानुसार वरील विधान खालील विधानाशी सममूल्य आहे.

तुम्ही एकतर तुमच्या ध्येयाचा पाठपुरावा करा आणि यशस्वी व्हा किंवा तुम्ही तुमच्या ध्येयाचा पाठपुरावा करु नका व यशस्वी होऊ नका.

नियमाचे उपयोजन

(१)

(१)	$S \equiv M$	
(२)	$\sim S$	$/ \therefore \sim M$
(३)	$(S \supset M) \cdot (M \supset S)$	१, वा. स. (Equiv.)
(४)	$(M \supset S) \cdot (S \supset M)$	३, क्रमपरिवर्तन (Com.)
(५)	$M \supset S$	४, सरलीकरण (Simp.)
(६)	$\sim M$	५, २, नि.वि. (M.T.)

(२)

(१)	$S \equiv M$	
(२)	$\sim S$	$/ \therefore \sim M$
(३)	$(S \cdot M) \vee (\sim S \cdot \sim M)$	१,वा.स.(M. Equiv.)
(४)	$\sim S \vee \sim M$	२, वृद्धी (Add.)
(५)	$\sim (S \cdot M)$	४, डी. मॉर्गन (DeM.)
(६)	$\sim S \cdot \sim M$	३, ५, वै.सं. (D.S.)
(७)	$\sim M \cdot \sim S$	६, क्रमपरिवर्तन (Com.)
(८)	$\sim M$	७, सरलीकरण (Simp.)

हे करून बघा.

(१) $A \equiv S$

(२) S

(३) $(K \cdot T) \vee (\sim K \cdot \sim T)$

(४) $(K \equiv T) \supset \sim P$

(५) $P \vee M$ $\qquad / \therefore M \cdot A$

(६) $(A \supset S) \cdot (S \supset A)$ ________

(७) ________ ६, क्रमपरिवर्तन (Com.)

(८) $S \supset A$ ________

(९) ________ ८, २, वि. वि. (M.P.)

(१०) ________ ३, वा. स. (Equiv.)

(११) $\sim P$ ________

(१२) ________ ५, ११ वै.सं. (D.S.)

(१३) $M \cdot A$ ________

(१८) बहि:सरण (Exportation) :

या नियमाचा आकार पुढील प्रमाणे आहे.

$[(p \cdot q) \supset r] \equiv [p \supset (q \supset r)]$

जेंव्हा सोपाधिक विधानात पहिले आणि दुसरे विधान दोन्ही मिळून तिसऱ्याला व्यंजित करतात. तेंव्हा असे म्हणता येते की, पहिले घटक विधान दुसऱ्याला आणि दुसरे तिसऱ्याला व्यंजित करत असते.

उदाहरणार्थ : जर तुम्ही मद्यपान केलेत आणि वाहन चालवले तर अपघात होऊ शकतो. तार्किकदृष्ट्या हे विधान खालील विधानाशी सममूल्य आहे – 'जर तुम्ही मद्यपान केले तर वाहन चालवले तर अपघात होऊ शकतो.

नियमाचा वापर / उपयोजन

(१)	B	
(२)	$(B \cdot S) \supset T$	
(३)	$T \supset R$	/ $\therefore S \supset R$
(४)	$B \supset (S \supset T)$	२, बहि:सरण (Exp.)
(५)	$S \supset T$	४, १, वि. वि.(M. P.)
(6)	$S \supset R$	५, ३, ल.शृ. (H.S.)

हे करून बघा.

(१)	$\sim P \supset (Q \supset \sim S)$	
(२)	$\sim P \cdot Q$	/ $\therefore$ $S \supset S$
(३)	__________	१, बहि:सरण (Exp.)
(४)	$\sim S$	__________
(५)	__________	४, वृद्धी (Add.)
(६)	$S \supset S$	__________

(१९) पुनरूक्ती (Tautology) :

या नियमाचे आकार पुढील प्रमाणे आहेत.

$p \equiv (p \cdot p)$

$p \equiv (p \vee p)$

या नियमानुसार एखादे विधान त्याच विधानाशी संधीने किंवा विकल्पाने जोडले असेल तर तयार होणारे विधान मूळ विधानाशी सममूल्य असते.

उदाहरणार्थ : पुनरुक्तीच्या पहिल्या नियमानुसार हवामान चांगले आहे. 'तार्किकदृष्ट्या हे विधान खालील विधानाशी सममूल्य आहे.' हवामान चांगले आहे आणि हवामान चांगले आहे असे म्हणण्यासारखे आहे आणि दुसऱ्या नियमानुसार तार्किकदृष्ट्या विधान हवामान चांगले आहे किंवा हवामान चांगले आहे.

या विधानाशी ससमूल्य आहे.

नियमाचे उपयोजन

(१)	$(S \supset R) \cdot (B \supset R)$	
(२)	$(\sim K \cdot \sim K) \supset M$	
(३)	$\sim M$	
(४)	$S \vee B$	/ $\therefore R \cdot K$
(५)	$R \vee R$	१, ४, वि. उ. (C. D.)
(६)	R	५, पुनरूक्ती (Taut.)
(७)	$\sim K \supset M$	२, पुनरूक्ती (Taut.)
(८)	$\sim\sim K$	७, ३, नि. वि. (M. T.)
(९)	K	८, द्विवार निषेध (D. N.)
(१०)	$R \cdot K$	६, ९, संधी (Conj.)

हे करून बघा.

(१)	$(A \supset B) \bullet (M \supset N)$	
(२)	$\sim B \vee \sim B$	
(३)	$A \vee M$	
(४)	$(\sim N \vee S) \vee (\sim N \vee S)$	/ $\therefore \sim S \supset \sim R$
(५)	__________	१, ३ वि. उ. (C.D.)
(६)	$\sim B$	__________
(७)	__________	५,६, वै.स. (D.S.)
(८)	__________	४, पुनरुक्ती (Taut.)
(९)	$\sim\sim N$	__________
(१०)	_______	८,९, वै.सं. (D.S.)
(११)	$S \vee \sim R$	__________
(१२)	__________	११,व्यंजन व्याख्या (Impl.)

अनुमानाचे नियम

(१) विधायक विधी (M.P.)

$p \supset q$

p

$\therefore\ q$

(२) निषेधक विधी (M. T.)

$p \supset q$

$\sim q$

$\therefore\ \sim p$

(३) लक्षितता शृंखला (H. S.)

$p \supset q$

$q \supset r$

$\therefore\ p \supset r$

(४) वैकल्पिक संवाक्य (D. S.)

$p \lor q$

$\sim p$

$\therefore\ q$

(५) विधायक उभयापत्ती (C. D.)

$(p \supset q) \cdot (r \supset s)$

$p \lor r$

$\therefore\ q \lor s$

(६) निषेधक उभयापत्ती (D.D.)

$(p \supset q) \cdot (r \supset s)$

$\sim q \lor \sim s$

$\therefore\ \sim p \lor \sim r$

(७) सरलीकरण (Simp.)

$p \cdot q$

$\therefore\ p$

(८) संधी नियम (Conj.)

p

q

$\therefore\ p \cdot q$

(९) वृद्धीकरण (Add.)

p

$\therefore\ p \lor q$

प्रतिनिवेशनाचे / स्थानांतरनाचे नियम

(१०) डी. मॉर्गनचे नियम (De M.)

$\sim (p \cdot q) \equiv (\sim p \lor \sim q)$

$\sim (p \lor q) \equiv (\sim p \cdot \sim q)$

(११) क्रमपरिवर्तनाचा नियम (Com.)

$(p \cdot q) \equiv (q \cdot p)$

$(p \lor q) \equiv (q \lor p)$

(१२) सहसंबंधाचे नियम (Assoc.)

$[p \cdot (q \cdot r)] \equiv [(p \cdot q) \cdot r]$

$[p \lor (q\ \ r)] \equiv [(p \lor q) \lor r]$

(१३) वितरणाचे नियम (Dist.)

$[p \cdot (q \lor r)] \equiv [(p \cdot q) \lor (p \cdot r)]$

$[p \lor (q \cdot r)] \equiv [(p \lor q) \cdot (p \lor r)]$

(१४) द्विवार निषेध (D.N.)

$p \equiv \sim\sim p$

(१५) व्यंजन व्यतिरेक (Trans.)

$(p \supset q) \equiv (\sim q \supset \sim p)$

(१६) व्यंजन व्याख्या - (Impl.)

$(p \supset q) \equiv (\sim p \lor q)$

(१७) वास्तविक सममूल्यता - (Equiv.)

$(p \equiv q) \equiv [(p \supset q) \cdot (q \supset p)]$

$(p \equiv q) \equiv [(p \cdot q) \lor (\sim p \cdot \sim q)]$

(१८) बहिःसरणाचा नियम (Exp.)

$[(p \cdot q) \supset r] \equiv [p \supset (q \supset r)]$

(१९) पुनरुक्ती (Taut.)

$p \equiv (p \cdot p)$

$p \equiv (p \lor p)$

सारांश :

नैगमनिक सिद्धता पद्धतीच्या आधारे युक्तिवादाची युक्तता सिद्ध करता येते.

यात युक्तिवादाचा निष्कर्ष त्याच्या आधारविधानांपासून अनुमाने काढत जाऊन निष्पादित केला जातो.

- नैगमनिक सिद्धता पद्धतीत दिलेल्या युक्तिवादातील आधार विधाने व युक्त मूलभूत नियमाच्या आधारे निष्कर्ष सिद्ध केला जातो.
- नैगमनिक सिद्धता पद्धतीचे स्वरुप यांत्रिक नसल्यामुळे ती निर्णय पद्धती नाही.
- प्रत्यक्ष सिद्धता पद्धतीच्या आधारे वैध युक्तिवादाच्या निष्कर्षापर्यंत क्रमाक्रमाने कोणत्याही गृहीतकाशिवाय थेटपणे जाता येते.
- नैगमनिक सिद्धता पद्धतीमध्ये १९ नियमांचा उपयोग युक्त युक्तिवादाकारांच्या आकारीक वैधतेची सिद्धता देण्यासाठी केला जातो.
- नैगमनिक सिद्धता पद्धतीत १९ नियम दोन प्रकारचे नियम आहेत.
- अनुमानानाचे नऊ नियम हे वैध अनुमानाचे मूलभूत आकार आहेत.
- आणि उरलेले १० नियम हे प्रतिनिवेशनाच्या नियमांचे तार्किकष्ट्या सममूल्य प्रकार आहेत.
- अनुमानाचे नियम केवळ संपूर्ण विधानासाठी लागू करता येतात, तर स्थानांतरणाचे नियम हे संपूर्ण विधानासाठी तसेच विधानाच्या एका भागासाठीही लागू करता येतात.

स्वाध्याय

प्र. १. कंसातील योग्य पर्याय निवडून रिकाम्या जागा भरा.

(१) डी. मॉर्गनच्या नियमानुसार $\sim (S \cdot \sim R) \equiv$ ....

[(S ∨ R) / (~ S ∨ ~ ~ R)]

(२) (A ∨ M) ≡ (M ∨ A) या .... हा नियम उपयोगात आणला जातो.

(क्रमपरिवर्तन / व्यंजन व्यतिरेक)

(३) सरलीकरण हा नियम .... या विधानाच्या स्वरुपावर आधारीत आहे.

(विकल्प / संधी)

(४) (B ⊃ ~ R) ≡ .... हे व्यंजन व्याख्येच्या नियमानुसार आहे.

(*(~ B ∨ ~ R) / (B ∨ R)*)

(५) ~ T ≡ (~ T ∨ ~ T) .... या नियमाचा उपयोग होतो.

(पुनरुक्ती / क्रमपरिवर्त)

(६) [p · (q · r)] ≡ [(p · q) · r] हे .... नियमानुसार आहे.

(सहसंबंध / बहि:सरण)

(७) (K ⊃ T) ≡ .... हे व्यजन व्यतिरेकच्या नियमानुसार आहे.

(*(T ⊃ ~ K) / (~ T ⊃ ~ K)*)

(८) निषेधक विधीचा नियम हा .... या विधानाच्या स्वरुपावर आधारीत आहे.

(संधी / सोपाधिक)

(९) [(p · q) ⊃ r] ≡ [p ⊃ (q ⊃ r)] हे .... या नियमानुसार आहे.

(वितरण / बहि:सरण)

(१०) प्रतिनिवेशनाचे नियम विधानाच्या .... भागाला लागू होतो.

(पूर्ण / पूर्ण तसेच अर्ध्या)

प्र. २.खालील विधाने सत्य कि असत्य ते सांगा :

(१) अनुमानाचे नियम विधानाच्या भागाला लागू होतात.

(२) प्रत्यक्ष सिद्धता पद्धती ही निर्णय पद्धती आहे.

(३) वैकल्पीक संवाक्याचा नियम विधानाच्या भागाला लागू केला जातो.

(४) प्रत्यक्ष सिद्धता पद्धतीमध्ये आधार विधानाच्या सहाय्याने निष्कर्ष प्रत्यक्षपणे सिद्ध करता येतो.

(५) $p / \therefore p \vee q$ हा नियम सरलीकरणाचा आहे.

(६) $[(p \supset q) \cdot p] \supset q$ हा नियम विधायक विधी (M.P.) चा आहे.

(७) व्यंजन व्यतिरेक या नियमात पूर्वांग आणि उत्तरांगाच्या जागा बदलतात. तसेच दोन्हीचा निषेध होतो.

(८) नैगमानिक पद्धती ही यांत्रिक आहे.

(९) लक्षितता शृखलेचा नियम (H.S.) हा वैकल्पिक विधानावर आधारित आहे.

(१०) $p, q / \therefore p \cdot q$ हा नियम वृद्धिकरण (Add.) चा नियम आहे.

प्र. ३.जोड्या जुळवा :

(अ) गट		(ब) गट	
१.	p	अ.	$(\sim p \vee q)$
२.	$(p \supset q)$	ब.	$(\sim p \vee \sim q)$
३.	$(p \equiv q)$	क.	$[(p \vee q) \cdot (p \vee r)]$
४.	$\sim (p \cdot q)$	ड.	$\sim \sim p$
५.	$[p \vee (q \cdot r)]$	इ.	$[(p \supset q) \cdot (q \supset p)]$

प्र. ४.कारणे द्या.

(१) नैगमनिक सिद्धता पद्धती ही निर्णय पद्धती नाही.

(२) अनुमानाचे नऊ नियम विधानाच्या संपूर्ण भागाला लागू केले जातात.

(३) स्थानंतरणाचे / प्रतिनिवेशनाचे नियम विधानाच्या संपूर्ण तसेच काही भागाला लागू केले जातात.

प्र. ५.स्पष्ट करा.

(१) सहसंबंधाचा नियम

(२) वितरणाचा नियम

(३) विधायक उभयापतीचा नियम

(४) निषेधक उभयापतीचा नियम

(५) वृद्धीकरणाचा नियम

(६) डी मॉर्गनचा नियम

(७) द्विवार निषेधाचा नियम

(८) व्यंजन व्याख्येचा नियम

(९) वास्तविक सममूल्यतेचा नियम

(१०) बहिःसरणाचा नियम

(११) पुनरुक्तीचा नियम

प्र. ६.खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या.

(१) नैगमनिक सिद्धता पद्धती स्पष्ट करा.

(२) प्रत्यक्ष नैगमनिक सिद्धता पद्धती स्पष्ट करा.

(३) अमुमानाच्या आणि स्थानांतरणाच्या नियमातील फरक सांगा.

(४) विधायक विधी (M.P.) व निषेधक विधी (M.T.) नियमातील फरक सांगा.

(५) लक्षितता शृंखलेचा (H.S.) नियम व वैकल्पिक संवाक्याच्या (D.S.) नियमातील फरक सांगा.

(६) सरलीकरण (Simp.) व संधी (Conj.) च्या नियमातील फरक सांगा.

(७) क्रमपरिवर्तन (Comm.) व व्यंजन व्यतिरेक (Trans.) या नियमातील फरक सांगा.

प्र. ७.खालील वैध की अवैध आहेत, ते सांगा.

(१) $(A \supset B) \supset \sim C$

$A \supset B$

$\therefore C$

(२) $(M \bullet N) \vee (T \equiv S)$

$M \bullet N$

$\therefore T \equiv S$

(३) $L \supset (K \vee L)$

$\sim L$

$\therefore K \vee L$

(४) $\sim R \supset (T \bullet W)$

$\sim (T \bullet W)$

$\therefore R$

(५) $(S \supset \sim T) \bullet (R \supset W)$

$S \vee R$

$\therefore \sim T \vee W$

(६) $(H \supset L) \bullet (K \supset J)$

$\sim L \vee \sim J$

$\therefore \sim H \vee \sim K$

(७) $(R \equiv S) \bullet (M \supset N)$

$R \vee M$

$\therefore S \vee N$

(८) $(T \supset W) \bullet L$

$\therefore T \supset W$

(९) $S \vee \sim L$

$\sim T \supset W$

$\therefore (S \vee \sim L) \bullet (\sim T \supset W)$

(१०) $J \supset L$

$\sim L \supset K$

$\therefore J \supset K$

प्र. ८.खालील सममूल्यता योग्य की अयोग्य आहे ते सांगा.

(१) $\sim (p \vee \sim q) \equiv (\sim p \bullet q)$

(२) $\sim \sim R \equiv R$

(३) $(\sim K \vee \sim K) \equiv K$

(४) $[(R \bullet \sim S) \bullet \sim T] \equiv [R \vee (\sim S \vee \sim T)]$

(५) $[\sim A \bullet (B \vee C)] \equiv [(\sim A \bullet B) \vee (\sim A \bullet C)]$

(६) $(\sim p \supset \sim q) \equiv (q \supset p)$

(७) $(\sim S \bullet \sim T) \equiv (T \bullet S)$

(८) $(\sim p \supset q) \equiv (p \vee q)$

(९) $[(p \bullet q) \vee (q \bullet p)] \equiv (p \equiv q)$

(१०) $[(p \supset q) \supset r] \equiv [p \bullet (q \supset r)]$

प्र.९. पुढील युक्तिवादांच्या सिद्धतेतील प्रत्येक पायरीचे समर्थन त्या त्या पायरीपुढे लिहा.

(१) १ $(K \vee S) \cdot (K \vee \sim T)$

२ $S \supset T$ / $\therefore K$

३ $K \vee (S \cdot \sim T)$

४ $\sim S \vee \sim \sim T$

५ $\sim S \vee T$

६ $\sim (S \cdot \sim T)$

७ $(S \cdot \sim T) \vee K$

८ K

(२) १ $(W \supset L) \cdot (W \supset K)$

२ $(L \cdot K) \supset Z$

३ $\sim Z$ / $\therefore \sim W$

४ $\sim (L \cdot K)$

५ $\sim L \vee \sim K$

६ $\sim W \vee \sim W$

७ $\sim W$

(३) २ $(X \supset \sim Y) \cdot (Z \supset A)$

२ $\sim (\sim X \cdot \sim Z)$ / $\therefore Y \supset A$

३ $\sim \sim X \vee \sim \sim Z$

४ $X \vee Z$

५ $\sim Y \vee A$

६ $Y \supset A$

(४) १ (A ∨ B) ⊃ ~ C
२ C / ∴ ~ B
३ ~ ~ C
४ ~ (A ∨ B)
५ ~ A · ~ B
६ ~ B · ~ A
७ ~ B

(५) १ ~ L ⊃ K
२ (L ∨ M) ⊃ (U · W)
३ ~ K / ∴ U ∨ U
४ ~ ~ L
५ L
६ L ∨ M
७ U · W
८ U
९ U ∨ U

(६) १ W ∨ S
२ ~ S
३ (W · X) ⊃ Y / ∴ ~ X ∨ Y
४ S ∨ W
५ W
६ W ⊃ (X ⊃ Y)
७ X ⊃ Y
८ ~ X ∨ Y

(७) १ (A · B) · C
२ A ⊃ (D ∨ K)
३ ~ D / ∴ K
४ A · (B · C)
५ A
६ D ∨ K
७ K

(८) १ K ∨ L
२ (L · M) ⊃ (O · P)
३ ~ K
४ M / ∴ G ⊃ O
५ L
६ L · M
७ O · P
८ O
९ O ∨ ~ G
१० ~ G ∨ O
११ G ⊃ O

(९) १ ~ D ∨ E
२ E ⊃ G
३ (~ G ⊃ ~ D) ⊃ H / ∴ H ∨ K
४ D ⊃ E
५ D ⊃ G
६ ~ G ⊃ ~ D
७ H
८ H ∨ K

(१०) १ A ⊃ B
२ C ⊃ D
३ ~ (B · D) / ∴ ~ A ∨ ~ C
४ (A ⊃ B) · (C ⊃ D)
५ ~ B ∨ ~ D
६ ~ A ∨ ~ C

प्र. १०.पुढील युक्त युक्तिवादांची आकारिक सिद्धता अनुमानाच्या नऊ नियमाच्या आधारे द्या.

(१) १ P ⊃ Q
२ P ⊃ R
३ P / ∴ Q · R

(२) १ T ⊃ P
२ ~ P
३ ~ T ⊃ ~ R / ∴ ~ R ∨ S

(३) १ $M \supset N$
२ $N \supset O$
३ $(M \supset O) \supset (N \cdot P)$ / $\therefore N \vee R$

(४) १ $A \vee B$
२ $\sim A$
३ $M \cdot D$ / $\therefore B \cdot M$

(५) १ $M \vee \sim S$
२ $\sim M$
३ $P \supset S$ / $\therefore \sim P \vee R$

(६) १ $\sim A$
२ $\sim B$
३ $(\sim A \cdot \sim B) \supset R$ / $\therefore R$

(७) १ $A \cdot S$
२ $A \supset \sim B$
३ $B \vee T$ / $\therefore T \vee \sim M$

(८) 1 $W \vee T$
2 $(W \vee T) \supset (L \cdot \sim S)$ / $\therefore L$

(९) १ $(P \supset Q) \cdot R$
२ $(Q \supset R) \cdot S$ / $\therefore P \supset R$

(१०) १ $(A \cdot B) \supset S$
२ $S \supset R$
३ A
४ B / $\therefore R$

(११) १ $(T \vee S) \supset P$
२ $P \supset Q$
३ T / $\therefore Q$

(१२) १ $Q \supset S$
२ $P \supset T$
३ $Q \vee P$
४ $\sim S$ / $\therefore T$

(१३) १ $(M \vee O) \supset (A \cdot M)$
२ $(A \cdot M) \supset (D \cdot E)$
३ M / $\therefore D$

(१४) १ $P \supset T$
२ $T \supset \sim D$
३ $\sim D \supset M$ / $\therefore P \supset M$

(१५) १ $H \supset K$
२ $T \vee F$
३ H
४ $\sim T$ / $\therefore F \cdot K$

(१६) १ $A \supset (B \vee S)$
२ $\sim (B \vee S)$
३ $D \supset L$
४ $A \vee D$ / $\therefore L$

(१७) १ $A \vee B$
२ $B \supset M$
३ $A \supset D$
४ $\sim D$ / $\therefore B \cdot (A \vee B)$

(१८) १ $A \supset B$
२ $\sim A \supset \sim C$
३ $C \vee (D \cdot E)$
४ $\sim B$ / $\therefore D \vee (S \equiv \sim R)$

(१९) १ $\sim S \supset (P \supset T)$
२ $\sim (P \supset T)$
३ $A \supset M$
४ $\sim S \vee A$ / $\therefore M \vee (R \cdot Q)$

(२०) १ $\sim S \cdot (A \vee B)$
२ $(M \supset S) \cdot R$
३ $M \vee \sim T$ / $\therefore \sim T \vee \sim K$

(२१) १ $A \supset M$
२ $P \supset T$
३ $P \vee A$
४ $\sim T$ / $\therefore M$

(२२) १ $S \supset M$

२ $P \supset A$

३ $\sim A \vee \sim M$

४ $K \cdot S$ / $\therefore (\sim P \vee \sim S) \cdot K$

(२३) १ $R \supset S$

२ $A \supset B$

३ $\sim T$

४ $\sim S \vee \sim B$ / $\therefore (\sim R \vee \sim A) \cdot \sim T$

(२४) १ $A \supset (\sim B \vee \sim D)$

२ $D \supset A$

३ D

४ $A \supset B$

५ $M \supset D$ / $\therefore \sim A \vee \sim M$

(२५) १ $R \supset T$

२ $S \supset B$

३ $R \cdot M$

४ $\sim T$ / $\therefore B \vee \sim A$

(२६) १ $R \vee S$

२ $[(R \vee S) \vee K] \supset \sim L$

३ T / $\therefore \sim L \cdot T$

(२७) १ $\sim K \cdot \sim S$

२ $M \vee T$

३ $M \supset K$ / $\therefore T \vee (S \supset R)$

(२८) १ $\sim A \supset R$

२ $S \supset \sim A$

३ $\sim R$

४ $S \vee \sim P$ / $\therefore \sim P$

(२९) १ $L \vee \sim S$

२ $\sim A$

३ $(\sim A \vee \sim M) \supset \sim L$

४ $P \cdot B$ / $\therefore \sim S \cdot (P \cdot B)$

(३०) १ $A \supset \sim B$

२ $A \cdot \sim R$

३ $B \vee (S \vee \sim M)$

४ $\sim S \cdot \sim T$ / $\therefore A \cdot \sim M$

प्र.११. पुढील युक्त युक्तिवादांची आकारिक सिद्धता अनुमान व स्थानांतरणाच्या नियमाच्या आधारे द्या

(१) १ $\sim (M \cdot R)$

२ M

३ $(\sim R \supset B) \cdot (A \supset K)$ / $\therefore B \vee K$

(२) $B \cdot A$

२ $\sim A \vee S$

३ $S \supset T$ / $\therefore T \vee (\sim R \supset M)$

(३) १ $A \vee (B \vee M)$

२ $\sim B$ / $\therefore A \vee M$

(४) १ $M \supset N$

२ $A \supset N$

३ $M \vee A$ / $\therefore N$

(५) १ $R \vee (S \cdot T)$

२ $\sim T$

३ $\sim S$ / $\therefore R$

(६) १ $\sim (S \vee T)$

२ $\sim S \supset \sim P$

३ $P \vee R$ / $\therefore R \vee \sim M$

(७) १ $A \supset \sim B$

२ $A \cdot S$

३ $B \vee R$ / $\therefore R \cdot S$

(८) १ $T \supset \sim S$

२ $T \vee T$

३ $S \vee \sim K$ / $\therefore \sim K \vee \sim K$

(९) १ $\sim K \supset \sim T$

२ $\sim K \cdot S$

३ $\sim T \supset R$

४ $(R \cdot S) \supset M$ / $\therefore M \vee M$

(१०) १ $S \supset T$

२ $T \supset M$ / $\therefore M \vee \sim S$

(११) १ $A \supset M$

२ $(\sim A \vee M) \supset R$

३ $\sim S \vee T$ / $\therefore (S \supset T) \cdot R$

(१२) १ $A \supset (B \supset M)$

२ $A \cdot B$ / $\therefore M \cdot [(A \cdot B) \supset M]$

(१३) १ $P \equiv S$

२ $\sim P$ / $\therefore \sim S \vee \sim M$

(१४) १ $A \vee (R \vee \sim P)$

२ P / $\therefore A \vee R$

(१५) १ $W \vee B$

२ $W \supset \sim S$

३ $B \supset \sim S$

४ $T \supset S$ / $\therefore \sim T$

(१६) १ $\sim B \vee M$

२ $M \supset R$ / $\therefore \sim R \supset \sim B$

(१७) १ $(S \cdot T) \supset P$

२ $P \supset F$

३ $\sim F$ / $\therefore \sim S \vee \sim T$

(१८) १ $(R \supset Q) \cdot (Q \supset R)$

२ $(B \vee M) \vee S$

३ $\sim B$

४ $\sim S$ / $\therefore (R \equiv Q) \cdot M$

(१९) १ $\sim (S \vee M)$

२ $P \supset M$

३ $M \vee \sim N$ / $\therefore \sim (P \vee N)$

(२०) १ $S \vee T$

२ $(S \vee M) \supset (Q \cdot B)$

३ $\sim B$ / $\therefore T$

(२१) १ $\sim (\sim A \vee R)$

२ R / $\therefore T \cdot A$

(२२) १ $(R \cdot M) \supset S$

१ R / $\therefore \sim S \supset \sim M$

(२३) १ $(S \cdot T) \vee (\sim S \cdot \sim T)$

२ $\sim S \vee \sim R$

३ $\sim (\sim S \cdot \sim T)$ / $\therefore \sim (R \cdot B) \cdot (S \equiv T)$

(२४) १ $\sim A \vee B$

२ $S \supset T$

३ $A \vee S$ / $\therefore \sim B \supset T$

(२५) १ $\sim (A \vee M)$

२ $S \supset A$

३ $M \vee \sim R$ / $\therefore \sim (S \vee R)$

(२६) १ $R \vee (S \cdot T)$

२ $(R \vee T) \supset \sim M$ / $\therefore M \supset F$

(२७) १ $S \supset A$

२ $B \supset S$

३ $\sim T \cdot \sim A$ / $\therefore \sim B \cdot \sim T$

(२८) १ $S \supset T$

२ $R \vee S$ / $\therefore \sim T \supset R$

(२९) १ $(R \supset S) \cdot (R \supset M)$

२ $\sim S \vee \sim M$ / $\therefore \sim (T \cdot R)$

(३०) १ $B \supset K$

२ $\sim B \supset S$ / $\therefore (K \vee S) \vee \sim A$

❖ ❖ ❖