ບົດສອບເສັງນັກຮູງນເກັ່ງ ວິຊາຄະນິດສາດ ຊັ້ນມັດທະຍົມສຶກສາຕອນຕົ້ນ (ມ4) ລະດັບຊາດ ສົກຮູງນ 2018-2019



ແກ້ໂດຍ: ທ. ລັດຕະນະໄຕສັນ ແກ້ວດາລາ (A0001)

ພິມໂດຍ: ທ. ລັດຕະນະໄຕສັນ ແກ້ວດາລາ (A0001)

ໝາຍເຫດ: ຫົວບົດສອບເສັງສະບັບນີ້ ແມ່ນໄດ້ຮັບການເຜີຍແຜ່ກ່ອນໄດ້ຮັບອະນຸຍາດຈາກເຈົ້າຂອງຜູ້ອອກຂໍ້ສອບ. ຖ້າຫາກເຈົ້າຂອງຜູ້ອອກຂໍ້ສອບໄດ້ພົບເຫັນ ແລະ ຮັບຮູ້ກ່ຽວກັບຫົວບົດສອບເສັງສະບັບນີ້, ດ້ວຍຄວາມເຄົາລົບ ແລະ ນັບຖືຢ່າງສູງ, ກະລຸນາທັກທ້ວງ ແລະ ສິ່ງຂ່າວມາຍັງທາງ ເລີນນີ (Learni) ໂດຍກົງ ເພື່ອຈະໄດ້ທຳການຂໍ ສະເໜີ ແລະ ອະນຸຍາດໃນການເຜີຍແຜ່ຫົວບົດສອບເສັງສະບັບດັ່ງກ່າວ.

Email: learni.up.lao@gmail.com

Facebook: Learni

Instagram: learni_official

First update: 24 ມັງກອນ 2022 (ວັນຈັນ)

ถ้าทาม

- 1. ໃຫ້ $\sqrt{n^3 + n^3 + n^3 + n^3 + n^3} = 25$. ຈົ່ງຊອກຫາຄ່າຂອງ n
- 2. ໃຫ້ $\left(a+2\sqrt{3}\right)^3=b+30\sqrt{3}$ ເຊີ່ງວ່າ a,b>0. ຈົ່ງຊອກຫາຄ່າຂອງ a ແລະ b
- 3. ໃຫ້ສອງຈຳນວນ α ແລະ β ເປັນໃຈຜົນຂອງສົມຜົນ : $mx^2-2(m-1)x+3(m-2)=0$. ຈົ່ງຊອກຫາຄ່າຂອງ m ເພື່ອເຮັດໃຫ້ $\alpha+2\beta=1$
- 4. ໃຫ້ສອງຈຳນວນ x ແລະ y ເຊີ່ງວ່າ : 16x + 17y = 2019 ແລະ 17x + 16y = 9102. ຈົ່ງຊອກຫາຄ່າຂອງ x + y .
- 5. ໃຫ້ຮູບສາມແຈ ABC ເຊີ່ງວ່າ : (a-b+c)(a+b+c)=ac .ຈົ່ງຊອກຫາຄ່າວັດແທກຂອງ \widehat{B} (ໂດຍວ່າ a=BC ; b=AC ແລະ c=AB) .
- 6. ສຳຫຼັບ $a \neq 0$, ໃຫ້ຕຳລາ f(x) = ax + 3 ແລະ $g(x) = (a^2 + 1)x 1$. ຈົ່ງພິສູດວ່າ : f(x) + g(x) ເປັນຕຳລາຊື້ນຕະຫຼອດ.
- 7. ໃຫ້ສາມເມັດ ABC ເຊີ່ງວ່າ : $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{3} \left(\overrightarrow{AB} + 2 \overrightarrow{CB} \right)$. ຈົ່ງຊີ້ແຈງວ່າບັນດາເມັດ A , B ແລະ C ບັນຈຸຢູ່ ເສັ້ນຊື່ດງວກັນ .
- 8. ແມ່ຄ້າສອງຄົນເອົາໄຂ່ໄປຂາຍຢູ່ຕະຫຼາດ ເຊີ່ງທັ້ງສອງມີໄຂ່ລວມກັນທັງໝົດ 100 ໜ່ວຍ. ທັ້ງສອງຄົນ ມີຈຳນວນໄຂ່ບໍ່ເທົ່າກັນແຕ່ຈຳນວນເງີນທີ່ຂາຍໄດ້ພັດເທົ່າກັນ. ຜູ້ທີ່ 1 ເວົ້າກັບຜູ້ທີ່ສອງວ່າ: ຖ້າຈຳນວນ ໄຂ່ຂອງຂ້ອຍເທົ່າກັບຈຳນວນໄຂ່ຂອງເຈົ້າ ຂ້ອຍຕ້ອງຂາຍ15 000ກີບ. ຜູ້ທີ່ 2 ເວົ້າວ່າ : ຖ້າວ່າຂ້ອຍ ມີໄຂ່ເທົ່າກັບ 3 ເທື່ອຂອງໄຂ່ເຈົ້າ ຂ້ອຍຈະຂາຍໄດ້ 20 000 ກີບ. ຖາມວ່າ ແຕລ່ະຄົນມີໄຂ່ຈັກໜ່ວຍ?

<u>ບິດແກ້</u>

1

n = 5

ຖ້າເຮົາພົບສົມຜົນທີ່ມີຮາກແບບ $\sqrt{f(x)}=g(x) \Leftrightarrow f(x)=\left(g(x)\right)^2$ ເຮົາຕ້ອງວາງ $f(x),g(x)\geq 0$ ແຕ່ຕາມຄຳຖາມເຮົາໄດ້ວ່າ25>0 ແລ້ວ ດັ່ງນັ້ນມີແຕ່ $n\geq 0$

ຖາມ n=?ໃຫ້ $n \ge 0$ ຈາກ $\sqrt{n^3+n^3+n^3+n^3+n^3}=25$ $\sqrt{5n^3}=25$ ຂື້ນກຳລັງສອງທັ້ງສອງຂ້າງ $\left(\sqrt{5n^3}\right)^2=(25)^2$ $5n^3=(5^2)^2$ $5n^3=5^4$ ຄູນ $\frac{1}{5}$ ເຂົ້າທັ້ງສອງຂ້າງ $n^3=5^3$ $\sqrt[3]{n^3}=\sqrt[3]{5^3}$ (ເນື່ອງວ່າ $n \in R$) n=5

 $S = \{5\}$

ເຮົາຕ້ອງຮູ້ຈັກເອກກະຜົນ
$$(a+b)^3=a^3+b^3+3a^2b+3ab^2$$
 ເຮົາຕ້ອງພັນປ່ຽນໃຫ້ທັ້ງສອງຂ້າງມີຄວາມຄ້າຍຄືກັນ

ຖາມ
$$a=?$$
 ແລະ $b=?$
ຈາກ $\left(a+2\sqrt{3}\right)^3=b+30\sqrt{3}$

$$a^3+\left(2\sqrt{3}\right)^3+3\times a^2\times 2\sqrt{3}+3\times a\times \left(2\sqrt{3}\right)^2=b+30\sqrt{3}$$

$$a^3+24\sqrt{3}+6\sqrt{3}a^2+36a=b+30\sqrt{3}$$

$$(a^3+36a)+(24+6a^2)\sqrt{3}=b+30\sqrt{3}$$
ເມື່ອທຽບກັນແລ້ວເຮົາໄດ້ : $\begin{cases} a^3+36a=b & (1) \\ 24+6a^2=30 & (2) \end{cases}$
ຈາກ(2) $24+6a^2=30 \Leftrightarrow a^2=\frac{30-24}{6} \Leftrightarrow a^2=1 \Leftrightarrow \sqrt{a^2}=\sqrt{1}$

$$a=\pm 1 \text{ ເຫັນວ່າ } a>0 \text{ ດັ່ງນັ້ນ } a=1$$
ເມື່ອນັ້ນ $a^3+36a=b$ ໄດ້ $1+36(1)=b$

$$b=37$$
ດັ່ງນັ້ນ $(a,b)=(1,37)$

ເຮົາຕ້ອງຮູ້ຈັກຫຼັກເກນວີແອັດ $\begin{cases} \alpha+\beta=-\frac{b}{a} \\ \alpha\beta=\frac{c}{a} \end{cases}$ ແລະ ເຮົາຕ້ອງສັງເກດໃນການແກ້ລະບົບສົມຜົນ

ໃນການແກ້ເຮົານຳເອົາຄວາມສຳພັນທີ່ເພີ່ນໃຫ້ ມາຖອນແລະກໍ່ແທນໃສ່

ສົມຜົນທີ່ເໝາະສົມໃນຫຼັກເກນວີແອັດ ຈະຖອນlpha ຫຼື etaກໍ່ໄດ້ແຕ່ກໍ່ຕ້ອງເບີ່ງວ່າອັນໃດຈະງ່າຍກ່ອນ.

$$m = \frac{2}{3}$$

ทาม
$$m=?$$

ມີ
$$mx^2 - 2(m-1)x + 3(m-2) = 0$$
 ແລະ $\alpha + 2\beta = 1$

ຕາມວີແອັດເຮົາໄດ້
$$\begin{cases} \alpha + \beta = \frac{2(m-1)}{m} & (1) \\ \alpha \beta = \frac{3(m-2)}{m} & (2) \end{cases}$$

ຈາກ
$$\alpha + 2\beta = 1 \Leftrightarrow \alpha = 1 - 2\beta$$
 ນຳ α ໄປແທນໃສ (1)

ເຮົາໄດ້
$$1-\beta = \frac{2(m-1)}{m} \Leftrightarrow \beta = 1 - \frac{2m-2}{m} \Leftrightarrow \beta = -\frac{m-2}{m}$$

ນຳ
$$\beta$$
ໄປແທນ (2) ເຮົາໄດ້ວ່າ $\alpha\left(-\frac{m-2}{m}\right) = \frac{3(m-2)}{m}$

$$\Leftrightarrow \alpha = -3$$

บำค่า
$$\alpha$$
 ไปแทบใส่ $\alpha + 2\beta = 1 \Leftrightarrow \beta = \frac{1-\alpha}{2}$

ຮູ້ວ່າ
$$\alpha=-3$$
 ດັ່ງນັ້ນເຮົາໄດ້ $\beta=\frac{1-(-3)}{2}=\frac{1+3}{2}=\frac{4}{2}=2$

$$\beta = 2$$

ເຊີ່ງເຮົາຮູ້ວ່າ
$$\beta=-\frac{m-2}{m}\Leftrightarrow 2=-\frac{m-2}{m}\Leftrightarrow 2m=-m+2$$
 ດັ່ງນັ້ນເຮົາໄດ້ $m=\frac{2}{3}$

ແກ້ຄືປົກກະຕິ ຮູ້ຈັກບວກ ສອງ ສົມຜົນພາກຕໍ່ພາກ

$$x + y = 337$$

ຖາມ x + y ເທົ່າກັບເທົ່າໃດ

$$\widehat{\mathbb{J}} \begin{cases} 16x + 17y = 2019 & (1) \\ 17x + 16y = 9102 & (2) \end{cases}$$

ນຳ (1) + (2) ;
$$33(x+y) = 11121$$

$$x + y = \frac{11121}{33}$$

$$x + y = 337$$

ຖ້າວ່າ (a=BC;b=AC ແລະ c=AB) ເຮົາມີຫຼັກເກນໂກຊິນ ເຊີ່ງມີ $b^2=a^2+c^2-2ac\cos \hat{B}$ ແລະເຮົາຕ້ອງຮູ້ຈັກ $x^2-y^2=(x-y)(x+y)$ ເຊີ່ງໃນຄຳຖາມ x=a+c ແລະ y=b.

 $\hat{B} = 120^{\circ}$

ຖາມ
$$\hat{B}=?$$

ມີ $(a-b+c)(a+b+c)=ac$

(ໂດຍວ່າ $a=BC$; $b=AC$ ແລະ $c=AB$)

ຈາກ $(a-b+c)(a+b+c)=ac$
 $(a+c-b)(a+c+b)=ac$
 $(a+c)^2-b^2=ac$
 $a^2+c^2+2ac-b^2=ac$
 a^2+c^2+ac
 $a^2+c^2-2ac\cos \hat{B}=a^2+c^2+ac$
 $-2ac\cos \hat{B}=ac$
 $\cos \hat{B}=\cos 120^\circ \Leftrightarrow \hat{B}=120^\circ$

ດ້ໆນັ້ນ $\hat{B}=120^\circ$

ສິ່ງທີ່ຕ້ອງຮູ້ແມ່ນ
$$\left\{ egin{aligned} A > 0 \\ \Delta < 0 \end{aligned}
ight.$$
 ສະແດງວ່າ $Ax^2 + Bx + C > 0$ ສຳຫຼັບ $\forall x \in R$ ແລະ ຖ້າ $y = ax + b$ ແລະ $a > 0$ ເຮົາໄດ້ວ່າ ຕຳລານີ້ເປັນຕຳລາຂື້ນ.

f(x) + g(x) ເປັນ ຕຳລາຂຶ້ນຕະຫຼອດ ພິສູດແລ້ວ

7.

ເຮົາຕ້ອງຮູ້ຈັກຜົນບວກຊານ ຢ່າງ
$$\overrightarrow{AX} + \overrightarrow{XB} = \overrightarrow{AB}$$
 ແລະເຮົາຕ້ອງຮູ້ $\overrightarrow{AX} = -\overrightarrow{XA}$ ເພາະ $\overrightarrow{AA} = \overrightarrow{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AX} + \overrightarrow{XA} = \overrightarrow{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AX} = -\overrightarrow{XA}$

ພິສູດແລ້ວ

ຈົ່ງຊື້ແຈງວ່າບັນດາເມັດ
$$A$$
, B ແລະ C ບັນຈຸຢູ່ເສັ້ນຊື່ດງວກັນ \overrightarrow{B} $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{CB})$ -----(1) ເຮົາຮູ້ $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}$ ນຳໄປແທນໃສ່ (1) ໄດ້ $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} + 2\overrightarrow{CB}) = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AC} + 3\overrightarrow{CB})$ \overrightarrow{C} $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AC}) + \overrightarrow{CB}$ $\overrightarrow{AC} = \frac{3}{2}\overrightarrow{CB}$ \overrightarrow{AC} $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}$ ນຳໄປແທນໃສ່ (1) ໄດ້ $\overrightarrow{AC} = \frac{3}{2}(\overrightarrow{CB})$ $\overrightarrow{AC} = \frac{3}{2}(\overrightarrow{CB})$ $\overrightarrow{AC} = \frac{3}{2}(\overrightarrow{CB})$ $\overrightarrow{AB} + 2(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB})) = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{AB})$ $\overrightarrow{AC} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}$ $\Leftrightarrow 3\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{CA} + 3\overrightarrow{AB}$ $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{CA} = 3\overrightarrow{AB}$ $\Rightarrow 3\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AB}$ $\Rightarrow 3\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AB}$ $\Rightarrow 3\overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{CA} = 3\overrightarrow{AB}$ $\Rightarrow 3\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AB}$ $\Rightarrow 3\overrightarrow{AC} + 3\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow$

8. ເຮົາຕ້ອງຮູ້ຈັກການວາງຕົວລັບສຳຫຼັບສີ່ງທີ່ເຮົາຢາກຊອກ ແລະ ພະຍາຍາມເອົາຄຳເວົ້າມາປ່ຽນເປັນສົມ ຜົນທີ່ເຮົາສາມາດຈະຄຳນວນໄດ້ ແລະ ກໍ່ພະຍາຍາມໃຊ້ສິ່ງທີ່ເພິ່ນໃຫ້ ຫຼື ບອກ ໃນບົດໂຈດນັ້ນໆພ້ອມ.

ຈຳນວນໄຂ່ຜູ້ທີ່ໜື່ງ = 47ໜ່ວຍ ຈຳນວນໄຂ່ຜູ້ທີ່ສອງ = 53ໜ່ວຍ

ຖາມ ແຕລ່ະຄົນມີໄຂ່ຈັກໜ່ວຍ? ໃຫ້ x= ຈຳນວນໄຂ່ຜູ້ທີ່ໜື່ງ ແລະ y= ຈຳນວນໄຂ່ຜູ້ທີ່ສອງ ຮູ້ x+y=100ໜ່ວຍ, $x\neq y$ ແລະ ຮູ້ວ່າ ຈຳນວນເງິນທີ່ຂາຍໄດ້ເທົ່າກັນ + ຜູ້ທີ່ 1 ເວົ້າກັບຜູ້ທີ່ສອງວ່າ: ຖ້າຈຳນວນໄຂ່ຂອງຂ້ອຍເທົ່າກັບ ຈຳນວນໄຂ່ຂອງເຈົ້າ ຂ້ອຍຕ້ອງຂາຍ15 000ກີບ. + ຜູ້ທີ່ 2 ເວົ້າວ່າ : ຖ້າວ່າຂ້ອຍມີໄຂ່ເທົ່າກັບ 3 ເທື່ອຂອງໄຂ່ເຈົ້າ ຂ້ອຍ ຈະຂາຍໄດ້ 20 000 ກີບ. ຈາກຄຳເວົ້າຂອງຜູ້ທີ່ໜື່ງເຮົາໄດ້ ຖ້າ x=y ລາວຊິຂາຍໄດ້ $15\,000$ ກີບ. ເຮົາມີ x+y=100ຫ່ວຍ $\Leftrightarrow x=50$ ຫ່ວຍ ເຮົາຈະໄດ້ວ່າ 50ໜ່ວຍ = 15 000ກີບ -----(1) ຈາກຄຳເວົ້າຂອງຜູ້ທີ່ສອງເຮົາໄດ້ ຖ້າ y=3x ລາວຊິຂາຍໄດ້ $20\ 000\ extrm{ກີບ}.$ ເຮົາມີ x + y = 100ຫ່ວຍ $\Leftrightarrow y = 75$ ຫ່ວຍ ເຮົາຈະໄດ້ວ່າ 75ໜ່ວຍ = 20 000ກີບ -----(2) ຈາກຄຳເວົ້າທີ່ວ່າ ຈຳນວນເງິນທີ່ຂາຍໄດ້ເທົ່າກັນ ດັ່ງຕ້ອງຫາທະວີຄູນຮ່ວມໜ້ອຍສຸດກ່ອນ ລະຫວ່າງ $LCM(15\,000\,,\,20\,000)=12$ เพาะ $15\,000\,,20\,000$ \Leftrightarrow 3(4),4(3)ຈາກ(1) 50ໜ່ວຍ = $15\,000$ ກີບ $\Leftrightarrow 50 \times 4$ ໜ່ວຍ = $15\,000 \times 4$ ກີບ 200ໜ່ວຍ = 60 000ກີບ -----(3) ໄດ້

ຈາກ(2) 75ໜ່ວຍ =
$$20\,000$$
ກີບ \Leftrightarrow 75×3 ໜ່ວຍ = $20\,000 \times 3$ ກີບ ໄດ້ 225 ໜ່ວຍ = $60\,000$ ກີບ -----(4)

ເຊິ່ງຕອນນີ້ເຮົາໄດ້
$$\begin{cases} 200 \text{mioe} = 60\ 000 \text{ກີv} & (3) \\ 225 \text{mioe} = 60\ 000 \text{ກີv} & (4) \end{cases}$$

ເຮົາຮູ້ວ່າ
$$x + y = 100$$

ຕອນນີ້ເຮົາປັບເງິນໃຫ້ມັນເທົ່າກັນແລ້ວແຕ່ເຮົາຕ້ອງຄູນຫຍັງໃຫ້ x+y=100

$$\Leftrightarrow$$
 $\begin{cases} 200k$ ໜ່ວຍ = $60\ 000k$ ກີບ (3) $\\ 225k$ ໜ່ວຍ = $60\ 000k$ ກີບ (4)

จาท
$$x + y = 100 \Leftrightarrow 200k + 225k = 100 \Leftrightarrow k = \frac{4}{17}$$

ຈາກ
$$200k$$
ໜ່ວຍ = $200 imes rac{4}{17}$ ໜ່ວຍ = $rac{800}{17}$ ໜ່ວຍ $pprox 47$ ໜ່ວຍ

ຈາກ
$$225k$$
ໜ່ວຍ = $225 \times \frac{4}{17}$ ໜ່ວຍ = $\frac{900}{17}$ ໜ່ວຍ ≈ 53 ໜ່ວຍ

ດັ່ງນັ້ນ
$$x=47$$
ໜ່ວຍ ແລະ $y=53$ ໜ່ວຍ