

ບົດສອບເສັງນັກຮຽນເກັ່ງ ວິຊາຄະນິດສາດ
ຊັ້ນມັດທະຍົມສຶກສາຕອນຕົ້ນ (ມ4) ລະດັບຊາດ
ສົກຮຽນ 2014-2015



ແກ້ໂດຍ: ທ. ລັດຕະນະໄຕສັນ ແກ້ວດາລາ (A0001)

ໝາຍເຫດ: ຫົວບົດສອບເສັງສະບັບນີ້ ແມ່ນໄດ້ຮັບການເຜີຍແຜ່ກ່ອນໄດ້ຮັບອະນຸຍາດຈາກເຈົ້າຂອງຜູ້ອອກຂໍ້ສອບ. ຖ້າຫາກເຈົ້າຂອງຜູ້ອອກຂໍ້ສອບໄດ້ພົບເຫັນ ແລະ ຮັບຮູ້ກ່ຽວກັບຫົວບົດສອບເສັງສະບັບນີ້, ດ້ວຍຄວາມເຄົາລົບ ແລະ ນັບຖືຢ່າງສູງ, ກະລຸນາທັກທ້ວງ ແລະ ສົ່ງຂ່າວມາຍັງທາງ ເລີນນີ (Learni) ໂດຍກົງ ເພື່ອຈະໄດ້ທຳການຂໍສະເໜີ ແລະ ອະນຸຍາດໃນການເຜີຍແຜ່ຫົວບົດສອບເສັງສະບັບດັ່ງກ່າວ.

Email: learni.up.lao@gmail.com

Facebook: Learni

Instagram: learni_official

First update: 5 ກຸມພາ 2022 (ວັນເສົາ)



ສາທາລະນະລັດ ປະຊາທິປະໄຕ ປະຊາຊົນລາວ

ສັນຕິພາບ ເອກະລາດ ປະຊາທິປະໄຕ ເອກະພາບ ວັດທະນະຖາວອນ



ກະຊວງສຶກສາທິການ ແລະ ກິລາ

ກົມມັດທະຍົມສຶກສາ

ຫົວບົດສອບເສັງແຂ່ງຂັນນັກຮຽນເກັ່ງຊັ້ນມັດທະຍົມສຶກສາຕອນຕົ້ນ

ລະດັບຊາດ ປະຈຳສົກຮຽນ 2014-2015

ວິຊາ: ຄະນິດສາດ

ເວລາ: 120 ນາທີ

1. ໃຫ້ສຳນວນ: $A = \left(\frac{2}{\sqrt{1+a}} + \sqrt{1-a} \right) : \left(\frac{2}{\sqrt{1-a^2}} + 1 \right)$ ສຳລັບ $a \geq 0$ ແລະ $a \neq 1$

ກ. ຈົ່ງຄັດຈັອນສຳນວນ A

ຂ. ຈົ່ງຄິດໄລ່ຄ່າຂອງສຳນວນ A ສຳລັບ $a = \frac{24}{49}$

ຄ. ຈົ່ງຄິດໄລ່ຄ່າຂອງ a ເມື່ອໃຫ້ສຳນວນ $A = 2$

2. ຈົ່ງຊອກຫາຄ່າຂອງ x, y, z ຮູ້ວ່າ: $\sqrt{x-y+z} = \sqrt{x} - \sqrt{y} + \sqrt{z}$

3. ໃຫ້ a ແລະ b ເປັນຈຳນວນຄົງຄ່າ ແລະ $f(x) = a \sin x + b x \cos x + x^2 / x \in \mathbb{R}$ ຮູ້ວ່າ:
(2) = 3 . ຈົ່ງຊອກຫາຄ່າຂອງ $f(-2)$.

4. ໃຫ້ຮູບສີ່ແຈ $ABCD$ ເຊິ່ງວ່າ : $AB = 1$; $BC = 2$; $CD = \sqrt{3}$; $\widehat{ABC} = 120^\circ$ ແລະ
 $\widehat{BCD} = 90^\circ$ ຈົ່ງຊອກຫາລວງຍາວຂອງຂ້າງ $[AD]$.

5. ໃນລະບົບເສັ້ນເຄົ້າຫົວໜ່ວຍຕັ້ງສາກ $(O; \vec{i}, \vec{j})$. ເພິ່ນໃຫ້ເມັດ $A(-2; 3)$, $B(1; 5)$ ແລະ $C(6; 3)$.

5.1 ຈົ່ງຊອກຫາສົມຜົນຂອງເສັ້ນຈອມກາງ ທີ່ຂີດອອກຈາກຈອມ B ຂອງຮູບສາມແຈ ABC .

5.2 ໃຫ້ເມັດ G ເປັນເມັດຖ່ວງໜັກຂອງຮູບສາມແຈ ABC . ຈົ່ງຊອກຫາຕົວປະສານຂອງເມັດ G .

5.3. ຈົ່ງຊອກຫາຄ່າຂອງ $\sin(\widehat{BAC})$.

ຄະນະກຳມະການອອກຫົວບົດ

1. ຖ້າສຳນວນ: $A = \left(\frac{2}{\sqrt{1+a}} + \sqrt{1-a} \right) \div \left(\frac{2}{\sqrt{1-a^2}} + 1 \right)$ ສຳລັບ $a \geq 0$ ແລະ $a \neq 1$

ກ. ຈົ່ງຄົ້ນຄວ້າສຳນວນ A

$$A = \left(\frac{2}{\sqrt{1+a}} + \sqrt{1-a} \right) \div \left(\frac{2}{\sqrt{1-a^2}} + 1 \right) = \left(\frac{2 + \sqrt{1-a^2}}{\sqrt{1+a}} \right) \div \left(\frac{2 + \sqrt{1-a^2}}{\sqrt{1-a^2}} \right)$$

$$A = \left(\frac{2 + \sqrt{1-a^2}}{\sqrt{1+a}} \right) \times \left(\frac{\sqrt{1-a^2}}{2 + \sqrt{1-a^2}} \right) = \frac{\sqrt{1-a^2}}{\sqrt{1+a}} = \frac{(\sqrt{1-a})(\sqrt{1+a})}{\sqrt{1+a}}$$

$$A = \sqrt{1-a}$$

ຂ. ຈົ່ງຄົ້ນຄວ້າຄ່າຂອງສຳນວນ A ສຳລັບ $a = \frac{24}{49}$

$$\text{ເລື່ອມ} \quad A = \sqrt{1 - \frac{24}{49}} = \sqrt{\frac{49-24}{49}} = \sqrt{\frac{25}{49}} = \sqrt{\left(\frac{5}{7}\right)^2}$$

$$\text{ດັ່ງນັ້ນ} \quad A = \frac{5}{7}$$

ຄ. ຈົ່ງຄົ້ນຄວ້າຄ່າຂອງ a ເມື່ອໃຫ້ສຳນວນ $A = 2$

$$\text{ພົບຄຳຕອບ:} \quad \sqrt{1-a} = 2 \quad \text{ເລື່ອມ} \quad a = -3$$

ເຊິ່ງເຫັນວ່າ ບໍ່ເໝາະ ສົມຄຸນ $A \neq 2$ ດັ່ງນັ້ນ ຈຶ່ງບໍ່ມີຄ່າ a ທີ່ເໝາະ

ຂີ້ ຈົ່ງຊອກຫາຄ່າຂອງ x, y, z ຮູ້ວ່າ $\sqrt{x-y+z} = \sqrt{x} - \sqrt{y} + \sqrt{z}$

$$\text{ພົບຄຳຕອບ:} \quad \sqrt{x-y+z} = \sqrt{x} - \sqrt{y} + \sqrt{z}$$

$$\sqrt{x-y+z} + \sqrt{y} = \sqrt{x} + \sqrt{z} \quad \text{ຂັ້ນສູງສອງຂ້າງ$$

$$\text{ເລື່ອມ} \quad x - y + z + y + 2\sqrt{(x-y+z)y} = x + z + 2\sqrt{xz}$$

$$\text{ເລື່ອມ} \quad \sqrt{(x-y+z)y} = \sqrt{xz} \quad \text{ຂັ້ນສູງສອງຂ້າງ}$$

$$(x-y+z)y = xz \Leftrightarrow xy - y^2 + yz = xz$$

$$\Leftrightarrow y^2 - xy - yz + xz = 0 \Leftrightarrow y(y-x) - z(y-x) = 0$$

$$\Leftrightarrow (y-x)(y-z) = 0 \quad \text{ເລື່ອມ} \quad y=x \quad \text{ຫຼື} \quad y=z$$

$$\text{ດັ່ງນັ້ນ} \quad \sqrt{x-y+z} = \sqrt{x} - \sqrt{y} + \sqrt{z} \quad \text{ເມື່ອ} \quad x=y=z \quad \text{ຄຳຕອບ:} \quad x, y, z \in \mathbb{R}^+$$

3. ຖ້າ a ແລະ b ເປັນຈຳນວນຈິງ ແລະ $f(x) = a \sin x + b \cos x + x^2$

$\forall x \in \mathbb{R}$ ຮູ້ວ່າ $f(2) = 3$ ຈົ່ງຊອກຫາຄ່າຂອງ $f(-2)$

$$\text{ເລື່ອມ} \quad f(2) = a \sin(2) + b \cos(2) + 4 = 3 \quad \text{ເລື່ອມ} \quad a \sin(2) + b \cos(2) = -1 \quad (*)$$

$$\text{ພົບຄຳຕອບ:} \quad f(-2) = a \sin(-2) + b \cos(-2) + 4$$

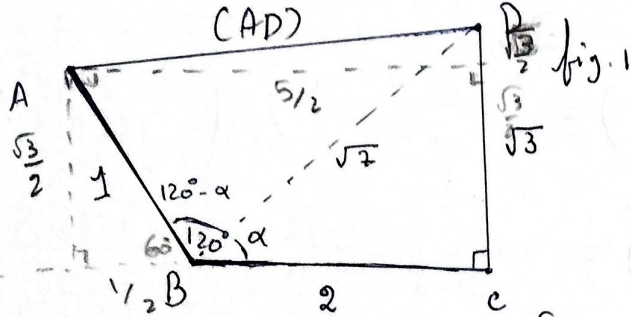
$$f(-2) = -a \sin(2) - b \cos(2) + 4 = -(a \sin(2) + b \cos(2)) + 4$$

$$f(-2) = -(-1) + 4 = 5$$

$$\text{ດັ່ງນັ້ນ} \quad f(-2) = 5$$

4. ពិចារណាពី ABCD ដូច្នេះ: $AB=1, BC=2, CD=\sqrt{3}, \angle ABC=120^\circ$

ហើយ $\angle BCD=90^\circ$



$$AB=1$$

$$BC=2$$

$$CD=\sqrt{3}$$

$$\angle ABC=120^\circ$$

$$\angle BCD=90^\circ$$

+) គេដឹងថា ទំហំផ្ទៃក្នុង B គឺជាផ្ទៃក្នុង D

ដូច្នេះ គេបានដឹងថា ទំហំផ្ទៃក្នុង BCD គឺជាផ្ទៃក្នុង C

ឆ្លើយ: គេបានដឹងថា $BD=\sqrt{7}$

+) គេដឹងថា $\angle DBC=\alpha$ ដូច្នេះ $\angle ABD=120^\circ-\alpha$

$$\text{ឆ្លើយ: } \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{7}}$$

+) ទំហំផ្ទៃក្នុង ABD គឺជាផ្ទៃក្នុង ABD គឺជាផ្ទៃក្នុង ABD

$$(AD)^2 = (1)^2 + (\sqrt{7})^2 - 2(1)(\sqrt{7}) \cos (120^\circ - \alpha)$$

$$(AD)^2 = 8 - 2\sqrt{7}$$

$$(AD)^2 = 8 - 2\sqrt{7} (\cos 120^\circ \cos \alpha + \sin 120^\circ \sin \alpha)$$

$$(AD)^2 = 7 \quad \text{ដូច្នេះ} \quad AD = \sqrt{7}$$

5. ពិចារណាពីប្រព័ន្ធគោលដោយ $(0, 1, 1)$

គេបានដឹងថា $A(-2, 3), B(1, 5)$ ឆ្លើយ: $C(6, 3)$

5.1) គេដឹងថា ទំហំផ្ទៃក្នុង ABC គឺជាផ្ទៃក្នុង ABC

គេដឹងថា ទំហំផ្ទៃក្នុង B គឺជាផ្ទៃក្នុង B

គេដឹងថា D គឺជាផ្ទៃក្នុង D គឺជាផ្ទៃក្នុង D

គេដឹងថា $AC(-2, 3)$ ឆ្លើយ: $C(6, 3)$ ដូច្នេះ $D(-\frac{2+6}{2}, \frac{3+3}{2})$

គេដឹងថា $D(2, 3)$ ដូច្នេះ គេបានដឹងថា ទំហំផ្ទៃក្នុង B គឺជាផ្ទៃក្នុង B

$$y-3 = \left(\frac{3-5}{2-1}\right)(x-2) \quad \text{ឆ្លើយ: } y = -2x+7$$

គេដឹងថា ទំហំផ្ទៃក្នុង B គឺជាផ្ទៃក្នុង B គឺជាផ្ទៃក្នុង B

5.2) គេដឹងថា G គឺជាផ្ទៃក្នុង G គឺជាផ្ទៃក្នុង G គឺជាផ្ទៃក្នុង G

+) គេដឹងថា ទំហំផ្ទៃក្នុង B គឺជាផ្ទៃក្នុង B គឺជាផ្ទៃក្នុង B

$$BG:GD = 2:1 \quad \text{ដូច្នេះ} \quad G\left(\frac{5}{3}, \frac{11}{3}\right)$$

5.3) គេដឹងថា ទំហំផ្ទៃក្នុង B គឺជាផ្ទៃក្នុង B

+) គេដឹងថា ទំហំផ្ទៃក្នុង E គឺជាផ្ទៃក្នុង E គឺជាផ្ទៃក្នុង E

គេដឹងថា E គឺជាផ្ទៃក្នុង E គឺជាផ្ទៃក្នុង E

$$\sin \angle BAC = \frac{BE}{AB} \quad \text{ឆ្លើយ: } (1)$$

$$BE=2 \quad \text{ឆ្លើយ: } AB = \sqrt{(1+2)^2 + (5-3)^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$$

$$\sin \angle BAC = \frac{2}{\sqrt{13}}$$

គេដឹងថា ទំហំផ្ទៃក្នុង B គឺជាផ្ទៃក្នុង B គឺជាផ្ទៃក្នុង B