ບົດສອບເສັງນັກຮຽນເກັ່ງ ວິຊາຄະນິດສາດ

ຂັ້ນມັດທະຍົມສຶກສາຕອນຕົ້ນ (ມ4)

ຂັ້ນເມືອງ (ນະຄອນຫຼວງວຽງຈັນ)

ສົກຮຽນ 2020-2021

LEARNi
From everyone

ແກ້ໂດຍ: ທ. ລັດຕະນະໄຕສັນ ແກ້ວດາລາ (A0001)

ໝາຍເຫດ: ຫົວບົດສອບເສັງສະບັບນີ້ ແມ່ນໄດ້ຮັບການເຜີຍແຜ່ກ່ອນໄດ້ຮັບອະນຸຍາດຈາກເຈົ້າຂອງຜູ້ອອກຂໍ້ສອບ. ຖ້າຫາກເຈົ້າຂອງຜູ້ອອກຂໍ້ສອບໄດ້ພົບເຫັນ ແລະ ຮັບຮູ້ກ່ຽວກັບຫົວບົດສອບເສັງສະບັບນີ້, ດ້ວຍຄວາມເຄົາລົບ ແລະ ນັບຖືຢ່າງສູງ, ກະລຸນາທັກຫ້ອງ ແລະ ສົ່ງຂ່າວມາຍັງທາງ ເລີນນີ (Learni) ໂດຍກົງ ເພື່ອຈະໄດ້ທຳການຂໍສະເໜີ ແລະ ອະນຸຍາດໃນການເຜີຍແຜ່ຫົວບົດສອບເສັງສະບັບດັ່ງກ່າວ.

Email: learni.up.lao@gmail.com

Facebook: Learni

Instagram: learni_official

First update: 1 ກຸມພາ 2022 (ວັນອັງຄານ)

ສາທາລະນະລັດ ປະຊາທິປະໄຕ ປະຊາຊົນລາວ
ສັນຕິພາບ ເອກະລາດ ປະຊາທິປະໄຕ ເອກະພາບ ວັດທະນາຖາວອນ

ນະຄອນຫຼວງວຽງຈັນ
ພະແນກສຶກສາທິການ ແລະ ກິລາ

ຫົວບົດສອບເສັງຄັດເລືອກນັກຮຽນເກັ່ງ ລະດັບເມືອງ ສົກຮຽນ 2020-2021

ຊັ້ນມັດທະຍົມຕອນຕົ້ນ (ມ.4)

ວິຊາ: ຄະນິດສາດ **ເວລາ: 120 ນາທີ**

1. ຈົ່ງຄິດໄລ່ໝວດຄຳນວນຕໍ່ໄປນີ້.

ກ. $\sqrt{\dfrac{\sqrt[3]{432}-\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{250}+\sqrt[3]{128}}}+\dfrac{2}{3}$ ຂ. $\left(\dfrac{\sin 135^\circ \times \operatorname{cotan} 60^\circ}{\cos 120^\circ}\right)^2$ ຄ. $\dfrac{x^3+27}{x^2-3x+9}\div\dfrac{x^2-9}{3}$

2. ໃຫ້ $\dfrac{1}{\tan^2\theta+1}=\dfrac{1}{4}$; $0^\circ \le 0 \le 180^\circ$. ຈົ່ງຊອກຫາຄ່າຂອງ $\sin^2\theta$.

3. ຖ້າຫານພະຫຸພົດ $8x^2-6x+13$ ໃຫ້ $2x-1$ ເຮົາຈະໄດ້ຜົນຫານແມ່ນ $ax+b$ ແລະ ເສດ 12.

ຈົ່ງຊອກຫາຄ່າຂອງ $\sqrt{\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{b}}$.

4. ໃຫ້ເສັ້ນຊື່ $d_1: 2x+4y+a=0$ ຜ່ານເມັດ $A(1;-3)$. ຈົ່ງໄລຍະຫ່າງຈາກເສັ້ນຊື່ d_1 ຫາເມັດ $B(1;-1)$

5. ຈົ່ງຊີ້ແຈງວ່າ $\left(2+\sqrt{3}\right)^{2021}.\left(2-\sqrt{3}\right)^{2022}+\sqrt{3}=2$

6. ຈົ່ງແກ້ສົມຜົນຕໍ່ໄປນີ້.

ກ. $x^{2022}+2x^{2021}+x^{2020}=0$ ຂ. $2\sin x-1=0$, $90^\circ \le x \le 180^\circ$

ຄ. $\begin{cases} y+x^2=3 \\ x+y=3 \end{cases}$ ງ. $\dfrac{x-2}{x}-\dfrac{x-3}{x-6}=\dfrac{1}{x}$

7. ໃຫ້ ABC ແມ່ນຮູບສາມແຈ ທີ່ມີ $c=13\ cm$, ລວງຮອບຂອງຮູບເທົ່າ $28\ cm$ ແລະ $8\sin\hat{B}=7\sin\hat{A}$.

ຈົ່ງຊອກຫາ ຄ່າຂອງ $\sin 2\widehat{C}$ ແລະ ເນື້ອທີ່ຂອງຮູບສາມແຈດັ່ງກ່າວ ?

8. ໃຫ້ $ABCD$ ແມ່ນຮູບສີ່ແຈສາກ , ເມັດ E ເປັນເມັດເຄິ່ງກາງຂອງຂ້າງ CD ແລະ ມູມ $\widehat{AEB}=90^\circ$.

ຈົ່ງຊອກຫາຄ່າຂອງ $\sin\widehat{BAC}$ ແລະ ເນື້ອທີ່ຂອງຮູບສີ່ແຈສາກດັ່ງກ່າວ?

ບົດແກ້

1. ກ. $\sqrt{\frac{\sqrt[3]{432}-\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{250}+\sqrt[3]{128}}+\frac{2}{3}}=\sqrt{\frac{\sqrt[3]{2\cdot 6^3}-\sqrt[3]{2\cdot 2^3}}{\sqrt[3]{2\cdot 5^3}+\sqrt[3]{2\cdot 4^3}}+\frac{2}{3}}=\sqrt{\frac{6\sqrt[3]{2}-2\sqrt[3]{2}}{5\sqrt[3]{2}+4\sqrt[3]{2}}+\frac{2}{3}}$

$=\sqrt{\frac{4}{9}+\frac{2}{3}}=\frac{4}{3}$

ຂ. $\left(\frac{\sin 135^\circ \cdot \cot 60^\circ}{\cos 120^\circ}\right)^2=\left(\frac{\frac{1}{\sqrt2}\cdot\frac{1}{\sqrt3}}{-\frac{1}{2}}\right)^2=\frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{4}}=\frac{2}{3}$

ຄ. $\frac{x^3+27}{x^2-3x+9}\div\frac{x^2-9}{3}=\frac{(x+3)(x^2-3x+9)\times 3}{(x^2-3x+9)(x-3)(x+3)}$

$=\frac{3}{x-3}$ ເມື່ອ $x\neq\pm 3$

2. $0^\circ\leq\theta\leq 180^\circ$ ສຳລັບ $\frac{1}{\tan^2\theta+1}=\frac{1}{4}$ ໃຫ້ຊອກຫາຄ່າຂອງ $\sin^2\theta$

ພິຈາລະນາ, $\frac{1}{\tan^2\theta+1}=\frac{1}{4}\leftrightarrow\frac{1}{\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}+1}=\frac{1}{4}\leftrightarrow\frac{1}{\frac{\sin^2\theta+\cos^2\theta}{\cos^2\theta}}=\frac{1}{4}$

$\leftrightarrow\frac{1}{\frac{1}{\cos^2\theta}}=\frac{1}{4}\leftrightarrow\cos^2\theta=\frac{1}{4}\leftrightarrow 1-\sin^2\theta=\frac{1}{4}$

$\leftrightarrow\sin^2\theta=1-\frac{1}{4}\leftrightarrow\sin^2\theta=\frac{3}{4}$

3. ຖ້າຫານພະຫຸນາມ $8x^2-6x+13$ ໃຫ້ $2x-1$ ເຮົາຈະໄດ້ຜົນຫານແມ່ນ $ax+b$ ແລະເສດ 12 ; ຊອກຫາຄ່າຂອງ $\sqrt{\frac{1}{a}-\frac{1}{b}}$

ເຮົາຈະໄດ້ $8x^2-6x+13=(2x-1)(ax+b)+12$

$8x^2-6x+13=2ax^2+2bx-ax-b+12$

$8x^2-6x+13=2ax^2+(2b-a)x+12-b$

ຈະໄດ້ $\begin{cases}2a=8\\2b-a=-6\\12-b=13\end{cases}\leftrightarrow\begin{cases}a=4\\b=-1\end{cases}$ ແລະຕອບສະໜອງ $2b-a=-6$

ດັ່ງນັ້ນ $\sqrt{\frac{1}{a}-\frac{1}{b}}=\sqrt{\frac{1}{4}+1}=\frac{\sqrt5}{2}$

4. ໃຫ້ $d_1: 2x+4y+a=0$ ຜ່ານເມັດ $(1,-3)$ ຈົ່ງຊອກຫາໄລຍະຫ່າງ ຈາກເສັ້ນຊື່ d_1 ຫາເມັດ $B(1,-1)$

ເພື່ອ d_1 ຜ່ານເມັດ $(1,-3)$ ເຮົາໄດ້ວ່າ $a=10$

ເພາະສະນັ້ນ $d_1: 2x+4y+10=0$ ເຮົາມີ ສົມຜົນ ຊອກໄລຍະຫ່າງລະຫວ່າງ ເສັ້ນຊື່ກັບເມັດແມ່ນ distance $=\frac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}=\frac{|(2)(1)+(4)(-1)+10|}{\sqrt{2^2+4^2}}$

distance $\neq\cancel{\frac{|2-12+10|}{2\sqrt5}}\neq$ distance $=\frac{|2-4+10|}{2\sqrt5}$

$\boxed{\text{distance}=\frac{4}{\sqrt5}}$

5. ພິສູດວ່າ $(2+\sqrt{3})^{2021}\cdot(2-\sqrt{3})^{2022}+\sqrt{3}=2$

ພິຈາລະນາ, $(2+\sqrt{3})^{2021}\cdot(2-\sqrt{3})^{2022}+\sqrt{3}$

$= (2+\sqrt{3})^{2021}\cdot(2-\sqrt{3})^{2021}\cdot(2-\sqrt{3})+\sqrt{3}$

$= \left((2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})\right)^{2021}\cdot(2-\sqrt{3})+\sqrt{3}$

$= 1^{2021}(2-\sqrt{3})+\sqrt{3}$

$= 2-\sqrt{3}+\sqrt{3} = 2$

$\therefore (2+\sqrt{3})^{2021}\cdot(2-\sqrt{3})^{2022}+\sqrt{3}=2$ (□)

6. ແກ້ສົມຜົນ

ກ. $x^{2022}+2x^{2021}+x^{2020}=0$

$x^{2020}(x^2+2x+1)=0$

ດັ່ງນັ້ນ $x=0$ ຫຼື $x=-1$

$S=\{0,-1\}$

ຂ. $2\sin x-1=0$, $90^\circ \le x \le 180^\circ$

$\sin x=\frac{1}{2}=\sin 150^\circ$

ດັ່ງນັ້ນ $x=150^\circ$

$S=\{150^\circ\}$

ຄ. $\begin{cases} y+x^2=3 & \cdots(1)\\ x+y=3 & \cdots(2)\end{cases}$

ເພື່ອວ່າ $(1)=(2)$, $x^2+y=x+y$

$x(x-1)=0$

$x=0$ ຫຼື $x=1$

$\to y=3$ ຫຼື $y=2$

$S=\{(0,3),(1,2)\}$

ງ. $\frac{x-2}{x}-\frac{x-3}{x-6}=\frac{1}{x}$

ວ.ທ 1 ຄູນ $(x-6)x$ ເຂົ້າທັງສອງພາກ

ເມື່ອ $x\neq 0;6$

ໄດ້ $(x-6)(x-2)-(x-3)x=x-6$

$x^2-8x+12-x^2+3x=x-6$

$-5x+12=x-6$

$6x=6\cdot 3$

$x=3$

$S=\{3\}$

ວ.ທ 2 $\frac{x-2}{x}-\frac{x-3}{x-6}=\frac{1}{x}$

$\frac{x-2}{x}-\frac{1}{x}-\frac{x-3}{x-6}=0$

$\frac{x-3}{x}-\frac{x-3}{x-6}=0$

$(x-3)\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x-6}\right)=0$

$x=3 \to S=\{3\}$

7. $\sin 2\widehat{C}$ ແລະ $S_{\Delta ABC}$

$+_1)$ ມີຮູບສາມແຈທຳມະດາ

$+_2)$ ມີ $c = 13\text{ cm}$ ແລະ $P_{\Delta ABC} = 28\text{cm}$

$+_3)$ $8\sin\widehat{B} = 7\sin\widehat{A}$

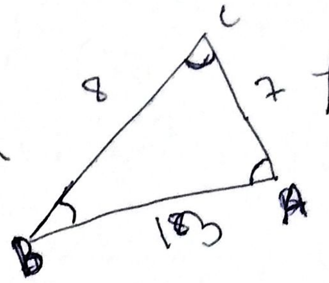

fig.1

ຕາມ ຫຼັກການ sin ມີ $\dfrac{a}{\sin\widehat{A}} = \dfrac{b}{\sin\widehat{B}}$

ແລະ ຕາມ $+_3)$ ເຮົາໄດ້ $\dfrac{8}{\sin\widehat{A}} = \dfrac{7}{\sin\widehat{B}}$

$\rightarrow \dfrac{8k}{\sin\widehat{A}} = \dfrac{7k}{\sin\widehat{B}}$ ເພື່ອງ່າຍຕໍ່ການໄລ່

ເນື່ອງຈາກ $P_{\Delta ABC} = 28$ cm $\mid a = 8k,\ b = 7k$

$$a + b + c = 28$$
$$(8k) + (7k) + 13 = 28$$
$$15k = 15 \Leftrightarrow k = 1$$

ດັ່ງນັ້ນ $a = 8,\ b = 7,\ c = 13$ (ຫົວໜ່ວຍ cm)

ຕາມຫຼັກການ cos ມີ $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\widehat{C}$

ຈະໄດ້ $\cos\widehat{C} = \dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab} = \dfrac{8^2+7^2-13^2}{2\cdot 8\cdot 7} = \dfrac{-56}{2\cdot 56} = -\dfrac{1}{2}$

ເພາະສະນັ້ນ $\widehat{C} = 120°$ ໄດ້ $\sin 2\widehat{C} = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

ມີ $S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2}ab\sin\widehat{C} = \dfrac{1}{2}(7)(8)\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2} = 14\sqrt{3}\text{ cm}^2$

$S_{\Delta ABC} = 14\sqrt{3}\text{ cm}^2$

8. $\sin\widehat{BAC}$ ແລະ $S_{\square ABCD}$

+) ໃຫ້ $\square_{ABCD}$ ມີລັກສະນະດັ່ງ fig.1

+) $\angle AEB = 90°$

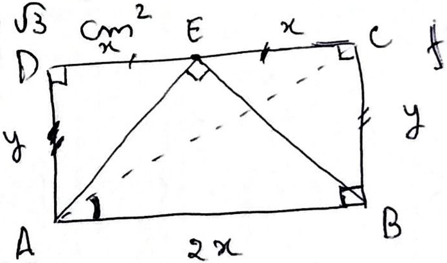

fig 1

ໃຫ້ $x = DE = EC$ ແລະ $CB = y = AD$

+) ເຫັນວ່າ $\Delta_{ADE} \sim \Delta_{BCE}$ ເພາະສະນັ້ນ ເຮົາໄດ້ $AE = EB$

+) ພິຈາລະນາ ຮູບສາມແຈສາກ AEB $(AE = EB)$ ທ່ຽງ ເຮົາສາມາດນຳໃຊ້

ຫຼັກການ ປີທາກໍ ໄດ້ $(x^2 + y^2)2 = 4x^2 \Leftrightarrow 2x^2 + 2y^2 = 4x^2$

ໄດ້ $2y^2 = 2x^2 \Leftrightarrow x = y$ ເນື່ອງຈາກ $x, y > 0$

ແລະ $\angle ABC = 90°$ ເພາະສະນັ້ນ ~~$\widehat{BAC}$~~ $\sin\widehat{BAC} = \dfrac{y}{\sqrt{y^2+4x^2}} = \dfrac{x}{\sqrt{5x^2}}$

ໄດ້ $\sin\widehat{BAC} = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$ ແລະ ດັ່ງນັ້ນ $S_{\square ABCD} = 2x^2$ ~~ສຳລັບ $\forall x > 0$~~

$\therefore \sin\widehat{BAC} = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$ ແລະ $S_{\square ABCD} = 2x^2$ ສຳລັບ $\forall_x \in \mathbb{R}^+$