

ບົດສອບເສັງນັກຮຽນເກັ່ງ ວິຊາຄະນິດສາດ
ຊັ້ນມັດທະຍົມສຶກສາຕອນປາຍ (ມ7) ລະດັບຊາດ (ທົ່ວໄປ)
ສົກຮຽນ 2012-2013



ແກ້ໂດຍ: ທ. ລັດຕະນະໄຕສັນ ແກ້ວດາລາ (A0001)

ໝາຍເຫດ: ຫົວບົດສອບເສັງສະບັບນີ້ ແມ່ນໄດ້ຮັບການເຜີຍແຜ່ກ່ອນໄດ້ຮັບອະນຸຍາດຈາກເຈົ້າຂອງຜູ້ອອກຂໍ້ສອບ. ຖ້າຫາກເຈົ້າຂອງຜູ້ອອກຂໍ້ສອບໄດ້ພົບເຫັນ ແລະ ຮັບຮູ້ກ່ຽວກັບຫົວບົດສອບເສັງສະບັບນີ້, ດ້ວຍຄວາມເຄົາລົບ ແລະ ນັບຖືຢ່າງສູງ, ກະລຸນາທັກທ້ວງ ແລະ ສົ່ງຂ່າວມາຍັງທາງ ເລີນນີ (Learn) ໂດຍກົງ ເພື່ອຈະໄດ້ທຳການຂໍສະເໜີ ແລະ ອະນຸຍາດໃນການເຜີຍແຜ່ຫົວບົດສອບເສັງສະບັບດັ່ງກ່າວ.

Email: learn.up.lao@gmail.com

Facebook: Learn

Instagram: learni_official

First update: 3 ກຸມພາ 2022 (ວັນພະຫັດ)



ສາທາລະນະລັດ ປະຊາທິປະໄຕ ປະຊາຊົນລາວ
ສັນຕິພາບ ເອກະລາດ ປະຊາທິປະໄຕ ເອກະພາບ ວັດທະນາຖາວອນ

ກະຊວງສຶກສາທິການ ແລະ ກິລາ
ກົມວັດທະນະທຳສຶກສາ

ຫົວບົດສອບເສັງແຂ່ງຂັນນັກຮຽນເກັ່ງທົ່ວໄປ ຂັ້ນ ມ.7

ຫົວປະເທດ ປະຈຳສົກຮຽນ 2012-2013

ວິຊາຄະນິດສາດ (ໃຊ້ເວລາ 120 ນາທີ)

1. (2 ຄະແນນ) ຖ້າວ່າ $\begin{cases} a^2 + b^2 = 7ab \\ a, b > 0 \end{cases}$

- ຈົ່ງພິສູດວ່າ: $\lg\left[\frac{1}{3}(a+b)\right] = \frac{1}{2}(\lg a + \lg b)$

2. (1,5 ຄະແນນ) ໃຫ້ອັນດັບຈຳນວນ $\{u_n\}_n$ ກຳນົດດັ່ງນີ້:

$$u_1 = \sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}}; u_2 = \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}}; u_3 = \sqrt{1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2}}; \dots$$

ຈົ່ງຊຽນພົດທົ່ວໄປ u_n ຂອງອັນດັບນັ້ນ ແລະ ຊອກຫາຜົນບວກ

$$S_{2357} = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{2357} = ?$$

3. (1 ຄະແນນ) ກຳນົດໃຫ້ $A = \{x | 6^x + 6^{x+1} = 2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2}\}$

$$B = \{x | \log_7 \log_2 \log_3 (2x-1) = 0\}$$

- ຈົ່ງຊອກຫາຜົນຄູນຂອງອົງປະກອບຂອງກຸ່ມ A ກັບ B

4. (2 ຄະແນນ) ຖ້າ $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ ຈົ່ງຊອກຫາ $1 + A + A^2 + \dots + A^{100}$

5. (2,5 ຄະແນນ) ໃນໜ້າພຽງ oxy ໃຫ້ຈຸດ $P(2;5)$ ແລະ $Q(5;1)$ ຈົ່ງສ້າງສົມຜົນຂອງເສັ້ນຊື່

ທີ່ໄປຜ່ານ P ເພື່ອໃຫ້ໄລຍະຫ່າງແຕ່ Q ຫາເສັ້ນຊື່ນັ້ນເທົ່າກັບ 3

6. (1 ຄະແນນ) ໃນງານລ້ຽງແຫ່ງໜຶ່ງ ຮູ້ວ່າ ແຕ່ລະຄົນຕ້ອງຈັບມືກັບອີກ 5 ຄົນ, ຮູ້ວ່າທັງ

ໝົດມີການຈັບມືກັນ 60 ເທື່ອ; ຊອກຫາຈຳນວນຄົນທັງໝົດທີ່ໄປຮ່ວມໃນງານລ້ຽງແຫ່ງນີ້.

ပျက်စီးမှု

1. ဤသို့ $\begin{cases} a^2 + b^2 = 7ab \\ a, b > 0 \end{cases}$ ဤသို့ဆိုလျှင် $\lg\left[\frac{1}{3}(a+b)\right] = \frac{1}{2}(\lg a + \lg b)$

ဆိုလျှင် $a^2 + b^2 = 7ab \Leftrightarrow a^2 + b^2 + 2ab = 9ab \Leftrightarrow (a+b)^2 = 9ab$
 ဆိုလျှင် $a, b > 0$ ဆိုလျှင် $\lg(a+b)^2 = \lg(9ab) = 2\lg 3 + \lg ab$
 $2\lg(a+b) - 2\lg 3 = \lg ab \Leftrightarrow 2(\lg(a+b) - \lg 3) = \lg a + \lg b$
 ဆိုလျှင် $\lg\left[\frac{1}{3}(a+b)\right] = \frac{1}{2}(\lg a + \lg b)$ ဤသို့ဆိုလျှင်

2. ဤသို့ ဖြစ်သော အစဉ် $\{u_n\}$ ကို သတ်မှတ်ပါ။

$u_n = \sqrt{1 + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{(n+1)^2}}$ ဟု သတ်မှတ်ပါ။ $n \in \mathbb{N}$ ဟု ဆိုလိုသည်။

ဆိုလျှင် $u_1 = \sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}}$; $u_2 = \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}}$; $u_3 = \sqrt{1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2}}$

3. အစဉ် $S_{2357} = u_1 + u_2 + \dots + u_{2357}$

ဆိုလျှင် $u_n = \sqrt{1 + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{(n+1)^2}}$

ဤသို့ $1^2 + \frac{1}{(n+1)^2} = \left(1 - \frac{1}{n+1}\right)^2 + 2 \cdot \frac{1}{n+1} = \left(\frac{n}{n+1}\right)^2 + \frac{2}{n+1}$

ဆိုလျှင် $u_n = \sqrt{\left(\frac{n}{n+1}\right)^2 + \frac{2}{n+1} + \frac{1}{n^2}} = \sqrt{\left(\frac{n}{n+1}\right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{n}{n+1}\right) \cdot \left(\frac{1}{n}\right) + \left(\frac{1}{n}\right)^2}$

$u_n = \sqrt{\left(\frac{n}{n+1} + \frac{1}{n}\right)^2} = \frac{n}{n+1} + \frac{1}{n} = \frac{n+1-1}{n+1} + \frac{1}{n}$

$u_n = 1 - \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n}$

ဤသို့ $u_{2357} = \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{1}\right) + \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) + \dots + \left(1 - \frac{1}{2358} + \frac{1}{2357}\right)$

$u_{2357} = 1 + 1 + \dots + 1 + \frac{1}{1} - \frac{1}{2358} = 2358 - \frac{1}{2358}$

ဤသို့ $u_{2357} = \frac{2357 \times 2358}{(2357)(2359)}$

3. အစဉ် $A = \{x \mid 6^x + 6^{x+1} = 2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2}\}$

$B = \{x \mid \log_2 \log_3 \log_4 (2x-1) = 0\}$ ဤသို့ အစဉ် A နှင့် B ကို သတ်မှတ်ပါ။ (အစဉ် A နှင့် B ကို သတ်မှတ်ပါ။)

ဆိုလျှင် $6^x + 6^{x+1} = 2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2}$
 $6^x \cdot 7 = 2^x \cdot 7 \Leftrightarrow 6^x = 2^x$ ဆိုလျှင် $x = 0$

ဆိုလျှင် $\log_2 \log_3 \log_4 (2x-1) = 0 \Leftrightarrow \log_2 \log_3 (2x-1) = 1 \Leftrightarrow \log_3 (2x-1) = 2$

$\Leftrightarrow 2x-1 = 9 \Leftrightarrow x = 5$

ဤသို့ $A = \{0\}$ နှင့် $B = \{5\}$

ဤသို့ အစဉ် $A \cap B = \emptyset$

4. အကယ်၍ $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ အားရှာရန် $I + A + A^2 + \dots + A^{100}$

ဟောပြောချက် $A = \begin{bmatrix} \alpha & \gamma \\ 0 & \beta \end{bmatrix}$ အားရှာရန် $A^n = \begin{bmatrix} \alpha^n & f(n) \\ 0 & \beta^n \end{bmatrix}$, $f(n) = \gamma(\alpha^{n-1} + \alpha^{n-2}\beta + \dots + \alpha\beta^{n-2} + \beta^{n-1})$
 ဤနေရာတွင် $\alpha = \beta = 2$ ဟု ယူဆပါက $\gamma = 1$, $f(n) = \underbrace{2^{n-1} + 2^{n-1} + \dots + 2^{n-1}}_{n \text{ နှစ်}} = n2^{n-1}$

$$A^n = \begin{bmatrix} 2^n & n2^{n-1} \\ 0 & 2^n \end{bmatrix}$$

အကယ်၍ $S = I + A + A^2 + \dots + A^{100} \dots (B)$

$AS = A + A^2 + A^3 + \dots + A^{101} \dots (A)$

ထို့ကြောင့် (A) - (B) ယူဆရန်အတွက် $(A - I)S = A^{101} - I$

$$S = (A - I)^{-1} (A^{101} - I)$$

• $A - I = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, အကယ်၍ $(A - I)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

• $A^{101} - I = \begin{bmatrix} 2^{101} & 101 \cdot 2^{100} \\ 0 & 2^{101} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2^{101} - 1 & 101 \cdot 2^{100} \\ 0 & 2^{101} - 1 \end{bmatrix}$

$$\rightarrow S = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2^{101} - 1 & 101 \cdot 2^{100} \\ 0 & 2^{101} - 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2^{101} - 1 & 99 \cdot 2^{100} + 1 \\ 0 & 2^{101} - 1 \end{bmatrix}$$

$$\therefore I + A + A^2 + \dots + A^{100} = \begin{bmatrix} 2^{101} - 1 & 99 \cdot 2^{100} + 1 \\ 0 & 2^{101} - 1 \end{bmatrix}$$

5.

ရှာရန် လိုအပ်သော အချက်များမှာ
 မှတ်တမ်းများကို အောက်ဖော်ပြပါအတိုင်း ဖော်ပြပါမည်။

မှတ်တမ်းများကို အောက်ဖော်ပြပါအတိုင်း ဖော်ပြပါမည်။
 မှတ်တမ်းများကို အောက်ဖော်ပြပါအတိုင်း ဖော်ပြပါမည်။

မှတ်တမ်းများကို အောက်ဖော်ပြပါအတိုင်း ဖော်ပြပါမည်။
 မှတ်တမ်းများကို အောက်ဖော်ပြပါအတိုင်း ဖော်ပြပါမည်။

မှတ်တမ်းများကို အောက်ဖော်ပြပါအတိုင်း ဖော်ပြပါမည်။
 မှတ်တမ်းများကို အောက်ဖော်ပြပါအတိုင်း ဖော်ပြပါမည်။

မှတ်တမ်းများကို အောက်ဖော်ပြပါအတိုင်း ဖော်ပြပါမည်။
 မှတ်တမ်းများကို အောက်ဖော်ပြပါအတိုင်း ဖော်ပြပါမည်။

မှတ်တမ်းများကို အောက်ဖော်ပြပါအတိုင်း ဖော်ပြပါမည်။
 မှတ်တမ်းများကို အောက်ဖော်ပြပါအတိုင်း ဖော်ပြပါမည်။

မှတ်တမ်းများကို အောက်ဖော်ပြပါအတိုင်း ဖော်ပြပါမည်။
 မှတ်တမ်းများကို အောက်ဖော်ပြပါအတိုင်း ဖော်ပြပါမည်။

မှတ်တမ်းများကို အောက်ဖော်ပြပါအတိုင်း ဖော်ပြပါမည်။
 မှတ်တမ်းများကို အောက်ဖော်ပြပါအတိုင်း ဖော်ပြပါမည်။

6. ឈ្មោះស្បៀងប្រាប់ថា ក្នុង ក្រុមនេះមានសត្វរឹបរឹប 5 គ្រឿង
 , ក្នុងក្រុមនេះមានសត្វរឹបរឹប 60 ក្បាល;
 ក្នុងក្រុមនេះមានសត្វរឹបរឹប 2 គ្រឿង ដែលមានឈ្មោះស្បៀងប្រាប់ថា

ឧ.បា 1
 +) ក្នុងក្រុមនេះមានសត្វរឹបរឹប 2 គ្រឿង ដែលមានឈ្មោះស្បៀងប្រាប់ថា 2 គ្រឿង
 គឺ 1 ក្បាល

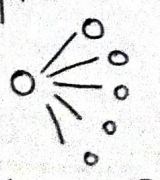


+) ឆ្មោតក្រុមនេះក៏មានសត្វរឹបរឹប 5 គ្រឿង ដែលមានឈ្មោះស្បៀងប្រាប់ថា 2 គ្រឿង
 មានសត្វរឹបរឹប 1 គ្រឿង ដែលមានឈ្មោះស្បៀងប្រាប់ថា 2 គ្រឿង
 ដែលមានឈ្មោះស្បៀងប្រាប់ថា $\frac{5x}{2} = 60$ (ដែលមានឈ្មោះស្បៀងប្រាប់ថា 2 គ្រឿង)
 ដែលមានឈ្មោះស្បៀងប្រាប់ថា $x = 24$ ក្បាល ដែលមានឈ្មោះស្បៀងប្រាប់ថា 24 គ្រឿង

ឧ.បា 2

+) ឆ្មោតក្រុមនេះមានសត្វរឹបរឹប 2 គ្រឿង ដែលមានឈ្មោះស្បៀងប្រាប់ថា 1 គ្រឿង
 • ក្នុងក្រុមនេះមានសត្វរឹបរឹប 1 គ្រឿង ដែលមានឈ្មោះស្បៀងប្រាប់ថា 5 គ្រឿង ដែលមានឈ្មោះស្បៀងប្រាប់ថា 6 គ្រឿង

ឧ.បា 1



[9] (ក្រុមនេះមានសត្វរឹបរឹប 5 គ្រឿង)
 ដែលមានឈ្មោះស្បៀងប្រាប់ថា 5 គ្រឿង
 $5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$ ក្បាល

ក្នុងក្រុមនេះមានសត្វរឹបរឹប 60 ក្បាល
 ដែលមានឈ្មោះស្បៀងប្រាប់ថា 4 ក្បាល ដែលមានឈ្មោះស្បៀងប្រាប់ថា 6 គ្រឿង
 ដែលមានឈ្មោះស្បៀងប្រាប់ថា 24 គ្រឿង