ขั้นแรก

1. ก. $\sqrt{\frac{\sqrt[3]{432}-\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{250}+\sqrt[3]{128}}}+\frac{2}{3}=\sqrt{\frac{\sqrt[3]{2\cdot 6^3}-\sqrt[3]{2\cdot 2^3}}{\sqrt[3]{2\cdot 5^3}+\sqrt[3]{2\cdot 4^3}}}+\frac{2}{3}=\sqrt{\frac{6\sqrt[3]{2}-2\sqrt[3]{2}}{5\sqrt[3]{2}+4\sqrt[3]{2}}}+\frac{2}{3}$

$=\sqrt{\frac{4}{9}}+\frac{2}{3}=\frac{4}{3}$

ข. $\left(\frac{\sin 135^\circ \cdot \cot 60^\circ}{\cos 120^\circ}\right)^2=\left(\frac{\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}}{-\frac{1}{2}}\right)^2=\frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{4}}=\frac{2}{3}$

ค. $\frac{x^3+27}{x^2-3x+9}\div\frac{x^2-9}{3}=\frac{(x+3)(x^2-3x+9)\times 3}{(x^2-3x+9)(x-3)(x+3)}$

$=\frac{3}{x-3}$ เมื่อ $x\neq\pm 3$

2. $0^\circ\le\theta\le 180^\circ$ ที่สอด $\frac{1}{\tan^2\theta+1}=\frac{1}{4}$ ค่าของ $\sin^2\theta$

สมการนี้เขียนได้เป็น $\frac{1}{\tan^2\theta+1}=\frac{1}{4}\leftrightarrow\frac{1}{\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}+1}=\frac{1}{4}\leftrightarrow\frac{1}{\frac{\sin^2\theta+\cos^2\theta}{\cos^2\theta}}=\frac{1}{4}$

$\leftrightarrow\frac{1}{\frac{1}{\cos^2\theta}}=\frac{1}{4}\leftrightarrow\cos^2\theta=\frac{1}{4}\leftrightarrow 1-\sin^2\theta=\frac{1}{4}$

$\leftrightarrow\sin^2\theta=1-\frac{1}{4}\leftrightarrow\sin^2\theta=\frac{3}{4}$

3. ให้ผลหารของ $8x^2-6x+13$ ด้วย $2x-1$ เป็นพหุนามในรูป $ax+b$

เหลือเศษ 12 ; ค่าของ $\sqrt{\frac{1}{a}-\frac{1}{b}}$

เขียนได้ว่า $8x^2-6x+13=(2x-1)(ax+b)+12$

$8x^2-6x+13=2ax^2+2bx-ax-b+12$

$8x^2-6x+13=2ax^2+(2b-a)x+12-b$

ดังนั้น $\begin{cases}2a=8\\2b-a=-6\\12-b=13\end{cases}\leftrightarrow\begin{cases}a=4\\b=-1\end{cases}$ พิจารณาเฉพาะ $2b-a=-6$

ดังนั้น $\sqrt{\frac{1}{a}-\frac{1}{b}}=\sqrt{\frac{1}{4}+1}=\frac{\sqrt{5}}{2}$

4. ให้ $d_1: 2x+4y+a=0$ ผ่านจุด $(1,-3)$ จึงแทนค่าได้ $a=10$

ดังนั้น d_1 ผ่านจุด $(1,-3)$ เขียนได้เป็น $d_1: 2x+4y+10=0$ ให้ B เป็นจุดบน d_1 ที่มีพิกัดเป็น $B(1,-1)$

เส้นตรงที่ผ่านจุด distance $=\frac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}=\frac{|(2)(1)+(4)(-1)+10|}{\sqrt{2^2+4^2}}$

~~distance $=\frac{|2-2+10|}{2\sqrt{5}}$~~ distance $=\frac{|2-4+10|}{2\sqrt{5}}$

distance $=\frac{4}{\sqrt{5}}$

5. ຈົ່ງພິສູດວ່າ $(2+\sqrt{3})^{2021}\cdot(2-\sqrt{3})^{2022}+\sqrt{3}=2$

ພິຈາລະນາ, $(2+\sqrt{3})^{2021}\cdot(2-\sqrt{3})^{2022}+\sqrt{3}$

$$=(2+\sqrt{3})^{2021}\cdot(2-\sqrt{3})^{2021}\cdot(2-\sqrt{3})+\sqrt{3}$$

$$=\left((2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})\right)^{2021}\cdot(2-\sqrt{3})+\sqrt{3}$$

$$=1^{2021}(2-\sqrt{3})+\sqrt{3}$$

$$=2-\sqrt{3}+\sqrt{3}=2$$

$\therefore (2+\sqrt{3})^{2021}\cdot(2-\sqrt{3})^{2022}+\sqrt{3}=2$ (ພ)

6. ແກ້ສົມຜົນ

ກ. $x^{2022}+2x^{2021}+x^{2020}=0$

$x^{2020}(x^2+2x+1)=0$

ດັ່ງນັ້ນ $x=0$ ຫຼື $x=-1$

$S=\{0,-1\}$

ຂ. $\begin{cases} y+x^2=3 & \cdots(1)\\ x+y=3 & \cdots(2)\end{cases}$

ເພາະວ່າ $(1)=(2)$, $x^2+y=x+y$

$x(x-1)=0$

$x=0$ ຫຼື $x=1$

$\rightarrow y=3$ ຫຼື $y=2$

$S=\{(0,3),(1,2)\}$

ຄ. $2\sin x-1=0$, $90^\circ\le x\le 180^\circ$

$\sin x=\frac{1}{2}=\sin 150^\circ$

ດັ່ງນັ້ນ $x=150^\circ$

$S=\{150^\circ\}$

ງ. $\frac{x-2}{x}-\frac{x-3}{x-6}=\frac{1}{x}$

ວ.ທ 1

ຄູນ $(x-6)x$ ໃສ່ທັງສອງພາກ

ເມື່ອ $x\neq 0;6$

ໄດ້ $(x-6)(x-2)-(x-3)x=x-6$

$x^2-8x+12-x^2+3x=x-6$

$-5x+12=x-6$

$6x=18$

$x=3$

$S=\{3\}$

ວ.ທ 2 $\frac{x-2}{x}-\frac{x-3}{x-6}=\frac{1}{x}$

$\frac{x-2}{x}-\frac{1}{x}-\frac{x-3}{x-6}=0$

$\frac{x-3}{x}-\frac{x-3}{x-6}=0$

$(x-3)\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x-6}\right)=0$

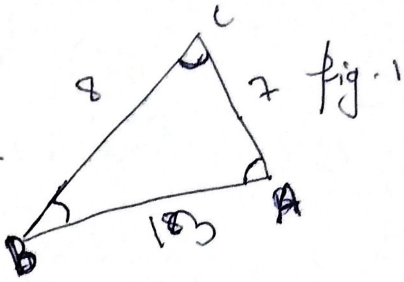
$x=3\rightarrow S=\{3\}$

7. | Sin 2$\hat{C}$ ແລະ $S_{\Delta ABC}$

t_1) ຮູບສາມແຈທົ່ວໄປ

t_2) ມີ $c = 13$ cm ແລະ $P_{\Delta ABC} = 28$ cm

t_3) $8\sin\hat{B} = 7\sin\hat{A}$



ຕາມ ຫຼັກການ sin ມີ $\frac{a}{\sin\hat{A}} = \frac{b}{\sin\hat{B}}$

ແຕ່ ຕາມ t_3) ເຮົາໄດ້ $\frac{8}{\sin\hat{A}} = \frac{7}{\sin\hat{B}}$

$\rightarrow \frac{8k}{\sin\hat{A}} = \frac{7k}{\sin\hat{B}}$ ເຊິ່ງຫາກຕົວຄູນ

ເມື່ອ ແລະ $P_{\Delta ABC} = 28$ cm | $a = 8k$, $b = 7k$

$$a + b + c = 28$$
$$(8k) + (7k) + 13 = 28$$
$$15k = 15 \Leftrightarrow k = 1$$

ດັ່ງນັ້ນ $a = 8$, $b = 7$, $c = 13$ (ຫົວໜ່ວຍ cm)

ຕາມ ຫຼັກການ cos ມີ $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\hat{C}$

ດັ່ງນັ້ນ $\cos\hat{C} = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab} = \frac{8^2+7^2-13^2}{2\cdot 8\cdot 7} = \frac{-56}{2\cdot 56} = -\frac{1}{2}$

ເພາະສະນັ້ນ $\hat{C} = 120°$ ໄດ້ $\sin 2\hat{C} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

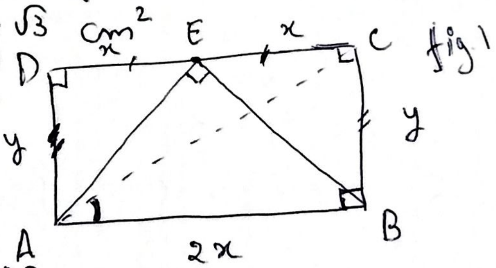
ມີ $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}ab\sin\hat{C} = \frac{1}{2}(7)(8)\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = 14\sqrt{3}$ cm²

$S_{\Delta ABC} = 14\sqrt{3}$ cm²

8. | $\sin\widehat{BAC}$ ແລະ $S_{\square ABCD}$

t) ໃຫ້ $\square ABCD$ ມີລັກສະນະດັ່ງ fig.1

t) $\angle AEB = 90°$



ໃຫ້ $x = DE = EC$ ແລະ $CB = y = AD$

t) ເຫັນວ່າ $\Delta_{ADE} \sim \Delta_{BCE}$ ເພາະສະນັ້ນ ເຮົາໄດ້ $AE = EB$

t) ພິຈາລະນາ ຮູບສາມແຈ AEB ($AE = EB$) ທີ່ຢູ່ ເຮົາມີ

ຫຼັກການ ປີທາກໍ ໄດ້ $(x^2+y^2)2 = 4x^2 \Leftrightarrow 2x^2+2y^2 = 4x^2$

ໄດ້ $2y^2 = 2x^2 \Leftrightarrow x = y$ ເຊິ່ງ $x, y > 0$

ແລະ $\angle ABC = 90°$ ເພາະສະນັ້ນ ~~BAC~~ $\sin\widehat{BAC} = \frac{y}{\sqrt{y^2+4x^2}} = \frac{x}{\sqrt{5x^2}}$

ໄດ້ $\sin\widehat{BAC} = \frac{1}{\sqrt{5}}$ ແລະ ຄູ່ມີ $S_{\square ABCD} = 2x^2$ ~~ສຳລັບ $\forall x > 0$~~

$\therefore \sin\widehat{BAC} = \frac{1}{\sqrt{5}}$ ແລະ $S_{\square ABCD} = 2x^2$ ສຳລັບ $\forall_x \in \mathbb{R}^+$