

ບົດສອບເສັງນັກຮຽນເກັ່ງ ວິຊາຄະນິດສາດ  
ຊັ້ນມັດທະຍົມສຶກສາຕອນຕົ້ນ (ມ4) ລະດັບຊາດ  
ສົກຮຽນ 2013-2014



ແກ້ໂດຍ: ທ. ລັດຕະນະໄຕສັນ ແກ້ວດາລາ (A0001)

ໝາຍເຫດ: ຫົວບົດສອບເສັງສະບັບນີ້ ແມ່ນໄດ້ຮັບການເຜີຍແຜ່ກ່ອນໄດ້ຮັບອະນຸຍາດຈາກເຈົ້າຂອງຜູ້ອອກຂໍ້ສອບ. ຖ້າຫາກເຈົ້າຂອງຜູ້ອອກຂໍ້ສອບໄດ້ພົບເຫັນ ແລະ ຮັບຮູ້ກ່ຽວກັບຫົວບົດສອບເສັງສະບັບນີ້, ດ້ວຍຄວາມເຄົາລົບ ແລະ ນັບຖືຢ່າງສູງ, ກະລຸນາທັກທ້ວງ ແລະ ສົ່ງຂ່າວມາຍັງທາງ ເລີນນີ (Learn) ໂດຍກົງ ເພື່ອຈະໄດ້ທຳການຂໍສະເໜີ ແລະ ອະນຸຍາດໃນການເຜີຍແຜ່ຫົວບົດສອບເສັງສະບັບດັ່ງກ່າວ.

Email: [learn.up.lao@gmail.com](mailto:learn.up.lao@gmail.com)

Facebook: Learn

Instagram: learn\_official

First update: 28 ມັງກອນ 2022 (ວັນສຸກ)



ສາທາລະນະລັດ ປະຊາທິປະໄຕ ປະຊາຊົນລາວ

ສັນຕິພາບ ເອກະລາດ ປະຊາທິປະໄຕ ເອກະພາບ ວັດທະນະຖາວອນ



\*\*\*\*\*

ກະຊວງສຶກສາທິການ ແລະ ກິລາ

ກົມວັດທະນະທຳສຶກສາ

**ຫົວບົດສອບເສັງແຂ່ງຂັນນັກຮຽນເກັ່ງຊັ້ນວັດທະນະທຳສຶກສາຕອນຕົ້ນ**

**ລະດັບຊາດ ປະຈຳສົກຮຽນ 2013-2014**

**ວິຊາ ຄະນິດສາດ**

ເວລາ: 120 ນາທີ

- ໃຫ້ຕຳລາ  $f$  ກຳນົດໂດຍ  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  ທີ່  $f(x) = (2x-3)^2 + 3(4x^2-9) - (2x-3)(5x+1)$   
 ກ. ຈົ່ງຂະຫຍາຍ, ຄັດຈັດ ແລະ ຈັດລຽງ  $f(x)$  ຕາມກຳລັງຫຼາຍຫຼາຍທີ່ສຸດຂອງ  $x$   
 ຂ. ຈົ່ງແບກ  $f(x)$  ເປັນສ່ວນຄູນ  
 ຄ. ຈົ່ງແກ້ສົມຜົນໃນ  $\mathbb{R}: (2x-3)(3x+5) = 0$
- ຈົ່ງຄິດໄລ່  $3(5)^{\frac{1}{3}} - 4(40)^{\frac{1}{3}} + (1600)^{\frac{1}{3}} - 10\left(\frac{8}{25}\right)^{\frac{1}{2}}$
- ຈົ່ງພິສູດວ່າ  $\left(x + \frac{1}{y}\right)\left(y + \frac{3}{x}\right) \geq 12 \quad | x, y > 0$
- ກຳນົດໃຫ້  $\sin 15^\circ$  ແລະ  $\cos 15^\circ$  ເປັນໃຈຜົນຂອງສົມຜົນ  $x^2 + ax + b = 0$  ຈົ່ງຊອກຄ່າຂອງ  $a^2 - b^2$
- ຈົ່ງແກ້ລະບົບສົມຜົນ 
$$\begin{cases} x - xy + y = 1 \\ x^2 + y^2 = 17 \end{cases}$$
- ຈົ່ງຄິດໄລ່  $S = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{2013 \cdot 2014}$
- ໃຫ້ວົງມົນ  $(O)$ , ຄ້າງເສັ້ນເບິ່ງທ່ອນກົງ  $AB = 9 \text{ cm}$  ໄລຍະແຕ່ຈາກຈຸດໃຈກາງຂອງວົງມົນຕາເຢັນເບິ່ງທ່ອນກົງດັ່ງກ່າວມີລວງຍາວກັບເທົ່າເຄິ່ງໜຶ່ງລັດສະໝີຂອງວົງມົນນັ້ນ. ຈົ່ງຄິດໄລ່:
  - ລວງຮອບຂອງວົງມົນ
  - ລວງບາວຂອງທ່ອນກົງ  $AB$

ຕະຫຼາດການຄ້າລາວ

ບົດເກົ່າ

1. ຖ້າຕຳລາ  $f$  ກຳນົດໂດຍ  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  ທີ່  $f(x) = (2x-3)^2 + 3(4x^2-9) - (2x-3)(5x+1)$   
 ກ. ຂະຫຍາຍ, ຄັດຈັດ ແລະ ຈັດລຽງ  $f(x)$  ຕາມກຳລັງຫຼາຍຫຼາຍທີ່ສຸດ

$$f(x) = (2x-3)^2 + 3(4x^2-9) - (2x-3)(5x+1)$$

$$f(x) = (4x^2 + 9 - 12x) + (12x^2 - 27) - (10x^2 - 13x - 3)$$

$$f(x) = 6x^2 + x - 15$$

- ຂ. ຈົ່ງແບກ  $f(x)$  ເປັນສ່ວນຄູນ

$$f(x) = 6x^2 + x - 15$$

$$f(x) = (3x+5)(2x-3)$$

- ຄ. ຈົ່ງແກ້ສົມຜົນໃນ  $\mathbb{R}$ :  $(2x-3)(3x+5) = 0$

$$\text{ກຳນົດໄດ້ວ່າ } x = -\frac{5}{3} \text{ ຫຼື } x = \frac{3}{2}$$

$$\text{ດັ່ງນັ້ນ } S = \left\{ -\frac{5}{3}, \frac{3}{2} \right\}$$

2. ຄຳບວນ

$$\begin{aligned} & 3(5)^{\frac{1}{3}} - 4(40)^{\frac{1}{3}} + (1600)^{\frac{1}{6}} - 10\left(\frac{8}{25}\right)^{\frac{1}{3}} \\ &= 3(5)^{\frac{1}{3}} - 4(2^3 \cdot 5)^{\frac{1}{3}} + (2^6 \cdot 5^2)^{\frac{1}{6}} - 10\left(\frac{2^3 \cdot 5}{5^3}\right)^{\frac{1}{3}} \\ &= 3(5)^{\frac{1}{3}} - 8(5)^{\frac{1}{3}} + 2(5)^{\frac{1}{3}} - 4(5)^{\frac{1}{3}} \\ &= -7(5)^{\frac{1}{3}} \end{aligned}$$

3. ຈົ່ງພິສູດວ່າ  $(3x + \frac{1}{y})(y + \frac{3}{x}) \geq 12 \quad | x, y > 0$

$$\text{ກ. } (3x + \frac{1}{y})(y + \frac{3}{x}) \geq 12$$

$$\Leftrightarrow 3xy + 9 + 1 + \frac{3}{xy} \geq 12$$

$$\Leftrightarrow 3xy + \frac{3}{xy} - 2 \geq 0$$

$$\text{ເພື່ອກວດກາ } x, y > 0 \text{ ເພື່ອມັນໄດ້ວ່າ } xy > 0$$

$$\text{ໄດ້ } 3(xy)^2 - 2xy + 3 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 3\left(xy - \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{8}{3} \geq 0$$

$$\text{ເຫັນວ່າ } 3\left(xy - \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{8}{3} > 0 \text{ ນັກສູ່ } xy > 0 \text{ ດັ່ງນັ້ນ}$$

$$\text{ເຫັນວ່າ } 3\left(xy - \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{8}{3} \neq 0 \text{ ນັກສູ່ } xy > 0 \text{ ດັ່ງນັ້ນ}$$

ພິຈາລະນາ ເຄື່ອງໝາຍ  $\geq$  ມີຄວາມໝາຍວ່າ "ເຫັນວ່າ" ຫຼື "ເຫັນວ່າ"  
 ດັ່ງນັ້ນ ເຫັນວ່າ ຖ້າຕຳລາ  $f(x)$  ກຳນົດໂດຍ  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  ທີ່  $f(x) = (2x-3)^2 + 3(4x^2-9) - (2x-3)(5x+1)$   
 ກ. ຂະຫຍາຍ, ຄັດຈັດ ແລະ ຈັດລຽງ  $f(x)$  ຕາມກຳລັງຫຼາຍຫຼາຍທີ່ສຸດ



4.  $\sin 15^\circ, \cos 15^\circ$  တို့၏ ပေါင်းစပ်ချက်  $x^2 - ax + b = 0$  ချဲ့ရန်အတွက်  $a^2 - b^2$

ကိုရှာရန်  $x^2 - ax + b = 0$  တွင်  $x = \sin 15^\circ$  နှင့်  $x = \cos 15^\circ$  ကိုစားရန်

$$\begin{cases} \sin 15^\circ + \cos 15^\circ = a & (1) \\ \sin 15^\circ \cos 15^\circ = b & (2) \end{cases}$$

သို့ (1) ကို  $a^2 = (\sin 15^\circ + \cos 15^\circ)^2 = \sin^2 15^\circ + \cos^2 15^\circ + 2 \sin 15^\circ \cos 15^\circ$

$$a^2 = 1 + \frac{1}{2} \Rightarrow a = \sqrt{\frac{3}{2}} \quad \text{သို့} \quad a > 0$$

သို့ (2) ကို  $2b = 2 \sin 15^\circ \cos 15^\circ = \sin(2 \cdot 15^\circ)$

$$2b = \frac{1}{2} \Rightarrow b = \frac{1}{4}$$

$$a^2 - b^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{3}{4} - \frac{1}{16} = \frac{36-1}{16}$$

$$\therefore a^2 - b^2 = \frac{35}{16}$$

5.  $\begin{cases} x - xy + y = 1 \\ x^2 + y^2 = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y - xy = 1 \\ (x+y)^2 - xy = 17 \end{cases}$

သို့ (2) - 2(1),  $(x+y)^2 - 2(x+y) - 15 = 0$

$$(x+y-5)(x+y+3) = 0$$

$$x+y = -3 \quad \text{သို့} \quad x+y = 5$$

သို့  $xy = -4 \quad \text{သို့} \quad xy = 4$

$$\begin{cases} x+y = -3 \\ xy = -4 \end{cases} \cup \begin{cases} x+y = 5 \\ xy = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = -4 \text{ နှင့် } y_1 = 1 \\ x_2 = 1 \text{ နှင့် } y_2 = -4 \end{cases} \cup \begin{cases} x_3 = 4 \text{ နှင့် } y_3 = 1 \\ x_4 = 1 \text{ နှင့် } y_4 = 4 \end{cases}$$

$$\therefore S = \{(-4, 1), (1, -4), (4, 1), (1, 4)\}$$

6.  $S = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{2013 \cdot 2014} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2013} - \frac{1}{2014}$

$$S = 1 - \frac{1}{2014} \Rightarrow S = \frac{2013}{2014}$$



7.

OD = 2015

100 = 100%

ସେବାସମ୍ପର୍କ [AB]

১৯৮১

+)  $\Delta_{AOB}$  10% 30% 40% 50%

+)  $\Delta G$  ର  $0$  ହେବା:  $\Delta G = 0$   
 ର  $\Delta G$   $[AB]$

1.  $\therefore AD = DB$   $\therefore AD = DB$   $\therefore AD = DB$   
 2.  $AB = AD + DB$

1)  $\triangle ABC$  లో  $AD = DB$  అని ఇవ్వబడింది.  
 2)  $\triangle ABC$  లో  $AB = AD + DB$   
 +)  $\triangle ABC$  లో  $AD$   $BC$  కు సగం చేసే దీర్ఘరేఖ.  $AD = 3\sqrt{3}$  cm

$\left(\frac{9}{2}\right)^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 = r^2$

+)  $\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{r}{2}\right)^2 = 8^2$   $\therefore r = 3\sqrt{3}$  cm  
 $\therefore C_0 = 2(3\sqrt{3})\pi$  cm  
 $C_0 = 6\sqrt{3}\pi$  cm

$$C_0 = 2(3\sqrt{3})\pi \text{ cm}$$

$$C_0 = 6\sqrt{3} \pi \text{ cm}$$

1.  $C_{AB} = ?$   $\therefore$   $\angle AOB$

$\angle AOB = 120^\circ$   $\therefore \Delta_{AOD} \sim \Delta_{BOD}$

15.  $\sin \alpha = \frac{1}{2} \rightarrow \alpha = 30^\circ$  (কোনো  $\angle AOB$ )

$$Q.2 \quad C_{AB} = \frac{r^2 (120^\circ) \pi}{180^\circ} = \frac{2}{3} (3\sqrt{3}) \pi$$

$$C_{AB} = 2\sqrt{3} \text{ R}$$

$\widehat{AB} = 2\sqrt{3}\pi$

ଅନ୍ୟ ଏକ କ୍ଷେତ୍ର  $\angle PAO = \alpha$

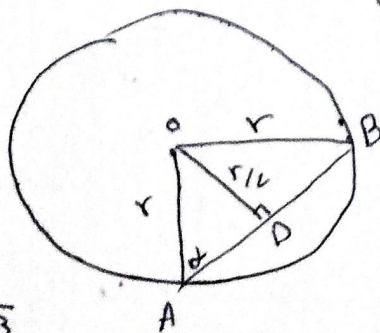
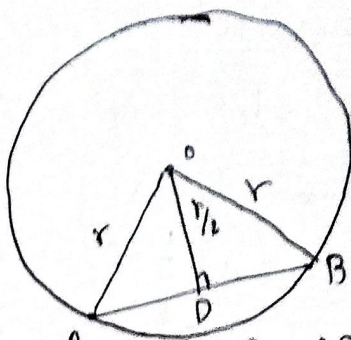
$$\sin \alpha = \frac{1}{2} \rightarrow \alpha = 30^\circ$$

$$\text{Ans: } \cos \alpha = \frac{AD}{AO} = \frac{2.19}{2.5}$$

12/2  $\alpha = 30^\circ$   $\frac{A_0}{2r} = \frac{9}{2r} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$r = 30$   $\text{cm}$   $\text{သို့}$   $r = 3\sqrt{3}\text{cm}$   $\text{သို့}$   $\text{ပြောင်း}$   $\text{သွား}$   $\text{သော}$   $\text{အခါ}$   $\text{တို့}$   $\text{တွင်}$   $\text{တူ}$   $\text{ညီ}$   $\text{အဖြစ်}$   $\text{ရှိ}$   $\text{သည်}$   $\text{။}$

$$C_D = 6\sqrt{3} \pi \text{ cm} \quad \text{w:} \quad C_{AB} = 2\sqrt{3} \pi \text{ cm}$$



$$(AB) = 9 \text{ cm}$$