Aufgaben zum CSE-Lab 3

Andreas Lebedev 18. November 2022

Aufgabe 3.1:

a) Erstelle eine Funktion

```
function [res] = skalarprodukt(a,b)
```

welche das Skalarprodukt zwischen zwei beliebigen Vektoren $a, b \in \mathbb{R}^n$ berechnet. Zuvor soll geprüft werden, ob die Vektoren die selbe Länge haben, falls dies nicht der Fall ist soll eine Fehlermeldung ausgegeben werden.

b) Schreibe ein Skript, indem das Skalarprodukt der folgenden Vektoren berechnet wird. Verwende dazu die Funktion aus a) und gib die Lösungen auf der Kommandozeile aus.

i) $a = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$ und $b = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix}$

ii) Zwei Vektoren $a, b \in \mathbb{R}^4$, welche aus zufälligen Einträgen aus dem Intervall $I = (0, 10)$ bestehen.
Tipp: `rand(m,n)`

Aufgabe 3.2:

Zur Berechnung der Ableitung in einem definierten Intervall werden in der numerischen Mathematik verschiedene Verfahren verwendet. Eine davon ist der sogenannte Vorwärtsdifferenzenquotient, damit wird die Ableitung einer Funktion $f(x)$ an der Stelle x_i mit der Schrittweite h näherungsweise berechnet:

$$f'(x_i) = \frac{f(x_i + h) - f(x_i)}{h}$$

Erstelle dazu die Matlab-Funktion:

```
function [df] = vorwaertsdiff(f,x,h)
```

a) Für Testzwecke ist die Funktion $f(x) = sin(x)$ mit $f : \mathbb{R} \to [-1; 1]$ gegeben. Die Ableitung von f soll nun im Intervall $x \in [-2\pi, 2\pi]$ mit $h = \frac{\pi}{8}$ bestimmt werden und im Vektor `df` für jeden Punkt x_i gespeichert werden.

b) Nun soll ein Plot mit der Funktion $f(x)$, der rechnerischen Ableitung $f'(x)$ sowie der numerisch approximierten Ableitung `df` mit jeweils unterschiedlichen Farben erstellt werden.

c) Variiere die Schrittweite h und diskutiere die Ergebnisse.

d) Erstelle einen Plot, welcher den mittleren Fehler zwischen exakter und numerischer Lösung für verschiedene Schrittweiten h logarithmisch darstellt. (`semilogy`,`loglog`)

Aufgabe 3.3:

Die Kreiszahl π kann mit der folgenden Reihendarstellung von Gottfried Wilhelm Leibniz berechnet werden:

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{k=0}^{n} \frac{(-1)^k}{2k+1} = \frac{\pi}{4}$$

a) Erstelle ein Matlab-Funktion

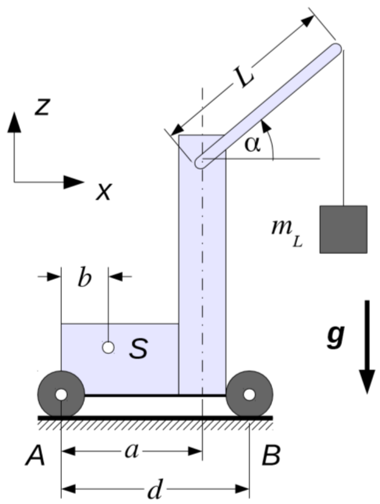
```
function [pi_approx] = calcPI(n)
```

welche die Kreiszahl π mit den Summengliedern von 0 bis n approximiert.

b) Plotte den des absoluten Fehler ($|pi\_approx - \pi|$) in einer doppellogarithmische Darstellung (Matlabbefehl: `loglog`) für $n = 10^1, 10^2, ..., 10^6$.

Aufgabe 3.4:

Der abgebildete Kran hat ohne die Last die Masse m_K, deren Gewichtskraft im Schwerpunkt S angreift. Er trägt eine Last der Masse m_L.



a) Wie groß sind die an den Rädern A und B angreifenden Vertikalkräfte?

Lösung: $A_z = 51.9kN;\ B_z = 65.82kN$

b) Für welche Masse $m_{L_{\max}}$ der Last kippt der Kran?

Lösung: $m_{L_{\max}} = 9689kg$

Gegeben: $m_K = 10t;\ L = 4m;\ d = 3m;\ a = 2m;\ b = 1m;$
$\alpha = 40°;\ m_L = 2t$

Quelle: Hochschule München, Prof. Dr. Ing. Johannes Wandinger, Technische Mechanik 1, Kapitel 1.3