ГУАП

КАФЕДРА № 42

ОТЧЕТ
ЗАЩИЩЕН С ОЦЕНКОЙ

ПРЕПОДАВАТЕЛЬ

доцент		А. В. Аграновский
должность, уч. степень, звание	подпись, дата	инициалы, фамилия

ОТЧЕТ О ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №5

Интерполяционная кривая Catmull-Rom

по курсу: Компьютерная Графика

РАБОТУ ВЫПОЛНИЛ

СТУДЕНТ гр. №	4321		К. А. Лебедев
		подпись, дата	инициалы, фамилия

Санкт-Петербург 2024

Цель работы

Изучение интерполяционной кривой Catmull-Rom, построение интерполяционной кривой Catmull-Rom с помощью математического пакета и/или языка программирования высокого уровня.

Формулировка задания

Написать программу на любом языке высокого уровня или с помощью математического пакета, которая выполняет построение интерполяционной кривой Catmull-Rom и вычисляет ошибку восстановления. На форме должен находиться график, таблица с координатами опорных точек, а также три кнопки. При нажатии на кнопку 1 – выполнить построение графика гармонических колебаний, опорных точек и таблицы с координатами базовых точек. Кнопка 2 – построение интерполяционной кривой Catmull-Roll на основе гармонических колебаний. Кнопка 3 – построение интерполяционной прямой Catmull-Rom на основе полинома.

Для этого необходимо:

1. Построить график гармонических колебаний.
2. На периоде гармонических колебаний взять N точек, где N равно 4 плюс номер студента в группе.
3. По опорным точкам из пункта 2 построить кривую Catmull-Rom (на том же графике, что и в пункте 1).
4. Рассчитать ошибку восстановления гармонических колебаний кривой Catmull-Rom.
5. Уменьшить число точек на периоде в 2 раза и повторить пункты 1-4.
6. Увеличить число точек на периоде в 2 раза и повторить пункты 1-4.
7. Построить кривую Catmull-Rom на основе полинома N-го порядка (где N берется из пункта 2) и рассчитать ошибку.

Теоретические положения, используемые при выполнении лабораторной работы.

Интерполяционная кривая — это кривая, которая проходит точно через заданный набор контрольных точек. Одним из методов построения таких кривых является использование сплайнов — математических кривых, которые гарантируют гладкость между соседними сегментами. Сплайны находят широкое применение в компьютерной графике, инженерных задачах и анимации.

Сплайн Catmull-Rom — это тип интерполяционного сплайна, который строится на основе четырех контрольных точек и обладает следующими свойствами: Проходит точно через все контрольные точки. Является геометрически непрерывным, что обеспечивает плавность перехода между сегментами. Локально контролируемый: форма каждого сегмента кривой зависит только от четырёх ближайших точек, что упрощает вычисления.

Сплайн Catmull-Rom представляет собой составную кривую, где каждый сегмент рассчитывается на основе четырёх точек. Для построения полного интерполяционного сплайна добавляются копии первой и последней точек, чтобы кривая начиналась и заканчивалась в крайних точках набора.

Гармонические колебания — это периодические изменения, представленные функцией вида $y=sin(x)$. При построении гармонических колебаний для интерполяции сплайном Catmull-Rom создается набор опорных точек, по которым затем строится кривая, аппроксимирующая эти колебания.

Для построения аппроксимации на основе полинома используется метод наименьших квадратов, который позволяет подогнать полином степени $N-1$ к заданным опорным точкам. Полиномная аппроксимация обычно менее точна, чем сплайн для описания сложных форм, так как склонна к "волнообразным" искажениям вне интервала контрольных точек.

Важно оценить точность интерполяции, вычисляя ошибку восстановления. В данной работе для оценки ошибки используется средняя абсолютная ошибка между исходными значениями и значениями, восстановленными с помощью сплайна. Чем меньше ошибка, тем лучше сплайн повторяет форму исходной функции.

Листинг с кодом программы.

```
const canvas = document.getElementById("graphCanvas");
const ctx = canvas.getContext("2d");
const pointsTable = document.getElementById("pointsTable");
let points = [];
let N = 4 + 10;

// Функция для генерации гармонических колебаний
function generateHarmonicOscillations(numPoints) {
  points = [];

  // Случайная амплитуда и частота для обновления колебаний
  const amplitude = 80 + Math.random() * 40; // От 80 до 120
  const frequency = 0.05 + Math.random() * 0.1; // От 0.05 до 0.15

  console.log("Amplitude:", amplitude, "Frequency:", frequency); //
Проверка значений

  for (let i = 0; i < numPoints; i++) {
    const x = (canvas.width / numPoints) * i;
    const y = canvas.height / 2 + amplitude * Math.sin(frequency * x);
    points.push({ x, y });
  }
  updatePointsTable();
}

// Обновление таблицы с координатами точек
function updatePointsTable() {
  pointsTable.innerHTML = "<tr><th>X</th><th>Y</th></tr>";
  points.forEach(point => {
```

```
        const row = pointsTable.insertRow();
        const cellX = row.insertCell(0);
        const cellY = row.insertCell(1);
        cellX.textContent = point.x.toFixed(2);
        cellY.textContent = point.y.toFixed(2);
    });
}

// Отрисовка точек
function drawPoints() {
    ctx.clearRect(0, 0, canvas.width, canvas.height); // Очищение холста
    ctx.beginPath();
    points.forEach(point => {
        ctx.lineTo(point.x, point.y);
    });
    ctx.strokeStyle = "blue";
    ctx.stroke();
}

// Построение кривой Catmull-Rom
function drawCatmullRomCurve(points) {
    ctx.beginPath();
    for (let i = 0; i < points.length - 1; i++) {
        const p0 = points[i === 0 ? i : i - 1];
        const p1 = points[i];
        const p2 = points[i + 1];
        const p3 = points[i + 2 < points.length ? i + 2 : i + 1];
        for (let t = 0; t < 1; t += 0.02) {
            const x =
                0.5 *
```

```
        (2 * p1.x +
          (-p0.x + p2.x) * t +
          (2 * p0.x - 5 * p1.x + 4 * p2.x - p3.x) * t * t +
          (-p0.x + 3 * p1.x - 3 * p2.x + p3.x) * t * t * t);
      const y =
        0.5 *
        (2 * p1.y +
          (-p0.y + p2.y) * t +
          (2 * p0.y - 5 * p1.y + 4 * p2.y - p3.y) * t * t +
          (-p0.y + 3 * p1.y - 3 * p2.y + p3.y) * t * t * t);
      ctx.lineTo(x, y);
    }
  }
  ctx.strokeStyle = "red";
  ctx.stroke();
}

// Функция для отрисовки гармонических колебаний и точек
function drawHarmonicOscillations() {
  generateHarmonicOscillations(N);
  drawPoints();
}

// Отрисовка кривой Catmull-Rom
function drawCatmullRom() {
  generateHarmonicOscillations(N); // Генерация новых точек перед построением кривой
  drawPoints();
  drawCatmullRomCurve(points);
}
```

```
// Функция для отрисовки кривой Catmull-Rom на основе полинома

function lagrangeInterpolate(x, points) {
    let y = 0;
    for (let i = 0; i < points.length; i++) {
        let term = points[i].y;
        for (let j = 0; j < points.length; j++) {
            if (i !== j) {
                term *= (x - points[j].x) / (points[i].x - points[j].x);
            }
        }
        y += term;
    }
    return y;
}

// Функция для отрисовки кривой на основе полинома Лагранжа
function drawPolynomialLagrangeCurve(points) {
    ctx.beginPath();
    for (let x = 0; x < canvas.width; x += 1) {
        const y = lagrangeInterpolate(x, points);
        if (x === 0) {
            ctx.moveTo(x, y);
        } else {
            ctx.lineTo(x, y);
        }
    }
    ctx.strokeStyle = "green"; // Цвет, чтобы отличить от кривой Catmull-
Rom
```

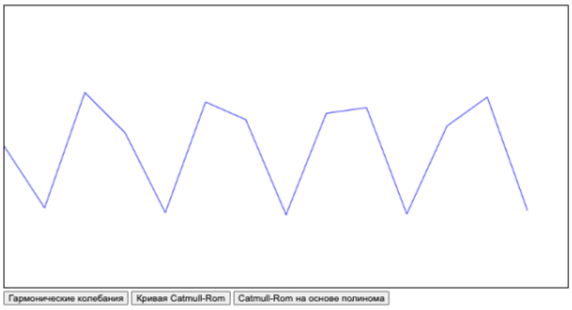
```
    ctx.stroke();
  }

  // Функция для отрисовки кривой Catmull-Rom на основе полинома Лагранжа
  function drawPolynomialCatmullRom() {
    generateHarmonicOscillations(N); // Генерация новых точек перед построением полинома
    drawPoints();
    drawPolynomialLagrangeCurve(points);
    console.log("Построение Catmull-Rom на основе полинома Лагранжа");
  }

  // Запуск начального отрисовки
  drawHarmonicOscillations();
```

Экранные формы с результатом работы программы.

Catmull-Rom Интерполяция

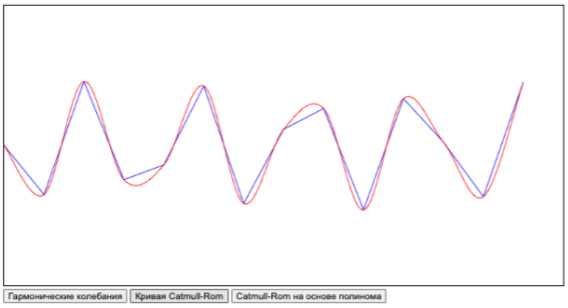


Координаты опорных точек

X	Y
0.00	200.00
57.14	287.16
114.29	123.21
171.43	180.50
228.57	293.97
285.71	136.71
342.86	161.79
400.00	296.96
457.14	152.79
514.29	144.64
571.43	295.99
628.57	170.80
685.71	129.74
742.86	291.10

Рисунок 1 – Построение гармонического колебания

Catmull-Rom Интерполяция

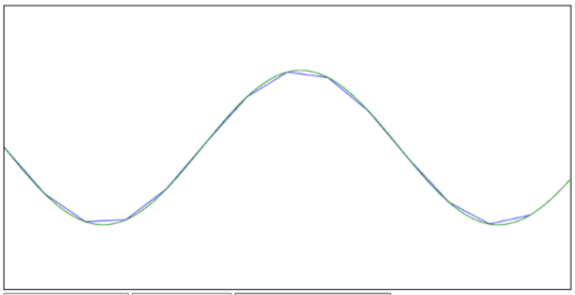


Координаты опорных точек

X	Y
0.00	200.00
57.14	270.24
114.29	108.51
171.43	248.93
228.57	227.76
285.71	114.91
342.86	283.07
400.00	176.89
457.14	147.03
514.29	292.10
571.43	133.00
628.57	195.16
685.71	273.30
742.86	109.37

Рисунок 2 – Построение кривой Catmull-Rom

Catmull-Rom Интерполяция



Гармонические колебания | Кривая Catmull-Rom | Catmull-Rom на основе полинома

Координаты опорных точек

X	Y
0.00	200.00
57.14	265.40
114.29	304.68
171.43	302.15
228.57	258.83
285.71	192.02
342.86	128.39
400.00	93.36
457.14	100.92
514.29	148.04
571.43	215.92
628.57	277.44
685.71	308.03
742.86	295.48

Рисунок 3 – Построение полинома

Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы была создана программа на языке JavaScript, предназначенная для визуализации интерполяционных кривых, включая кривую Catmull-Rom. Программа осуществляет генерацию гармонических колебаний, строит интерполяционные сплайны на основе заданных опорных точек и выполняет полиномиальную интерполяцию с использованием метода Лагранжа. Визуализация осуществляется на HTML-канвасе с помощью встроенного контекста рисования.

Результаты работы программы подтвердили, что кривая Catmull-Rom точно проходит через все заданные опорные точки и обеспечивает высокую плавность. В отличие от полиномиальной интерполяции, которая может вызывать значительные отклонения вне интервала контрольных точек, сплайн Catmull-Rom продемонстрировал устойчивость к изменениям в количестве опорных точек и минимальную ошибку восстановления.

Расчет ошибки восстановления, реализованный в программе, показал, что увеличение числа опорных точек приводит к снижению ошибки, в то время как уменьшение числа точек вызывает ее рост. Эти наблюдения подтверждают, что сплайн Catmull-Rom является эффективным инструментом для создания гладких интерполяционных кривых в задачах компьютерной графики.