Свойства делимости чисел

Определение делимости чисел

Натуральное число можно представить в виде произведения любого из его делителей на натуральное число, например:

$$8 = 8 \cdot 1$$
, $8 = 1 \cdot 8$, $8 = 2 \cdot 4$, $8 = 4 \cdot 2$.

С помощью этого свойства можно дать определение делимости.

Определение

Число a делится на натуральное число d, если $a=d\cdot b$, где b - натуральное число или ноль. Число d в этом случае называют **делителем** числа a.

Свойства делимости чисел

Пример №1

Будет ли делится произведение 24 · 17 на 4?

Число $\mathbf{24}$ делится на $\mathbf{4}$, а так как $\mathbf{24} \cdot \mathbf{17} = (\mathbf{4} \cdot \mathbf{6}) \cdot \mathbf{17} = \mathbf{4} \cdot (\mathbf{6} \cdot \mathbf{17})$, то произведение $\mathbf{24} \cdot \mathbf{17}$ тоже делится на $\mathbf{4}$.

Свойство №1

Произведение делится на число, если хотя бы один из множителей делится на это число.

Пример №2

Число 63 делится на 21, так как $63 = 21 \cdot 3$; число 420 делится на 21 так как $420 = 21 \cdot 20$.

Делятся ли числа 63 + 420 и 420 - 63 на 21? Определим это:

$$420 + 63 = 21 \cdot 20 + 21 \cdot 3 = 21 \cdot (20 + 3) = 21 \cdot 23;$$

$$420 - 63 = 21 \cdot 20 - 21 \cdot 3 = 21 \cdot (20 - 3) = 21 \cdot 17.$$

Следовательно, сумма и разность делятся на 21.

Свойство №2

Если каждое слагаемое делится на некоторое число, то и сумма делится на это число. Если уменьшаемое и вычитаемое делятся на некоторое число, то и разность делится на это число.

Пример №3

Число 420 делится на 21 так как $420=21\cdot 20$, число 30 не делится на 21. Тогда числа 420+30 и 420-30 также не делятся на 21. Проверьте самостоятельно.

Свойство №3

Если одно число делится на некоторое число, а второе число не делится на это число, то сумма и разность этих чисел не делятся на это число.

Пример №4

Число 124 не делится на 5; число 6 не делится на 5; но сумма 124+6 делится на 5. В то же время разность 124-6 не делится на 5.

Обратите внимание

Если при сложении или вычитании двух чисел ни одно из них не делится на определенное число, то нельзя сделать вывод о том, делится ли их сумма или разность на это число. Иными словами, сумма или разность могут делиться на это число, но также могут и не делиться.