跳表（Skip List）

@M了个J

码拉松

https://github.com/CoderMJLee

http://cnblogs.com/mjios

实力IT教育 www.520it.com

思考

- 一个有序链表搜索、添加、删除的平均时间复杂度是多少？
  - O(n)

- 能否利用二分搜索优化有序链表，将搜索、添加、删除的平均时间复杂度降低至 O(logn)？
  - 链表没有像数组那样的高效随机访问（O(1) 时间复杂度），所以不能像有序数组那样直接进行二分搜索优化

- 那有没有其他办法让有序链表搜索、添加、删除的平均时间复杂度降低至 O(logn)？
  - 使用跳表（SkipList）

跳表（SkipList）

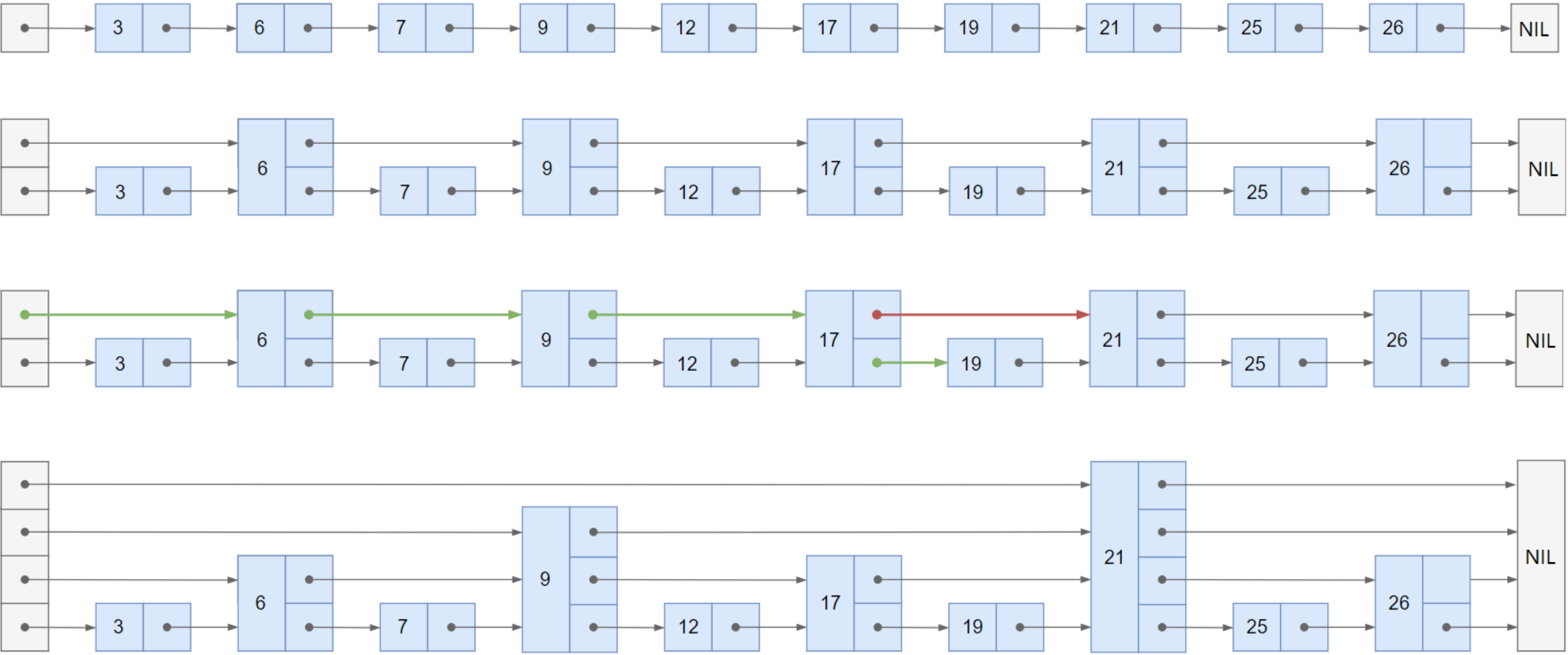
- 跳表，又叫做跳跃表、跳跃列表，在有序链表的基础上增加了“跳跃”的功能
  - 由William Pugh于1990年发布，设计的初衷是为了取代平衡树（比如红黑树）

- Redis中 的 SortedSet、LevelDB 中的 MemTable 都用到了跳表
  - Redis、LevelDB 都是著名的 Key-Value 数据库

- 对比平衡树
  - 跳表的实现和维护会更加简单
  - 跳表的搜索、删除、添加的平均时间复杂度是 $O(\log n)$

小码哥教育 SEEMYGO

使用跳表优化链表（图片来源于网络）



小码哥教育 SEEMYGO

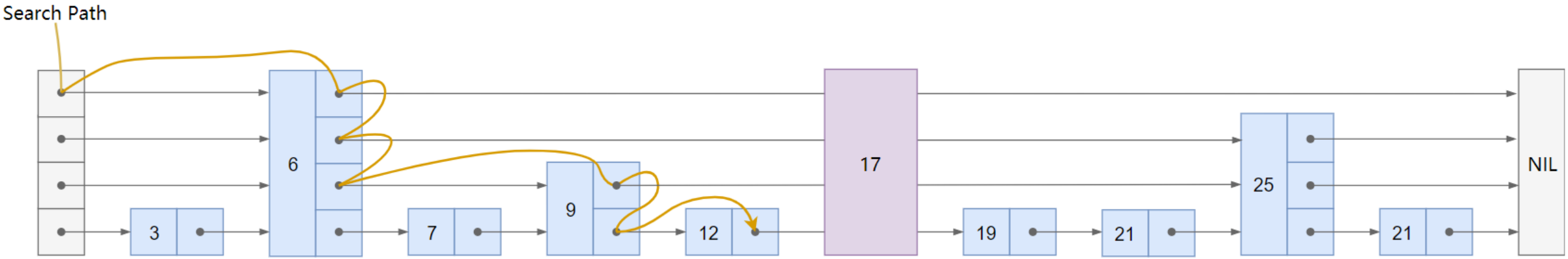
跳表的搜索

① 从顶层链表的首元素开始，从左往右搜索，直至找到一个大于或等于目标的元素，或者到达当前层链表的尾部

② 如果该元素等于目标元素，则表明该元素已被找到

③ 如果该元素大于目标元素或已到达链表的尾部，则退回到当前层的前一个元素，然后转入下一层进行搜索

跳表的添加、删除



- 添加的细节
  - 随机决定新添加元素的层数

- 删除的细节
  - 删除一个元素后，整个跳表的层数可能会降低

跳表的层数

- 跳表是按层构造的，底层是一个普通的有序链表，高层相当于是低层的“快速通道”
- 在第 i 层中的元素按某个固定的概率 p（通常为 ½ 或 ¼ ）出现在第 i + 1层中，产生越高的层数，概率越低
  - ✓ 元素层数恰好等于 1 的概率为 1 – p
  - ✓ 元素层数大于等于 2 的概率为 p，而元素层数恰好等于 2 的概率为 p * (1 – p)
  - ✓ 元素层数大于等于 3 的概率为 p^2，而元素层数恰好等于 3 的概率为 p^2 * (1 – p)
  - ✓ 元素层数大于等于 4 的概率为 p^3，而元素层数恰好等于 4 的概率为 p^3 * (1 – p)
  - ✓ ……
  - ✓ 一个元素的平均层数是 1 / (1 – p)

$$1\times(1-p)+2p(1-p)+3p^2(1-p)+4p^3(1-p)+\ldots=(1-p)\sum_{k=1}^{+\infty}kp^{k-1}=(1-p)\cdot\frac{1}{(1-p)^2}=\frac{1}{1-p}$$

- 当 p = ½ 时，每个元素所包含的平均指针数量是 2
- 当 p = ¼ 时，每个元素所包含的平均指针数量是 1.33

小码哥教育 SEEMYGO

跳表的复杂度分析

- 每一层的元素数量
  - 第 1 层链表固定有 n 个元素
  - 第 2 层链表平均有 n * p 个元素
  - 第 3 层链表平均有 n * p^2 个元素
  - 第 k 层链表平均有 n * p^k 个元素
  - ...

- 另外
  - 最高层的层数是 $\log_{1/p} n$，平均有个 1/p 元素
  - 在搜索时，每一层链表的预期查找步数最多是 1/p，所以总的查找步数是 $-(\log_p n / p)$，时间复杂度是 $O(\log n)$