Analyse de faisabilité d'une mission par calcul de trajectoire sous contraintes de stabilité

Romain Pichard

30 Juin 2014

ONERA
THE FRENCH AEROSPACE LAB

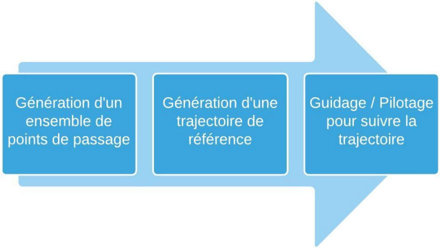
retour sur innovation

Plan

Plan

Contexte

De façon générale, la planification de mission pour un drone passe par plusieurs étapes :

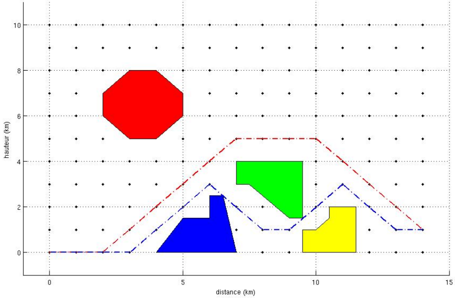


- Points + trajectoire : permet de savoir si la mission est réalisable ;
- Guidage/pilotage : permet de suivre la trajectoire et stabiliser le drone.

Présentation du problème

La problématique

- Constat : L'hypothèse de stabilité est généralement faite en considérant des points de passage éloigné ;
- Idée : Prendre en compte les contraintes de stabilité du drone dès la planification afin d'assurer que le plan fournit sera réalisable et stable.



Plan

Modélisation de l'aéronef

Modélisation des dynamiques de l'aéronef

- Modélisation par automate hybride autonome ;
- Plusieurs modes de fonctionnement.

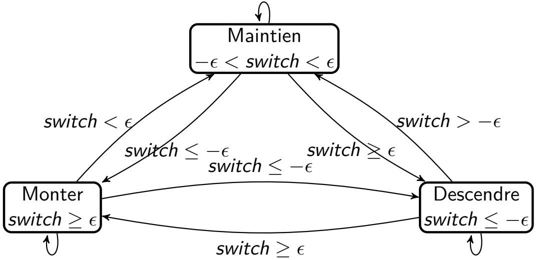


FIGURE: Exemple d'automate hybride autonome avec 3 lois de pilotage

Modélisation de l'aéronef

Modélisation d'un mode de fonctionnement

$$X_{k+1} = A.X_k + B.U_k \tag{1}$$

$$Y_k = C.X_k + D.U_k \tag{2}$$

Avec $X_k \in \mathbb{R}^n$, $Y \in \mathbb{R}^r$, $U_k \in \mathbb{R}^m$, $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n\times m}$, $C \in \mathbb{R}^{r\times n}$ et $D \in \mathbb{R}^{r\times m}$

Remarque

Ce modèle linéaire intègre le modèle aérodynamique de l'aéronef ainsi que la boucle de contrôle.

Modélisation de l'aéronef

Théorème : stabilité asymptotique par **Lyapunov**

Le point d'équilibre candidat est nécessairement $x = 0$. En choisissant $V(x) = x^T P x$ avec P symétrique et définie positive ($P = P^T > 0$), la condition de stabilité asymptotique s'écrit alors :

$$\begin{cases} V(x) = x^T P x & > & 0, \forall x \\ \dot{V}(x) = x^T (A^T P + PA) x & < & 0, \forall x \end{cases}$$

Lyapunov dans le cas d'un système **discret**

Dans le cas d'un système discret du type $x_{k+1} = A x_k$, le théorème de stabilité devient (formulation LMI) :

$$\begin{cases} P & > & 0 \\ A^T P A - P & < & 0 \end{cases}$$

Modélisation de l'aéronef

Lyapunov dans le cas d'un système discret **hybride**

En considérant l'aspect hybride du système, nous sommes amenés à travailler avec plusieurs fonctions de Lyapunov :

$$\begin{cases} V_i(x) = x^T P_i x > 0 \quad \forall x, \forall i \\ \dot{V}_{i,j}(x) = x^T (A_j^T P_i A_j - P_j) x < 0 \quad \forall x, \forall (j,i) \end{cases}$$

$$\text{Stabilité globale} \Leftrightarrow V_j(x) - V_i(x) \leq 0 \ \forall (i,j)$$

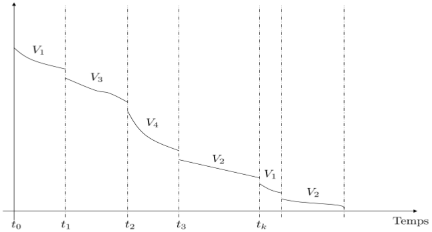


FIGURE: Fonction de Lyapunov par morceau

Modélisation du monde et de la mission

Le monde et la mission

- 1 point de départ et 1 point d'arrivé ;
- Différents points de passage optionnels ;
- Différents obstacles (nuage, zone aérienne, montagne...).

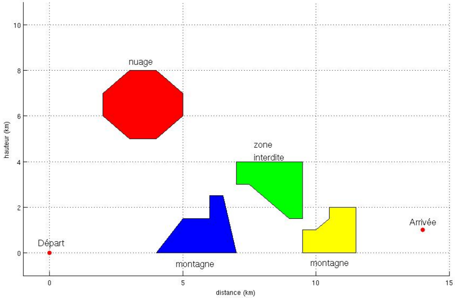


FIGURE: Environnement d'une mission

La planification et les CSP

Problème de Planification

Un problème de planification est défini par :

- S un ensemble d'état ;
- A un ensemble d'action ;
- $f : S \times A \rightarrow S$ une fonction partielle ;
- $I \in S$ l'état initial ;
- $S_G \subset S$: un ensemble d'état but.

Problème de Satisfaction de Contraintes (CSP)

Un CSP est défini par un triplet $(\mathcal{X}, \mathcal{D}, \mathcal{C})$ où :

- $\mathcal{X} = \{X_1, \ldots, X_n\}$ est l'ensemble des variables du problème ;
- $\mathcal{D} = \{\mathcal{D}_1, \ldots, \mathcal{D}_n\}$ est l'ensemble des domaines des variables ;
- $\mathcal{C} = \{C_1, \ldots, C_m\}$ est un ensemble de contraintes.

Plan

Introduction

Avant-propos

Mes travaux

- Planification basée CSP
- Les variables
- Les contraintes
- Implémentation

Conclusion

Planification basée CSP

La planification en CSP

Un problème de planification utilisant le formalisme des CSP peut être définit comme un 5-uplet $(\mathcal{S}, \mathcal{D}, \mathcal{C}, \mathcal{I}, \mathcal{G})$ où :

- $\mathcal{S} = \{S_{11}, \ldots, S_{1n}, \ldots, S_{k1}, \ldots, S_{kn}\}$ est l'ensemble des variables du problème, avec n le nombre de variable à chaque instant k ;
- $\mathcal{D} = \{\mathcal{D}_1, \ldots, \mathcal{D}_n\}$ est l'ensemble des domaines des variables ;
- $\mathcal{C} = \{C_1, \ldots, C_m\}$ est un ensemble de contraintes ;
- $\mathcal{I} \in \mathcal{C}$ est l'ensemble des contraintes définissant l'état initial du problème ;
- $\mathcal{G} \in \mathcal{C}$ est l'ensemble des contraintes définissant les buts du problème.

Les variables

Les variables de définition

- H_{goal} et L_{Goal} : altitude et distance objectif ;
- H_{init}, L_{init} et Va_{init} : altitude, distance et vitesse initiale ;
- H_{max}, L_{max} et Va_{max} : altitude, distance, vitesse maximale ;
- H_{min}, L_{min} et Va_{min} : altitude, distance, vitesse minimale ;
- step, ϵ et T_s : le nombre d'itération, le seuil du switch, le pas de temps du système.

Les variables

Les variables de décision

A chaque instant k du problème nous avons :

- Vac_k et Hc_k : les entrées du système (U_k) ;

Les variables de fonction

A chaque instant k du problème nous avons :

- Va, H et $alpha$: les sorties du système (Y_k) ;
- $x_1, \ldots, x_n$: les états du système (X_k) ;
- t : le temps ;
- L : la distance ;
- switch : la valeur du switch ;
- E_p et E_s : les états suivant et présent du système ;
- but : critère de minimisation pour le solveur.

Les contraintes

Le monde

- Bornes : $\forall k, H(k) \in \{0, \ldots, H_{max}\}$, $L(k) \in \{0, \ldots, L_{max}\}$;
- Obstacles : $\forall k, L(k) \in \{l_1, \ldots, l_2\} \implies H(k) \notin \{h_1, \ldots, h_2\}$.

La mission

- Position initiale : $H(0) = H_{init}$ et $L(0) = L_{init}$;
- Position objectif : $H(step) = H_{goal} \pm \epsilon$ et $L(step) = L_{goal} \pm \epsilon$.

Les contraintes

L'automate hybride

Fonction de transition discrète :

$$\mathcal{F}_d : \mathbb{R}^{n+m} \times E_p \to E_s$$

Fonction de transition continue :

$$\mathcal{F}_c : \mathbb{R}^{n+m} \times E_p \times E_s \to \mathbb{R}^{n+r}$$

Avec E_p et E_s l'ensemble des états présents et suivants

La stabilité

Afin de garantir la stabilité globale du système switché, nous vérifions que le changement du mode i au mode j vérifie :

$$V_j(x) \leq V_i(x)$$

Implémentation

Les solveurs

JaCoP

- Simple d'utilisation, variables entières et réelles ;
- Difficulté pour écrire des contraintes de types produits matriciels ;
- Problèmes de propagations des valeurs réelles.

Cplex + OPL (Optimization Programming Language)

- Permet l'écriture simple des produits matriciels ;
- Ne permet pas la définition de variable de manière récursive.

Librairie JAVA de Cplex

- Variables entières et réelles + produits matriciels ;
- Définition de variable de manière récursive ;
- Des résultats encourageants.

Implémentation

Les résultats

- Le temps de calcul dépend beaucoup du nombre d'itération maximum ;
- Besoin de connaissance sur la mission pour choisir correctement les variables de définitions.

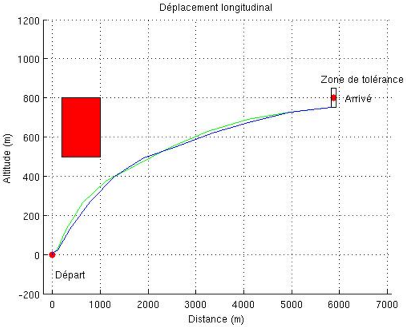


FIGURE: Trajectoires avec et sans l'obstacle

Plan

ONERA
THE FRENCH AEROSPACE LAB

Bilan

Lors de ce stage j'ai :

- Revu les principes de stabilité, appris la méthode de Lyapunov et l'utilisation des LMIs ;
- Appris à modéliser les systèmes hybrides, notamment via les automates hybrides ;
- Mis en oeuvre une planification en utilisant des CSP.

Implémentation et résultats

- MatLab : Permet l'étude de stabilité, la génération des contraintes CSP traduisant les espaces d'états et les conditions de stabilité et le test des résulats ;
- La librairie JAVA de Cplex nous a permis d'implémenter la majorité de notre modèle, et de vérifier que la planification de mission pour un système hybride était possible avec un formalisme CSP.

- Ce travail de stage est un préambule à la planification de mission pour les systèmes hybrides ;
- La démarche mise en oeuvre semble correcte mais elle nécessite d'être approfondie.
- Les possibilités qu'il reste à explorer sont :
  1. Automatiser le choix du nombre d'itération maximum en fonction du monde et de la mission. Ceci permettrai une optimisation du temps de calcul mais nécessite une connaissance experte de l'environnement de mission ;
  2. Essayer de la recherche locale ;
  3. Élargir notre démarche aux mouvements latéraux de l'aéronef ;
  4. Utiliser notre démarche sur une courte durée et la répéter pour couvrir toute la mission.

Merci de votre attention